Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichen im Nichts

Grundlagen einer polykontexturalen Semiotik

Titelbild: “Das Phantom”, Regie F.W. Murnau (1922)

Dein Tod war schon alt,
als dein Leben begann;
drum griff er es an,
damit es ihn nicht überlebte.

R.M. Rilke, Das Buch der Lieder II

Vorwort

Historisch gesehen geht die Idee einer „Mathematik der Qualitäten" auf die platonische Konzeption von Zahl und Idee zurück, eine Konzeption, die bekanntlich bereits in der Antike durch die rein quantitative Zahlkonzeption des Aristoteles verdrängt wurde. Diese beruht auf einer strikt zweiwertigen Logik, in der die drei Gesetze des Denkens – die Sätze der Identität, des Verbotenen Widerspruchs und des Ausgeschlossenen Dritten – absolut gelten. Als viertes Grundgesetz wird meist der Satz vom Grunde dazugezählt. Nach dieser Auffassung gibt es in Sonderheit kein Drittes, das zwischen den beiden Basiswerten $L = (0, 1)$ einer solchen Logik vermittelt. Diese ist somit eine Logik, welche wie ein Lichtschalter funktioniert.

Trotz der zahlreichen Paradoxe, zu denen die aristotelische Logik geführt hat und trotz des teilweise grotesken Nonsenses, den sie in der Form der Syllogismen bereits in der Zeit der Scholastik hervorgebracht hatte, war es der Grossen Logik Hegels, eigentlich einer Erkenntnistheorie, vor allem aber der Interpretation des hegelschen Werkes durch Gotthard Günther (1900-1984) vorbehalten, eine Relativierung der aristotelischen Logik hervorzubringen, indem die von Aristoteles als absolut konzipierte Logik als Teil eines distribuierten n-fachen Verbundsystems eingeführt wurde, worin n die Zahl der Subjekte angibt, für welche die aristotelische Logik gilt. Dieses Verfahren gleicht nun zwar der Filterung topologischer Räume, definiert aber drei sehr unterschiedliche Zahlenebenen an Stelle der einen Zahlenebene der Peanozahlen, welche in der klassischen aristotelischen Logik gilt, nämlich die Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen. Die Zahl wird damit als Struktur begriffen, die je nach der Iterierbarkeit ihrer Teile nach ihrer Länge und damit nach ihrem ontologischen Ort differenzierbar wird. In anderen Worten: Diese auch als Morphogramme bezeichneten Strukturen sind die tiefsten gemeinsamen Strukturen, die durch logische Werte, durch Zahlen oder durch Zeichen belegbar sind und die für jeweils n-Subjekte und drei Zählarten gelten. Logischer Wert, Zahl und Zeichen können damit nur innerhalb von $L = f(n)$ definiert werden, und das bedeutet, sie sind relativ zu L kontexturell relevant. Der Begriff der Kontextur ist demnach der zentrale Begriff der polykontexturalen Logik und Ontologie, welche somit als eine Verallgemeinerung der klassischen monokontexturalen Logik angelegt ist.

Während die Relevanz der Polykontexturalitätstheorie für die Mathematik und die Logik durch Rudolf Kaehr (1942-2016) und Engelbert Kronthaler (* 1943) aufgezeigt wurde, war die Skizzierung einer polykonxturalen Semiotik dem gegenwärtigen Verfasser vorbehalten.

Tucson (AZ), 5.8.2017 Prof. Dr. Alfred Toth

Polycontextural semiotic numbers

1. In a number of former publications, I have dealt with the interrelations of semiotic and polycontextural numbers (Toth 2003a, b, 2008a, pp. 85 ss.; 110 ss.; 155 ss.; 295 ss.; 2008c). Still a couple of years ago, in formal semiotics, Peirce's and Bense's idea that Peano's axiom system for natural numbers holds for the introduction of the sign relation as a relation over a triadic, a dyadic and a monadic relation, too (cf. Toth 2008b), was uncontroversial. However, if we have a look at the system of the antecedents and the successors of the Peirce-numbers as displayed in the semiotic matrix (Toth 2008d):

Quali-Sign (1.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(1.1) has 0 antecedents and 3 successors.

Sin-Sign (1.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] & 1.2 \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(1.2) has 1 antecedent and 4 successors.

Legi-Sign (1.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 \arrow[r] & 1.3 \arrow[dl] \arrow[d] \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(1.3) has 1 antecedent and 2 successors.

Icon (2.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[d] & 1.2 \arrow[dl] & 1.3 \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(2.1) has 2 antecedents and 3 successors.

Index (2.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[dr] & 1.2 \arrow[d] & 1.3 \arrow[dl] \\
2.1 \arrow[r] & 2.2 \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(2.2) has 4 antecedents and 4 successors.

Symbol (2.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 \arrow[dr] & 1.3 \arrow[d] \\
2.1 & 2.2 \arrow[r] & 2.3 \arrow[dl] \arrow[d] \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(2.3) has 3 antecedents and 2 successors.

Rhema (3.1):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 \arrow[d] & 2.2 \arrow[dl] & 2.3 \\
3.1 \arrow[r] & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(3.1) has 2 antecedent and 1 successor.

Dicent (3.2):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 \arrow[dr] & 2.2 \arrow[d] & 2.3 \arrow[dl] \\
3.1 \arrow[r] & 3.2 \arrow[r] & 3.3
\end{tikzcd}$$

(3.2) has 4 antecedents and 1 successor.

Argument (3.3):

$$\begin{tikzcd}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 \arrow[dr] & 2.3 \arrow[d] \\
3.1 & 3.2 \arrow[r] & 3.3
\end{tikzcd}$$

(3.3) has 3 antecedents and 0 successors.

Then we see that each Peirce-number has a different (and characteristic) number of antecedents and successors:

	antec.	succ.
(1.1)	0	3
(1.2)	1	4
(1.3)	1	2
(2.1)	2	3
(2.2)	4	4
(2.3)	3	2
(3.1)	2	1
(3.2)	4	1
(3.3)	3	0,

and as we can also see, the system of the antecedents and the successors of Peirce-numbers is mirror-symmetric, the axis of symmetry being the part-system of (2.2):

(1.1)	0	3	(3.3)	3	0
(1.2)	1	4	(3.2)	4	1
(1.3)	1	2	(3.1)	2	1
(2.1)	2	3	(2.3)	3	2

Therefore, each sub-sign can be characterized unequivocally by a pair of the numbers of its antecedents and its successors; e.g., (1.1) = [0, 3] ≠ (3.3) = [3, 0].

From that it follows that the system of the sub-signs is not monocontextural (which is confirmed by the fact that it has antecedents and successors that are diagonal (cf. Kronthaler 1986, p. 137).

2. In a triadic semiotics, there are three basic kinds of "Peirce-numbers": the monads or prime-signs, the dyads or sub-signs, and the triads or sign classes and reality thematics. Since we have already had a look at the dyads, let us now turn to pairs of dyads (out of which sign classes can be constructed by concatenation; cf. Walther 1979, p. 79). As an example we take a part-system of the set of all possible combinations of pairs of dyads, and we choose those that have been called "pre-semiotic sign relations" by Ditterich (1990, pp. 29, 81), consisting of the sub-signs (1.1), (1.2) and (2.1), (2.2) from the semiotic matrix. Then, the following 8 combinations are possible:

(1.1 1.1)	(1.2 1.1)
(1.1 1.2)	(1.2 1.2)
(1.1 2.1)	(1.2 2.1)
(1.1 2.2)	(1.2 2.2)

We can now assign each of these pairs of dyads a polycontextural number. Since there are 2 places with (a.b c.d) ≠ (c.d a.b) and 4 dyads, we need trito-numbers of the contexture T_4 (cf. Kronthaler 1986, p. 34):

(1.1 1.1) ≈ 0000
(1.1 1.2) ≈ 0001
(1.1 2.1) ≈ 0010
(1.1 2.2) ≈ 0011

Up to this point, the correspondence between Peirce numbers and trito-numbers is unequivocal. But for the next place, the following trito-numbers has no corresponding Peirce-number (*):

*(1.1 2.3) ≈ 0012
(1.2 1.1) ≈ 0100
(1.2 1.2) ≈ 0101

Now, again a Peirce-number is lacking:

*(1.2 1.3) ≈ 0102
(1.2 2.1) ≈ 0110
(1.2 2.2) ≈ 0111

And finally, the last 5 corresponding Peirce-numbers are lacking, too:

*(1.2 2.3) ≈ 0112
*(1.2 3.1) ≈ 0120
*(1.2 3.2) ≈ 0121
*(1.2 3.3) ≈ 0122
*(1.2 3.4) ≈ 0123

In other words: The system of the Peirce-numbers built from pairs of dyads is defective concerning its corresponding polycontextural system of trito-numbers of contexture 4, since it contains 8 numbers, while T_4 contains 15.

However, it is remarkable that the system of the Peirce-numbers does not contain any numbers that are not contained in T_4. However, a polycontextural system with 4 places needs 4 and not only 2 kenograms. On the other side, a polycontextural system with 2 kenograms has only the two morphograms 00 and 01 and is thus not even sufficient for presenting the system of prime-numbers, i.e. the system of monadic Peirce-numbers which requires 3 kenograms and thus T_3.

3. If we write now the system of the 10 sign classes as morphograms (kenogram sequences) and assign again natural numbers to the different kenograms, we recognize that for a triadic semiotics with 3 semiotic values and 6 places, we need trito-numbers of the contexture T_6:

(3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3) ≈ 20 10 00 ≈ 012111
(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≈ 20 10 01 ≈ 012112
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≈ 20 10 02 ≈ 012110
(3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3) ≈ 20 11 01 ≈ 012212
(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≈ 20 11 02 ≈ 012210
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≈ 20 12 02 ≈ 012010
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≈ 21 11 01 ≈ 022212 ≈ 011121
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≈ 211102 ≈ 022210 ≈ 011120
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≈ 21 12 02 ≈ 022012 ≈ 011021
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≈ 22 12 02 ≈ 002010 ≈ 001020

As we see, we have to apply one or two times the normal-form operator that is a vector operator with fixed positions and brings equivalent trito-numbers into lexicographic order (cf. Kronthaler 1986, pp. 26 s.; Toth 2003, pp. 14 ss.). Then, we can order the triadic Peirce-numbers, written as semiotic trito-numbers, in the following table:

001020
011021
011120
011121
012010
012110
012111
012112

012210
012212

Since it is quite clear, that these 10 triadic Peirce numbers alias semiotic trito-numbers are only a small fragment of the number of trito-numbers of the contexture T_6, we do here without indicating the several lacunae. First, the above 10 trito-sign classes are a **semiotic fragment** of the total of $3 \times 3 \times 3 = 27$ possible combinations of sign classes, restricted by the semiotic trichotomic inclusion order (3.a 2.b 1.c) with $a \leq b \leq c$. Second, the contexture T_6 has totally 203 trito-numbers. The latter number can be calculated by summing up the Stirling numbers of the second kind for T_6, which numbers are also known as Bell numbers and give the number of partitions of a set with n members (cf. Andrew 1965). Therefore, the above 10 trito-sign classes are also a **polycontextural fragment** of the total of 203 trito numbers of T_6.

4. In Toth (2008e) and in a few other papers, I have made a first sketch of a polycontextural semiotics based on the sign-relation

$SR_{4,3}$ = (0., .1., .2., .3.); $SR_{4,3}$ (3.a 2.b 1.c 0.d)

with the corresponding trichotomic inclusion order

$(a \geq b \geq c)$,

whose corresponding semiotic structure is thus 4-adic, but 3-otomic, since in Z^r_k, the categorial number $k \neq 0$, but since the relational number is allowed to be $r = 0$, this sign relation integrates pre-semiotic objects and thus connects the triadic sign relation SR_3 with the ontological space (Bense 1975, p. 65):

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

As we did for the Peirce-numbers contained in the semiotic matrix of SR_3, we will now show the systems of antecedents and successors of each Peirce-number in the above semiotic matrix of $SR_{4,3}$:

$$\begin{tikzcd}
0.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(0.1) has 0 antecedent and 3 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 \arrow[r] & 0.2 \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(0.2) has 1 antecedent and 4 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 \arrow[r] & 0.3 \arrow[dl] \arrow[d] \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(0.3) has 1 antecedent and 2 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 \arrow[d] & 0.2 \arrow[dl] & 0.3 \\
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(1.1) has 2 antecedents and 3 successors

$$\begin{tikzcd}
0.1 \arrow[dr] & 0.2 \arrow[d] & 0.3 \arrow[dl] \\
1.1 \arrow[r] & 1.2 \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(1.2) has 4 antecedents and 4 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 \arrow[dr] & 0.3 \arrow[d] \\
1.1 & 1.2 \arrow[r] & 1.3 \arrow[dl] \arrow[d] \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(1.3) has 3 antecedent and 2 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 \arrow[d] & 1.2 \arrow[dl] & 1.3 \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(2.1) has 3 antecedents and 3 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 \arrow[dr] & 1.2 \arrow[d] & 1.3 \arrow[dl] \\
2.1 \arrow[r] & 2.2 \arrow[r] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(2.2) has 4 antecedents and 4 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 \arrow[dr] & 1.3 \arrow[d] \\
2.1 & 2.2 \arrow[r] & 2.3 \arrow[dl] \arrow[d] \\
3.1 & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(2.3) has 3 antecedents and 2 successors.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 \arrow[d] & 2.2 \arrow[dl] & 2.3 \\
3.1 \arrow[r] & 3.2 & 3.3
\end{tikzcd}$$

(3.1) has 2 antecedents and 1 successor.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 \arrow[dr] & 2.2 \arrow[d] & 2.3 \arrow[dl] \\
3.1 \arrow[r] & 3.2 \arrow[r] & 3.3
\end{tikzcd}$$

(3.2) has 4 antecedents and 1 successor.

$$\begin{tikzcd}
0.1 & 0.2 & 0.3 \\
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 \arrow[dr] & 2.3 \arrow[d] \\
3.1 & 3.2 \arrow[r] & 3.3
\end{tikzcd}$$

(3.3) has 3 antecedents and 0 successors.

We see that also in $SR_{4,3}$, each Peirce-number can be characterized by a pair of antecedents and successors, although the following system is not symmetric:

	antec.	succ.
(0.1)	0	3
(0.2)	1	4
(0.3)	1	2
(1.1)	2	3
(1.2)	4	4
(1.3)	3	2
(2.1)	2	1
(2.2)	4	4
(2.3)	3	2
(3.1)	2	1
(3.2)	4	1
(3.3)	3	0.

Now, we proceed again by assigning polycontextural numbers to the 15 sign classes of $SR_{4,3}$. Since the 4 semiotic values are distributed over 8 places whose order is relevant, we need trito-numbers from the contexture T_8:

(3.3 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 3.3) ≈ 00201030 ≈ 00102030
(3.1 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 1.3) ≈ 01201030
(3.1 2.1 1.3 0.3) × (3.0 3.1 1.2 1.3) ≈ 01211030
(3.1 2.1 1.1 0.3) × (3.0 1.1 1.2 1.3) ≈ 01211130
(3.1 2.1 1.1 0.1) × (1.0 1.1 1.2 1.3) ≈ 01211131
(3.1 2.1 1.1 0.2) × (2.0 1.1 1.2 1.3) ≈ 01211132
(3.1 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 1.3) ≈ 01211230
(3.1 2.1 1.2 0.2) × (2.0 2.1 1.2 1.3) ≈ 01211232
(3.1 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 1.3) ≈ 01221030
(3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 1.3) ≈ 01221230
(3.1 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 1.3) ≈ 01221232
(3.2 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 2.3) ≈ 02201030 ≈ 01102030
(3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 2.3) ≈ 02221230 ≈ 01112130
(3.2 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 2.3) ≈ 02221232 ≈ 01112131
(3.2 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 2.3) ≈ 02221030 ≈ 01112030

We recognize that the above 15 sign classes are a **semiotic fragment** of the total possible amount of 3 × 3 × 3 × 3 = 81 tetradic-trichotomic sign classes, restricted by the trichotomic semiotic inclusion order (3.a 2.b 1.c 0.d) with a ≤

b ≤ c ≤ d. Moreover, the above 15 trito-sign classes (which interestingly correspond to the number of trito-numbers of the contexture T_4), are a polycontextural fragment of the total number of 4'140 trito-numbers of T_8.

5. By comparing the 8 pairs of dyadic relations ($DR_{2,2}$), the 10 out of 27 triadic-trichotomic sign classes ($SR_{3,3}$) and the 15 out of 81 tetradic-trichotomic sign classes ($SR_{4,3}$) with the respective 15 trito-numbers of the contexture T_4, the respective 203 trito-numbers of the contexture T_6, and the respective 4'140 trito-numbers of the contexture T_8, we come to the conclusion that there are no Peirce-numbers which are not presented in the respective contextures of trito-numbers. Generally, the index of a contexture depends only on the n-adic (and not on the n-otomic) semiotic value, whereby we found that the trito-contexture (TC) has double the index of the respective triadic value (TV) of a sign class, i.e. $TV_i = TC_{2i}$. On the other side, all sign classes (including the dyadic relations) are fragments of the respective systems of trito-numbers, whereby we have that the higher the index of a contexture increases, the smaller the number of the corresponding sign classes becomes:

Sign Classes triad. value	trich. value	Number of sign classes	Corresp. Trito-nos.*	Contexture
2	2	8**	15	T_4
3	3	10 / 27	203	T_6
4	3	15 / 81	4'140	T_8

(* = Bell numbers; ** totally 20 pairs of dyads by restriction of trichotomic semiotic inclusion)

However, if we simply would consider, e.g., the full amount of the 203 trito-numbers of T_6 as "sign relations", we would have to abolish all relational conditions for any relation to be defined as a sign relation. Moreover, in this case, there would be no difference anymore between a kenogram sequence and a sign-relation. Since kenograms are defined by abolishment of all definitory tools of what turns a relation into a sign relation (cf. Kaehr 2004, pp. 2 ss.), it follows that it is simply impossible to define any sign relations on polycontextural level. Nevertheless, we have shown that it is possible to lay the fundaments deeper than they are on the level of triadic-trichotomic semiotics of $SR_{3,3}$, whose sign classes and reality thematics exclusively belong to what Bense called the "semiotic space" (1975, pp. 64 ss.). Therefore, $SR_{4,3}$, which bridges between the semiotic and the ontological spaces by integrating the category of zeroness or quality into $SR_{3,3}$, seems to be the deepest possible level on which the sign still can be defined, the area between semiotic and ontological space, representation and presentation, subject and object. Thus $SR_{4,3}$ includes the representational-presentational bridge over the contextural border between semiotic and ontological space and hence between sign and object. "More object" and "less sign" cannot be represented in a sign relation whose minimal condition is that it be triadic and the triadic values be pairwise different (3.a 2.b 1.c). Even if we abolish the condition that a sign relation must have the trichotomic inclusion order ($a \leq b \leq c$), and thus expand the system of the 15 sign classes to the system of the 81 sign classes, the latter is still a relatively small polycontextural fragment of the contexture T_6 with its 203 trito-numbers, representing a bit more than a third of the structural complexity of their respective trito-numbers.

Literature

Andrew, Alex M., Table of the Stirling numbers of the second kind S(N, K). BCL, University of Illinois, Urbana, Technical Report No. 6, December 1965

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2004

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44/3, 2003, pp. 139-149 (2003a)

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003 (2003b)

Toth, Alfred, Strukturen thematisierter Realitäten in der polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44/4, 2004, pp. 193-198

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, The sign as relation over relations. Ch. 12 (vol. I) (2008b)

Toth, Alfred, Relational and categorial numbers. Ch. 40 (2008c)

Toth, Alfred, Semiotic covalent bonds. Ch. 20 (vol. I) (2008d)

Toth, Alfred, Tetradic, triadic, and dyadic sign classes. Ch. 44 (2008e)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

New elements of theoretical semiotics (NETS 1)

1. Recently, Professor Rudolf Kaehr has published four papers (Kaehr 2008, 2009a, b, c) in which he applies some elements of polycontextural theory to selected fundamentals of mathematical semiotics introduced by me. I have to point out that Kaehr's work on semiotics surpasses in never seen dimensions almost everything that has been elaborated in the long history of semiotics. Therefore, I have no doubt that Kaehr's studies mark the beginning of a wholly new era of formal semiotics compared to which most of the writings of the last decades will look rather poor and provisory. In the present article, I will discuss some of the new theoretical fundamentals introduced into semiotics by Kaehr.

2. As Kaehr correctly sees, the so-called "Genuine Category Class"

(3.3 2.2 1.1)

is the only sign-relation that appears in Bense's "semiotic matrix" without being a defined sign class, since sign classes (SCl) must be built upon the relational form

SCl = (3.a 2.b 1.c) with a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}

obeying the inclusive trichotomic order

($a \leq b \leq c$),

but since (3.3 2.2 1.1) has the trichotomic order ($a > b > c$), is is not considered a sign class and therefore does not figure in the list of the 10 Peircean sign classes.

Nevertheless, the Genuine Category Class has given rise to speculations about its theoretical status as well as about its applications throughout the history of theoretical semiotics. F.ex., Bense (1975, p. 93) wrote:

> "Alle diese für die (dreistufige Hauptsemiose der (neunstufigen) semiotischen Matrix charakteristischen erkenntnistheoretischen und kommunikationstheoretischen, ersichtlich auf Zeichenrelationen und Semiosen zurückführbaren Züge machen die Hauptsemiose (1.1, 2.2, 3.3) zu einer genuinen, die alle anderen möglichen Semiosen, die mit ihren stabilen Momenten in der semiotischen Matrix erkannt bzw. formuliert werden könen, **generiert** und **repräsentiert**. Sie kann daher in ihrer semiotischen Funktion, naheliegend und bei hinreichender Verallgemeinerung jenes Prinzips der Zustandsentwicklung, das Maxwell und Boltzmann für ihre Zwecke einführten, im Anschluss an die späteren Formulierungen von Planck, Takács, Lange, Chintschin u.a. als **ergodische Semiose** bezeichnet werden, um

> auszudrücken, dass ein bestimmter Abstraktionsfluss mit bestimmten relativ stabilen Abstraktionsmomenten existiert, der (relativ zur semiotischen Matrix der Gesamtheit der Semiosen und ihrer Subzeichen) als ergodischer Prozess zu beschreiben ist".

However, while there is no doubt that was Bense wrote, is true from a semantic standpoint, the formal side of generative and representative connections between the Genuine Category Class and the 10 regular sign classes is highly unclear. The Genuine Category Class is only connected to the following 6 sign classes:

(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.2 1.3), (3.2 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.3), (3.3 2.3 1.3),

so that, unlike the eigenreal sign class (3.1 2.2 1.3), which is connected to all 10 sign classes and therefore induces a "determinant-theoretic duality system" (Walther 1982), the Genuine Category Class does not induce a discriminant-theoretic duality system.

However, in a new publication (Kaehr 2009c), Kaehr has shown that it is not sufficient to introduce the three fundamental categories of triadic semiotics as single objects or morphisms, but that they must be introduced as doublets, therein containing their "hetero-morphism" or "(inner) environment":

Firstness:	Peirce:	A
	Kaehr:	A | a
Secondness:	Peirce:	$A \rightarrow B$
	Kaehr	$A \rightarrow B \mid c$
Thirdness:	Peirce:	$A \rightarrow C$
	Kaehr:	$A \rightarrow C \mid b_1 \leftarrow b_2$

An informal approach to apply this so-called diamond-concept of defining the three semiotic fundamental categories not as single morphisms, but as doublets consisting of morphisms and their hetero-morphisms, can the derived from the correspondence between the fundamental categories and the so-called semiotic functions (cf. Walther 1979, pp. 113 ss.; Toth 1997, p. 33). Although Firstness is what stands for itself, it is also the domain of Thirdness in the semiotic "application function"

$(M \Rightarrow I)$ or $((.1.) \Rightarrow (.3.))$, meaning that Firstness is what connects the whole (triadic) relation with itself (the monadic) relation, so that we can characterize Firstness with (1,3).[1]

On the other hand, Secondness is what connects Firstness with Thirdness in correspondence with the semiotic "designation function" (1,2)

$(M \Rightarrow O)$ or $((.1.) \Rightarrow (.2.))$,

and Thirdness is what connects Secondness with the whole (triadic) relation, thus with itself (2,3) in correspondence with the semiotic "denomination function"

$(O \Rightarrow I)$ or $((.2.) \Rightarrow (.3.))$.

Therefore, we obain that the monocontextural set of prime-signs

PS = {.1., .2., .3.}

corresponds to the following polycontextural set of prime-signs

$PS^* = \{(.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}\}$.

When we now have a look at Kaehr's "polycontextural semiotic 3-matrix" (Kaehr 2009c)

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

we recognize immediately that the genuine (identitive) sub-signs

$(3.3_{2,3})$, $(2,.2_{1,2})$, $(1.1_{1,3})$

---

[1] If we define a sign relation as SR = (M, (M⇒O), (O⇒I)) in Peirce's sense (followed by Walther 1979, pp. 113 ss.), consisting of a monadic, a dyadic and a triadic (part-)relation, then we omit the **fourth** part-relation (I⇒M) or (M⇒I), resp.! Therefore, the graph of SR would not be closed.

are the only sub-signs whose "indices" are identical with the "indices" of the prime-signs. Thus, the polycontextural Genuine Category Class

$(3.3_{2,3}\ 2,.2_{1,2}\ 1.1_{1,3})$

is the **generating sign relation for all the sub-signs of the semiotic matrix and therefore for all the 10 (regular) Peircean sign classes**. This astonishing and extremely important result could not be achieved before the introduction of semiotic environments based on the doublet-definition of the semiotic fundamental categories ascribing to each semiotic morphism its hetero-morphism by Kaehr (2009c).

This generating function of the polycontextural Genuine Category Class can also be shown in the polycontextural 3-matrix itself:

$$\left(\begin{array}{ccc} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ \downarrow & \uparrow & \uparrow \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ \downarrow & \downarrow & \uparrow \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{array}\right)$$

This means that the "index" (1,3) of (1.1) generates (downwards) both the "index" 1 of (2.1) and the "index" 3 of (3.1). The "index" (1,2) generates (upwards) the "index" 1 of (1.2) and (downwards) the "index" of (3.2). And the "index" (2.3) generates (upwards) both the "index" 3 of (1.3) and the "index" (2,3) of (3.3).

A more "impressionistic" characterization of the sub-signs is:

(1.2), or Secondness of Firstness, is what both connects itself and the whole and Firstness with itself, i.e. (1,3) □ (1,2) = 1.

(1.3), or Thirdness of Firstness, is what both connects itself and the whole and Secondness with itself, i.e. (1,3) □ (2,3) = 3.

(2.3), or Thirdness of Secondness, is what both connects Firstness with itself and Secondness with itself, i.e. (1,2) □ (2,3) = 2.

(2.1), (3.1), and (3.2) have the same "indices", since they are dual to the three above defined sub-signs. As already shown, the indices of the genuine or identitive (self-dual) sub-signs are identical with those of the prime-signs.

3. Polycontexturality is based on the abolition of the four basic Laws of Thinking: The Law of Identity, the Law of the Excluded Middle, The Law of Non-Contradiction and the Law of Double Negation. However, when the Law of Identity is abolished, for semiotics, it is to expect that one of its central theories, the theory of eigenreality (Bense 1992), disappears, too. Already Kaehr (2009c) has shown that the monocontextural eigenreal dual system

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3);\ (3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

does not hold anymore in the polycontextural semiotic framework based on the above polycontextural semiotic 3-matrix:

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3);\ (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$,

since through dualization, not only the sub-signs, but their "indices" are inverted as well. It follows that the 10 Peircean sign classes do not form anymore Walthers (monocontextural) "determinant-symmetric duality system" which says that each of the 10 sign classes/reality thematics is connected with every other sign class/reality thematics by at least 1 sub-sign. Since the theory of semiotic connections is based fundamentally on the concept of eigenreality, it has to be redefined, too.

However, the loss of eigenreality due to introduction of environment-contextuated sub-signs is not so unexpected as it might seem to be. Even without knowledge of the different contextures involved in the index (2.2), it is clear that in

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$,

the rhema (3.1) of the second sign class is not identical with the rhema (3.1) of the first sign class, but is identical with the dualized legi-sign of the first sign class (1.3). The same holds for the legi-sign of the second sign class which is the dualized rhema of the first sign class and not its legi-sign. This means: The "identity" between (3.1) and x(1.3) and (1.3) and x(3.1) is a pure formal one. However, this purely formal identity stands in contradiction with the assertion of semiotics that the two rhemata

$\times(3.1\ x\ y) = (3.1\ x\ y)$

are in fact rhemata and the two legi-signs

$\times(x\ y\ 1.3) = (x\ y\ 1.3)$

are in fact legi-signs and thus semantically identical, which is, as we have just shown, not true. If this would be true, than sign-sign (1.2) and icon (2.1) and symbol (2.3) and dicent (3.2) would be identical, too.

For the set of the semiotic dual-systems, the abolishment of eigenreality implicates that there is no longer a partition into the eigenreal dual-system and the one side and the other 9 dual-systems on the other side. As it is show, dualization inverts all 10 sign classes or reality thematics in exactly the same way, i.e. through inversion of not only their sub-signs but also of their environmental contextures. Thus, all 10 sign classes and reality thematics need **two dualizations** in order to regain their original structure:

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$\times$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$\times$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$\times$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$\times$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$	$\times$	$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$	$\times$	$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$	$\times$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$\times$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$	$\times$	$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$

The same holds for the polycontextural Genuine Category Class:

$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \times \quad (3.1_{3,1}\ 3.2_{2,1}\ 3.3_{3,2}) \quad \times \quad (3.3_{2,3}\ 2.3_{1,2}\ 1.3_{1,3})$

So, in the third row, every sub-sign and every environment is not only formally, but also semantically identical with the respective sub-sign and environment in the first row.

4. In chapter 2., I had already mentioned that regular sign classes are restricted through obeying the inclusive semiotic order

(3.a 2.b 1.c) with $a \leq b \leq c$.

Thus, every other order of the trichotomic values a, b, c leads to irregular sign classes. However, this restriction is one of those not so rare semiotic restrictions, which have no theoretical basis at all. Moreover, the special restriction in discussion here has not even a semantic motivation, since there is no reason, why a sign relation like, e.g.,

(3.2 2.1 1.3)

is not to be considered a (regular) sign class. An example for (2.1 1.3) is a literary metaphor, which as a metaphor is iconic (2.1) and by use of letters, i.e. conventional media, is a legi-sign (1.3). So, why should our metaphor (2.1 1.3) not be able to figure as part of a dicentic sentence, i.e. a sentence, which can be judged concerning its truth or falseness? The arbitrarily chosen German sentence

Der Zahn der Zeit hat an diesem Gebäude genagt

can surely be stated as true or false when uttered about a specific building. Generally, is does not need much fantasy to find counter-evidence against the "forbidden" (irregular) sign classes which are constructed just by the rule

(3.a 2.b 1.c) with a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}

If we construct them, we get $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ sign classes. We will note them as polycontextural sign classes, i.e. together with their contextural "indices"

$\mathbf{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})}$	$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.3_{2,3}\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$
$\mathbf{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)}$	$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.3_{2,3}\ 2.1_1\ 1.2_1)$
$\mathbf{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)}$	$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.3_{2,3}\ 2.1_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3})$	$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3})$	~~$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3})$~~
$\mathbf{(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)}$	$\mathbf{(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)}$	$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$
$\mathbf{(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)}$	$\mathbf{(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)}$	$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.1_{1,3})$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.1_{1,3})$	$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.1_{1,3})$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.2_1)$	$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.2_1)$
$\mathbf{(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)}$	$\mathbf{(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)}$	$\mathbf{(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)}$

In bold are the "regular" sign classes. **Simply by looking at the positions of the regular 10 sign classes, we recognize that they build only a sub-set or perhaps better: a fragment of the set of the 27 sign classes.** If we look at the system of the contextural "indices", this gets even clearer:

3-1-(1,3) **3-1-1** **3-1-3**	2-1-(1,3) 2-1-1 2-1-3	(2,3)-1-(1,3) (2,3)-1-1 (2,3)-1-3
3-(1,2)-(1.3) **3-(1,2)-1** **3-(1,2)-3**	2-(1,2)-(1,3) **2-(1,2)-1** **2-(1,2)-3**	~~(2,3)-(1,2)-(1,3)~~ (2,3)-(1,2)-1 (2,3)-(1,2)-3
3-2-(1,3) 3-2-1 **3-2-3**	2-2-(1,3) 2-2-1 **2-2-3**	(2,3)-2-(1,3) (2,3)-2-1 **(2,3)-2-3,**

since we recognize that each of the 3 horizontal squares has the following double-structure:

3-x-y	2-x-y	(2,3)-x-y

with

$$x = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ (1,2) \\ 2 \end{matrix} \right\} \downarrow \qquad y = \overrightarrow{\left\{ \begin{matrix} (1,3) \\ 1 \\ 3 \end{matrix} \right\}}$$

whereby, in x, (1,2) mediates between 1 and 2, and in y, (1,3) is unfolded into 1 and 3.

5. Semiotics belongs to the oldest scientific branches, although it never became so popular like, e.g., logic. However, while logic has been thoroughly formalized in the last two millennia, in semiotics, hardly anything more has been done than to produce endless and senseless discussions about the reality status of the sign (physei or thesei). Then, since the 60ies, Bense introduced formal concepts into semiotics, but he mainly saw in semiotics a branch of metamathematics rather than mathematics. The "mathematical turn" of semiotics was left for me to achieve. Although I have started in the early 80ies to try to elevate semiotics on the formal level of at least elementary mathematics, the bigger part of this work I could only publish in the last years, due to other scientific obligations. Included in these studies was the adaptation of some basic notions of Günther's polycontextural theory, which I had studied only in the 90ies. However, most semioticians - me included - have long time overseen that Günthers work has been expanded into a whole new scientific branch by his student Rudolf

Kaehr. Since Kaehr's work surpasses Günther's work both in formal accuracy and in metaphysical depth, an approximation between semiotics and polycontextural theory can only be achieved from Kaehr's and not directly from Günther's work. I am convinced that the future of semiotics lies in big parts in this common semiotic-polycontextural basis. The very few examples given in this study may be sufficient to show the enormous power that emerges from this common basis. The present author has titled this article "New elements of theoretical semiotics" and even invented the acronym "NETS" in the hope that this study will not remain alone but continued in many sequels.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, XANADU's textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009c)

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

A poly-contextural view on triadic semiotics. (NETS 2)

1. The Peircean semiotic fundamental categories can, as Kaehr (2009) has shown, be redefined by using their inner semiotic environments or hetero-morphisms:

Firstness:	Peirce:	A
	Kaehr:	$A \mid a$
Secondness:	Peirce:	$A \rightarrow B$
	Kaehr	$A \rightarrow B \mid c$
Thirdness:	Peirce:	$A \rightarrow C$
	Kaehr:	$A \rightarrow C \mid b_1 \leftarrow b_2$

If we assume that M, O, I form three semiotic contextures, we get

$M (.1.) = R(1,3)$
$O(.2.) = R(1,2)$
$I(.3.) = R(2,3)$,

which correspond to the definition of semiotic functions (cf. Walther 1979, pp. 113 ss.):

$R(1,3) \leftrightarrow R(M, I) = (M \Rightarrow I)$
$R(1,2) \leftrightarrow R(M, O) = (M \Rightarrow O)$
$R(2,3) \leftrightarrow R(O, I) = (O \Rightarrow I)$

Therefore, the Peircean "mono-contextural" set of prime-signs

$PS = \{.1., .2., .3.\}$

can be redefined, too, as a "poly-contextural" set of prime-signs

$PS^* = \{(.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}\}$.

On this basis we get, instead of the mono-contextural semiotic matrix, the following poly-contextural semiotic matrix" (Kaehr 2009):

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

2. However, as Kaehr (2009) has suggested and as it had been pointed out in Toth (2003, pp. 54 ss.), triadic semiotics has not necessarily to be built on 3 semiotic contextures, but can be constructed as fragments of 4 or more semiotic contextures. 4-contextural semiotics had been introduced extensively as pre-semiotics, embedding the Peircean triadic semiotics into tetradic semiotics containing the category (or contexture) Zeroness, already suggested in Bense (1975, pp. 45, 65 s.), in Toth (2008b). If the above triadic-3-contextural semiotic matrix is considered a fragment of a tetradic-4-contextural matrix, we get:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

In Toth (2008b), the category of Zeroness was identified with the "ontological space" introduced in Bense (1975, pp. 45 s., 65 ss.) and further developed in Stiebing (1981, 1984). Therefore, we have

(.0.) ‖ (.1., .2., .3.),

where the sign ‖ stands for the contextural border between the (categorial) object (.0.) and the sign (.1., .2., .3.).

However, as it was shown in Toth (2008c), the contextural border between the sign and its designated object is not the only transcendence involved in the sign relation. As a matter of fact, each of the three fundamental categories substitute, in a sign relation, an entity of the ontological space which is transcendent to its respective fundamental category. We thus have

(.0.) ‖ (.1., .2., .3.)

(.1.) ‖ (.0., .2., .3.)

(.2.) ‖ (.0., .1., .3.)

(.3.) ‖ (.0., .1., .2.)

Therefore, at least from a semantic standpoint, the upper border for a sign class is a 6-adic semiotics with 6 contextures as its minimum (cf. Toth 2007, pp. 186 ss.).

On the other side, if we take the above triadic 4-contextural matrix, we get the the following semiotic relations

(.0.) ‖ (.1., .2., .3.)

(.1.) ‖ (.0., .2., .3.)

(.2.) ‖ (.0., .1., .3.)

(.3.) ‖ (.0., .1., .2.)

Semantically, this means, that, if we construct the Peircean sign relation (.1., .2., .3.), we omit the categorial object. Thus, this is the normal sign relation which substitutes its object that is, therefore, transcendent to it. However, if we construct (.0., .2., .3.), (.0., .1., .3.) or (.0., .1., .2.), we omit the medium, the object, or the interpretant relation of the sign, but we abolish the basic contextural border between the sign and its designated object. I will discuss these three "abnormal" sign relations briefly:

(.1.) ‖ (.0., .2., .3.): The sign without medium, i.e. without sign-carrier. As an example, we can take Lewis Carroll's "Forest of no name": As long as Alice and the deer are in this forest, where there are no medium relations of the signs, they walk and discuss with one another. However, as soon as they get out, the deer remembers its name and can now infer the connotation "deer = shy animal", and runs frightened away (Nöth 1980, p. 75).

(.2.) ‖ (.0., .1., .3.): The sign without object, i.e. without meaning. Here, too, we have a good example in Lewis Carroll's work, this El-Dorado of pathological sign relations: The two sign-posts which direct in different directions, but at the same time to the allegedly unique object of the house of Tweedledum and Tweedledee. Nöth remarks: "Es stellt sich allerdings die Frage, ob es das durch die Wegweiser anzeigte Objekt überhaupt gibt; denn Alice trifft Tweedledum and Tweedledee nicht in einem Haus, sondern unter einem Baum stehend an" (1980, p. 74).

(.3.) ‖ (.0., .1., .2.): The sign without interpretant. Although there are at least ten different kinds of interpretant relations in Peirce's work, the primary notion of interpretant, fitting perfectly to the intuitive notion of sign, is that something is a sign *for somebody*, and therefore for a receiver in the sense of a sign obeying the communication schema. Thus, an example of a sign without interpretant is an inscription, which cannot be deciphered. Moreover, since there is no meaning in a sign relation when the interpretant is absent, we can quote as an instant here Carroll's Poem of Humpty-Dumpty to which Nöth correctly remarked: "Zwar kennt Alice das Gedicht auswendig, aber seine Bedeutung kennt sie nicht. Sie ist nicht in der Lage, die vollständige triadische Zeichenrelation herzustellen" (1980, S. 74) – denn hierzu bedürfte sie eben des Interpretantenbezugs.

3. In a work that unfortunately has not been recognized by the Stuttgart School of Semiotics, Joseph Ditterich pointed out that it is possible to consider the dyadic Saussurean sign as a sub-matrix of the triadic Peircean sign matrix (Ditterich 1990, p. 28). If we start again with the triadic matrix as a fragment of a 4-contextural semiotic matrix:

$$\left(\begin{array}{c:c:c} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ \hdashline 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ \hdashline 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{array}\right)$$

then we realize that we do not only have, like in the case of the 3-contextural triadic semiotic matrix, 1, but 3 dyadic sub-matrices:

(1 ↔ 2)
(2 ↔ 3)
(1 ↔ 3)

Considering 0, we get in addition again 3 dyadic sub-matrices:

(0 ↔ 1)
(0 ↔ 2)
(0 ↔ 3)

In other words: There is no longer one dyadic sign model associating signifiant and signifié, but there are now 6 sign models which are based on associations between the pairs of Zeroness, Firstness, Secondness and Thirdness. Hence, Saussurean semiotics is not only just a (semiotically incomplete) sub-matrix of the basal triadic Peircean sign matrix, but even as a sub-matrix nothing else but a special case of at least 6 different sub-matrices which are completely unrecognized in Saussures "semiology" and its further developments in French structuralism.

4. The following table shows the distribution of the 9 sub-signs of the semiotic matrix over 4 semiotic contextures:

1	2	3	4
1.1		1.1	1.1
1.2			1.2
		1.3	1.3
2.1			2.1
2.2	2.2		2.2
	2.3		2.3
		3.1	3.1
	3.2		3.2
	3.3	3.3	3.3

As has been already stated above, we can now, starting from a triadic semiotics considered a fragment of a 4-contextural semiotics, construct sign classes which obey the following 4 semiotic part-relations:

SR*(1) = (.1., .2., .3.)
SR*(2) = (.0., .1., .2.)
SR*(3) = (.0., .1., .3.)
SR*(4) = (.0., .2., .3.)

For the construction of the sign classes, we stick with the inclusive semiotic order

(a.b c.d e.f) with a, ..., f $\in$ {1, 2, 3} and ($b \leq d \leq f$),

thereby reducing the maximal amount of sign relations in which a, c, e are pairwise different, from $3^3 = 27$ to 10 sign classes, although this decision is questionable; cf. Kaehr (2009) and Toth (2009). For examples, cf. above, chapter 2.

4.1. Poly-contextural sign classes over SR*(1)

These are exactly the 10 Peircean sign classes plus the contextural "indices".

$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 1.1_{1,3,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 1.2_{1,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.2_{1,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.2_{1,4})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.3_{2,3,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4})$

4.2. Poly-contextural sign classes over SR*(2)

These are exactly the 10 Peircean sign classes together with the contextural "indices":

$(2.1_{1,4} \quad 1.1_{1,3,4} \quad 0.1_{1,3})$
$(2.1_{1,4} \quad 1.2_{1,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(2.1_{1,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(2.2_{1,2,4} \quad 1.2_{1,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(2.2_{1,2,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(2.2_{1,2,4} \quad 1.2_{1,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(2.2_{1,2,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2.3})$

4.3. Poly-contextural sign classes over SR*(3)

$(3.1_{3,4} \quad 1.1_{1,3,4} \quad 0.1_{1,3})$
$(3.1_{3,4} \quad 1.2_{1,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(3.1_{3,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.1_{3,4} \quad 1.2_{1,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(3.1_{3,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.1_{3,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.2_{2,4} \quad 1.2_{1,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(3.2_{2,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.2_{2,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.3_{2,3,4} \quad 1.3_{3,4} \quad 0.3_{2.3})$

4.4. Poly-contextural sign classes over SR*(4)

$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 0.1_{1,3})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 0.2_{1,2})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 0.3_{2,3})$
$(3.3_{2,3,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 0.3_{2.3})$

From the above 4 polycontextural-semiotic systems, we can also very well see what I have called the "inheritence" of the pre-semiotic trichotomies in the semiotic trichotomies (Toth 2008a, pp. 166 ss.); cf., e.g.

$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 0.1_{1,3}) \qquad\qquad (3.1_{3,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 0.2_{1,2})$

While straight lines show the inheritence of the pre-semiotic trichotomies in the semiotic trichotomie, the dashed lines show the "inheritance" (or simply, the connection) of the contextures of zeroness to/with the higher fundamental categories.

Literature

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)
Nöth, Winfried, Literatursemiotische Analysen zu Lewis Carrolls Alice-Büchern. Tübigen 1980
Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31
Stiebing, Hans Michael, „Objekte" zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlbereiche und Transzendenzen. In: In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf (2008c)
Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf (2009)
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

Connections of inner semiotic environments (NETS, 3)

1. The distinction of system and environment is crucial for cybernetics. In semiotics, this distinction has been introduced by Bense (1975, pp. 97 ss., 108 ss.). However, since there is no environment for category theoretic morphisms, in classical mathematics as well as in classical semiotics, semiotic environment, up to now, always means outer semiotic environment. Therefore, outer semiotic environment means, in accordance with the Peircean principle that no sign can appear alone, the connections between signs in the form of static sub-signs or dynamic semioses.

1.1. Example of sign connection by static sub-signs

(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.3)

1.2. Example of sign connection by dynamic semiosis

$(\underline{3.1\ 2.1}\ 1.2)$

$(\underline{3.1\ 2.1}\ 1.3)$

Note: In classical semiotics, pairs of dualized sub-signs are treated as identical, f. ex.:

$\times(3.1) = (1.3)$

On this strictly mono-contextural principle (cf. Kaehr 2009), the inner connections between sign classes and reality thematics are established, e.g.:

$(\underline{3.1}\ 2.1\ \underline{1.3}) \times (\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{1.3})$,

but consider

$(\underline{3.1}\ 2.1\ \underline{1.3}) \times (\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{1.3})$.

and not

$(\underline{3.1}\ 2.1\ \underline{1.3}) \times (\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{1.3})$.

because $\times(3.1) = (1.3)$ and $\times(1.3) = (3.1)$. Moreover, since, according to Kaehr (2009), we even have

$\times(\text{id}x) \neq (\text{id}x)$, $x \in \{1, 2, 3\}$,

it follows especially that

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) \neq (3.1\ 2.2\ 1.3)$

in contradiction with the classical-semiotic theory of eigenreality.

The reason for the disequations is that "self-identity is able to distinguish its directionality as left (lo) and right (ro) order" (Kaehr 2009, p. 2).

From the standpoint of classical semiotics, this leads to the paradoxical situation, that, from a poly-contextural standpoint, we have on the one side

$K(a.b) = K(b.a)$,

i.e. the contexture of a sub-signs (a.b) is identical with the contexture of its dualized sub-sign. However, if not only the sub-signs, but the contexture as well is dualized

$\times(K(a.b)) \neq K(b.a.)$,

we get again a disequation.

2. In order to solve the problems caused by the above disequations, Kaehr (2009) redefined the semiotic fundamental categories:

Firstness:	Peirce:	A
	Kaehr:	A | a
Secondness:	Peirce:	$A \rightarrow B$
	Kaehr	$A \rightarrow B$ | c

Thirdness: Peirce: $A \rightarrow C$

Kaehr: $A \rightarrow C \mid b_1 \leftarrow b_2$

In Kaehr's own words: "A composition is always accompanied by an environment of its morphisms. Therefore, an initial object or the number 1, firstness, is diamond theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e. (A | a). That is, as a morphism, and as a hetero-morphism. A diamond initial object is not a singular object but a doublet. Also called bi-object" (2009, p. 2).

Therefore,

PS = (.1., .2., .3.)

is the mono-contextural set of prime-signs without inner semiotic environments. Clearly, the prime-signs are not connected with one another.

However, by introducing the concept of inner semiotic environment (or hetero-morphism), we get in the case of 3-contextural PS

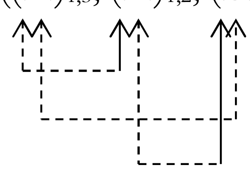
$PS_3 = ((.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3})$

and in the case of 4-contextural PS

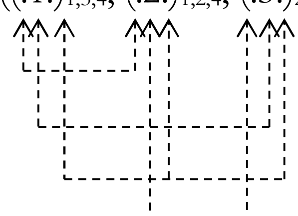
$PS_4 = ((.1.)_{1,3,4}, (.2.)_{1,2,4}, (.3.)_{2,3,4})$,

and therefore sets of prime-signs which are connected by their inner environments

$((.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3})$



$((.1.)_{1,3,4}, (.2.)_{1,2,4}, (.3.)_{2,3,4})$,



Naturally, the complexity of connections by inner semiotic environments increases with increasing number of contextures involved.

3. The sets of prime-signs are examples of connections solely by their inner semiotic environments. If we have a look at the 3-contextural triadic semiotic matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

we recognize that in each triad and in each trichotomy the sub-signs are pairwise connected by their inner semiotic environment. It follows that there are no triadic sign relations, which are not connected by their inner semiotic environment. This is especially important for sign relation which are neither connected by static sub-signs nor by dynamic semioses, f. ex.:

$3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}$ $\qquad$ $3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}$

$3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}$

The three sign classes in this example have no other than inner environmental semiotic connections.

This simple fact has tremendous consequences for the semiotic universe. Since there are pairs of sign classes which have no static nor dynamic connection, the conclusion was made in Toth (2009) that the semiotic universe is non-connected (in the topological sense). As a matter of fact, from a purely mono-contextural standpoint, the two following statements from Peirce and Karger, respectively, must appear contradictory (quotation from Toth 2009):

Walther paraphrasiert (ohne Quellenangabe des zugrunde liegendenZitats) Peirce wie folgt: "Die einzige geistige Wirkung eines Zeichens bzw. der 'letzte logische Interpretant', der kein Zeichen ist, aber allgemein beobachtet werden kann, ist ein 'Wechsel der Denkgewohnheit', wie Peirce bemerkte" (1979, S. 78). Ohne auf diese Stelle zu referieren, heisst es dann aber bei Karger: "Es ist aber so, dass eine 'Denkgewohnheit' ein Zeichen darstellt und der Wechsel zu einer neuen Denkgewohnheit ebenfalls. Es werden also Veränderungen am Zeichen erfahren, die wiederum zum Zeichen führen" (1986, S. 42).

However, from a poly-contextural standpoint, we can "save" the coexistence of the contradictory utterances, because even then, when an n-tuple of sign classes is topologically non-connected what concerns their sub-signs and/or semioses, it is necessarily connected by the internal semiotic invironments of their sub-signs and/or semioses. To put it in the form of

Theorem: Any n-tuple of sign-classes is connected by the heteromorphisms of their sub-signs involved, but not any n-tuple is necessarily connected by the morphisms of their sub-signs involved.

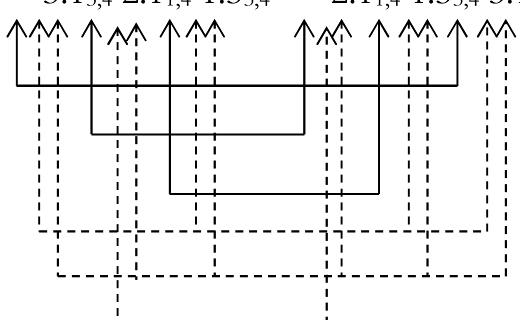
This extremely important semiotic theorem could not have found without the groundbreaking work of Rudolf Kaehr.

It therefore seems, that the change of one's habitude of mind (Wechsel der Denkgewohnheit) means indeed a loss of outer semiotic connections, but at the same time the hitherto hardly used inner semiotic connections are opening unforeseen semiotic possibilities.

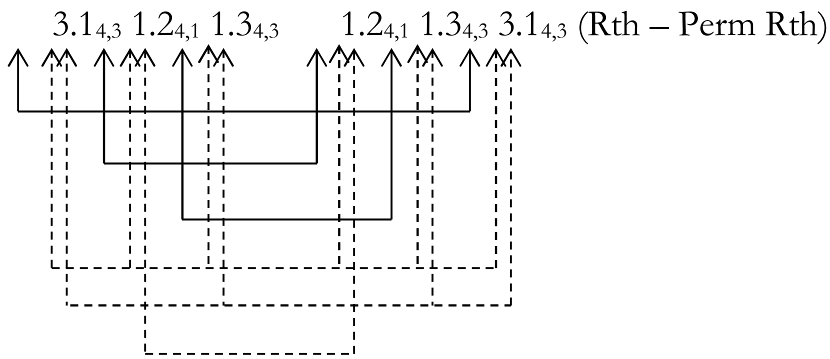
4. Concluding, I want to give some examples in order to show in which semiotic areas the introduction of semiotic connections by inner environments may be helpful. In Toth (2008) I had introduced a typology of semiotic connections between sign classes and their permutations, reality thematics and their permutations, sign classes and permutations of their reality thematics, permutations of sign classes and permutations of their reality thematics.

4.1. Connections of sign classes and permutations of sign classes

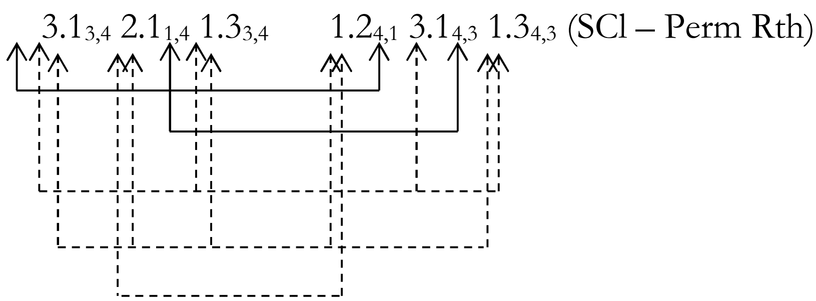
$3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4} \quad 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}\ 3.1_{3,4}$ (SCl – Perm SCl)



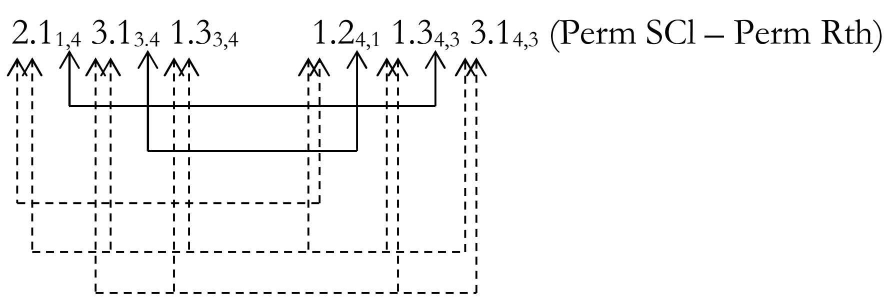
4.2. Connections of reality thematics and permutations of reality thematics



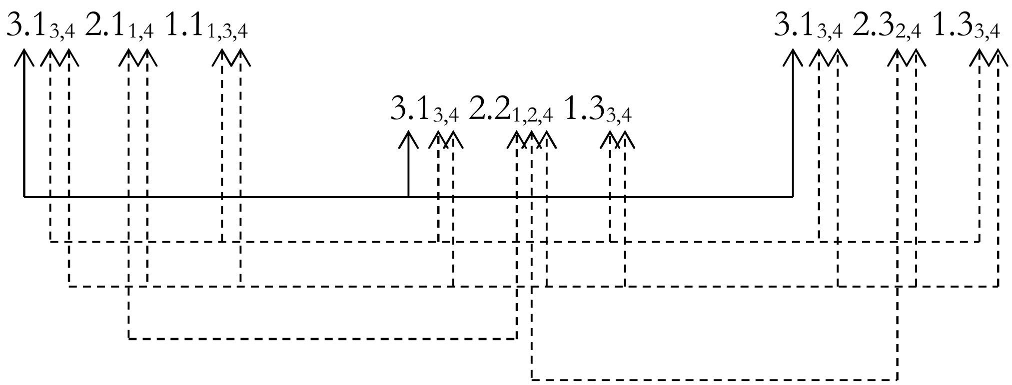
4.3. Connections of sign classes and permutations of reality thematics



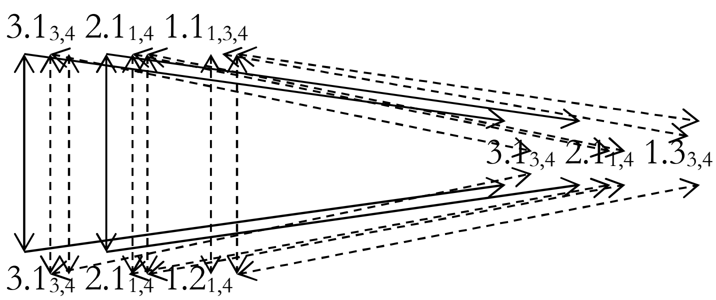
4.4. Connections of permutations of sign classes and permutations of reality thematics



4.5. Communication schemata (cf. Bense 1971, pp. 39 ss.; Toth 1993, pp. 147 ss.)



4.6. Creation schemata (cf. Bense 1976, pp. 106 ss.; Toth 1993, pp. 158 ss.)



Literature

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Karger, Angelika, Zeichen und Evolution. Köln 1986

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die semiotischen Orte des Wechsels der Denkgewohnheit. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Wechsel%20Denkgew..pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

Semiotic environment systems (NETS, 4)

1. In Bense (1975, pp. 94 ss.), we find a complex theory of semiotic environments in connection with the differentiation of virtual vs. effective triadic sign relations on the one side and the theory of pragmatic retrosemioses on the other side. Unfortunately, this theory has never even been noticed by anybody. In the present article, I will present its fundamental ideas and try to establish the connection to Kaehr's theory of "environments for transclusions in textemes" (2009b), therefore enabling to introduce both outer and inner semiotic environment systems and their interrelationships into semiotics.

2. Since contextuated sub-signs have only been introduced into semiotics by Kaehr (2009a), in semiotics, environment means always outer environment of signs. However, besides the rather trivial notion of an environment of a sign class formed by another sign class, thus meaning nothing more than sign connections, Bense (1975, pp. 97 ss.) introduced pragmatic retrosemioses of the form

$(I \Rightarrow M)$,

i.e. the so-called "application function" of the sign in the sense that, for every object O, an external interpretant I creates an M which represents this object, thereby the relation between I and M creating an outer semiotic environment of this object which is represented. Note that R(I, M) is an ordered relation to which the converse relation R(M, I) is not defined.

3. For inner semiotic environments, i.e. hetero-morphisms, we follow Kaehr (2009a, b) in assuming a triadic sign relation being a fragment of a 4-contextural sign relation. Thus,

$SR(3;4) = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

operates on the following 4-contextural 3×3 polycontextural-semiotic matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ \downarrow & \uparrow & \uparrow \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ \downarrow & \downarrow & \uparrow \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Since in heteromorphisms, the arrows are inverted, but not the prime-signs constituting the sub-signs, we get the following 9 environments for the 9 sub-signs or monadic semiotic relations (left column). In opposite, in dualization, not only the arrows, but also the order of the prime-signs of the sub-signs are inverted (right column):

$E((1.1)_{1,3,4}) = (1.1)_{4,3,1}$	$D((1.1)_{1,3,4}) = (1.1)_{4,3,1}$
$E((1.2)_{1,4}) = (1.2)_{4,1}$	$D((1.2)_{1,4}) = (2.1)_{4,1}$
$E((1.3)_{3,4}) = (1.3)_{4,3}$	$D((1.3)_{3,4}) = (3.1)_{4,3}$
$E((2.1)_{1,4}) = (2.1)_{4,1}$	$D((2.1)_{1,4}) = (1.2)_{4,1}$
$E((2.2)_{1,2,4}) = (2.2)_{4,2,1}$	$D((2.2)_{1,2,4}) = (2.2)_{4,2,1}$
$E((2.3)_{2,4}) = (2.3)_{4,2}$	$D((2.3)_{2,4}) = (3.2)_{4,2}$
$E((3.1)_{3,4}) = (3.1)_{4,3}$	$D((3.1)_{3,4}) = (1.3)_{4,3}$
$E((3.2)_{2,4}) = (3.2)_{4,2}$	$D((3.2)_{2,4}) = (2.3)_{4,2}$
$E((3.3)_{2,3,4}) = (3.3)_{4,3,2}$	$D((3.3)_{2,3,4}) = (3.3)_{4,3,2}$

4. For outer semiotic environments, we follow Bense (1975, pp. 97 ss.). Therefore, every sub-sign (a.b) can be embedded into an application relation depending on the value of its trichotomy (.b). Because we stick with the semiotic inclusion order that every sign class (3.a 2.b 1.c) must obey the order ($a \leq b \leq c$), it follows, that, if (.b) = 1, we have 3 application relations, if (.b) = 2, we have 2 application relations, and, if (.b) = 3, we have 1 application relation. In the following, we show that, for every application relation, we can establish a system of 4 outer semiotic environments on the basis of Bense's pragmatic retrosemioses:

$U((1.1)_{1,3,4}) = (((3.1)_{3,4}) \Rightarrow (1.1)_{4,3,1}))$
$U((1.1)_{1,3,4}) = (((3.1)_{4,3}) \Rightarrow (1.1)_{4,3,1}))$

$U((1.1)_{4,3,1}) = (((3.1)_{3,4}) \Rightarrow (1.1)_{1,3,4}))$
$U((1.1)_{4,3,1}) = (((3.1)_{4,3}) \Rightarrow (1.1)_{1,3,4}))$

5. For the dual reality thematics of each sign class, we therefore get the following system of 4 outer semiotic environments:

$UD((1.1)_{1,3,4}) = (((1.3)_{4,3}) \Rightarrow (1.1)_{4,3,1}))$
$UD((1.1)_{1,3,4}) = (((1.3)_{3,4}) \Rightarrow (1.1)_{4,3,1}))$

$UD((1.1)_{4,3,1}) = (((1.3)_{4,3}) \Rightarrow (1.1)_{1,3,4}))$
$UD((1.1)_{4,3,1}) = (((1.3)_{3,4}) \Rightarrow (1.1)_{1,3,4}))$

6. We can finally ask if it makes sense to introduce, besides UD, the notion of the outer semiotic environment of an inner semiotic environment, UE. In doing so, we get

$UE((1.1)_{1,3,4}) = (((3.1)_{3,4}) \Rightarrow (1.1)_{4,3,1}))$
$UE((1.1)_{1,3,4}) = (((3.1)_{4,3}) \Rightarrow (1.1)_{4,3,1}))$

$UE((1.1)_{4,3,1}) = (((3.1)_{3,4}) \Rightarrow (1.1)_{1,3,4}))$
$UE((1.1)_{4,3,1}) = (((3.1)_{4,3}) \Rightarrow (1.1)_{1,3,4}))$.

As we reciognize easily, it is

$UE((a.b)_{i,jk/\varnothing}) = U((a.b)_{i,jk/\varnothing})$ (i, j, k ∈ {1, 2, 3, 4})

This is quite an astonishing result, which we will formulate in the following semiotic theorem:

Theorem: The inner semiotic environment is already produced by the outer semiotic environment.

7. So far, we have seen that the contextural "index" of a sub-sign (a.b) in 4 contextures

$(a.b.c)_{i,jk/\varnothing}$ (i, j, k ∈ {1, 2, 3, 4})

is either

i, j, k ("morphismic form")

or
k, j, i ("heteromorphismic form")

The heteromorphismic form appears, when a sub-sign is operated by operators E and D.

Obviously, for binary "indices" (i, k), (k, i), E and D as semiotic operators are sufficient. However, what is the semiotic meaning of the 6 possible permutations of the ternary "indices" (i, k, k):

1. (i, j, k)
2. (i, k, j)
3. (j, i, k)

4. (j, k, i)
5. (k, i, j)
6. (k, j, i)

Besides (i, j, k) and (k, j, i) we have

2. (i, k, j) which corresponds to the semiotic order of the prime-signs (M, I, O). This order corresponds to the semiotic creation schema introduced by Peirce (cf. Peirce 1976) an formalized by Bense (1976, pp. 110 ss.).

3. (j, i, k) which corresponds to the semiotic order of the prime-signs (O, M, I). This order corresponds to the semiotic communication schema introduced by Bense (1971, pp. 38 ss.) which O corresponding to the sender, M to the channel and I to the receiver of an elementary communication schema.

4. (j, k, i) which corresponds to the semiotic order of the prime-signs (O, I, M). This is the reality thematics of the semiotic creation schema (i, k, j).

5. (k, i, j) which corresponds to the semiotic order of the prime-signs (I, M, O). This is the reality thematics of the semiotic communication schema (j, i, k).

Therefore, all 6 order of the polycontextural-semiotic "indices" have a clear pragmatic definition. Thus, we can state that while

SR(M, O, I) = <[1,3,4], [1,2,4], [2,3,4])>

is the generativ-semiosic order of the sign relation (M, O, I) and

SR(M, O, I)° = <[4,3,2], [4,2,1], [4,3,1]>
ist the respective order of the dual reality thematics (I, O, M),

semiotic communication schemata can be assigned to the following two ordered sets of polycontextural-semiotic "indices"

SR(O, M, I) = <[1,2,4], [1,3,4], [2,3,4]>

SR(O, M, I)° = <[4,3,2], [4,3,1], [4,2,1]>,

and semiotic creation schemata can be assigned to

SR(M, I, O) = <[1,3,4], [2,3,4], [1,2,4]>

SR(M, I, O)° = <[4,2,1], [4,3,2], [4,3,1]>

Therefore, taking the notion of semiotic environment in its biggest possible sense, we can state that communication and creation are just special forms of environment structures of the sign model rather than practical application of cybernetic systems onto semiotics.

Literature

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/CCR/2009/02/xanadus-textems.html (2009b)

Peirce, Charles Sanders, Analysis of creation. In: Semiosis 2, 1976, pp. 5-9

Permutations of sign classes and of inner semiotic environments (NETS, 5)

1. In Toth (2008a, pp. 177 ss.), I introduced permutations of sign classes into semiotics. In classical, semiotics, a sign class always appears in the following order of its triads:

SCl = (3.a 2.b 1.c), i.e. I, O, M,

while its dual reality thematics appears in the converse order

Rth = SCl° = (c.1 b.2 a.3), i.e. M, O, I.

However, in Bense (1971, pp. 38 ss.) semiotic communication schemata obeying the order

CoSch = (2.b 1.c 3.a), i.e. OMI

and in Bense (1976, pp. 110 ss.) semiotic creation schemata obeying the order

CrSch = (3.a 1.c 2.b), i.e. IMO

have been introduced. Thus, together with the converse relation of CoSch and CrSch,

CoSch° = (a.3 c.1 b.2), i.e. IMO
CrSch° = (b.2 c.1 a.3), i.e. OMI,

we have all 6 order types of triadic semiotic relations:

(3.a 2.b 1.c)	×	(c.1 b.2 a.3)	IOM × MOI (1)
(3.a 1.c 2.b)	×	(b.2 c.1 a.3)	IMO × OMI (2)
(2.b 1.c 3.a)	×	(a.3 c.1 b.2)	OMI × IMO (2°)
(2.b 3.a 1.c)	×	(c.1 a.3 b.2)	OIM × MIO (3)
(1.c 3.a 2.b)	×	(b.2 a.3 c.1)	MIO × OIM (3°)

and thus all possible permutations of a sign class and its reality thematic.

2. According to Kaehr (2009, p. 8), the main diagonal of the 3-contextural semiotic matrix is

$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3})$

and the main diagonal of the 3-contextural semiotic matrix as a fragment of a 4-contextural matrix is

$(3.3_{2,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.1_{1,3,4})$.

Therefore, we have to redefine a sign class with inner semiotic environments as

SCl+ = $(3.a_{a,b,c}\ 2.b_{d,e,f}\ 1.c_{g,h,i})$, with a, ..., i ∈ {∅, 1, 2, 3, 4}

However, in addition to the 6 permutations of a sign class, we get now 6 permutations of each sub-sign of each sign class:

$(x.y)_{a,b,c}$
$(x.y)_{a,c,b}$
$(x.y)_{b,a,c}$
$(x.y)_{b,c,a}$
$(x.y)_{c,a,b}$
$(x.y)_{c,ba,}$

with x, y ∈ {1, 2, 3} and a, b, c ∈ {∅, 1, 2, 3, 4}.

Since each of the 3 sub-signs of a sign class can appear in 6 permutations, we get, purely theoretically, $6^3 = 216$ permutations of inner semiotic environments per sign class. However, only the genuine sub-signs (identitive morphisms) (1.1), (2.2), (3.3) have 3 indices unequal to, and they appear only in the following 6 sign classes:

(3.1 2.1 1.1)	(3.1 2.2 1.2)	(3.3 2.2 1.1)
	(3.1 2.2 1.3)	
	(3.2 2.2 1.2)	
	(3.2 2.2 1.3),	

so that we have a total of 6 times 216 = 1'296 sign classes. Further, the remaining 4 sign classes have 2 indices, so they can appear in only 6 times $2^3 = 48$ combination, which yields 4 times 48 = 192 sign classes. Thus, the total is 1'296 + 192 = 1'488 combinations of permutations of sign classes plus inner semiotic environments. If we further add the dual reality thematics, we have at the end 2'976 combinations of semiotic dual systems, which of course go far beyond the representative power of the system of the classical 10 Peircean sign classes.

3. Let us take, for the sake of simplicity, as an example the 4-contextural Peircean sign class

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$.

The 6 permutations with constant semiotic environments are

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$ $(2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}\ 3.1_{3,4})$
$(3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4}\ 2.1_{1,4})$ $(1.3_{3,4}\ 3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4})$
$(2.1_{1,4}\ 3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4})$ $(1.3_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 3.1_{3,4})$

Now, each of these 6 permutations can be permutated again to $2^3 = 8$ combinations of inner semiotic environments:

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$ $(3.1_{4,3}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{4,1}\ 1.3_{3,4})$ $(3.1_{4,3}\ 2.1_{4,1}\ 1.3_{3,4})$
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{4,3})$ $(3.1_{4,3}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{4,1}\ 1.3_{4,3})$ $(3.1_{4,3}\ 2.1_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

$(3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4}\ 2.1_{1,4})$ $(3.1_{4,3}\ 1.3_{3,4}\ 2.1_{1,4})$
$(3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4}\ 2.1_{4,1})$ $(3.1_{4,3}\ 1.3_{3,4}\ 2.1_{4,1})$
$(3.1_{3,4}\ 1.3_{4,3}\ 2.1_{1,4})$ $(3.1_{4,3}\ 1.3_{4,3}\ 2.1_{1,4})$
$(3.1_{3,4}\ 1.3_{4,3}\ 2.1_{4,1})$ $(3.1_{4,3}\ 1.3_{4,3}\ 2.1_{4,1})$

$(2.1_{1,4}\ 3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4})$ $(2.1_{1,4}\ 3.1_{4,3}\ 1.3_{3,4})$
$(2.1_{4,1}\ 3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4})$ $(2.1_{4,1}\ 3.1_{4,3}\ 1.3_{3,4})$
$(2.1_{1,4}\ 3.1_{3,4}\ 1.3_{4,3})$ $(2.1_{1,4}\ 3.1_{4,3}\ 1.3_{4,3})$
$(2.1_{4,1}\ 3.1_{3,4}\ 1.3_{4,3})$ $(2.1_{4,1}\ 3.1_{4,3}\ 1.3_{4,3})$

$(2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}\ 3.1_{3,4})$ $(2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}\ 3.1_{4,3})$
$(2.1_{4,1}\ 1.3_{3,4}\ 3.1_{3,4})$ $(2.1_{4,1}\ 1.3_{3,4}\ 3.1_{4,3})$
$(2.1_{1,4}\ 1.3_{4,3}\ 3.1_{3,4})$ $(2.1_{1,4}\ 1.3_{4,3}\ 3.1_{4,3})$
$(2.1_{4,1}\ 1.3_{4,3}\ 3.1_{3,4})$ $(2.1_{4,1}\ 1.3_{4,3}\ 3.1_{4,3})$

$(1.3_{3,4}\ 3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4})$ $(1.3_{3,4}\ 3.1_{4,3}\ 2.1_{1,4})$
$(1.3_{3,4}\ 3.1_{3,4}\ 2.1_{4,1})$ $(1.3_{3,4}\ 3.1_{4,3}\ 2.1_{4,1})$
$(1.3_{4,3}\ 3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4})$ $(1.3_{4,3}\ 3.1_{4,3}\ 2.1_{1,4})$
$(1.3_{4,3}\ 3.1_{3,4}\ 2.1_{4,1})$ $(1.3_{4,3}\ 3.1_{4,3}\ 2.1_{4,1})$

$(1.3_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 3.1_{3,4})$ $(1.3_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 3.1_{4,3})$
$(1.3_{3,4}\ 2.1_{4,1}\ 3.1_{3,4})$ $(1.3_{3,4}\ 2.1_{4,1}\ 3.1_{4,3})$
$(1.3_{4,3}\ 2.1_{1,4}\ 3.1_{3,4})$ $(1.3_{4,3}\ 2.1_{1,4}\ 3.1_{4,3})$
$(1.3_{4,3}\ 2.1_{4,1}\ 3.1_{3,4})$ $(1.3_{4,3}\ 2.1_{4,1}\ 3.1_{4,3})$

However, these 48 permutations of the original sign class $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$ must be assigned a semiotic interpretation, since, unlike, e.g., in the case of the negation cycles in polycontextural logic, in semiotics, we deal with meaning and sense and not exclusively with the sign as a medium. In order interpret the combinations of inner semiotic environments, we can recur to Günther's logical-semiotic triadic sign model (1976, pp. 336 ss.), in which we have the following correspondences:

M ≡ (.1.) → objective subject (oS)
O ≡ (.2.) → objective object (oO)
I ≡ (.3.) → subjective subject (sS)

Additionally, in Toth (2008b, *passim*), the still lacking combination of subjective object was ascribed to the "quality" of Zeroness (for motivation cf. Kronthaler 1992):

Q ≡ (.0.) → subjective object (sO)

In Kaehr's contextuated semiotic matrix (2009, p. 8), Fourthness (.4.) stands for what we have introduced as Zeroness (.0.). Therefore, if we use the above abbreviations for the logical-semiotic functions, we can rewrite our 48 combinations of the sign class $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$ as follows:

$(3.1_{\mathrm{sS,\ sO}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$
$(3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$
$(3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sO\ sS}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sO\ sS}})$
$(3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}}\ 1.3_{\mathrm{sO,\ sS}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}}\ 1.3_{\mathrm{sO,\ sS}})$

$(3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}})$
$(3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}})$
$(3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 1.3_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{oS,sO}})$
$(3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}})$ $(3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 1.3_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 2.1_{\mathrm{sO,\ oS}})$

$(2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$ $(2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$
$(2.1_{\mathrm{sO,\ oS}}\ 3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$ $(2.1_{\mathrm{sO,\ oS}}\ 3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 1.3_{\mathrm{sS,sO}})$
$(2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 3.1_{\mathrm{sS,sO}}\ 1.3_{\mathrm{sO\ sS}})$ $(2.1_{\mathrm{oS,sO}}\ 3.1_{\mathrm{sO,\ sS}}\ 1.3_{\mathrm{sO,\ sS}})$

$(2.1_{sO, oS}\ 3.1_{sS,sO}\ 1.3_{sO, sS})$ $(2.1_{sO, oS}\ 3.1_{sO, sS}\ 1.3_{sO, sS})$

$(2.1_{oS,sO}\ 1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sS,sO})$ $(2.1_{oS,sO}\ 1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sO, sS})$
$(2.1_{sO, oS}\ 1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sS,sO})$ $(2.1_{sO, oS}\ 1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sO, sS})$
$(2.1_{oS,sO}\ 1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sS,sO})$ $(2.1_{oS,sO}\ 1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sO, sS})$
$(2.1_{sO, oS}\ 1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sS,sO})$ $(2.1_{sO, oS}\ 1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sO, sS})$

$(1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sS,sO}\ 2.1_{oS,sO})$ $(1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sO, sS}\ 2.1_{oS,sO})$
$(1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sS,sO}\ 2.1_{sO, oS})$ $(1.3_{sS,sO}\ 3.1_{sO, sS}\ 2.1_{sO, oS})$
$(1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sS,sO}\ 2.1_{oS,sO})$ $(1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sO, sS}\ 2.1_{oS,sO})$
$(1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sS,sO}\ 2.1_{sO, oS})$ $(1.3_{sO, sS}\ 3.1_{sO, sS}\ 2.1_{sO, oS})$

$(1.3_{sS,sO}\ 2.1_{oS,sO}\ 3.1_{sS,sO})$ $(1.3_{sS,sO}\ 2.1_{oS,sO}\ 3.1_{sO, sS})$
$(1.3_{sS,sO}\ 2.1_{sO, oS}\ 3.1_{sS,sO})$ $(1.3_{sS,sO}\ 2.1_{sO, oS}\ 3.1_{sO, sS})$
$(1.3_{sO, sS}\ 2.1_{oS,sO}\ 3.1_{sS,sO})$ $(1.3_{sO, sS}\ 2.1_{oS,sO}\ 3.1_{sO, sS})$
$(1.3_{sO, sS}\ 2.1_{sO, oS}\ 3.1_{sS,sO})$ $(1.3_{sO, sS}\ 2.1_{sO, oS}\ 3.1_{sO, sS})$

Literature

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Vol. 1. Hamburg 1976
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html
Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68,. 1992, S. 282-302
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2008b)

A poly-contextural view on eigenreality (NETS, 6)

1. According to Bense (1992), amongst the 10 Peircean sign classes and reality thematics, there is just one sign class, whose dual reality thematic is identical with the sign class:

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

For the other 9 sign classes, we have

$x(3.a\ 2.b\ 1.c) \neq (3.a\ 2.b\ 1.c)$ with $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$,

f. ex.

$\times(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 1.2\ 1.3)$.

However, as has been pointed out earlier

$(3.1) \neq \times(1.3)$, $(1.3) \neq \times(3.1)$

and even

$(2.2) \neq \times(2.2)$ (Kaehr 2009, p.12),

which means that there is a semiotic difference between the rhema and the dualized legi-sign and between the legi-sign and the dualized rhema, as well as between the dualization of genuine sub-signs (identitive morphisms). This is, by the way, already a result from Bense's use of the Möbius band as a model for the eigenreal sign class: one turn, and one is at the same place, but on the opposite side of the ribbon. However, the consequences of this fact have not been taken care of in semiotics up to know.

2. Using Kaehr's polycontextural-semiotic 3-matrix, things get quickly clearer. So, the eigenreal sign class appears in the form

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$,
i.e.

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$, although in 3 contextures, the differences between $\times(3.1)$ and (1.3), and $\times(1.3)$ and (3.1), respectively, do not come out yet. However, if we take 4 contextures (and thus triadic semiotics as a fragment of a 4-contextural semiotics, cf. Toth 2003, pp. 54 ss.), we get

$\times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$.

The result: In all semiotic contextures > 1, there is no eigenreality. As a matter of fact, there is not even eigenreality in the contexture 1, because of the semiotic difference between between $\times(3.1)$ and (1.3), and $\times(1.3)$ and (3.1), and possibly (2.2) and (2.2) – although identity still holds in a 1-contextural semiotics.

2. However, as it was pointed out already in Toth (2008), it is possible to produce eigenreality artificially. However, in the case of 4-contextural

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$,

we have two two-digit indices and one three-digit index. It follows, that we need two operators to produce eigenreality on the level of inner semiotic environments. Operators that work on two-digit indices are binary, like negation in logic, so they cause no problem. For our purpose, we can use Bense's operation of dualization:

$\times[3,4] = [4,3]$.

However, $\times$ is only capable of converting the order of a whole sequence of indices:

$\times[1,2,4] = [4,2,1]$,

but $\times$ cannot produce [1,4,2], [2,1,4], [2,4,1], and [4,1,2]. Therefore, we rename the dualization operation "$\times_1$" and define $\times_2$ as trialization, moving the last digit of a sequence of indices to the beginning of the sequence, f. ex.

$\times_2[1,2,4] = [4,1,2]$.

Then, we obtain, e.g.

$\times_1(124) = (421)$, $\times_1(421) = (124)$, i.e. $\times_1\times_1(124) = (124)$

$\times_2(124) = (241)$, $\times_2(241) = (412)$, $\times_2(412) = (124)$, i.e. $\times_2\times_2\times_2(124) = (124)$
$\times_1\times_2(124) = (142)$

$\times_2\times_1(124) = (214)$
$\times_1\times_2\times_2(124) = \times_2\times_1(124)$
$\times_2\times_2\times_1 = \times_1\times_2(124)$
$\times_1\times_2\times_1(124) = \times_1\times_2(124)$
$\times_2\times_1\times_2(124) = (421)$, and so on.

Therefore, we can now produce all 6 permutations of a three-digit sequence like [1,2,4] by aid of the dualization $\times_1$ and the trialization $\times_2$. Since we are up to artificially produce eigenreality, the question is: How can we produce [1,2,4]?

Because of $\times_1$ $(2.2_{1,2,4}) = (2.2_{4,2,1})$, we need odd cycles of trialization. However, for (3.1) and (1.3), dualization (with even cycles) is sufficient. What we thus have to introduce are field restrictions (cf., e.g., Menne 1991, pp. 141, 151) for the two classes of operators:

$\times_1\times_1$ $[3.1_{3,4}, 1.3_{3,4}]$, $\times_1\times_2\times_2[2.2_{1,2,4}]$ $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$
$\times_1\times_1$ $[3.1_{3,4}, 1.3_{3,4}]$, $\times_2\times_2\times_2[2.2_{1,2,4}]$ $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$

Therefore, these are the two easiest ways to produce eigenreality by aid of 1 binary and two ternary operators. Concluding, note that by aid of the method presented in Toth (2008), it is possible to turn every sign class into an eigenreal sign class – as long as inner semiotic environments are not been taken into account. However, by aid of the two operators $\times_1$ and $\times_2$, it is possible to turn all those sign classes into eigenreal sign classes which contain a genuine (identitive) sub-sign, thus six of the ten Peircean sign classes. For the other four sign classes, things are even easier, since there we have to deal solely with two-digit indices for which we do not need trialization. Thus, the first conclusion of this study (together with Toth 2008) is that every sign class, mono- or poly-contextural, can be turned into an eigenreal sign class. However, this result goes hand in hand with the second conclusion that eigenreality is an artificial and superfluous semiotic feature which has no relevance at all.

Literature

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html
Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2nd ed. Darmstadt 1991
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Künstlich erzeugte Eigenrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/kuenstl.%20erz.%20ER.pdf (2008)

Semiotic contextural values (NETS, 7)

1. Semiotics is a system, which is practically exclusively based on ordinal numbers. For example, the triadic relation is based on the concept of prime-signs in which the generative semiosic relation parallels the successor relation of Peano numbers (cf. Bense 1975, pp. 168 ss.; 1983, pp. 192 ss.). However, in 1980, Angelika Karger introduced a measure into semiotics based on cardinal numbers, the representation values. The representation value of any semiotic relation is calculated simply by adding the values of the prime-signs of which the relation is constructed, f. ex.

RV(2.1) = RV(1.2) = 3
RV(3.1 2.2 1.3) = RV(3.2 2.2 1.2) = 12
RV(3.3 2.3 1.3) = 15

Of course, the dual reality thematics of the sign classes as well as their permutations have the same representation value.

2. In this paper, I want to introduce a second semiotic measure based on cardinal numbers, the contextural values. According to Kaehr (2009), each sub-sign of the semiotic 3×3-matrix can be assigned a contextural index. The mapping of contextural indices to sub-signs is bijective; dual sub-signs get the same contextural index. However, the indices vary according to the contextures. E.g., the semiotic 3×3-matrix can be given for 3 or 4 contextures:

3-contextural 3×3-matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

4-contextural 3×3-matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

We now define the contextural value (CV) of a semiotic relation as the sum of the contextural indices of this relation, f. ex.

CV(1.1) = 1+3+4 = 8
CV(1.2) = CV(2.1) = 1+4 = 5
CV(3.1 2.2 1.3) = 21

3. We can now compare the representation and the contextural values for all 10 Peircean sign classes. We will assume as basis the 4-contextural 3×3-matrix:

$(3.1_{3,4}\ \ 2.1_{1,4}\ \ 1.2_{1,4})$ Kw = 17 Rpw = 10

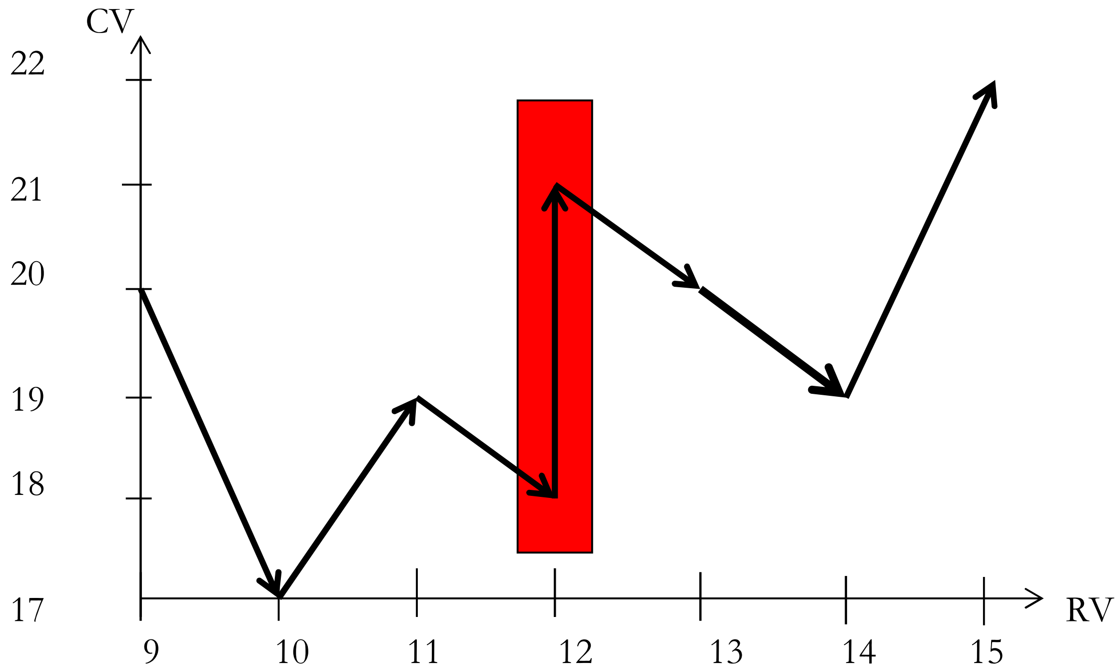
$(3.1_{3,4}\ \ 2.1_{1,4}\ \ 1.3_{3,4})$ Kw = 19 Rpw = 11
$(3.1_{3,4}\ \ 2.2_{1,2,4}\ \ 1.2_{1,4})$ Kw = 19 Rpw = 11
$(3.1_{3,4}\ \ 2.2_{1,2,4}\ \ 1.3_{3,4})$ Kw = 19 Rpw = 12
$(3.2_{2,4}\ \ 2.3_{2,4}\ \ 1.3_{3,4})$ Kw = 19 Rpw = 14

$(3.2_{2,4}\ \ 2.2_{1,2,4}\ \ 1.2_{1,4})$ Kw = 18 Rpw = 12

$(3.1_{3,4}\ \ 2.1_{1,4}\ \ 1.1_{1,3,4})$ Kw = 20 Rpw = 9
$(3.1_{3,4}\ \ 2.3_{2,4}\ \ 1.3_{3,4})$ Kw = 20 Rpw = 13
$(3.2_{2,4}\ \ 2.2_{1,2,4}\ \ 1.3_{3,4})$ Kw = 20 Rpw = 13

$(3.3_{2,3,4}\ \ 2.3_{2,4}\ \ 1.3_{3,4})$ Kw = 22 Rpw = 15

We can now display the interrelationship between the representation and the contextural values for the 10 sign classes in the following diagram:



Although there is no eigenreality in a poly-contextural semiotics (cf. Toth 2009) and thereby no direct connection between the "complete object" (3.2 2.2 1.2) and the "esthetic object" (3.1 2.2 1.3), as it has been pointed out in Bense (1992), there seems to be a connection between these two sign classes due to the fact that they are the only two sign classes, which have the same representation value, but lie in two different contextures.

Literature

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Karger, Angelika, Über Repräsentationswerte. In: Semiosis 17/18, 1980, pp. 23-29
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)
Toth, Alfred, A poly-contextural view on eigenreality. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS6.pdf (2009)

Reference in poly-contextural semiotics (NETS, 8)

1. Semiotic reference has already been treated thoroughly in Toth (2008a, b), but in a strictly mono-contextural semiotic frame. In this paper, I will use poly-contextural semiotics as introduced by Kaehr (2009) and in other papers.

2. The basic idea of turning mono-contextural into poly-contextural semiotics is the notion of inner semiotic environment. Every sub-sign of the semiotic matrix, an environment in the form of contextural indices is assigned. Dual sub-signs get the same indices as long as they are in the same matrix. In Toth (2009), it was shown that in a 4-contextural semiotics, the 4 contextures can be ascribed, on the basis of Günther (1976, pp. 336 ss.), to the four combinations of subject and object in a 4-contextural logic:

M ≡ (.1.) ≡	objective subject (oS):	thou/you
O ≡ (.2.) ≡	objective object (oO):	it
I ≡ (.3.) ≡	subjective subject (sS):	me/we
Q ≡ (.4.) ≡	subjective object (sO):	he, she/they

However, from the 4! = 256 possible combinations of these logical-semiotic relations, in a 4×4 4-contextural semiotic matrix, only 16 are semiotically represented:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,3} & 1.3_{1,4} & 1.4_{3,4} \\ 2.1_{1,3} & 2.2_{1,2,3} & 2.3_{1,2} & 2.4_{2,3} \\ 3.1_{1,4} & 3.2_{1,2} & 3.3_{1,2,4} & 3.4_{2,4} \\ 4.1_{3,.4} & 4.2_{2,3} & 4.3_{2,4} & 4.4_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Therefore, we can write the semiotic in form of the semiotically represented logical-semiotic relations:

$$\begin{pmatrix} oS/sS/sO & oS/sS & oS/sO & sS/sO \\ oS/sS & oS/oO/sS & oS/oO & oO/sS \\ oS/sO & oS/oO & oS/oO/sO & oO/sO \\ sS/sO & oO/sS & oO/sO & oO/sS/sO \end{pmatrix}$$

Therefore, the 35 possible tetradic sign classes (cf. also Toth 2007, pp. 216 ss.)

(4.1 3.1 2.1 1.1)
(4.1 3.1 2.1 1.2)
(4.1 3.1 2.1 1.3)
(4.1 3.1 2.1 1.4)

(4.1 3.1 2.2 1.2) (4.1 3.2 2.2 1.2)
(4.1 3.1 2.2 1.3) (4.1 3.2 2.2 1.3)
(4.1 3.1 2.2 1.4) (4.1 3.2 2.2 1.4)

(4.1 3.1 2.3 1.3) (4.1 3.2 2.3 1.3) (4.1 3.3 2.3 1.3)
(4.1 3.1 2.3 1.4) (4.1 3.2 2.3 1.4) (4.1 3.3 2.3 1.4)

(4.1 3.1 2.4 1.4) (4.1 3.2 2.4 1.4) (4.1 3.3 2.4 1.4) (4.1 3.4 2.4 1.4)

(4.2 3.2 2.2 1.2)
(4.2 3.2 2.2 1.3)
(4.2 3.2 2.2 1.4)

(4.2 3.2 2.3 1.3) (4.2 3.3 2.3 1.3)
(4.2 3.2 2.3 1.4) (4.2 3.3 2.3 1.4)

(4.2 3.2 2.4 1.4) (4.2 3.3 2.4 1.4) (4.2 3.4 2.4 1.4)

(4.3 3.3 2.3 1.3)
(4.3 3.3 2.3 1.4) (4.3 3.3 2.4 1.4) (4.3 3.4 2.4 1.4) (4.4 3.4 2.4 1.4)

can be rewritten, in a first step, as classes of semiotic indices (of inner environments)

(3,4 1,4 1,3 1,3,4)
(3,4 1,4 1,3 1,3)
(3,4 1,4 1,3 1,4)
(3,4 1,4 1,3 3,4)

(3,4 1,4 1,2,3 1,3) (3,4 1,2 1,2,3 1,3)
(3,4 1,4 1,2,3 1,4) (3,4 1,2 1,2,3 1,4)
(3,4 1,4 1,2,3 3,4) (3,4 1,2 1,2,3 3,4)

(3,4 1,4 1,2 1,4) (3,4 1,2 1,2 1,4) (3,4 1,2,4 1,2 1,4)
(3,4 1,4 1,2 3,4) (3,4 1,2 1,2 3,4) (3,4 1,2,4 1,2 3,4)

(3,4 1,4 2,3 3,4) (3,4 1,2 2,3 3,4) (3,4 1,2,4 2,3 3,4) (3,4 2,4 2,3 3,4)

(3,2 1,2 1,2,3 1,3)
(3,2 1,2 1,2,3 1,4)
(3,2 1,2 1,2,3 3,4)

(3,2 1,2 1,2 1,4) (3,2 1,2,4 1,2 1,4)
(3,2 1,2 1,2 3,4) (3,2 1,2,4 1,2 3,4)

(3,2 1,2 2,3 3,4) (3,2 1,2,4 2,3 3,4) (3,2 2,4 2,3 3,4)

(2,4 1,2,4 1,2 1,4)
(2,4 1,2,4 1,2 3,4) (2,4 1,2,4 2,3 3,4) (2,4 2,4 2,3 3,4) (2,3,4 2,4 2,3 3,4)

and in a second and last step as classes of logical-semiotic relations

(sS,sO oS,sO oS,sS oS,sS,sO)
(sS,sO oS,sO oS,sS oS,sS)
(sS,sO oS,sO oS,sS oS,sO)
(sS,sO oS,sO oS,sS sS,sO)

(sS,sO oS,sO oS,oO,sS oS,sS) (sS,sO oS,oO oS,oO,sS oS,sS)
(sS,sO oS,sO oS,oO,sS oS,sO) (sS,sO oS,oO oS,oO,sS oS,sO)
(sS,sO oS,sO oS,oO,sS sS,sO) (sS,sO oS,oO oS,oO,sS sS,sO)

(sS,sO oS,sO oS,oO oS,sO) (sS,sO oS,oO oS,oO oS,sO)
(sS,sO oS,oO,sO oS,oO oS,sO)

(sS,sO oS,sO oS,oO sS,sO) (sS,sO oS,oO oS,oO sS,sO)
(sS,sO oS,oO,sO oS,oO sS,sO)

(sS,sO oS,sO oO,sS sS,sO) (sS,sO oS,oO oO,sS sS,sO)
(sS,sO oS,oO,sO oO,sS sS,sO) (sS,sO oO,sO oO,sS sS,sO)

(sS,oO oS,oO oS,oO,sS oS,sS)
(sS,oO oS,oO oS,oO,sS oS,sO)
(sS,oO oS,oO oS,oO,sS sS,sO)

(sS,oO oS,oO oS,oO oS,sO) (sS,oO oS,oO,sO oS,oO oS,sO)
(sS,oO oS,oO oS,oO sS,sO) (sS,oO oS,oO,sO oS,oO sS,sO)

(sS,oO oS,oO oO,sS sS,sO) (sS,oO oS,oO,sO oO,sS sS,sO)
(sS,oO oO,sO oO,sS sS,sO)

(oO,sO oS,oO,sO oS,oO oS,sO)
(oO,sO oS,oO,sO oS,oO sS,sO) (oO,sO oS,oO,sO oO,sS sS,sO)
(oO,sO oO,sO oO,sS sS,sO) (oO,sS,sO oO,sO oO,sS sS,sO)

These 15 sets of logical-semiotic relations thus show all possible types of reference that are poly-contextural-semiotically represented in a 4-contextural semiotic 4×4-matrix. In other words: The 15 sets contain all those types of crossings of the contextural-borders between subject and object which can be represented in a 4-contextural semiotics capable of handling the 4 types of subject-object combinations of a 4-contextural logic.

Literature

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Vol. 1. Hamburg 1976

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Reference in theoretical semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Reference.pdf (2008a)

Toth, Alfred, Substanzlose semiotische Referenz. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Substanzlose%20sem.%20Ref..pdf (2008b)

Toth, Alfred, Permutations of sign classes and of inner semiotic environments. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS5.pdf (2009)

Matching conditions for fundamental categories (NETS, 9)

1. In Toth (2008, pp. 20 ss., pp. 51 ss.), I have given extensive lists of matching conditions of pairs of triadic sign relations. However, all these examples are monocontextural. Meanwhile, Rudolf Kaehr has added polycontextural matching conditions (Kaehr 2009). In the present article, I will suggest as a third possibility matching conditions for fundamental categories based on contextural values introduced in Toth (2009).

2. If we start with the 3-contextural 3×3 matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

we recognize that we can write this matrix as a matrix of the contextural values of the respective sub-signs

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Therefore, we get

$M(1.2) = O^{+1}(2.3)$	$O(2.3) = M^{-1}(1.2)$
$M(1.2) = I^{+1}(3.2)$	$I(3.2) = M^{-1}(1.2)$
$M(1.2) = M^{+2}(1.3)$	$M(1.3) = M^{-2}(1.2)$
$M(1.2) = I^{+2}(3.1)$	$I(3.1) = M^{-2}(1.2)$
$M(1.2) = M^{+3}(1.1)$	$M(1.1) = M^{-3}(1.2)$
$M(1.2) = I^{+4}(3.3)$	$I(3.3) = M^{-4}(1.2)$

$O(2.3) = M^{+1}(1.3)$	$M(1.3) = O^{-1}(2.3)$
$O(2.3) = O^{+1}(2.2)$	$O(2.2) = O^{-1}(2.3)$
$O(2.3) = I^{+1}(3.1)$	$I(3.1) = O^{-1}(2.3)$
$O(2.3) = M^{+2}(1.1)$	$M(1.1) = O^{-2}(2.3)$
$O(2.3) = I^{+3}(3.3)$	$I(3.3) = O^{-3}(2.3)$

$M(1.3) = M^{+1}(1.1)$ $M(1.1) = M^{-1}(1.3)$
$M(1.3) = I^{+2}(3.3)$ $I(3.3) = M^{-2}(1.3)$

$M(1.3) = M^{+1}(1.1)$ $M(1.1) = M^{-1}(1.3)$
$M(1.3) = I^{+2}(3.3)$ $I(3.3) = M^{-2}(1.3)$

$M(1.1) = I^{+1}(3.3)$ $I(3.3) = M^{-1}(1.1)$

Moreover, we have the following identities of contextural values

$M(2.3) = I(3.2)$
$M(1.3) = O(2.2) = I(3.1)$

Thus, the main diagonal of the 3-contextural 3×3 matrix consists of three times the same contextural values – just as the respective matrix of the numerical prime-signs consists of three times the same representation values.

3. For the 4-contextural 3×3 matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.3_{1,4} & 1.4_{3,4} \\ 3.1_{1,4} & 3.3_{1,2,4} & 3.4_{2,4} \\ 4.1_{3,.4} & 4.3_{2,4} & 4.4_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

we get exactly the same times of matching conditions, since the contextural values differ from those of the 3-contextural 3×3 matrix just by adding +4 to each contextural value. Therefore, contextural values are not only independent of all kinds of transpositions of a semiotic matrix and thus of dualization and permutation, but they are also independent of embedding a n-contextural m×m-matrix into any n+k m×m-matrix (k ≥ 1).

Literature

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009)

Toth, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Semiotic contextural values. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS7.pdf (2009)

Some instances of qualitative preservation (NETS, 10)

1. The German psychiatrist and writer Oskar Panizza (1853-1921) is a late representative of the radical subjectivist idealism, which has probably found its peak in Stirner's work (cf. Wiener 1978, Toth 1997). Panizza accepts the difference between outside and inside world solely as a working hypothesis. For him, thinking is hallucination, and experience is illusion (Panizza 1895, p. 21). According to him, there are no dichotomies such as Outside and Inside, Thinking and Experience, Subject and Object, etc. (1895, p. 30). However, when he is forced to explain the origin of hallucination, transcendence comes through the backdoor again in his philosophical building: "Therefore, I put the demon at the border, where I do not find anymore a *causa*, but ask for a *causa*, thus for a transcendental *causa* (...). Hence, the demon is a factor, won by necessity out of transcendence, in order to explain my thinking on This Side, which is equipped with the need of causality, and the world of appearance, connected to it. Even clearer, Panizza states later: "The demon (is) something from the Beyond" (1895, p. 27).

However, for Panizza, the demon is not only the "creative principle of the illusionist act" (1895, p. 48), but, at the same time, also "whatever comes across me in nature, after subtracting the effect of my senses" (1895, p. 49), i.e. the Thing per se. "And herewith, we have explained and constructed the 'Thing per se', however, only what concerns illusionism, experience. But here alone I encounter the question for explaining the 'Thing per se' – the question what remains after subtracting my senses from the Outer World. From the standpoint of my thinking, there is no 'Thing per se', since from here, the *entire* Outer World is illusion. But in the area of illusion, at least, I may apply my recognition, won on the standpoint of thinking, and I may call the 'per se' of my vis-à-vis, what last on him after *my* senses have been subtracted, - Demon" (1895, pp. 48 s.). In another place, Panizza calls the demon "ghost" (1894, p. 49). Thus, life appears as "haunting" (1895, p. 50), and one is remembered to the famous passage in Stirner: "Everything, which appears to you, is but the appearance of an intrinsic ghost, a ghostly appearance. For you, the world is just a world of appearance behind which the ghost itself is haunting. You see ghosts" (Stirner ap. Bauer 1984, p. 46).

On this background, Panizza formulates a semiotic paradox, which has hardly been recognized by now: "Only Death puts an end to this haunting. And end for me, since everything points out that I, my thinking, knows nothing, that my corpse – an illusionist product – lies there stinking, *a performance for the Others*. The demon retires, he stops his creative acts. And the hull, the mask, rots visibly in the illusory pleasure – of the Others, the survivors. That no rest, no rest of thinking – as far as human experience reaches –

remains from me, must us, so eagerly searching for ‘preservation of power’, make aware that something goes down the drain, as one says, - where? Something, my thinking, goes where? And the mask rots before our eyes. It mixes into the mass of the other illusory products. It works out without rest – for our illusory view. We calculate it in nitrogen and oxygen, and the calculation works out. Inside of the world of appearance, nothing is lacking. However, the thinking, fighters for the Principle of Preservation of Power, where does the thinking go to? (1895, pp. 50 s.).

2. Semiotic preservation of quality as analogue to physical preservation of power can only work in a polycontextural semiotics which can bridge the abyss between the sign and its object (cf. Toth 1998). However, Bense tried to establish a semiotic “preservation theorem” on the basis of 1-contextural triadic semiotics. As we will see, this idea turns out to be not as bad as it seems beforehand.

For Peircean Semiotics “an absolut complete diversity of ‘worlds’ and ‘parts of worlds’, of ‘being’ and ‘Being’ (Sein und Seindes) (...) is principally not reachable for a consciousness which works over triadic sign relations” (Bense 1979, p. 59). Nevertheless, consciousness is understood as “a binary functor of being which produces the subject-object relation” (Bense 1976, p. 27), since Peirce keeps up “the difference between the object and the subject of recognition in connecting both poles through their being represented” (Walther 1989, p. 76). More exactly, “the representative connection of the sign class also indicates the epistemological subject, the realizational connection of the object thematic also indicates the epistemological object” (Gfesser 1990, p. 133). “In this way, we stipulate an intrinsic (i.e., non-transcendental) notion of recognition, whose essential process lies in de facto differentiating between (recognizable) ‘world’ and (recognizing) ‘consciousness’, but, though, in producing a real triadic relation, the ‘relation of recognition’” (Bense 1976, p. 91).

Thus, “in the end, thematics of Being cannot be motivated and legitimated other than via sign thematics” (Bense 1971, p. 16). It follows, “that notions of object are only relevant with regard to a sign class and possess a semiotic reality thematic which can be discussed and judged as its connection of reality only relatively to this sign class (Bense 1976, p. 109). Therefore, sign class and reality thematic do not behave like ‘platonic’ and ‘realistic’ concepts of Being, but just like the extreme entities of the one and only identical thematic of Being” (Bense 1976, p. 85). Hence, to a sign relation and its reality thematics, there belongs also “the difference between ‘onticity’ and ‘semioticity’” (Bense 1979, p. 19), about which a theorem of Bense orients: “With increasing semioticity, onticity of representation increases, too” (Bense 1976, p. 60). On this back-ground, Bense formulates his “semiotic preservation theorem”:

"Especially, in this connection, the dual relation of symmetry between the single sign classes and their corresponding reality thematics has to be pointed out. This relation of symmetry says that one can, in principle, represent meta-semiotically only that 'reality' or those relationships of reality, which one can represent semiotically. Therefore, the representaton values (i.e. the sums of the fundamental prime-sign numbers) of a sign class are invariant towards the dual transformation of a sign class into its reality thematic. This semiotic 'preservation theorem" can be regarded as a consequence of a theorem that had been already formulated [in Bense 1976, pp. 60, 62, v.s.] and which says that with increasing semioticity of representativity also its onticity increases in the same degree" (Bense 1981, p. 259).

3. Thus, on the first sight, Panizza's paradox cannot arise in a semiotic metaphysics built on triadic Peircean semiotics, since Bense semiotic "preservation theorem" implies that "media, object and interpretant of a sign lie in one and the same world" (Gfesser 1990, p. 139). Max Bense himself had seen already very early: "Being (das Seiende) appears as a sign, and signs survive in the purely semiotic dimension of their meanings the loss of reality" (1952, p. 80). In consequence, the concepts of Panizza and of Bense are principally different. Panizza's metaphysics is transcendental because of the notion of the demon. It is aprioric, because the demon is identified with the thing per se. Further, as an illusionist concept, it is platonic. On the other side, Peircean semiotics is a "non-transcendental, a non-aprioric and a non-platonic organon" (Gfesser 1990, p. 133).

Due to the identification of the modal categories with the prime-numbers (cf. Bense 1980) and because of the paralleling of the semiosic relation of generation with the successor relation of Peano numbers (Bense 1975, pp. 168 ss.; 1983, pp. 192 ss.), the 10 Peircean sign classes are primarily quantitative relations. Therefore, sign classes cannot preserve the qualities, which they are representing, at least not outside of the narrow representative frame of the 10 sign classes. In other words: All qualities of the ontological space, which do not fit into the Bed of Procrustes of the 10 sign classes, must be lost. On the other side, Bense's "preservation theorem" holds, but simply because reality appears thematized and thus represented in reality thematic which itself is a pure function of the corresponding sign thematic, and vice versa. Therefore, semiotic dual systems span up representation schemes in which the monocontextural subject-object dichotomy holds, but also epistemological objects can only be represented in the reality thematics as dual sign classes and therefore subject to the subjects of the interpretant relations of the sign classes. Sign classes do not reach their objects, and neither do reality thematics. The distinction between sign classes and reality thematics is just a formal doubling of the semiotic representation scheme which allows some further technical insights in the thematization structures of signs – and not more.

4. Polycontextural semiotics exists only since Kaehr (2009, and further studies). If we assume the sign being a triadic relation as a fragment of 4 contextures, we can write the 10 Peircean sign classes as follows:

$(3.1_{3,4}\, 2.1_{1,4}\, 1.2_{1,4})$ CV = 17

$(3.1_{3,4}\, 2.1_{1,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 19
$(3.1_{3,4}\, 2.2_{1,2,4}\, 1.2_{1,4})$ CV = 19
$(3.1_{3,4}\, 2.2_{1,2,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 19
$(3.2_{2,4}\, 2.3_{2,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 19

$(3.2_{2,4}\, 2.2_{1,2,4}\, 1.2_{1,4})$ CV = 18

$(3.1_{3,4}\, 2.1_{1,4}\, 1.1_{1,3,4})$ CV = 20
$(3.1_{3,4}\, 2.3_{2,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 20
$(3.2_{2,4}\, 2.2_{1,2,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 20

$(3.3_{2,3,4}\, 2.3_{2,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 22

Since every sub-sign lies in at least 2 contextures, qualitative conservation is possible, and since these sign classes thus represent both quantities and qualities, they are no longer purely quantitative, but quanti-qualitative or quali-quantitative sign classes.

4.1. First, we want to look if Bense's monocontextural preservation theorem also holds for polycontextural sign classes. If we take as an exampe

$(3.2_{2,4}\, 2.2_{1,2,4}\, 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\; 2.2_{4,2,1}\; 2.3_{4,2})$
Although the sub-signs of the "reality thematics" contain now hetero-morphisms, the respective contextural "indices" are preserved as the sub-signs are, and also the contextural values of both "sign class" and "reality thematic" are identical. We may therefore say, that Bense's preservation theorem, although conceived for monocontextural semiotics, holds for polycontextural semiotics, too.

4.2. As the above grouping of the ten sign classes suggests, be have two groups of sign classes that have identical contextural values:

$(3.1_{3,4}\, 2.1_{1,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 19
$(3.1_{3,4}\, 2.2_{1,2,4}\, 1.2_{1,4})$ CV = 19
$(3.1_{3,4}\, 2.2_{1,2,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 19
$(3.2_{2,4}\, 2.3_{2,4}\, 1.3_{3,4})$ CV = 19

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4})$ CV = 20
$(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})$ CV = 20
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$ CV = 20

We are thus allowed to say that sign classes and reality thematics which have the same contextural values, are quanti-qualitative/quali-quantitative representation preserving schemes.

4.3. However, we also have 2 sign classes which have the same representation value, but lies in 2 different contextures:

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$ CV = 19 RV = 12
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$ CV = 18 RV = 12

These two sign classes play a crucial role in monocontextural semiotics (cf. Bense 1992), since the second is the sign class of the "complete object" and the first is the sign class of the "esthetic object" which is characterized by "augmentation of Being" (Seinsvermehrung), cf. Bense (1992, p. 16). What differentiates an object from an esthetic object, is called "Mit-Realität" by Bense (1979, p. 132). Mitreality is what causes the augmentation of Being, and it seems that the differential of eigenreality qua mitreality and (objective) reality is represented by polycontextural semiotics through the difference of the CVs: $\Delta(19, 18) = 1$.

4.4. Finally, there is another fact that requires our interest: While 9 of the 10 sign classes can be ordered by increasing CV's in steps of +1, there is not sign class whose CV = 21. In other words: The last sign class (with maximal semioticity, v.s.),

$(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})$ CV = 22

cannot be reached from the other sign classes by one-step addition of CV's. Hence, this sign class which represents the totality of all signs in the semiotic universe, cannot be "deduced logically" from the sentences represented semiotically by the other 9 sign classes – as meta-logical sentences cannot be deduced without creating paradoxes in classical logic according to the Gödel theorems. One also should note that simply from the (monocontextural) representation values, this problem does not appear, since the 10 sign classes can be mapped to the RV's 10 to 15 without any gaps of RV's.

Literature

Bauer, Michael, Oskar Panizza. Ein literarisches Porträt. Munich 1984
Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

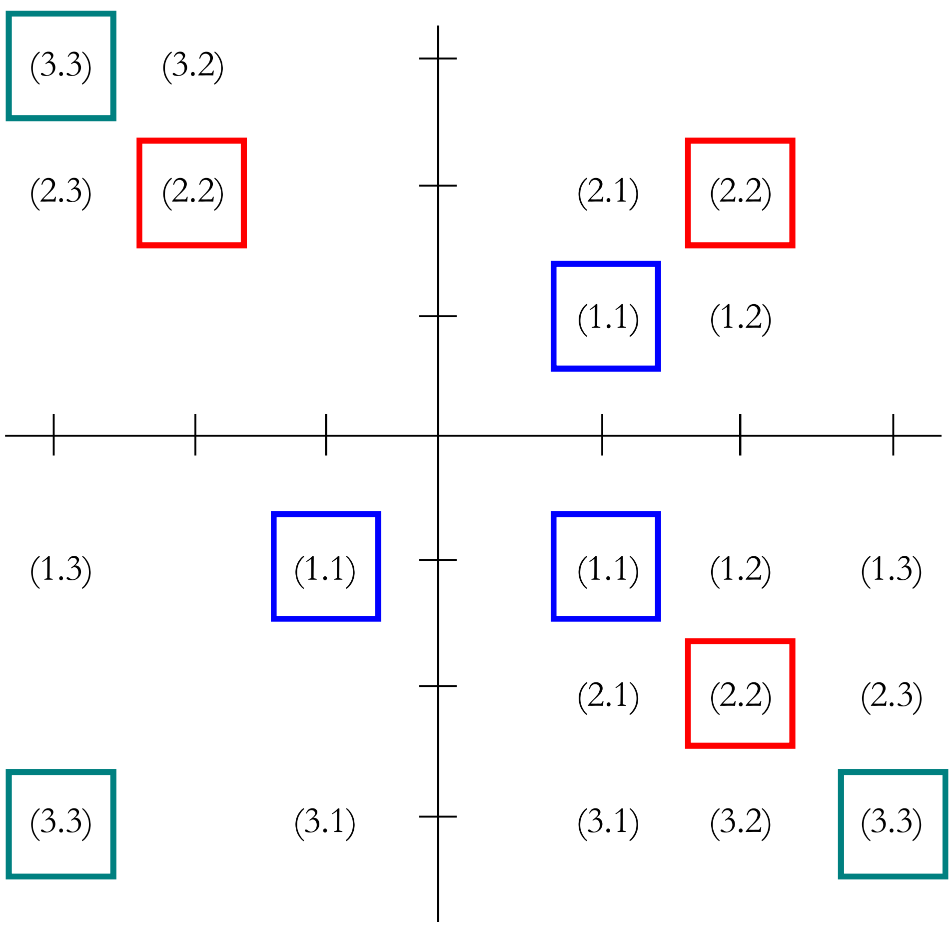
Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Gfesser, Karl: Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (ed.), *Zeichen von Zeichen für Zeichen.* Baden-Baden 1990, Baden, pp. 129-141
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)
Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895
Toth, Alfred, Zu Oskar Panizzas präsemiotischem Solipsismus. In: European Journal for Semiotic Studies 9, 1997, pp. 769-779
Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, pp. 105-112
Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989
Wiener, Oswald, Über den Illusionismus. In: Panizza, Oskar, Die kriminelle Psychose, genannt Psichopatia criminalis. Munich 1978, pp. 213-237

2- and 3-dimensional display of triadic sub-signs in 4-contextural semiotics (NETS, 11)

1. As a provisory model for semiotic contextures in 2 dimensions, the Cartesian Coordinate System had been introduced into semiotics by Toth (2001, 2008a). Instead of marking the sub-signs of the triadic semiotic matrix by algebraic signs ((a.b), (-a.b), (-a.-b), (a.-b)) for the 4 quadrants of the Gaussian number field (counterclockwise), we start with Kaehr's 4-contextural triadic matrix (Kaehr 2009a, p. 8):

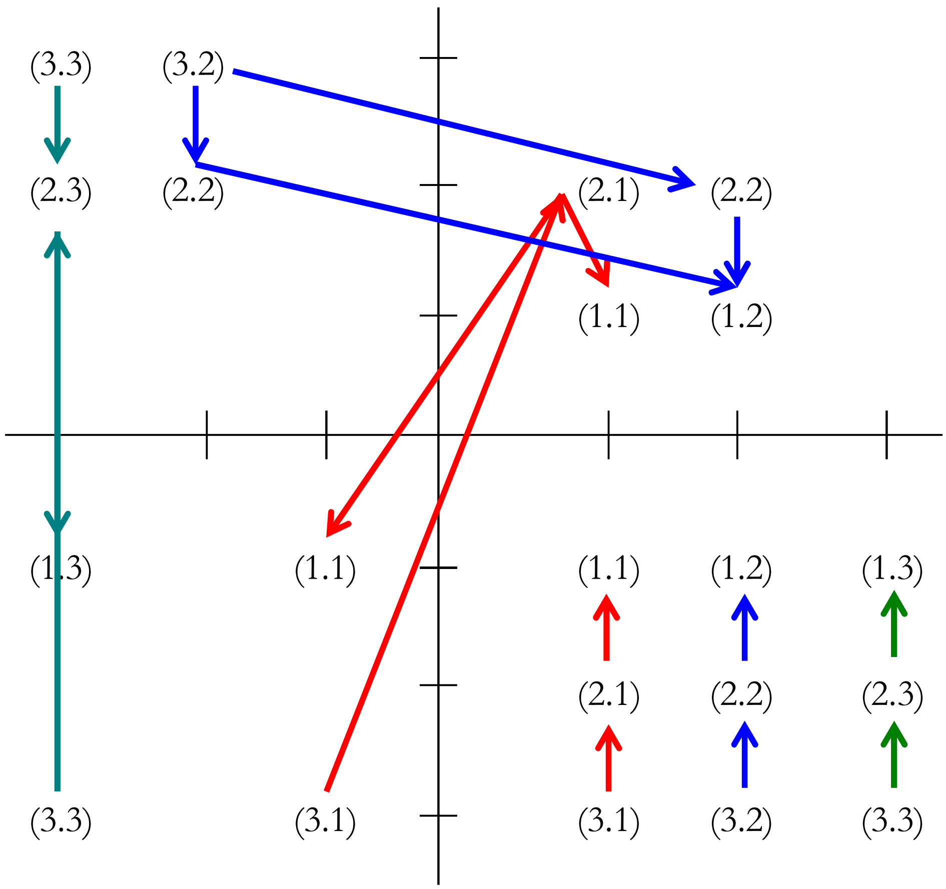
$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.3_{1,4} & 1.4_{3,4} \\ 3.1_{1,4} & 3.3_{1,2,4} & 3.4_{2,4} \\ 4.1_{3,.4} & 4.3_{2,4} & 4.4_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

and display the distribution of the 9 sub-signs over the 4 semiotic contextures that we assign to the 4 quadrants



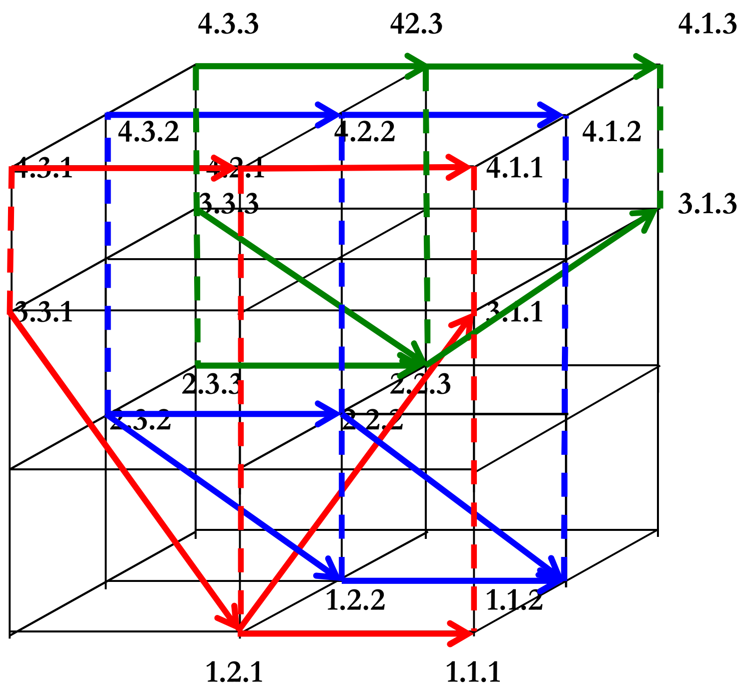
The sub-signs in frames of the same colors obey the matching conditions in connection with semiotic decomposition (cf. Kaehr 2009b).

The above coordinate system also gives a good picture of the structure of sign classes that lie in more than one contexture, extensively studied in Toth (2008a, pp. 82 ss.). In the following, we display only the three main sign classes, i.e. (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3).



As one recognizes, no contextural transgressions are necessary for contexture 4.

2. Another possibility of displaying the distribution of the sub-signs over contextures is the 3-dimensional sign-cube of Stiebing (1978), which has been used in a series of papers by me (f. ex., Toth 2009). If we assign contextures to semiotic dimensions, however, we need a 3-dimensional, but 4-leveled cube. Again, we show for an example the three main sign classes:



This 3-dimensional model has the advantage that the semiotic connections between the same sub-signs in different contextures can be illustrated easily (in the graph by dashed lines).

Therefore, parametrization of sub-signs

(a.b) → (±a.±b), a, b, c ∈ {1, 2, 3}

and dimensional projection of sub-signs

(a.b) → (a.b.c), b,c ∈ {1, 2, 3}, a ∈ {1, 2, 3, ...}

can be interpreted as two ways of displaying semiotic contextures. Therefore, the models of polycontextural semiotics introduced in Toth (2008a) and (2008b) still hold after the introduction of polycontextural environments into semiotics by Kaehr (2009a, b).

Literature

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009b)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, pp. 117-134

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (2008a)

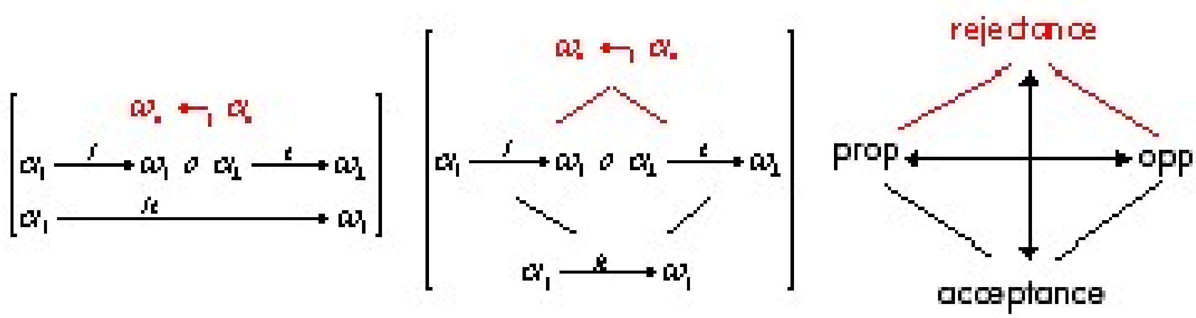
Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer polykontexturalen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Mehrdimensionale Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Mehrdimens.%20Zkln.pdf (2009)

Semiotic "risky bridges" vs. "spagat" in 4-contextural tetradic semiotics (NETS, 12)

1. Although – as Rudolf Kaehr has pointed out in a recent publication – the notion of "diamond" plays a crucial role in polycontextural theory since a long time, the first concise introduction into a formalized theory of diamonds goes back to Kaehr (2007). In Toth (2008), I had used the concept of diamond for semiotics, however still strictly based on 1-contextural 3-adic Peircean semiotics. Meanwhile, 3- and 4-contextural 3-adic semiotics have been applied in a new book (Toth 2009). After it has shown how incredibly big the increase of structural complexity is already in 4-contextural 3-adic semiotics, in the present article, I will go a step in the direction of 4-contextural 4-adic semiotics. In doing so, it shows that besides the elementary notions of diamond theory – morphisms and heteromorphisms – a quite new concept of semiotic connection between semiotic dyadic sub-signs shows up which has been called "risky bridge" by Kaehr (2007, p. 12).

2. In a polycontextural 3-adic diamond



the middle figure, taken from Kaehr (2007), shows the 2 basic types of semiotic mappings:

1. the morphism $\alpha_1 \rightarrow \omega_1$ and
2. the hetermorphism $\omega_4 \leftarrow \alpha_4$

If the above diamond serves as a model for a composition of a sign by its sub-signs, then the ω's must be object relations, since

SCl = ((M → O).(O → I)) → (M → I),

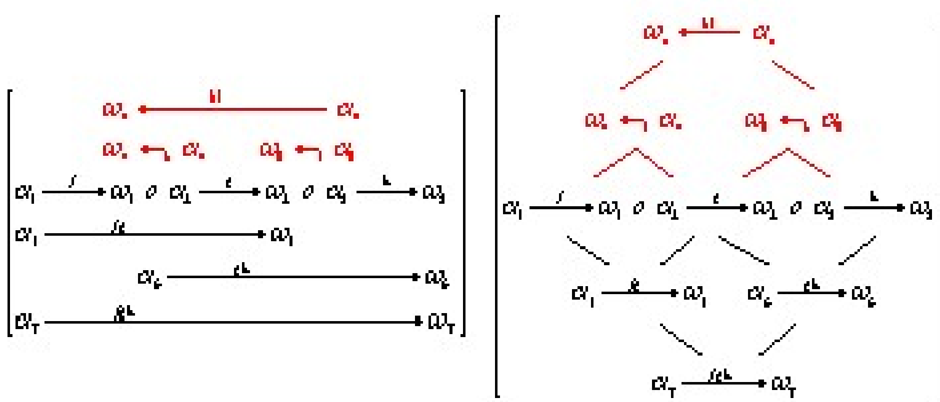
thus, the following pairs of morphisms and heteromorphisms are possible in a 4-contextural 3-adic semiotics:

$(2.1)_1 \rightarrow (2.1)_1$	$(2.1)_1 \leftarrow (2.1)_1$
$(2.1)_1 \rightarrow (2.1)_4$	$(2.1)_4 \leftarrow (2.1)_1$
$(2.1)_4 \rightarrow (2.1)_1$	$(2.1)_1 \leftarrow (2.1)_4$
$(2.1)_4 \rightarrow (2.1)_4$	$(2.1)_4 \leftarrow (2.1)_4$

$(2.2)_1 \rightarrow (2.2)_1$	$(2.2)_1 \leftarrow (2.2)_1$
$(2.2)_1 \rightarrow (2.2)_2$	$(2.2)_2 \leftarrow (2.2)_1$
$(2.2)_1 \rightarrow (2.2)_4$	$(2.2)_4 \leftarrow (2.2)_1$
$(2.2)_2 \rightarrow (2.2)_1$	$(2.2)_1 \leftarrow (2.2)_2$
$(2.2)_2 \rightarrow (2.2)_2$	$(2.2)_2 \leftarrow (2.2)_2$
$(2.2)_2 \rightarrow (2.2)_4$	$(2.2)_4 \leftarrow (2.2)_2$
$(2.2)_4 \rightarrow (2.2)_1$	$(2.2)_1 \leftarrow (2.2)_4$
$(2.2)_4 \rightarrow (2.2)_2$	$(2.2)_4 \leftarrow (2.2)_2$
$(2.2)_4 \rightarrow (2.2)_4$	$(2.2)_4 \leftarrow (2.2)_4$

$(2.3)_1 \rightarrow (2.3)_1$	$(2.3)_1 \leftarrow (2.3)_1$
$(2.3)_1 \rightarrow (2.3)_4$	$(2.3)_4 \leftarrow (2.3)_1$
$(2.3)_4 \rightarrow (2.3)_1$	$(2.3)_1 \leftarrow (2.3)_4$
$(2.3)_4 \rightarrow (2.3)_4$	$(2.3)_4 \leftarrow (2.3)_4$

3. However, if we now take as a model for sign-composition out of sub-signs the following polycontextural 4-adic diamond, taken also form Kaehr (2007)



then we have got a third type of semiotic mapping: "We can bridge the separated arrows by the arrow (kl), which is a balancing act over the gap, called *spagat*. If we want to compromise , we can build a *risky bridge* (lgk), which is involving acceptional and the rejectional arrows" (Kaehr 2007, p. 12).

Let's take as an example the 4-adic sign class

(3.2 2.2 1.2 0.2).

Its composition out of dyads is

(3.2 → 2.2) ◊ (2.2 → 1.2) ◊ (1.2 → 0.2)

In addition to 3-adic sign classes (O ≡ O), here, we must determine the pairs of morphisms and heteromorphisms also in (M ≡ M).

Therefore, spagats in 4-adic sign classes are just heteromorphisms like in 3-adic sign classes, but the new type of risky bridge appearing here is thus

g = (2.2 → 1.2)
l = (2.2 ← 3.2)
k = (3.2 ← 0.2)

lgk = (3.2 ← 0.2) ◊ (2.2 → 1.2) ◊ (2.2 ← 3.2),

where (3.2 ← 0.2) and (2.2 ← 3.2) denote rejection, while (2.2 → 1.2) acception.

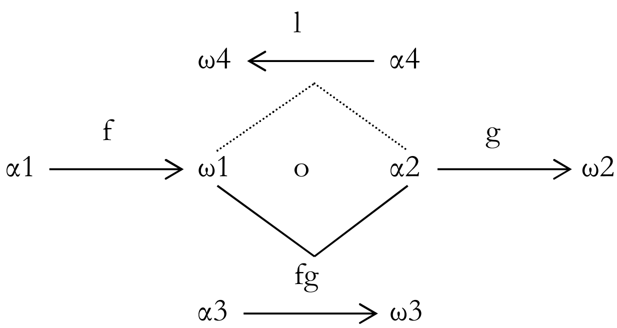
By introducing risky bridges vs. spagats into semiotics, it shows again, that diamond theory offers astonishing new perspectives for sign theory.

Literature

Kaehr, Rudolf, The book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://rudys-diamond-strategies.blogspot.com/2007/06/book-of-diamonds-intro.html (2007)
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Präsemiotische Diamanten

1. Diamanten wurden von Kaehr (2007) in die Polykontexturalitätstheorie eingeführt: "Diamonds may be thematized as 2-categories where two mutual antidromic categories are in an interplay" (Kaehr 2007, S. 20). Ein polykontexturaler Diamant "consists on a simultaneity of a category and a jumpoid, also called a saltatory. If the category is involving m arrows, its antidromic saltatory is involving m-1 inverse arrows" (2007, S. 20). Kaehr (2007, S. 2) gibt folgendes Beispiel:



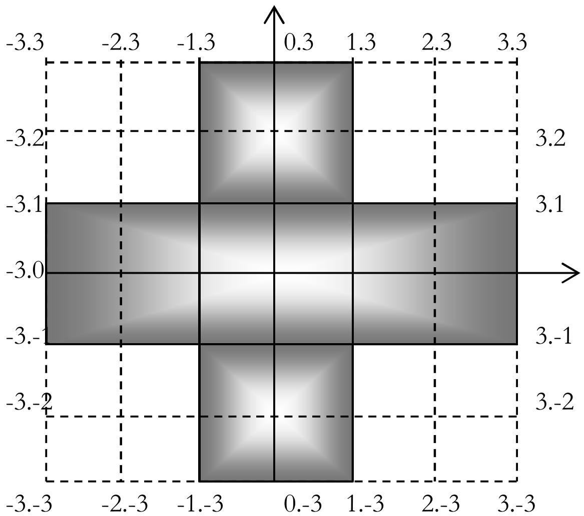
In der Semiotik hatte ich Diamanten in Toth (2008a) eingeführt. In Toth (2008b, S. 177 ff. und S. 282 ff.) sowie in einigen Aufsätzen wurde die semiotische Diamantentheorie weiterentwickelt. Nachdem ich in Toth (2008c, d) und einigen weiteren Arbeiten nachgewiesen hatte, dass der präsemiotische Raum, der durch die folgenden Funktionswerte innerhalb des semiotischen Koordinatensystems definiert wird

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	±1	±1	±1	±1	±1	±1	±1

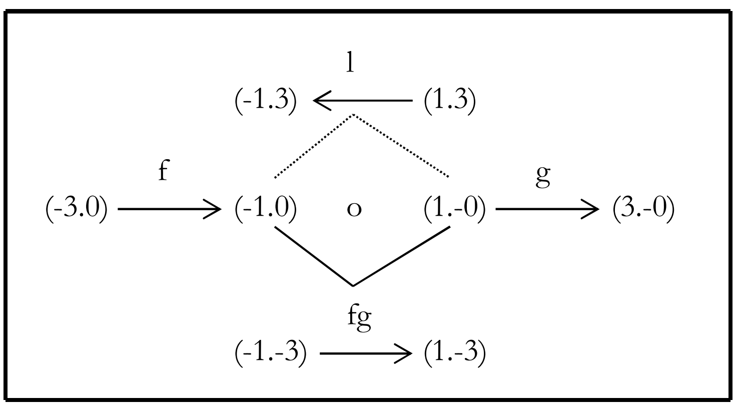
y	-3	-2	-1	0	1	2	3
x	±1	±1	±1	±1	±1	±1	±1

ein polykontexturaler Raum ist, ist es nötig, auf die Konzeption semiotischer Relationen als Diamanten zurückzukommen. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Grundtypen sowie die Anzahl präsemiotischer Diamanten zu bestimmen.

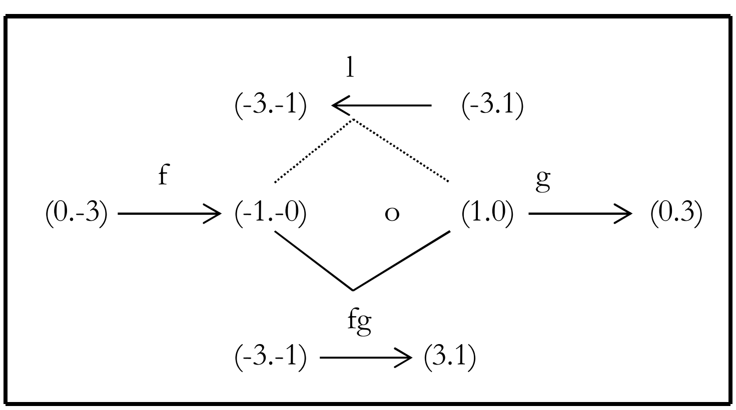
2. Der präsemiotische Raum entspricht also dem grau schraffierten Teilraum des semiotischen Koordinatensystems:



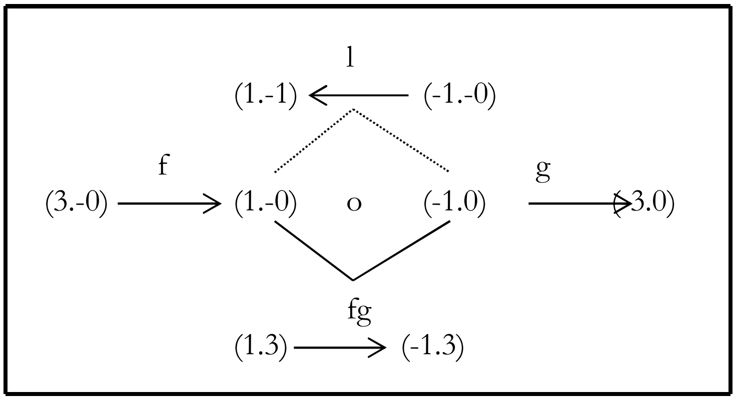
2.1. Wenn wir vom präsemiotischen Raum in seiner obigen, ungedrehten Position ausgehen, bekommen wir den ersten präsemiotischen Diamanten:



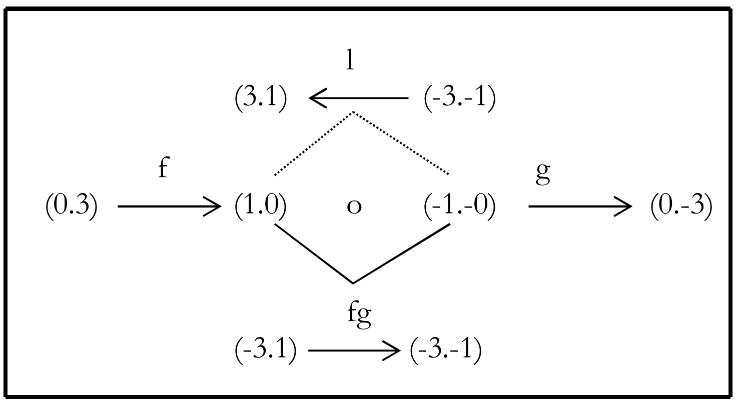
2.2. Wenn wir den präsemiotischen Raum um 90° im Uhrzeigersinn drehen, bekommen wir den zweiten präsemiotischen Diamanten:



2.3. Wenn wir den präsemiotischen Raum um 180° im Uhrzeigersinn drehen, bekommen wir den dritten präsemiotischen Diamanten:

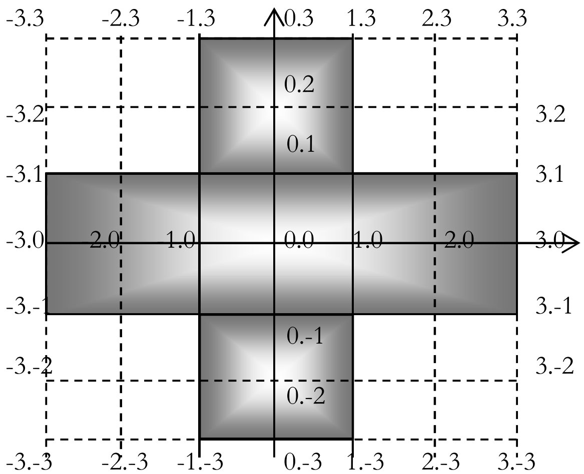


2.4. Wenn wir den präsemiotischen Raum um 270° im Uhrzeigersinn drehen, bekommen wir den vierten präsemiotischen Diamanten:



3. Wir erkennen also, das in den obigen vier präsemiotischen Diamanten die mit l bezeichneten Heteromorphismen die Brücken über die semiotischen Morphismen f und g bauen. Diese sind also nach Kaehrs Unterscheidung von Kategorien als Saltatorien oder Jumpoids aufzufassen, weil sie nämlich den "Spagat" über die Kontexturengrenzen bewerkstelligen. Semiotische Spagate sind in unseren semiotischen Diamanten einfach überall dort zu finden, wo Morphismen oder Heteromorphismen Subzeichen miteinander verbinden, die verschiedene Vorzeichen haben und daher in verschiedenen Kontexturen liegen. Kaehr unterscheidet ferner in einer an Heidegger angelehnten Terminologien zwischen "Schritt" und "Sprung" (2007, S. 27). Bei präsemiotischen Diamanten möchte ich semiotische "Schritte" so definieren, dass sie (semiosische oder retrosemiosische) Prozesse zwischen Subzeichen der gleichen tetradischen Hauptwerte darstellen. Semiotische "Sprünge" dagegen sind dann (semiosische oder retrosemiosische) Prozesse zwischen Subzeichen mit verschiedenen tetradischen Hauptwerten. Im letzten präsemiotischen Diamenten liegen also Schritte bei dem komponierten Morphismus fg und dem Heteromorphismus l, Sprünge dagegen bei den simplizialen Morphismen f und g vor.

4. Die Unterscheidung von semiotischem Schritt und semiotischem Sprung führt uns nun zu weiteren als den oben vorgestellten 4 Grundtypen präsemiotischer Diamanten. Wenn wir uns die beiden Achsen des semiotischen Koordinatensystems anschauen:



dann stellen wir fest, dass es auf der Abszisse in dieser ungedrehten Form neben dem in den 4 Haupttypen vorausgesetzten Morphismus

1. (-3.0) → (-1.0)

noch die folgenden 3 weiteren Morphismen gibt, die ebenfalls semiotische Sprünge sind:

2. (-2.0) → (-1.0)
3. (-3.0) → (-2.0).

Ferner sehen wir, dass der Morphismus Nr. 1 ein aus den Morphismen 2 und 3 kompnierter Morphismus ist:

1.' (-3.0) → (-1.0) = ((-3.0) → (-2.0) o (-2.0) → (-1.0)),

worin also 2 semiotische Sprünge involviert sind.

In derselben Weise können wir nun an allen 4 äusseren Ecken des präsemiotischen Raumes vorgehen und bekommen dann die folgenden weiteren Nebentypen:

4. (0.3) → (0.1)	7. (3.0) → (1.0)	10. (0.-3) → (0.-1)
5. (0.2) → (0.1)	8. (2.0) → (1.0)	11. (0.-2) → (0.-1)
6. (0.3) → (0.2)	9. (3.0) → (2.0)	12. (0.-3) → (0.-2)

Damit ergeben sich also 4 mal 4 = 16 Typen präsemiotischer Morphismen, nämlich die 4 Haupt- und die 3 mal 4 = 12 Nebentypen.

Literature

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007
(http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf)

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Die präsemiotischen Strukturbereiche. Ms. (2008c)
Toth, Alfred, Der präsemiotische Transit-Raum. Ms. (2008d)

Semiotische Diamanten

1. Einführung

Die bedeutendste Neuerung innerhalb der von Gotthard Günther begründeten Polykontexturalitätstheorie stellt ohne Zweifel das erst kürzlich von Rudolf Kaehr gefundene Diamanten-Modell der Komposition kategorietheoretischer Morphismen dar, denn dieses erlaubt im Gegensatz zur herkömmlichen Kategorietheorie die Einführung einer retrograden Abbildung zwischen Objekten und Kategorien, von Rudolf Kaehr "Hetereo-Morphismen" genannt: "Finally, after 30 years of proemializing and chiastifying formal languages, the diamond of composition is introduced, which is accepting the rejectional aspect of chiastic compositions, too. It seems that the diamond concept of composition is building a complete holistic unit. With its radical closeness it is opening up unlimited, linear and tabular, repeatability and deployment" (Kaehr 2007, S. 43).

Im vorliegenden Aufsatz werde ich zeigen, dass es auch semiotische Diamanten gibt; eine Tatsache, welche die theoretische Semiotik einmal mehr in die Nähe der Polykontexturalitätstheorie rückt. Da die Einführung semiotischer Diamanten jedoch eine semiotische Operation voraussetzt, welche bisher noch nicht definiert wurde (vgl. Toth 2007, S. 31 ff.), werden semiotische Diamanten hier Schritt für Schritt, ausgehend von den verschiedenen möglichen Zeichenmodellen, eingeführt.

2. Graphentheoretische Zeichenmodelle

Zeichenklassen werden normalerweise in der abstrakten Form (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} und a $\leq$ b $\leq$ d definiert:

1. (I $\rightarrow$ O $\rightarrow$ M)
   Beispiel: Zeichenklassen, degenerativer Graph (Bense 1971, S. 37)

Dass diese Anordnung nicht die einzige ist, zeigen die folgenden Fälle:

2. (M $\rightarrow$ O $\rightarrow$ I)
   Beispiel: Realitätsthematiken, generativer Graph (Bense 1971, S. 37)

3. (I $\rightarrow$ M $\rightarrow$ O)
   Beispiel: thetischer Graph (Bense 1971, S. 37)

4. (O $\rightarrow$ M $\rightarrow$ I)
   Beispiel: kommunikativer Graph (Bense 1971, S. 40 f.)

5. (I $\rightarrow$ M $\rightarrow$ O)
   (M $\rightarrow$ I $\rightarrow$ O)
   Beispiel: kreativer Graph (Bense 1971, S. 102)

6. (O $\rightarrow$ I $\rightarrow$ M)
   Beispiel: ? (bisher kein Fall bekannt)

3. Die 10 Zeichenklassen gemäss den 6 graphentheoretischen Zeichenmodellen

Im folgenden ordnen wir die 10 Zeichenklassen, die bekanntlich durch die Prinzipien der Triadizität und der semiotischen Inklusion beschränkt sind (vgl. Toth 2008a), gemäss den kombinatorisch möglichen graphentheoretischen Zeichenmodellen:

3.1. (I → O → M)

(3.1 2.1 1.1)	(3.1 2.3 1.3)
(3.1 2.1 1.2)	(3.2 2.2 1.2)
(3.1 2.1 1.3)	(3.2 2.2 1.3)
(3.1 2.2 1.2)	(3.2 2.3 1.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.3 2.3 1.3)

3.2. (M → O → I)

(1.1 2.1 3.1)	(1.3 2.3 3.1)
(1.2 2.1 3.1)	(1.2 2.2 3.2)
(1.3 2.1 3.1)	(1.3 2.2 3.2)
(1.2 2.2 3.1)	(1.3 2.3 3.2)
(1.3 2.2 3.1)	(1.3 2.3 3.3)

3.3. (M → I → O)

(1.1 3.1 2.1)	(1.3 3.1 2.3)
(1.2 3.1 2.1)	(1.2 3.2 2.2)
(1.3 3.1 2.1)	(1.3 3.2 2.2)
(1.2 3.1 2.2)	(1.3 3.2 2.3)
(1.3 3.1 2.2)	(1.3 3.3 2.3)

3.4. (O → M → I)

(2.1 1.1 3.1)	(2.3 1.3 3.1)
(2.1 1.2 3.1)	(2.2 1.2 3.2)
(2.1 1.3 3.1)	(2.2 1.3 3.2)
(2.2 1.2 3.1)	(2.3 1.3 3.2)
(2.2 1.3 3.1)	(2.3 1.3 3.3)

3.5. (O → I → M)

(2.1 3.1 1.1)	(2.3 3.1 1.3)
(2.1 3.1 1.2)	(2.2 3.2 1.2)
(2.1 3.1 1.3)	(2.2 3.2 1.3)
(2.2 3.1 1.2)	(2.3 3.2 1.3)
(2.2 3.1 1.3)	(2.3 3.3 1.3)

3.6. (I → M → O)

(3.1 1.1 2.1)	(3.1 1.3 2.3)
(3.1 1.2 2.1)	(3.2 1.2 2.2)
(3.1 1.3 2.1)	(3.2 1.3 2.2)
(3.1 1.2 2.2)	(3.2 1.3 2.3)
(3.1 1.3 2.2)	(3.3 1.3 2.3)

4. Transformationsoperationen zwischen den 6 Zeichenschemata

Es ist klar, dass die 6 Zeichenschemata durch Transformationen ineinander überführt werden können. Wir schauen sie uns hier genauer an.

4.1. (IOM) → (MOI)

Definition: (3.1 2.1 1.3) → (1.3 2.1 3.1):≡ INV
(3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.2 1.3):≡ DUAL

Es gibt also zwei Möglichkeiten der Umkehrung: Wir bezeichnen reine Umkehrung der Reihenfolge der Subzeichen durch den Operator INV und Umkehrung sowohl der Reihenfolge der Subzeichen als auch der Primzeichen durch den Operator DUAL; dieser ist natürlich mit dem von Max Bense eingeführten Operator "×" der Dualisation identisch (vgl. Walther 1979, S. 106 ff.).

Im folgenden müssen wir zusätzlich die 15 möglichen Übergänge zwischen den 6 Zeichenschemata speziell definieren, und zwar am besten so, dass wir mit einem einzigen Operator auch INV und DUAL definieren können. Dies geschieht am besten mit einem Transpositions-Operator. Da eine vollständige Transposition eine Permutation ist, lassen sich auch die Operationen INV und DUAL durch einen einfachen Operator mit Indizes erfassen:

Definition: T_{ik}:≡ Transposition von w_i und w_k, wobei i = k = {1, 2, 3} gemäss den 3 Subzeichen pro Zeichenschema

Definition: $T_{1,3}$(3.1 2.1 1.3) → (1.3 2.1 3.1) ≡ INV

Der Transpositionsoperator vertauscht hier also zuerst das erste mit dem dritten und hernach das zweite mit dem dritten Subzeichen; er arbeitet also sukzessiv.

Für die Dualisation muss der Transpositionsoperator jedoch auf den Primzeichen neu definiert werden, d.h. seine Indexmengen reichen von 1 bis 6. Zur Vermeidung von Verwechslung verwenden wir hier a, b, c, ..., f:

Definition: $T_{a,f;\, b,e;\, c,d}$(3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.2 1.3) ≡ DUAL

4.2. (IOM) → (MIO)

Definition: $T_{1,3;\, 2,3}$(3.1 2.1 1.3) → (1.3 3.1 2.1)

4.3. (IOM) → (OMI)

Definition: $T_{1,2;\,2,3}$(3.1 2.1 1.3) → (2.1 1.3 3.1)

4.4. (IOM) → (OIM)

Definition: $T_{1,2}$(3.1 2.1 1.3) → (2.1 3.1 1.3)

4.5. (IOM) → (IMO)

Definition: $T_{2,3}$(3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.3 2.1)

4.6. (MOI) → (MIO)

Definition: $T_{2,3}$(1.3 2.1 3.1) → (1.3 3.1 2.1)

4.7. (MOI) → (OMI)

Definition: $T_{1,2}$(1.3 2.1 3.1) → (2.1 1.3 3.1)

4.8. (MOI) → (OIM)

Definition: $T_{1,3;\,1,2}$(1.3 2.1 3.1) → (2.1 3.1 1.3)

4.9. (MOI) → (IMO)

Definition: $T_{1,2;\,1,3}$(1.3 2.1 3.1) → (3.1 1.3 2.1)

4.10. (MIO) → (OMI)

Definition: $T_{1,3;\,2,3}$(1.3 3.1 2.1) → (2.1 1.3 3.1)

4.11. (MIO) → (OIM)

Definition: $T_{1,3}$(1.3 3.1 2.1) → (2.1 3.1 1.3)

4.12. (MIO) → (IMO)

Definition: $T_{1,2}$(1.3 3.1 2.1) → (3.1 1.3 2.1)

4.13. (OMI) → (OIM)

Definition: $T_{2,3}$(2.1 1.3 3.1) → (2.1 3.1 1.3)

4.14. (OMI) → (IMO)

Definition: $T_{1,3}$(2.1 1.3 3.1) → (3.1 1.3 2.1)

4.15. (OIM) → (IMO)

Definition: $T_{1,3;\,1,2}$(2.1 3.1 1.3) → (3.1 1.3 2.1)

5. Transpositionen und Dualisationen bei den 6 Zeichenschemata

Wir stellen nun alle möglichen Transpositionen und Dualisationen der Ausgangszeichenklasse (3.1 2.1 1.3) dar und bestimmen die Strukturtypen:

Zeichenklasse	Transpositionen	Dualisationen	Strukturtypen
(3.1 2.1 1.3)		(3.1 1.2 1.3)	I
	(1.3 2.1 3.1)	(1.3 1.2 3.1)	II
	(1.3 3.1 2.1)	(1.2 1.3 3.1)	III
	(2.1 1.3 3.1)	(1.3 3.1 1.2)	IV
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(1.3 3.1 2.1)	(1.2 1.3 3.1)	III
	(2.1 1.3 3.1)	(1.3 3.1 1.2)	IV
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(2.1 1.3 3.1)	(1.3 3.1 1.2)	IV
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI

Wie man sieht, gibt es also nur 6 Strukturtypen und ihre Dualisate. Zu jeder Zeichenklasse (a.b c.d e.f) mit a, b, c, d, e, f $\in$ {1, 2, 3} haben wir also die folgenden 12 Strukturschemata (links Transpositionen, rechts deren Dualisationen) gefunden:

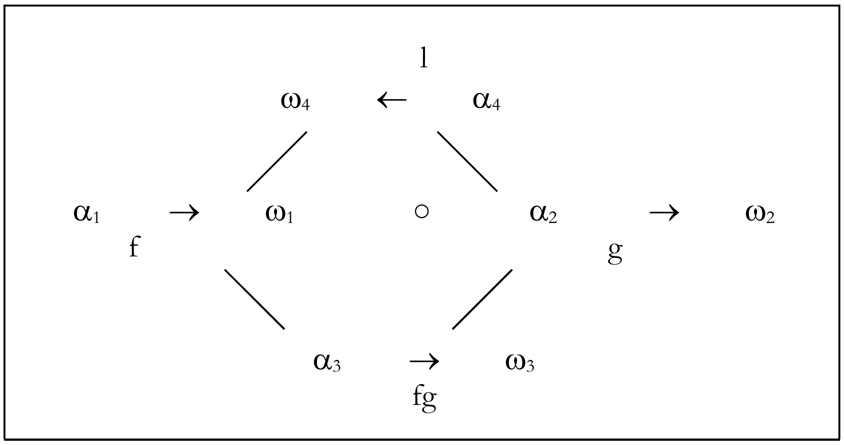
1. (a.b c.d e.f) × (f.e d.c b.a)
2. (a.b e.f c.d) × (d.c f.e b.a)
3. (c.d e.f a.b) × (b.a f.e d.c)
4. (c.d a.b e.f) × (f.e b.a d.c)
5. (e.f c.d a.b) × (b.a d.c f.e)
6. (e.f a.b c.d) × (d.c b.a f.e)

Wir können also nun für (a.b c.d e.f) jede der 10 Zeichenklassen einsetzen und erhalten mit den zugehörigen Transpositionen und Dualisationen erstmals den ganzen der im semiotischen

Zehnersystem eingeschlossenen Strukturreichtum, der von den Zeichenklassen bzw. den dualen Realitätsthematiken aus allein nicht erreichbar ist.

6. Das semiotische Diamanten-Modell

Das mathematische Diamantenmodell, das Kaehr (2007) eingeführt hatte, sieht wie folgt aus:



Das Besondere hier ist die Abbildung l: $\omega 4 \leftarrow \alpha 4$, die Kaehr als "saltisition" oder "jump operation" bestimmt: "Within Diamond theory, for the very first time, additional to category theory and in an interplay with it, the *gaps* and *jumps* involved are complementary to the connectedness of compositions. The counter-movements of compositions are generating jumps". Der Übergang von $\alpha 4 \rightarrow \omega 4$ wird von Kaehr auch als "bridge", der Morphismus der Abbildung als "Hetero-Morphismus" bezeichnet (2007a, S. 12). Logisch entspricht die Abbildung $\alpha 3 \rightarrow \omega 3$ der Akzeptanz und kybernetisch dem "System", und $\omega 4 \leftarrow \alpha 4$ entspricht logisch der Rejektion und kybernetisch der "Umgebung" (Kaehr 2007, S. 54).

Wenn wir nun unsere Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) in der Form eines semiotischen Diamanten schreiben, erkennen wir, dass die semiotische Rejektion dieser Zeichenklasse mit ihrer Inversion (INV(Zkl)) übereinstimmt. (1.3 2.1 3.1) ist damit kybernetisch interpretiert die semiotische Umgebung des semiotischen Systems (3.1 2.1 1.3).[2]

[2] Dass mit dem semiotischen Diamanten-Modell erstmals seit Ditterich (1990, S. 54) operable und mit der Kybernetik komptabile Definitionen des semiotischen "Systems" und der semiotischen "Umgebung" erreicht sind, sei hier vorläufig bloss angedeutet.

6.1. Semiotischer Diamant für (3.1 2.1 1.3):

(1.3 2.1 3.1)
$[[\alpha, \alpha°\beta°], [\beta, id1]]$
$\leftarrow$

$[\beta°, id1]$ $[\alpha°, \beta\alpha]$
(3.1 $\rightarrow$ 2.1) ○ (2.1 $\rightarrow$ 1.3)

$[[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]]$
$\rightarrow$
(3.1 2.1 1.3)

Die semiotische Rejektionsfunktion ist nun aber keineswegs auf den Strukturtyp (e.f c.d a.b) wie im obigen semiotischen Diamanten beschränkt. Semiotische Inversion (INV) ist allgemein durch folgende zwei Anweisungsschritte erreichbar:

1. Kehre die Reihenfolge der konstituierenden Subzeichen einer Zeichenklasse (oder einer ihrer Transpositionen bzw. Dualisationen) um.

2. Vertausche alle semiotischen Morphismen mit ihren Inversen (wobei natürlich z.B. $\alpha°° = \alpha$, $\beta°° = \beta$ und per definitionem (vgl. Toth 1993, S. 21 ff.) $(\beta\alpha)° = \alpha°\beta°$ und $(\alpha°\beta°)° = \beta\alpha$ gilt.

Mit anderen Worten bedeutet das, dass wir semiotische Diamanten für alle 12 Strukturtypen (und natürlich für sämtliche 10 Zeichenklassen und auch für die Genuine Kategorienklasse) angeben können. Wir beschränken uns im folgenden darauf, die semiotischen Diamanten für die 6 Typen von Transpositionen plus für die Dualisation der Ausgangs-Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) anzugeben.

6.2. Semiotischer Diamant für (3.1 1.2 1.3):

(1.3 1.2 3.1)
$[[id1, \beta°], [\beta\alpha, \alpha°]]$
$\leftarrow$

$[\alpha°\beta°, \alpha]$ $[id1, \beta]$
(3.1 $\rightarrow$ 1.2) ○ (1.2 $\rightarrow$ 1.3)

$[[\alpha°\beta°, \alpha], [id1, \beta]]$
$\rightarrow$
(3.1 1.2 1.3)

6.3. Semiotischer Diamant für (1.3 2.1 3.1):

$$\begin{array}{ccc}
 & (3.1\ 2.1\ 1.3) & \\
 & [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]] & \\
 & \leftarrow & \\
[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ] & & [\beta, id1] \\
(1.3 \quad \rightarrow \quad 2.1) & \circ & (2.1 \quad \rightarrow \quad 3.1) \\
 & [[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, id1]] & \\
 & \rightarrow & \\
 & (1.3\ 2.1\ 3.1) &
\end{array}$$

6.4. Semiotischer Diamant für (1.3 3.1 2.1):

$$\begin{array}{ccc}
 & (2.1\ 3.1\ 1.3) & \\
 & [[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, id1]] & \\
 & \leftarrow & \\
[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ] & & [\beta^\circ, id1] \\
(1.3 \quad \rightarrow \quad 3.1) & \circ & (3.1 \quad \rightarrow \quad 2.1) \\
 & [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]] & \\
 & \rightarrow & \\
 & (1.3\ 3.1\ 2.1) &
\end{array}$$

6.5. Semiotischer Diamant für (2.1 1.3 3.1):

(3.1 1.3 2.1)

$[[\alpha°\beta°, \beta\alpha], [\alpha, \alpha°\beta°]]$

$\leftarrow$

$[\alpha°, \beta\alpha]$ $\quad\quad$ $[\beta\alpha, \alpha°\beta°]$

$(2.1 \quad \rightarrow \quad 1.3) \circ (1.3 \quad \rightarrow \quad 3.1)$

$[[\alpha°, \beta\alpha], [\beta\alpha, \alpha°\beta°]]$

$\rightarrow$

(2.1 1.3 3.1)

6.6. Semiotischer Diamant für (2.1 3.1 1.3):

(1.3 3.1 2.1)

$[[\beta\alpha, \alpha°\beta°], [\beta°, id1]]$

$\leftarrow$

$[\beta, id1]$ $\quad\quad$ $[\alpha°\beta°, \beta\alpha]$

$(2.1 \quad \rightarrow \quad 3.1) \circ (3.1 \quad \rightarrow \quad 1.3)$

$[[\beta, id1], [\alpha°\beta°, \beta\alpha]]$

$\rightarrow$

(2.1 3.1 1.3)

6.7. Semiotischer Diamant für (3.1 1.3 2.1):

(2.1 1.3 3.1)
[[α°, βα], [βα, α°β°]]
←
[α°β°, βα] [α, α°β°]
(3.1 → 1.3) ○ (1.3 → 2.1)
[[α°β°, βα], [α, α°β°]]
→
(3.1 1.3 2.1)

Nun schauen wir uns den semiotischen Diamanten für die dual-identische Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) an:

6.8. Semiotischer Diamant für (3.1 2.2 1.3):

(1.3 2.2 3.1)
[[α, β°], [β, α°]]
←
[β°, α] [α°, β]
(3.1 → 2.2) ○ (2.2 → 1.3)
[[β°, α], [α°, β]]
→
(3.1 2.2 1.3)

Diese Zeichenklasse der "Eigen-Realität" (vgl. Bense 1992) weist also neben vielen, bereits von Bense verzeichneten strukturellen Besonderheiten auch den semiotischen Chiasmus auf, der ohne das semiotische Diamanten-Modell nicht erkennbar ist:

[[α, β°], [β, α°]]

[[β°, α], [α°, β]]

In den anderen Zeichenklassen ist der semiotische Chiasmus quasi durch die Notation der komponierten Morphismen “verdeckt”; das allgemeine kategorietheoretische Schema für semiotischen Chiasmus lautet:

[[V°, W°], [X°, Y°]]

[[X, Y], [V, W]]

Eine weitere besondere semiotische Klasse ist die “Genuine Kategorienklasse”, auf deren strukturelle Besonderheiten Bense ebenfalls bereits hingewiesen (Bense 1992, S. 39 f., 43) und die er als “ergodische Semiose” bezeichnet hatte (Bense 1975, S. 93). Wenn wir uns ihren semiotischen Diamanten anschauen:

6.9. Semiotischer Diamant für (3.3 2.2 1.1):

(1.1 2.2 3.3)
[[α, α], [β, β]]
←

[β°, α] [α°, β]
(3.3 → 2.2) ○ (2.2 → 1.1)

[[β°, β°], [α°, α°]]
→
(3.3 2.2 1.1)

so sieht hier der semiotische Chiasmus wie folgt aus:

[[α, α], [β, β]]

[[β°, β°], [α°, α°]],

wobei diese semiotische Klasse die einzige ist, in der die Morphismen und Hetero-Morphismen pro Unterkategorie kategoriell homogen sind; [α°, α°] und [β°, β°] spiegeln hier also die “Autoreproduktivität” der identitiven Subzeichen (1.1), (2.2) und (3.3) im Sinne der Genuinen Kategorienklasse “als normierter Führungssemiose aller Zeichenprozesse überhaupt” (Bense 1975, S. 89).

7. Semiotische Diamanten der Komposition

Man kann Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit Hilfe der kategorietheoretischen Semiotik auf zwei Arten analysieren: Entweder man weist sowohl den Objekten – d.h. den Subzeichen – als auch den Abbildungen, d.h. den Semiosen, semiotische Morphismen zu, oder man beschränkt sich auf Semiosen, wobei man in diesem Fall sowohl die triadischen wie die trichotomischen Abbildungen, d.h. die semiosischen Morphismen zwischen den semiotischen Haupt- und Stellenwerten berücksichtigt.

Für unsere Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) erhält man also im ersten Falle:

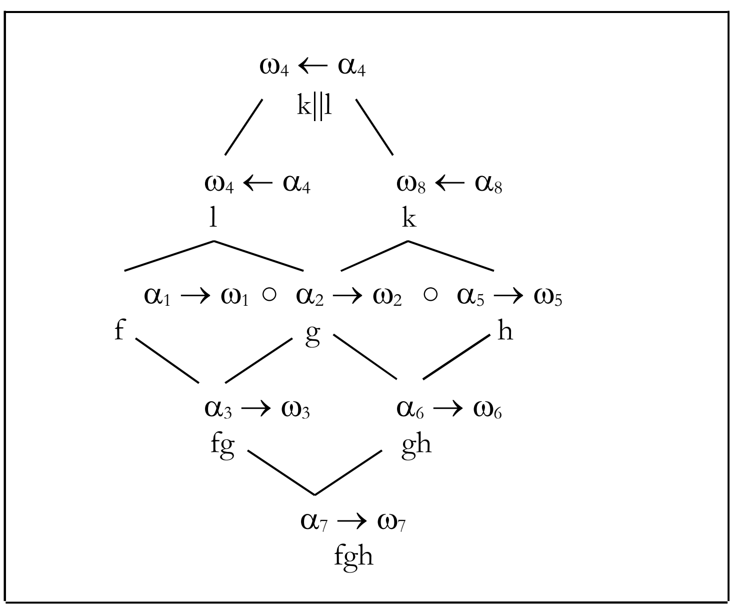
$(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow [\alpha°\beta°, \alpha°, \beta\alpha]$

und im zweiten Falle:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]]$.

Nur die zweite Analysemethode bildet Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken eineindeutig auf semiotische Kategorien ab, denn $[\alpha°\beta°, \alpha°, \beta\alpha]$ liesse sich z.B. auch als (3.2 1.1), (1.3) interpretieren. Die zweite Methode trägt also der Beobachtung Walthers Rechnung, dass triadische Zeichenrelationen aus der verbandstheoretischen Vereinigung der beiden dyadischen Relationen ($M \Rightarrow O$) und ($M \Rightarrow I$) konstruiert werden können (($M \Rightarrow O$) ($O \Rightarrow I$)) = ($M \Rightarrow O.\ O \Rightarrow I$), vgl. Walther (1979, S. 79).

Diese zweite Analysemethode, die wir schon in den vorherigen Kapiteln sowie in früheren Arbeiten angewandt haben, entspricht nun umgekehrt exakt der Methode der Komposition semiotischer Diamanten. Das allgemeine mathematische Schema für die Komposition von Morphismen und Hetero-Morphismen in einem Diamanten lautet nach Kaehr (2007, S. 44):



Mit Hilfe komponierter Diamanten können nun Zusammenhänge von Zeichenklassen (vgl. Toth 2008b) analysiert werden. Voraussetzung ist allerdings, dass je 2 Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken paarweise, d.h. in je 2 Subzeichen, zusammenhängen.[3]

Als Beispiel wählen wir unsere Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) und die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2); ihr verbandstheoretischer Durchschnitt ist (3.1 2.1):

7.1. Komponierter semiotischer Diamant für den Zeichenzusammenhang (3.1 2.1 1.2 – 3.1 2.1 1.3)

$(1.3\ 2.1\ 3.1) \leftarrow (1.2\ 2.1\ 3.1)$

$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, id1]] \quad [[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, id1]]$

$\omega_4 \leftarrow \alpha_4 \qquad \omega_8 \leftarrow \alpha_8$

$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, id1]]$

$(3.1) \rightarrow (2.1) \circ (2.1) \rightarrow (1.2) \circ (1.2) \rightarrow (1.3)$

$[\beta^\circ, id1]\ [\alpha^\circ, \alpha] \qquad [id1, id2] \qquad [id1, \beta]$

$(3.1) \rightarrow (2.1\ 1.2) \qquad (2.1\ 1.2) \rightarrow (1.3)$

$[\alpha^\circ\beta^\circ]\ [\alpha^\circ, \alpha] \quad [\alpha^\circ, \alpha]\ [\beta\alpha]$

$(3.1\ 2.1\ 1.2) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3)$

$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]] \qquad [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990
Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007
Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1993
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Kenogrammatik, Präsemiotik und Semiotik. 2008a (= Kap. 23)
Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (= 2008b)
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

[3] Da gemäss dem Prinzip der Trichotomischen Triaden alle 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken entweder in (3.1), in (2.2), in (1.3) oder in zwei von diesen drei Subzeichen miteinander zusammenhängen, muss nach Lösungen gesucht werden, um verbandstheoretische Durchschnitte von nur einem Subzeichen pro Paar von Zeichenklassen bzw. Realitäzsthematiken mit Hilfe von semiotischen Diamanten-Kompositionen darzustellen.

Semiotische Diamanten aus symplerotischen Zeichenklassen

Im Anschluss an Toth (2008a, S. 177 ff.) wird in dieser Arbeit eine neue Methode zur Konstruktion semiotischer Diamanten eingeführt. Ein logischer Diamant hat nach Kaehr (2007, S. 55) folgende allgemeine Form:

$$\begin{array}{c} \text{Rejektion} \\ \leftarrow \\ \text{Proposition} \circ \text{Opposition} \\ \rightarrow \\ \text{Akzeption} \end{array}$$

Nun wurde bereits in Toth (2008a, S. 183 ff.) gezeigt, dass die 6 Permutationen jeder Zeichenklasse in der Form von semiotischen Diamanten notiert werden können. Allerdings hat Kaehr in seiner bisher jüngsten Arbeit die Ansicht vertreten, die mathematische Semiotik sei "strictly monocontextural" (Kaehr 2008, S. 5 ff.):

Example $M \longrightarrow O \longrightarrow I$

Semiotic composition:

$$(M \longrightarrow O) \circ (O \longrightarrow I) \Longrightarrow (M \longrightarrow I).$$

Conceptual graph for signs

$$\boxed{\begin{tikzcd} M \arrow[d] \arrow[dr] & \\ O \arrow[r] \arrow[d] & I \\ \mathbf{1} & \end{tikzcd}}$$

Semiotics (Peirce, Bense, Toth) is fundamentally mono – contextural and it is blind

for its monocontexturality, *i.e.* the *uniqueness* property, **1**, is not part of the definition of semiotics.

Diamond composition:

$$(M_\alpha \longrightarrow O_\omega) \diamond (O_\alpha \longrightarrow I_\omega) \Longrightarrow (M_\alpha \longrightarrow I_\omega) \,\Big|\, (O_\omega \longleftarrow O_\alpha)$$

Diamond relations as rules

$$\boxed{\begin{array}{c} \textbf{Semiotic composition rule} \\ \dfrac{(M \longrightarrow O) \circ (O \longrightarrow I)}{M \longrightarrow I} \end{array}}$$

Null

$$\frac{\textbf{Diamond composition rule} \quad (M_\alpha \longrightarrow O_\omega) \diamond (O_\alpha \longrightarrow I_\omega)}{\begin{array}{l} (M_\alpha \longrightarrow I_\omega) \,\|\, (\tilde{O}_\omega \longleftarrow \tilde{O}_\alpha) \\ \tilde{O}_\alpha \equiv \mathrm{diff}(O_\alpha) \\ \tilde{O}_\omega \equiv \mathrm{diff}(O_\omega). \end{array}}$$

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & (\tilde{O}_\omega \longleftarrow \tilde{O}_\alpha) & \\
(M_\alpha \longrightarrow O_\omega) \arrow[ur, dash, "\mathrm{diff}"] \arrow[dr, dash, "\mathrm{id}"'] & \diamond & (O_\alpha \longrightarrow I_\omega)) \arrow[ul, dash, "\mathrm{diff}"'] \arrow[dl, dash, "\mathrm{id}"] \\
 & (M_\alpha \longrightarrow I_\omega) &
\end{tikzcd}$$

Nun wurde aber in Toth (2008b) gezeigt, dass die gruppentheoretische Operation der Symplerosis zur Unterscheidung von Akzeption und Rejektion in (klassischen) semiotischen Systemen führt. Natürlich hat Kaehr recht, wenn er bemerkt, wegen des Bestehens des logischen Identitätssatzes bleibe die Semiotik monokontextural; allein, dies hindert sie nicht daran, einige Dutzend polykontexturaler Eigenschaften zu zeigen, dies im Einklang mit den Vermutungen Masers (1973, S. 29 ff.) und Benses (1980) sowie meiner auf der Webseite www.mathematical-semiotics.com erneut zugänglich gemachter Arbeiten. Aus philosophischer Sicht hatte Udo Bayer (1994) in seinem Aufsatz "Semiotik und Ontologie" im Detail aufgezeigt, dass die der theoretischen Semiotik zugrunde liegende Ontologie eine polykontexturale ist. Deshalb erstaunt nicht, dass man innerhalb der mathematischen Semiotik auch zahlreichen formalen polykontexturalen Strukturen begegnet.

In Toth (2008b) hatte ich gezeigt, dass man über der Menge der Primzeichen PZ = {.1., .2., .3.} genau drei abelsche Gruppen konstruieren kann, wobei in der ersten Gruppe die Drittheit (.3.), in der zweiten Gruppe die Zweitheit (.2.) und in der dritten Gruppe die Erstheit (.1.) zugleich als Einselement sowie als semiotisch-logischer Rejektionswert fungiert.

(PZ, $\circ_1$):	(PZ, $\circ_2$):	(PZ, $\circ_3$):
$1 \to 2$ $2 \to 1$ $3 = 3$	$1 \to 3$ $2 = 2$ $3 \to 1$	$1 = 1$ $2 \to 3$ $3 \to 2$

Damit lassen sich nun aus den 10 Zeichenklassen je 3 symplerotische Zeichenklassen nach den drei abelschen Gruppen konstruieren:

Zkln	**PZ, $\circ_1$**	**PZ, $\circ_2$**	**PZ, $\circ_3$**
(3.1 2.1 1.1)	(3.2 1.2 2.2)	(1.3 2.3 3.3)	(2.1 3.1 1.1)
(3.1 2.1 1.2)	(3.2 1.2 2.1)	(1.3 2.3 3.2)	(2.1 3.1 1.3)
(3.1 2.1 1.3)	(3.2 1.2 2.3)	(1.3 2.3 3.1)	(2.1 3.1 1.2)
(3.1 2.2 1.2)	(3.2 1.1 2.1)	(1.3 2.2 3.2)	(2.1 3.3 1.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.2 1.1 2.3)	(1.3 2.2 3.1)	(2.1 3.3 1.2)
(3.1 2.3 1.3)	(3.2 1.3 2.3)	(1.3 2.1 3.1)	(2.1 3.2 1.2)
(3.2 2.2 1.2)	(3.1 1.1 2.1)	(1.2 2.2 3.2)	(2.3 3.3 1.3)
(3.2 2.2 1.3)	(3.1 1.1 2.3)	(1.2 2.2 3.1)	(2.3 3.3 1.2)
(3.2 2.3 1.3)	(3.1 1.3 2.3)	(1.2 2.1 3.1)	(2.3 3.2 1.2)
(3.3 2.3 1.3)	(3.3 1.3 2.3)	(1.1 2.1 3.1)	(2.2 3.2 1.2)

Damit ergeben sich also zu jeder Zeichenklasse der Form

(3.a 2.b 1.c)

mit ihren 6 Permutationen

(3.a 2.b 1.c)
(3.a 1.c 2.b)
(2.b 3.a 1.c)
(2.b 1.c 3.a)
(1.c 3.a 2.b)
(1.c 2.b 3.a)

1. heteromorphe Zeichenklassen der nicht-symplerotischen Formen

(1.c 2.b 3.a)
(2.b 1.c 3.a)
(1.c 3.a 2.b)
(3.a 1.c 2.b)
(2.b 3.a 1.c)
(3.a 2.b 1.c)

2. heteromorphe Zeichenklassen der symplerotischen Formen nach (PZ, $\circ_1$)

$$\left.\begin{array}{l}(2.c\ 1.b\ 3.a)\\(1.b\ 2.c\ 3.a)\\(2.c\ 3.a\ 1.b)\\(3.a\ 2.c\ 1.b)\\(1.b\ 3.a\ 2.c)\\(3.a\ 1.b\ 2.c)\end{array}\right\}\ \text{sowie a, b, c} = .1 \leftrightarrow \text{a, b, c} = .2$$

3. heteromorphe Zeichenklassen der symplerotischen Formen nach (PZ, $\circ_2$)

$$\left.\begin{array}{l}(3.c\ 2.b\ 1.a)\\(2.b\ 3.c\ 1.a)\\(3.c\ 1.a\ 2.b)\\(1.a\ 3.c\ 2.b)\\(2.b\ 1.a\ 3.c)\\(1.a\ 2.b\ 3.c)\end{array}\right\}\ \text{sowie a, b, c} = .1 \leftrightarrow \text{a, b, c} = .3$$

4. heteromorphe Zeichenklassen der symplerotischen Formen nach (PZ, $\circ_3$)

$$\left.\begin{array}{l}(2.a\ 3.b\ 1.c)\\(2.a\ 1.c\ 3.b)\\(3.b\ 2.a\ 1.c)\\(3.b\ 1.c\ 2.a)\\(1.c\ 2.a\ 3.b)\\(1.c\ 3.b\ 2.a)\end{array}\right\}\ \text{sowie a, b, c} = .2 \leftrightarrow \text{a, b, c} = .3$$

Da somit alle Permutationen aus den Zeichenklassen Nrn. 2., 3. und 4. als Heteromorphismen in Frage kommen, kann damit jede der 6 Permutationen jeder der 10 Zeichenklassen mit je einer der total 18 heteromorphen Zeichenklassen zu einem semiotischen Diamanten kombiniert werden. Diese grosse Anzahl semiotischer Diamanten verdoppelt sich ausserdem, wenn wir statt von Zeichenklassen von Realitätsthematiken ausgehen. Während also die Identitätsrelationen zwischen den beiden dyadischen Teilrelationen jeder triadischen Zeichenklasse und dieser Zeichenklasse bestehen, bestehen die Differenzrelationen zwischen den dyadischen Teilrelationen einer Zeichenklassen und ihren heteromorphen, d.h. durch eine der drei symplerotischen Operationen gewonnen Zeichenklassen. Da das Konstruktionsprinzip dieser homomorph-heteromorphen Diamanten dem in Toth (2008a, S. 177 ff.) angegebenen folgt, begnügen wir uns abschliessend mit dem folgenden einen Beispiel: Gegeben sei die Zkl (3.1 2.1 1.3) sowie $\circ_2$. Dann erhalten wir also als 2-symplerotische Zkl (1.3 2.3 3.1) und daraus als heteromorphe (3.1 2.3 1.3) und daher den folgenden semiotischen Diamanten:

(3.1 2.3 1.3)
[[β°, βα], [α°, id3]]
←

[β°, id1]   [α°, βα]
(3.1 → 2.1) ○ (2.1 → 1.3)

[[β°, id1], [α°, βα]]
→
(3.1 2.1 1.3)

Literatur

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 74-76, 1994, S. 3-34
Bense, Max, Gotthard Günthers Universal-Metaphysik. In: Neue Zürcher Zeitung 20./21.9.1980
Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973
Kaehr, Rudolf, Towards Diamons. Glasgow 2007. Digitalisat:
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. Glasgow 2008. Digitalisat:
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Semiotische Kategorien und Saltatorien

1. In Toth (2008) hatte ich gezeigt, dass man aus Zeichenklassen der Form (3.a 2.b 1.c) als Kategorien und invertierten Zeichenklassen der Form (1.c 2.b 3.a) als Saltatorien semiotische Diamanten komponieren kann, wobei die hetero-morphismische Komposition der zur Kategorie der triadischen Zeichenrelation retrosemiotischen Relation korrespondiert. Meine diesbezüglichen Erkenntnisse stützten sich auf Kaehr (2007). Nun ist in der Zwischenzeit ein weiteres Paper von Kaehr erschienen, in welchem die Interaktion von Kategorien und Saltatorien in Diamanten und von Diamanten untereinander fokussiert wird (Kaehr 2008).

2. Eine Zeichenklasse hat allgemein die Form

(a.b c.d e.f)

und ihre durch Dualisierung gewonnene Realitätsthematik hat die Form

(f.e d.c b.a)

Neben der in Toth (2008a) als "Inversion" bezeichneten Transposition

(e.f c.d a.b)

gibt es jedoch weitere 5 Transpositionen für jede Zeichenklasse, also total 6:

6 Transpositionen: (a.b c.d e.f), (a.b e.f c.d), (c.d a.b e.f), (c.d e.f a.b), (e.f a.b c.d), (e.f c.d a.b)

Diese 6 Transpositionen können nun auch dualisiert werden:

6 Dualisationen: (f.e d.c b.a), (d.c f.e b.a), (f.e b.a d.c), (b.a f.e d.c), (d.c b.a f.e), (b.a d.c f.e)

3. Wie bislang üblich (Bense 1981, S. 124 ff., Leopold 1990, Toth 1997, S. 21 ff.), definieren wir eine Zeichenklasse als semiotische Kategorie:

Semiotische Kategorie :≡ Cat_{sem} = (a.b c.d e.f)

und ihre duale Realitätsthematik als duale semiotische Kategorie:

Duale Semiotische Kategorie :≡ $Cat_{sem}^{\circ\circ}$ = (f.e d.c b.a)

Die Inversion und die übrigen 4 Transpositionen können dann im Einklang mit Toth (2008) als semiotische Saltatorien definiert werden. Wir bekommen:

$\mathbf{Salt}_{sem}$ = {(a.b e.f c.d), (c.d a.b e.f), (c.d e.f a.b), (e.f a.b c.d), (e.f c.d a.b)}

Entsprechend erhalten wir auch die dualen semiotischen Saltatorien:

$\mathbf{Salt}^{\circ\circ}{}_{sem}$ = {(d.c f.e b.a), (f.e b.a d.c), (b.a f.e d.c), (d.c b.a f.e), (b.a d.c f.e)}

4. In semiotischen Diamanten und Diamanten-Kompositionen können daher semiotische Kategorien und Saltatorien wie folgt miteinander kombiniert werden:

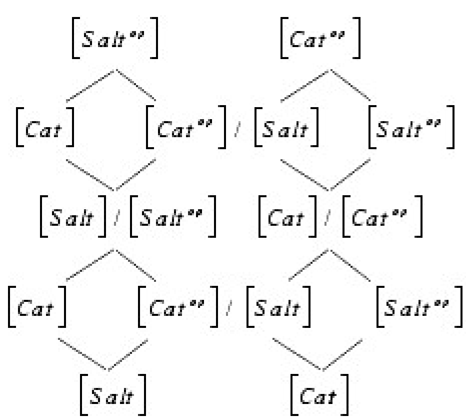
$\mathrm{Cat}_{\mathrm{sem}}$ □ $\mathrm{Salt}_{\mathrm{sem}}$:	$\mathrm{Cat}_{\mathrm{sem}}$ □ $\mathrm{Salt}_{\mathrm{sem}}{}^{\circ\circ}$:
(a.b c.d e.f), (a.b e.f c.d)	(a.b c.d e.f), (d.c f.e b.a)
(a.b c.d e.f), (c.d a.b e.f)	(a.b c.d e.f), (f.e b.a d.c)
(a.b c.d e.f), (c.d e.f a.b)	(a.b c.d e.f), (b.a f.e d.c)
(a.b c.d e.f), (e.f a.b c.d)	(a.b c.d e.f), (d.c b.a f.e)
(a.b c.d e.f), (e.f c.d a.b)	(a.b c.d e.f), (b.a d.c f.e)
$\mathrm{Cat}_{\mathrm{sem}}{}^{\circ\circ}$ □ $\mathrm{Salt}_{\mathrm{sem}}$:	$\mathrm{Cat}_{\mathrm{sem}}{}^{\circ\circ}$ □ $\mathrm{Salt}_{\mathrm{sem}}{}^{\circ\circ}$:
(f.e d.c b.a), (a.b e.f c.d)	(f.e d.c b.a), (d.c f.e b.a)
(f.e d.c b.a), (c.d a.b e.f)	(f.e d.c b.a), (f.e b.a d.c)
(f.e d.c b.a), (c.d e.f a.b)	(f.e d.c b.a), (b.a f.e d.c)
(f.e d.c b.a), (e.f a.b c.d)	(f.e d.c b.a), (d.c b.a f.e)
(f.e d.c b.a), (e.f c.d a.b)	(f.e d.c b.a), (b.a d.c f.e)

Für das formale Grundschema (a.b c.d e.f) kann nun jede der zehn Zeichenklassen eingesetzt werden:

(3.1 2.1 1.1)	(3.1 2.3 1.3)
(3.1 2.1 1.2)	(3.2 2.2 1.2)
(3.1 2.1 1.3)	(3.2 2.2 1.3)
(3.1 2.2 1.2)	(3.2 2.3 1.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.3 2.3 1.3)

und ebenfalls die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), die als Determinante der kleinen semiotischen Matrix eine semiotische Realität ist.

5. Wir zeigen nun anhand der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), wie eine semiotische Diamantenkomposition ausschaut. Zunächst folgt das allgemeine Kaehrsche Modell:



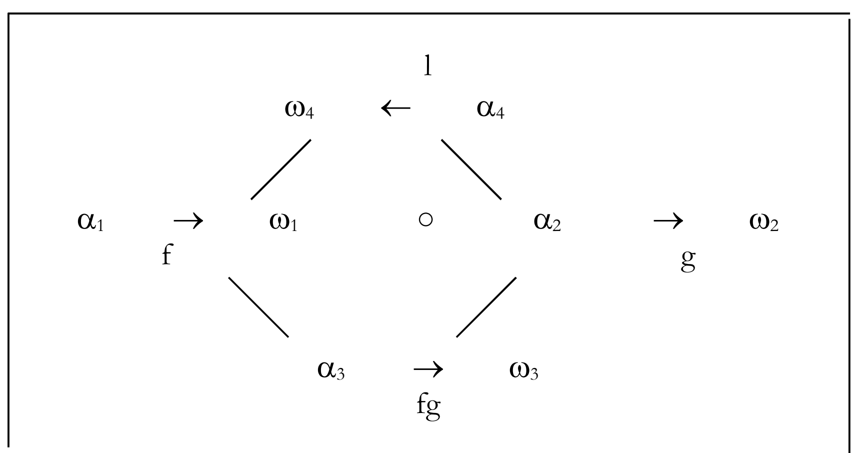
Quelle: http://www.rudys-diamond-strategies.blogspot.com/

Die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), ihre Transpositionen und Dualisationen lassen sich dann kompositionstheoretisch wie folgt darstellen:

	[3.1 1.3 1.2]			[3.1 1.2 1.3]	
[3.1 2.1 1.3]		[3.1 1.2 1.3]	/	[2.1 3.1 1.3]	[3.1 1.3 1.2]
	[2.1 3.1 1.3] / [3.1 1.3 1.2]			[3.1 2.1 1.3] / [3.1 1.2 1.3]	
[3.1 2.1 1.3]		[3.1 1.2 1.3]	/	[3.1 1.3 2.1]	[1.2 3.1 1.3]
	[1.3 2.1 3.1]			[3.1 2.1 1.3]	

Es sei jedoch betont, dass die vorstehende Diamantenkomposition nur ein Repräsentant einer grösseren Klasse von zu einander semiotisch-diamantentheoretisch isomorphen Kompositionen ist.

6. Das mathematische Diamantenmodell, das Kaehr (2007) eingeführt hatte, sieht wie folgt aus:



Im obigen Beispiel semiotischer Diamantenkomposition haben wir folgende semiotische Kategorien und Saltatorien verwendet:

Cat_{sem}: [3.1 2.1 1.3] $Cat_{sem}^{\circ\circ}$: [3.1 1.2 1.3]

$Salt_{sem}^{3}$: [2.1 3.1 1.3] $Salt^{\circ\circ}{}_{sem}^{3}$: [3.1 1.3 1.2]
$Salt_{sem}^{2}$: [3.1 1.3 2.1] $Salt^{\circ\circ}{}_{sem}^{2}$: [1.2 3.1 1.3]
$Salt_{sem}^{1}$: [1.3 2.1 3.1]

Deren Komposition sieht also wie folgt aus:

Cat_{sem}: [3.1 2.1 1.3] = (3.1 → 2.1) ○ (2.1 → 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]]
$Cat_{sem}°°$: [3.1 1.2 1.3] = (3.1 → 1.2) ○ (1.2 → 1.3) ≡ [[α°β°, α], [id1, β]]

$Salt_{sem}^{1}$: [1.3 2.1 3.1] = (1.3 ← 2.1) ○ (2.1 ← 3.1) ≡ [[α, α°β°], [β, id1]]
$Salt_{sem}^{2}$: [3.1 1.3 2.1] = (3.1 ← 1.3) ○ (1.3 ← 2.1) ≡ [[α°β°, βα], [α, α°β°]]
$Salt°°_{sem}^{2}$: [1.2 3.1 1.3] = (1.2 ← 3.1) ○ (3.1 ← 1.3) ≡ [[βα, α°], [α°β°, βα]]
$Salt_{sem}^{3}$: [2.1 3.1 1.3] = (2.1 ← 3.1) ○ (3.1 ← 1.3) ≡ [[β, id], [α°β°, βα]]
$Salt°°_{sem}^{3}$: [3.1 1.3 1.2] = (3.1 ← 1.3) ○ (1.3 ← 1.2) ≡ [[α°β°, βα], [id1, β°]]

Die im allgemeinen Diamantenschema durch Striche angedeuteten Transitionen ("⇒") zwischen Cat_{sem} und $Cat_{sem}°°$ sowie $Salt_{sem}^{i}$ sind also die folgenden:

Cat ⇒ Cat°°: [3.1 2.1 1.3] ⇒ [3.1 1.2 1.3] ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] ⇒ [[α°β°, α], [id1, β]]
Cat°° ⇒ Cat: [3.1 1.2 1.3] ⇒ [3.1 2.1 1.3] ≡ [[α°β°, α], [id1, β]] ⇒ [[β°, id1], [α°, βα]]
Cat ⇒ $Salt^1$: [3.1 2.1 1.3] ⇒ [1.3 2.1 3.1] ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] ⇒ [[α, α°β°], [β, id1]]
$Salt^1$ ⇒ Cat: [1.3 2.1 3.1] ⇒ [3.1 2.1 1.3] ≡ [[α, α°β°], [β, id1]] ⇒ [[β°, id1], [α°, βα]]
Cat ⇒ $Salt^2$: [3.1 2.1 1.3] ⇒ [3.1 1.3 2.1] ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] ⇒ [[α°β°, βα], [α, α°β°]]
$Salt^2$ ⇒ Cat: [3.1 1.3 2.1] ⇒ [3.1 2.1 1.3] ≡ [[α°β°, βα], [α, α°β°]] ⇒ [[β°, id1], [α°, βα]]
Cat ⇒ $Salt^3$: [3.1 2.1 1.3] ⇒ [2.1 3.1 1.3] ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] ⇒ [[β, id1], [α°β°, βα]]
$Salt^3$ ⇒ Cat: [2.1 3.1 1.3] ⇒ [3.1 2.1 1.3] ≡ [[β, id1], [α°β°, βα]] ⇒ [[β°, id1], [α°, βα]]

Cat°° ⇒ $Salt^1$: [3.1 1.2 1.3] ⇒ [1.3 2.1 3.1] ≡ [[α°β°, α], [id1, β]] ⇒ [[α, α°β°], [β, id1]]
$Salt^1$ ⇒ Cat°°: [1.3 2.1 3.1] ⇒ [3.1 1.2 1.3] ≡ [[α, α°β°], [β, id1]] ⇒ [[α°β°, α], [id1, β]]
Cat°° ⇒ $Salt^2$: [3.1 1.2 1.3] ⇒ [3.1 1.3 2.1] ≡ [[α°β°, α], [id1, β]] ⇒ [[α°β°, βα], [α, α°β°]]
$Salt^2$ ⇒ Cat°°: [3.1 1.3 2.1] ⇒ [3.1 1.2 1.3] ≡ [[α°β°, βα], [α, α°β°]] ⇒ [[α°β°, α], [id1, β]]
Cat°° ⇒ $Salt^3$: [3.1 1.2 1.3] ⇒ [2.1 3.1 1.3] ≡ [[α°β°, α], [id1, β]] ⇒ [[β, id1], [α°β°, βα]]
$Salt^3$ ⇒ Cat°°: [2.1 3.1 1.3] ⇒ [3.1 1.2 1.3] ≡ [[β, id1], [α°β°, βα]] ⇒ [[α°β°, α], [id1, β]]
$Salt^1$ ⇒ $Salt^2$: [1.3 2.1 3.1] ⇒ [3.1 1.3 2.1] ≡ [[α, α°β°], [β, id1]] ⇒ [[α°β°, βα], [α, α°β°]]
$Salt^2$ ⇒ $Salt^1$: [3.1 1.3 2.1] ⇒ [1.3 2.1 3.1] ≡ [[α°β°, βα], [α, α°β°]] ⇒ [[α, α°β°], [β, id1]]
$Salt^2$ ⇒ $Salt^3$: [3.1 1.3 2.1] ⇒ [2.1 3.1 1.3] ≡ [[α°β°, βα], [α, α°β°]] ⇒ [[β, id1], [α°β°, βα]]
$Salt^3$ ⇒ $Salt^2$: [2.1 3.1 1.3] ⇒ [3.1 1.3 2.1] ≡ [[β, id1], [α°β°, βα]] ⇒ [[α°β°, βα], [α, α°β°]]
$Salt^1$ ⇒ $Salt^3$: [1.3 2.1 3.1] ⇒ [2.1 3.1 1.3] ≡ [[α, α°β°], [β, id1]] ⇒ [[β, id1], [α°β°, βα]]
$Salt^3$ ⇒ $Salt^1$: [2.1 3.1 1.3] ⇒ [1.3 2.1 3.1] ≡ [[β, id1], [α°β°, βα]] ⇒ [[α, α°β°], [β, id1]]

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf
Kaehr, Rudolf, Double Cross Playing Diamonds. 2008. www.rudys-diamond-strategies.blogspot.com

Leopold, Cornelie, Kategorietheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58, 1990, S. 93-100
Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
Toth, Alfred, Semiotische Diamanten. 2008 (= Kap. 24)

Schritt und Sprung in der Semiotik

(...) ob nicht überhaupt die Dialektik der Qualitäten eine andere ist; ob nicht 'der Übergang' hier eine andere Rolle spielt.

Søren Kierkegaard, *Die Krankheit zum Tode* (1984, S. 93)

Die neue Qualität entsteht mit der ersten, mit dem Sprunge, mit der Plötzlichkeit des Rätselhaften.

Søren Kierkegaard, *Der Begriff Angst* (1984, S. 30)

Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge.

Søren Kierkegaard, *Der Begriff Angst* (1984, S. 32)

Die äusserste quantitierende Bestimmtheit erklärt den qualitativen Sprung ebenso wenig wie die geringste.

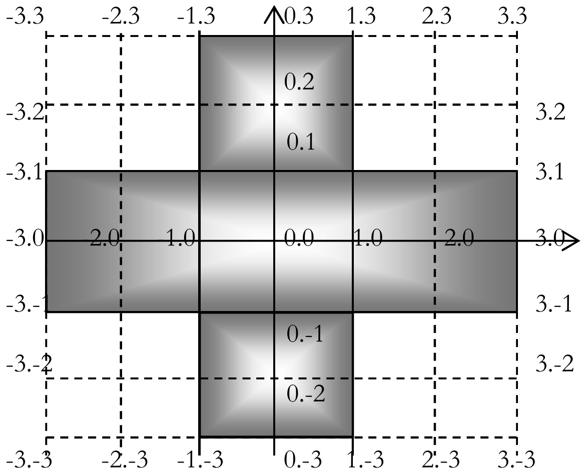
Søren Kierkegaard, *Der Begriff Angst* (1984, S. 37)

Da tut sie einen Sprung mitten in diesen Lichtstrahl hinein und beginnt sich von nun an selbst zuzusehen.

Unica Zürn, *Der Mann im Jasmin* (1977, S. 80)

1. Rudolf Kaehr (2007) hatte das Begriffspaar Schritt und Sprung in die polykontexturale Logik eingeführt, um die mathematische Unterscheidung zwischen Morphismen und den von Kaehr entdeckten Hetero-Morphismen bzw. von Kategorien und "Saltatorien" (oder "Jumpoids") in Anlehnung an die Terminologie Heideggers metaphysisch zu untermauern. Wie die obigen Zitate belegen, geht die Idee, den "Schritt" mit dem "Gänsemarsch" der Peanozahlen und das heisst mit der Nachfolge-Konzeption der vollständigen Induktion auf die quantitative Mathematik, dagegen den "Sprung" auf die qualitative Mathematik, genauer: auf die Überbrückung des kontexturalen Abgrundes zwischen den Peano-Zahlen einerseits und den polykontexturalen Strukturbereichen der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen anderseits anzuwenden, bereits auf Kierkegaard zurück. Auch Kronthaler, der Schöpfer der qualitativen Mathematik, spricht von einem Sprung: "Die von rechts nach links zunehmende Quantität von Ausdifferenzierungen zeigt u.a. einen Qualitätssprung von Proto → Deutero → Trito" (Kronthaler 1986, S. 35), dazu Anm. 116: "Hier im Sinne von: Quantität schlägt in Qualität um, verstanden" (1986, S. 187). Kronthaler benutzt dann die Unterscheidung von Schritt und Sprung dazu, die flächige Zählstruktur der qualitativen Zahlen darzustellen (1986, S. 31).

2. Wenn wir das semiotische Koordinatensystem ansehen, wie es in Toth (2008b) dargestellt wurde, können wir zwischen externen und internen Übergängen unterscheiden.



Die externen Übergänge liegen am äusseren Rand des Koordinatensystems jeweils auf einer horizontalen Achse, wenn das Koordinatensystem schrittweise um 90° gedreht wird. Die internen Übergänge liegen auf Achsen, die zu den horizontalen Achsen orthogonal sind, d.h. sie gehen bei allen 90°-Drehungen des Koordinatensystems von "aussen nach innen", d.h. dem absoluten Nullpunkt zu:

2.1. Externe Übergänge

1. (-1.3) → (0.3) → (1.3)
2. (3.1) → (3.0) → (3.-1)
3. (-1.-3) → (0.-3) → (1.-3)
4. (-3.-1) → (-3.0) → (-3.1)

2.2. Interne Übergänge

5. (0.3) → (0.2) → (0.1) → (0.0)
6. (3.0) → (2.0) → (1.0) → (0.0)
7. (0.-3) → (0.-2) → (0.-1) → (0.0)
8. (-3.0) → (-2.0) → (-1.0) → (0.0)

Man erkennt sofort:

1. (1., 3.) ⊥ (2., 4.) sowie (5., 7.) ⊥ (6., 8.), d.h. diese externen und internen Paare von Übergängen sind orthogonal zueinander.

2. Die Orthogonalen der externen Übergänge verhalten sich wie Morphismen zu Hetero-Morphismen. Die Orthogonale der internen Übergänge verhalten sich wie Morphismen zu inversen Morphismen.

3. 1. bis 4. bzw. 5. bis 8. sind alternative Sprünge und Schritte bzw. Schritte und Sprünge.

Wir erinnern uns daran, dass in Toth (2008c) semiotische Schritte als semiosische oder retrosemiosische Prozesse zwischen triadischen bzw. tetradischen Hauptwerten und Sprünge als semiosische oder retrosemiosische Prozesse zwischen trichotomischen Stellenwerten definiert wurden. Wenn wir also die in Toth (2008d) eingeführten semiotischen Kontexturen, berücksichtigen, d.h. die Tatsache, dass man die tetradisch-trichotomische Zeichenrelation als parametrisierte Relation über parametrisierten Relationen einführen kann:

PZR = (±3.±a ±2.±b ±1.±c ±0.±d),

dann können wir semiotisch folgendermassen zwischen Schritten, Sprüngen und Kontexturen unterscheiden (die Beispiele sind willkürlich gewählt):

(2.1) → (2.2) Schritt ohne Kontexturübergang
(2.1) → (-2.2) Schritt mit Kontexturübergang

(2.1) → (3.2) Sprung ohne Kontexturübergang
(2.1) → (-3.2) Sprung mit Kontexturübergang

Aus dieser Unterscheidung geht hervor, dass die Begriffe Sprung und Kontextur also wenigstens in der Semiotik getrennt werden können bzw. müssen. Neue Qualitäten können sich daher auch ausserhalb kontextureller Überschreitungen einstellen. Da Kontexturübergänge durch negative Vorzeichen sofort erkennbar sind, führen wir für die beiden Operatoren Schritt und Sprung die Symbole S und Σ ein.

3. Wie bereits in Toth (2008a, S. 38 f.), führen wir hier im Anschluss an Kaehr (2007, S. 12 u. passim) zwei polykontextural-semiotische Operatoren ein:

- den Jump-Operator ||
- den Bridging-Operator ⋈

Damit können wir nun die externen und die internen Übergänge zwischen dem präsemiotischen und dem semiotischen Raum mit Hilfe der Begriffe Schritt, Sprung und Kontextur sowie mit beiden semiotischen Trans-Operatoren formal darstellen:

3.1. Externe Übergänge

1. Σ((-1.3) || (0.3) || (1.3))
2. S((3.1) ⋈ (3.0) ⋈ (3.-1))
3. Σ((-1.-3) || (0.-3) || (1.-3))
4. S((-3.-1) ⋈ (-3.0) ⋈ (-3.1))

3.2. Interne Übergänge

5. S((0.3) ⋈ (0.2) ⋈ (0.1) ⋈ (0.0))
6. Σ((3.0) || (2.0) || (1.0) || (0.0)

7. $S((0.-3) \bowtie (0.-2) \bowtie (0.-1) \bowtie (0.0))$

8. $\Sigma((-3.0) \parallel (-2.0) \parallel (-1.0) \parallel (0.0))$

Damit haben wir also die grundlegenden polykontextural-semiotischen Operatoren des präsemiotischen Transit-Raumes formalisiert.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2008

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Kierkegaard, Søren, Die Krankheit zum Tode. Frankfurt am Main 1984

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, In Transit.Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Die präsemiotischen Strukturbereiche. Ms. (2008b)

Toth, Alfred, Kompositionen präsemiotischer Diamanten. Ms. (2008c)

Toth, Alfred, Der präsemiotische Transit-Raum. Ms. (2008d)

Zürn, Unica, Der Mann im Jasmin. Frankfurt am Main 1977

The rupture of identification

1. R.W. Fassbinder said in an interview: "In manchen Filmen habe ich die Spiegel oft eingesetzt, um durch sie Distanz zu schaffen, etwa zu einer Figur, mit der man sich noch vor zwei, drei Minuten identifiziert hat. Durch die Spiegelung ist plötzlich die Identifikation weg. Wenn man sich selber sieht, dann kann man sich nicht weiter identifizieren" / "In several movies, I used mirrors in order to create distance, e.g. to a figure, with which the audience identified itself still two, three minutes ago. By mirroring, suddenly the identification goes away. If one sees oneself, then one cannot any further identify oneself" (R.W. Fassbinder, in: Limmer 1982, p. 93).

Fassbinder's thesis of what I want to call "rupture of identification" has of course to be seen as an attack against "le stade du mirror", by which French psychiatrist Jacques Lacan tried to explain the emergence of consciousness in the early infant stadium. We know from another interview that Fassbinder was well acquainted with Lacan's work (cf. Fassbinder 2004, pp. 382 ss.). Most possibly, Fassbinder's statement was not without influence from the 1976 movie "Sybil" which shows a young woman with 16 personalities. In many shots, we see Sybil standing before a mirror and seeing one of her other personalities, in one shot even two of them together. In psychiatry, Dissociative-Identity-Disorder (DID), "involves extreme and repeated dissociation that interferes with a person's normal functioning and can result in memory gaps and identity confusion. By repeatedly dissociating and blocking out painful or unpleasant memories, a person with DID develops two or more distinctly different, often colorful or dramatic, identities. People with DID may have between 10 and 15 sub-personalities, and some people may even have more than 100. Often these sub-personalities can differ in gender, style, voice, and psychological make-up (...). Unlike people with schizophrenia, people with DID are in full control of their thoughts, although they may be unable to remember large portions of their life when their behavior is being controlled by a different sub-personality"[4].

Rudolf Kaehr, who has just published an important study about equality in polycontextural theory, speaks in this connection about compartmentalization: "Compartmentalization is a 'divide and conquer' process for separating thoughts that will conflict with one another. Divide and conquer is a strategy necessary if there is no mechanism of mediation available. Despite the safety of "multi-phrenic" cycles, there are some first intriguing detours to experience:

A simple cycle:

$$\neg_1\left(\neg_3\left(\neg_1\left(\neg_3\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

or the other way round:

$$\neg_3\left(\neg_1\left(\neg_3\left(\neg_1\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

two other clean cycle:

$$\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_2\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

$$\neg_2\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

now, mixed paths are leading back to Ego:

$$\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

The Mandala of Negations, $m = 4$.

(Text and graphic taken from Kaehr 2008, p. 7.)

In the present study, I intend to show the mathematical-semiotic mechanisms of rupture of identification via compartmentalization through semiotic mirroring functions by semiotic reflection operators. I will show both the sign connections between reflected sign classes and their permutations (cf. Toth 2008a, pp. 159 ss.; Toth 2008b, pp. 28 ss.) as well as the cycles of reflection both in triadic-trichotomic semiotics and in pre-semiotics (cf. Toth 2008c,d).

[4] http://www.humanillnesses.com/Behavioral-Health-Br-Fe/Dissociative-Identity-Disorder.html&h=191&w=150&sz=24&hl=de&start=8&um=1&tbnid=6a1dL7vOXDJSfM:&tbnh=103&tbnw=81&prev=/images%3Fq%3Dsybil%2Bsally%2Bfield%26um%3D1%26hl%3Dde%26lr%3D%26sa%3DN

2. Classical triadic-trichotomic semiotics, based on the sign-relation $SR_{3,3}$, is a system of 10 sign classes together with 3! = 6 permutations per sign class. In the following, I will show that these 6 permutations can be taken together to 3 pairs of 2 permutations which are related in a reflection cycle. The left column shows the sign class (3.1 2.1 1.3), the right column shows the general sign class schema (3.a 2.b 1.c) as the basis for all 10 sign classes:

R(3.1 2.1 1.3) = (1.3 2.1 3.1)
R(1.3 2.1 3.1) = (3.1 2.1 1.3)

R(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)
R(1.c 2.b 3.a) = (3.a 2.b 1.c)

R(3.1 1.3 2.1) = (2.1 1.3 3.1)
R(2.1 1.3 3.1) = (3.1 1.3 2.1)

R(3.a 1.c 2.b) = (2.b 1.c 3.a)
R(2.b 1.c 3.a) = (3.a 1.c 2.b)

R(2.1 3.1 1.3) = (1.3 3.1 2.1)
R(1.3 3.1 2.1) = (2.1 3.1 1.3)

R(2.b 3.a 1.c) = (1.c 3.a 2.b)
R(1.c 3.a 2.b) = (3.b 3.a 1.c)

3. Tetradic-trichotomic pre-semiotics, based on the sign-relation $SR_{4,3}$, is a system of 15 sign classes together with 4! = 24 permutations per sign class. The following list is structured in the same way as the one for triadic-trichotomic semiotics:

R(3.1 2.1 1.2 0.3) = (0.3 1.2 2.1 3.1)
R(0.3 1.2 2.1 3.1) = (3.1 2.1 1.2 0.3)

R(3.a 2.b 1.c 0.d) = (0.d 1.c 2.b 3.a)
R(d.0 c.1 b.2 a.3) = (3.a 2.b 1.c 0.d)

R(3.1 2.1 0.3 1.2) = (1.2 0.3 2.1 3.1)
R(1.2 0.3 2.1 1.3) = (1.3 2.1 0.3 1.2)

R(3.a 2.b 0.d 1.c) = (1.c 0.d 2.b 3.a)
R(1.c 0.d 2.b 3.a) = (3.a 2.b 0.d 1.c)

R(3.1 1.2 2.1 0.3) = (0.3 2.1 1.2 3.1)
R(0.3 2.1 1.2 3.1) = (3.1 1.2 2.1 0.3)

R(3.a 1.c 2.b 0.d) = (0.d 2.b 1.c 3.a)
R(0.d 2.b 1.c 3.a) = (3.a 1.c 2.b 0.d)

R(3.1 1.2 0.3 2.1) = (2.1 0.3 1.2 3.1)

R(2.1 0.3 1.2 3.1) = (3.1 1.2 0.3 2.1)

R(3.1 0.3 2.1 1.2) = (1.2 2.1 0.3 3.1)

R(1.2 2.1 0.3 3.1) = (3.1 0.3 2.1 1.2)

R(3.1 0.3 1.2 2.1) = (2.1 1.2 0.3 3.1)

R(2.1 1.2 0.3 3.1) = (3.1 0.3 1.2 2.1)

R(2.1 3.1 1.2 0.3) = (0.3 1.2 3.1 2.1)

R(0.3 1.2 3.1 2.1) = (2.1 3.1 1.2 0.3)

R(2.1 3.1 0.3 1.2) = (1.2 0.3 3.1 2.1)

R(1.2 0.3 3.1 2.1) = (2.1 3.1 0.3 1.2)

R(2.1 1.2 3.1 0.3) = (0.3 3.1 1.2 2.1)

R(0.3 3.1 1.2 2.1) = (2.1 1.2 3.1 0.3)

R(2.1 0.3 3.1 1.2) = (1.2 3.1 0.3 2.1)

R(1.2 3.1 0.3 2.1) = (2.1 0.3 3.1 1.2)

R(3.a 1.c 0.d 2.b) = (2.b 0.d 1.c 3.a)

R(2.b 0.d 1.c 3.a) = (3.a 1.c 0.d 2.b)

R(3.a 0.d 2.b 1.c) = (1.c 2.b 0.d 3.a)

R(1.c 2.b 0.d 3.a) = (3.a 0.d 2.b 1.c)

R(3.a 0.d 1.c 2.b) = (2.b 1.c 0.d 3.a)

R(2.a 1.c 0.d 3.a) = (3.a 0.d 1.c 2.a)

R(2.b 3.a 1.c 0.d) = (0.d 1.c 3.a 2.b)

R(0.d 1.c 3.a 2.b) = (2.b 3.a 1.c 0.d)

R(2.b 3.a 0.d 1.c) = (1.c 0.d 3.a 2.b)

R(1.c 0.d 3.a 2.b) = (2.b 3.a 0.d 1.c)

R(2.b 1.c 3.a 0.d) = (0.d 3.a 1.c 2.b)

R(0.d 3.a 1.c 2.b) = (2.b 1.c 3.a 0.d)

R(2.b 0.d 3.a 1.c) = (1.c 3.a 0.d 2.b)

R(1.c 3.a 0.d 2.b) = (2.b 0.d 3.a 1.c)

R(1.2 3.1 2.1 0.3) = (0.3 2.1 3.1 1.2)

R(0.3 2.1 3.1 1.2) = (1.2 3.1 2.1 0.3)

R(1.c 3.a 2.b 0.d) = (0.d 2.b 3.a 1.c)

R(0.d 2.b 3.a 1.c) = (1.c 3.a 2.b 0.d)

R(1.2 2.1 3.1 0.3) = (0.3 3.1 2.1 1.2)

R(0.3 3.1 2.1 1.2) = (1.2 2.1 3.1 0.3)

R(1.c 2.b 3.a 0.d) = (0.d 3.a 2.b 1.c)

R(0.d 3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a 0.d)

4. In another study, I have already shown the cyclic groups of triadic-trichotomic permutations (Toth 2008e). In the following, I will show the 3 possible cycles of the pre-semiotic sign classes and their permutations. As an example, we take the pre-semiotic sign class (3.1 2.1 1.2 0.3). Since it shows that each of the three cycles has one structure of sign connection each, we restrict displaying the behavior of 4 permutations each.

1. Cycle: Total Inversion

(2.1 3.1 1.2 0.3) → (0.3 1.2 3.1 2.1) → (2.1 3.1 1.2 0.3).

(2.1 3.1 1.2 0.3)

(0.3 1.2 3.1 2.1)

(2.1 3.1 1.2 0.3)

2. Cycle: Inversion of the last two and the first sub-signs

(2.1 3.1 1.2 0.3) → (1.2 0.3 2.1 3.1) → (2.1 3.1 1.2 0.3).

(2.1 3.1 1.2 0.3)

(1.2 0.3 2.1 3.1)

(2.1 3.1 1.2 0.3)

(2.1 3.1 0.3 1.2) → (0.3 1.2 2.1 3.1) → (2.1 3.1 0.3 1.2).

(2.1 3.1 0.3 1.2)

(0.3 1.2 2.1 3.1)

(2.1 3.1 0.3 1.2).

(0.3 2.1 1.2 3.1) → (1.2 3.1 0.3 2.1) → (0.3 2.1 1.2 3.1).

(0.3 2.1 1.2 3.1)

(1.2 3.1 0.3 2.1)

(0.3 2.1 1.2 3.1)

(1.2 0.3 3.1 2.1) → (3.1 2.1 1.2 0.3) → (1.2 0.3 3.1 2.1).

(1.2 0.3 3.1 2.1)

(3.1 2.1 1.2 0.3)

(1.2 0.3 3.1 2.1)

3. Cycle: Inversion of the last one and the first two sub-signs

(2.1 3.1 1.2 0.3) → (0.3 2.1 3.1 1.2) → (1.2 0.3 2.1 3.1) → (3.1 1.2 0.3 2.1) → (2.1 3.1 1.2 0.3).

(2.1 3.1 1.2 0.3)

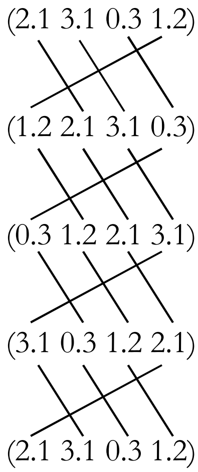
(0.3 2.1 3.1 1.2)

(1.2 0.3 2.1 3.1)

(3.1 1.2 0.3 2.1)

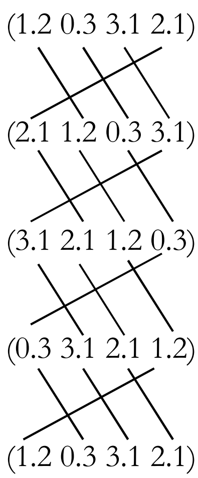
(2.1 3.1 1.2 0.3)

(2.1 3.1 0.3 1.2) → (1.2 2.1 3.1 0.3) → (0.3 1.2 2.1 3.1) → (3.1 0.3 1.2 2.1) → (2.1 3.1 0.3 1.2).

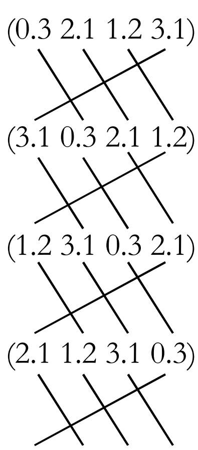


(2.1 3.1 0.3 1.2) → (1.2 2.1 3.1 0.3) → (0.3 1.2 2.1 3.1) → (3.1 0.3 1.2 2.1) → (2.1 3.1 0.3 1.2).

(1.2 0.3 3.1 2.1) → (2.1 1.2 0.3 3.1) → (3.1 2.1 1.2 0.3) → (0.3 3.1 2.1 1.2) → (1.2 0.3 3.1 2.1).

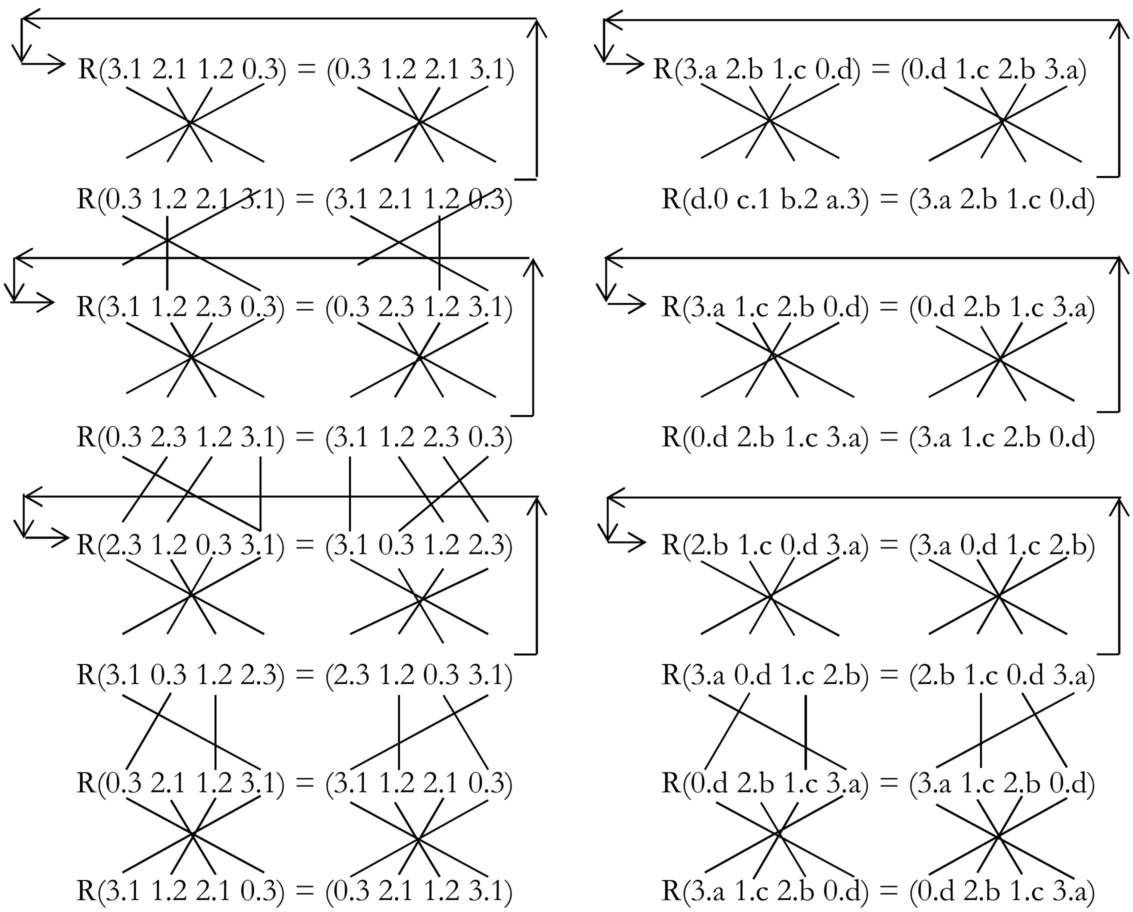


(0.3 2.1 1.2 3.1) → (3.1 0.3 2.1 1.2) → (1.2 3.1 0.3 2.1) → (2.1 1.2 3.1 0.3) → (0.3 2.1 1.2 3.1).



(0.3 2.1 1.2 3.1)

5. In the following, I present a complex example of the sign connections and permutation cycles between the pre-semiotic sign classes (3.1 2.1 1.2 0.3) and (3.1 2.3 1.2 0.3). It can be interpreted, e.g., as a semiotic basis for the simultaneous presence of multiple personalities, for example a person watching two compartmentalized personalities of it in the mirror:



It is easy to recognize that a structure like this one can be infinitely enlarged, as long as two sign classes share at least one sub-sign with one another. Therefore, the rupture or even dis-rupture of identification can be reconstructed on semiotic and even pre-semiotic level. However, this is easier to achieve in semiotics than in pre-semiotics, since in semiotics, all sign-classes hang together by at least one sub-sign with the dual-identical sign class (3.1 2.2 1.3) (Walther 1982), while in pre-semiotics, there is no dual-identical sign class and no sign class that shares any sub-signs with all other sign-classes.

Literature

Fassbinder, Rainer Werner, Die ungekürzten Interviews. Ed. by Robert Fischer. Frankfurt am Main 2004

Kaehr, Rudolf, http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Equality/Equality.html

Limmer, Wolfgang, Rainer Werner Fassbinder, Filmemacher. 2nd ed. Reinbek 1982

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Tetradic, triadic, and dyadic sign classes. Ch. 44 (2008c)
Toth, Alfred, Towards a reality theory of pre-semiotics. Ch. 42 (2008d)
Toth, Alfred, Cyclic groups of semiotic transpositions. Ch. 8 (vol. I) (2008e)
Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, pp. 15-20

E.T.A. Hoffmanns chiastischer Karneval

> Wer ist der Ich, der aus dem Ich gebären
> Das Nicht-Ich kann, die eigne Brust zerspalten
> Und schmerzlos hoch Entzücken mag bewähren?
>
> E.T.A. Hoffmann, *Prinzessin Brambilla*, S. 80

1. E.T.A. Hoffmann als Philosoph

Nach von Matt steht Ernst Theodor Amadeus Hoffmann (1776-1822) "nicht im Ruf, ein grosser Denker zu sein" (1971, S. 1)[5]. Als Schriftsteller, Musiker und Maler war er dennoch Zeitgenosse von Novalis (1772-1801), von Chamisso (1781-1838), Ludwig Tieck (1773-1853), Kant (1724-1804), Hegel (1770-1831), Fichte (1762-1814) und Schelling (1775-1854), d.h. seine Lebenszeit fällt literarisch in die Romantik, philosophisch in die Zeit des kritischen Rationalismus und vor allem des transzedentalen Idealismus. Im folgenden beabsichtige ich nicht, eine neue Interpretation von einigen Werken Hoffmanns vorzulegen, sondern ich versuche, einige für Hoffmann typische Motive auf ihre philosophische Herkunft und heutige philosophische Einordnung hin zu prüfen. Dabei wird sich ergeben, dass Hoffmann sehr wohl ein Philosoph war – allerdings keiner, der monokontextural-aristotelisch argumentierte, sondern einer der frühesten Pioniere einer polykontextural-nichtaristotelischen Philosophiekonzeption. Wie aus der Arbeit von Hohmann über Kierkegaard (Hohmann 1999) und meiner eigenen zu Panizza (Toth 2006) hervorgeht, sind die drei wichtigsten Kriterien für Texte, welche polykontexturales Gedankengut vermitteln:

1. Die Aufhebung der Grenze zwischen Subjekt und Objekt (Kap. 2.)
2. Das Auftreten von Reflexionsresten (Kap. 3)
3. Die Aufhebung der Individualität von Personen (Kap. 4)

Diese drei Kriterien bedingen sich gegenseitig insofern, als Kriterium 1 erfüllt sein muss, bevor Kriterium 2 erfüllt sein kann, und ohne die Kriterien 1 und 2 kann auch das Kriterium 3 nicht erfüllt sein.[6]

---

5 Hinzu kommen die für die folgenden Argumentationen nicht unwichtigen Fehleinschätzungen von Hoffmanns Person: "Alkoholismus hat sich bei H[offmann] nicht auf rein zufällige Art entwickelt. Er war mit einem neuropathischen Erbgut schwer belastet und war selbst allezeit, trotz seiner bemerkenswerten intellektuellen Fähigkeiten, ein Anormaler, ein Psychopath. Der Alkohol wirkte auf seinen Geisteszustand in doppelter Weise: er verstärkte seinen schon vorher bestehenden Zustand der inneren Unausgeglichenheit, und er fügte noch die ihm eigentümlichen Stigmen hinzu, unter denen Wahnträume bei Tag und Nacht den ersten Platz einnahmen. Mehr noch als sein Geist wurde die physische Gesundheit H.'s angegriffen, und er erlag in fünf Monaten einer fortschreitenden Alkoholpolyneuritis. Die meisten Werke, die H. hinterlassen hat, wurden in den letzten fünfzehn Jahren seines Lebens geschrieben, d.h. in der Zeit, in der er regelmässig trank. Das erklärt, dass ihnen der Stempel des Alkohols aufgeprägt ist, und dass man überall die Spuren des Wahnsinns findet, deren Opfer er war (Lange-Eichbaum 1967, S. 391f.). Der gegenwärtige Autor kann sich hier eines Kommentars nicht enthalten: Wer – wie in diesem Aufsatz nachgewiesen werden wird – wie Hoffmann in zwei Kontexturen lebt, der muss schon deshalb auch in der "Halbwelt" leben, weil die platonische Dyas ja sowohl das Verhältnis 2:1 als auch dasjenige 1:2 einschloss (und damit die 2 bereits als polykontexturale, weil hermeneutisch relevante, Zahl auswies).

6 Ich verwende neben den üblichen folgende Abkürzungen: ET = Die Elixiere des Teufels; GT = Der goldne Topf; PB = Prinzessin Brambilla; ZZ = Klein Zaches, genannt Zinnober. Seltener zitierte Werke Hoffmanns werden ausgeschrieben.

2. Die Aufhebung der Grenze zwischen Subjekt und Objekt

Zwischen Subjekt und Objekt, Zeichen und Bezeichnetem, Ich und Du, Leben und Tod, usw. verläuft in der klassisch-zweiwertigen Logik eine Kontexturgrenze, die als unüberschreitbar bzw., einmal überschritten, als irreversibel betrachtet wird. Solche Kontexturüberschreitungen gehören geradezu zu der "in jenem Serapionischen Prinzip endültig fixierte[n] Erkenntnis von der wechselseitigen Spiegelung der inneren und der äusseren Welt" (Stegmann 1976, S. 67); entsprechend gehört der Topos des bei Hoffmann immer wieder erweckten Traumbildes ausdrücklich "beiden Welten" an (Stegmann 1976, S. 67). Über Hoffmanns Weltbild heisst es später im Hegelschen Sinne: "Es ist ein dialektisches Zugleich" (Stegmann 1976, S. 68). Sehr modern im Sinne der von Gotthard Günther (1900-1984) geschaffenen Polykontexturalitätstheorie mutet auch die folgende Feststellung an: "Die Wirklichkeit als ganze ist vieldeutig und offen. Sie ist der unendliche Kreislauf vom Ich zur Welt und von der Welt zum Ich" Stegmann 1976, S. 69).

Das Heraustreten aus dem Spiegel ist eine der Möglichkeiten, die Überschreitung der Kontexturgrenze zwischen Diesseits und Jenseits bildhaft zu machen: "Die drei goldgrünen Schlänglein tanzten und hüpften. Und wenn die schlanken, in tausend Funken blitzenden Leiber sich berührten, da erklangen herrliche Akkorde wie Kristallglocken, und die mittelste streckte wie voll Sehnsucht und Verlangen das Köpfchen zum Spiegel heraus" (GT, S. 217). " 'Mirakel, Mirakel!' schrie das Volk immerfort, 'seht ihr wohl den alten Mann im violetten Mantel? – Der ist aus dem Bilde des Hochaltars herabgestiegen" (ET, S. 581). "An den Anselmus musste sie [Veronika Paulmann] denken, und als sie immer fester und fester den Gedanken auf ihn richtete, da lächelte er ihr freundlich aus dem Spiegel entgegen wie ein lebhaftes Miniaturporträt. Aber bald war es ihr, als sähe sie nicht mehr das Bild – nein, sondern den Studenten Anselmus selbst leibhaftig" (GT, S. 237f.).

Auch die Loslösung des Spiegelbildes von seinem Träger folgt aus der Aufhebung der Subjekt-Objekt-Dichotomie: " 'Lass mir dein Spiegelbild, du innig Geliebter, es soll mein und bei mir bleiben immerdar'. – 'Giulietta', rief Erasmus ganz verwundert, 'was meinst du denn? – Mein Spiegelbild?' [...]. Da rief Erasmus, wahnsinnig vor tötendem Liebesschmerz: 'Muss ich denn fort von dir? – Muss ich fort, so soll mein Spiegelbild dein bleiben auf ewig und immerdar. Keine Macht – der Teufel soll es dir nicht entreissen, bis du mich selbst hast mit Seele und Leib'. Giuliettas Küsse brannten wie Feuer auf seinem Munde, als er dies gesprochen, dann liess sie ihn los und streckte sehnsuchtsvoll die Arme aus nach dem Spiegel. Erasmus sah, wie sein Bild unabhängig von seinen Bewegungen hervortrat, wie es in Giuliettas Arme glitt, wie es mit ihr im seltsamen Duft verschwand" (Die Abenteuer der Silvesternacht, S. 284). Aus einem Dialog zwischen dem Teufel und Peter Schlemihl in dem gleichnamigen Werk Adelbert von Chamissos erfahren wir: "Er zog sogleich meinen Schatten aus seiner Tasche, und ihn mit einem geschickten Wurf auf die Heide entfaltend, breitete er ihn auf der Sonnenseite zu seinen Füssen aus, so, dass er zwischen den beiden ihm aufwartenden Schatten, dem meinen und dem seinen, daher ging; denn meiner musste ihm gleichfalls gehorchen und nach allen seinen Bewegungen sich richten und bequemen" (von Chamisso, Bd. II, S. 322).

Die Urvorstellung der Aufhebung der Grenze zwischen Zeichen und Objekt scheint das Pygmalion-Motiv zu sein: Der kyprische König Pygmalion schafft sich selbst eine Statue einer Frau, welches Aphrodite lebendig werden lässt. Sie heiraten und haben eine Tochter; vgl. Ovid, Metamorphosen X 250-252: "Virginis est verae facies, quam vivere credas, / Et, si non obstet reverentia, velle moveri; / Ars adeo latet arte sua". Hier übersetzt die Budé-Ausgabe falsch: "tant l'art se dissimule à force d'art", gemeint ist natürlich nichts anderes als die Aufhebung der Kontexturgrenze. 281ff.: "visa tepere est. / Admovet os iterum, manibus quoque pectora temptat; / Temptatum mollescit ebur positoque rigore

/ Subsidit digitis ceditque [...]. / Rursus amans rursusque manu sua vota retractat; / Corpus erat; saliunt temptatae pollicae venae [...] / Sensit et erubuit timidumque ad lumina lumen / Attollens pariter cum caelo vidit amantem". Bömer (1980, S. 93) vermerkt in seinem Kommentar, die Pygmalion-Geschichte sei "eine der wenigen Metamorphosen, in denen nicht, wie üblich, der Wandel einer menschlichen Gestalt in ein lebloses Wesen, sondern das genaue Gegenteil Gegenstand der Erzählung ist". Auch Hoffmann hat diesen Topos in die ET eingebaut: "[Francesko] heulte vor wahnsinniger Begier, er gedachte des heidnischen Bildhauers Pygmalion, dessen Geschichte er gemalt, und flehte so wie er zur Frau Venus, dass sie seinem Bilde Leben einhauchen möge. Bald war es ihm auch, als finge das Bild an sich zu regen, doch als er es in seine Arme fassen wollte, sah er wohl, dass es tote Leinwand geblieben. Dann zerraufte er sein Haar und gebärdete sich wie einer, der von dem Satan besessen. Schon zwei Tage und zwei Nächte hatte es Francesko so getrieben; am dritten Tag, als er wie eine erstarrte Bildsäule vor dem Bilde stand, ging die Tür seines Gemachs auf, und es rauschte hinter ihm wie mit weiblichen Gewändern. Er drehte sich um und erblickte ein Weib, das er für das Original seines Bildes erkannte" (ET, S. 537).

Geradezu das Leitmotiv schlechthin ist aber die Durchstossung der Kontexturgrenze zwischen Ich und Du in Hoffmanns Erzählung "Klein Zaches, genannt Zinnober". Ich habe insgesamt dreizehn Fälle gezählt, wobei im folgenden nur auf drei besonders charakteristische hinzuweisen ist: "Balthasar griff herab nach dem Kleinen, ihm aufzuhelfen, und berührte dabei unversehens sein Haar. Da stiess der Kleine einen gellenden Schrei aus, dass es im ganzen Saal widerhallte und die Gäste erschrocken auffuhren von ihren Sitzen. Man umringte den Balthasar und fragte durcheinander, warum er denn um des Himmels willen so entsetzlich geschrien" (ZZ, S. 310). Obwohl also Klein Zaches schreit, wird der Schrei dem Balthasar angelastet. Doch es kommt noch schöner: "Balthasar glaubte, dass der rechte Augenblick gekommen, mit seinem Gedicht von der Liebe der Nachtigall zur Purpurrose hervorzurücken [...]. Sein eignes Werk, das in der Tat aus wahrhaftem Dichtergemüt mit voller Kraft, mit regem Leben hervorgeströmt, begeisterte ihn mehr und mehr. Sein Vortrag, immer leidenschaftlicher steigernd, verriet die innere Glut des liebenden Herzens. Er bebte vor Entzücken, als leise Seufzer – manches leise Ach – der Frauen, mancher Ausruf der Männer: 'Herrlich – vortrefflich, göttlich!' ihn überzeugten, dass sein Gedicht alle hinriss. Endlich hatte er geendet. Da riefen alle: 'Welch ein Gedicht! – Welche Gedanken – welche Phantasie, was für schöne Verse – welcher Wohlklang – Dank – Dank Ihnen, bester Herr Zinnober, für den göttlichen Genuss" (ZZ, S. 311ff.).

Doch Hoffmann begnügt sich nicht mit dem simplen Austausch eines Subjektes durch ein Objekt bzw. umgekehrt, wie es etwa Oscar Wilde in seinem "Bildnis des Dorian Gray" oder Edgar Allan Poe im "Oval Portrait" getan hatten: Im folgenden Fall ist Mosch Terpin sogar Subjekt und Objekt zugleich: "Als sie eintraten, stand der Professor Mosch Terpin allein in der Mitte, die Instrumente noch in der Hand, womit er irgendein physikalisches Experiment gemacht, starres Staunen im Gesicht. Die ganze Gesellschaft hatte sich um den kleinen Zinnober gesammelt, der, den Stock untergestemmt, auf den Fussspitzen dastand und mit stolzem Blick den Beifall einnahm, der ihm von allen Seiten zuströmte. Man wandte sich wieder zum Professor, der ein anderes sehr artiges Kunststückchen machte. Kaum war er fertig, als wiederum alle, den Kleinen umringend, riefen: 'Herrlich – vortrefflich, lieber Herr Zinnober!'. – Endlich sprang auch Mosch Terpin zu dem Kleinen hin und rief zehnmal stärker als die übrigen: 'Herrlich – vortrefflich, lieber Herr Zinnober!'" (ZZ, S. 313f.). (Wie alle angeführten und auch die hier unterdrückten Beispiele zeigen, befindet sich von allen Partizipanten des ZZ offenbar einzig Balthasar in der monokontexturalen Welt. Er dient quasi als "Verbindungsmann" zum ebenfalls in der Monokontexturalität lebenden Lesenden.)

Im Zusammenhang mit der Durchbrechung der Subjekt-Objekt-Dichotomie entdeckt man immer wieder, dass Kontexturgrenzen mitten durch unsere vermeintlich monokontexturale Wirklichkeit verlaufen. Das bekannteste Beispiel der Weltliteratur steht in Lewis Carroll's "Through the Looking-Glass" und wurde von Günther wie folgt kommentiert: "No matter how loud the discourse between Alice and the Tweedle brothers may get, it will not wake the Red King, because the existence or mode of Reality of Alice and the Twins is discontextural with the physical body of the King who is – or seems at least – to be lying in front of them in the grass" (1976-80, II, S. 253). Bei Hoffmann lesen wir etwa: "Ungeachtet des weiten Weges bis in die einsame Strasse, in der sich das uralte Haus des Archivarius Lindhorst befand, war der Student Anselmus vor zwölf Uhr an der Haustür. Da stand er und schaute den grossen schönen, bronzenen Türklopfer an; aber als er nun auf den letzten, die Luft mit mächtigem Klange durchbrechenden Schlag der Turmuhr an der Kreuzkirche den Türklopfer ergreifen wollte, da verzog sich das metallene Gesicht im ekelhaften Spiel blauglühender Lichtblicke zum grinsenden Lächeln. Ach! Es war ja das Apfelweib vom Schwarzen Tor! [...] Die Klingelschnur senkte sich hinab und wurde zur weissen, durchsichtigen Riesenschlange; sie umwand und drückte ihn, fester und fester ihr Gewinde schnürend, zusammen, dass die mürben zermalmten Glieder knackend zerbröckelten und sein Blut aus den Adern spritzte, eindringend in den durchsichtigen Leib der Schlange und ihn rot färbend (GT, S. 208). Im Gegensatz zu Alice kommt Anselmus aber der polykontexturalen Wahrheit auf den Grund: " 'Er kann aber auch selbst in Person davongeflogen sein, der Herr Archivarius Lindhorst', sprach der Student Anselmus zu sich selbst, 'denn ich sehe und fühle nun wohl, dass alle die fremden Gestalten aus einer fernen wundervollen Welt, die ich sonst nur in ganz besonders merkwürdigen Träumen schaute, jetzt in ein waches, reges Leben geschritten sind und ihr Spiel mit mir treiben" (GT, S. 218f.).

Polykontexturale Welten können sich verändern; sie sind ja nicht wie die eine (vermeintlich) monokontexturale Welt unveränderlich. Diese Einsicht kommt bei Hoffmann sehr gut zum Ausdruck, als Anselmus den Garten des Archivarius Lindhorst betritt: "Anselmus schritt gestrost hinter dem Archivarius her; sie kamen aus dem Korridor in einen Saal oder vielmehr in ein herrliches Gewächshaus, denn von beiden Seiten bis an die Decke hinauf standen allerlei seltene wunderbare Blumen, ja grosse Bäume mit sonderbar gestalteten Blättern und Blüten. Ein magisches blendendes Licht verbreitete sich überall, ohne dass man bemerken konnte, wo es herkam, da durchaus kein Fenster zu sehen war. Sowie der Student Anselmus in die Büsche und Bäume hineinblickte, schienen lange Gänge sich in weite Ferne auszudehnen. – Im tiefen Dunkel dicker Zypressenstauden schimmerten Marmorbecken, aus denen sich wunderliche Figuren erhoben, Kristallstrahlen hervorspritzend, die plätschernd niederfielen in leuchtende Lichtkelche [...] (GT, S. 227f.). Dann aber später: "Als er nun mittags durch den Garten des Archivarius Lindhorst ging, konnte er sich nicht genug wundern, wie ihm das alles sonst so seltsam und wundervoll habe vorkommen können. Er sah nichts als gewöhnliche Scherbenpflanzen, allerlei Geranien, Myrtenstöcke u. dgl. Statt der glänzenden bunten Vögel, die ihn sonst geneckt, flatterten nur einige Sperlinge hin und her, die ein unverständliches unangenehmes Geschrei erhoben, als sie des Anselmus gewahr wurden. Das blaue Zimmer kam ihm auch ganz anders vor, und er begriff nicht, wie ihm das grelle Blau und die unnatürlichen, goldnen Stämme der Palmbäume mit den unförmigen, blinkenden Blättern nur einen Augenblick hatten gefallen können" (GT, S. 251).

Polykontexturale Welten sind ferner eindeutig-mehrmöglich bzw. multi-ordinal im Sinne Korzybskis (vgl. Kronthaler 1986, S. 60). Als Fabian und Balthasar den Garten des Doktors Prosper Alanus betreten, lesen wir: "Fabian bemerkte zwei Frösche von ungewöhnlicher Grösse, die schon von dem Gartentor an zu beiden Seiten der Wandelnden mitgehüpft waren. 'Schöner Park', rief Fabian, 'in dem es solch Ungeziefer gibt!' und bückte sich nieder, um einen kleinen Stein aufzuheben, mit dem er nach den lustigen Fröschen zu werfen gedachte. Beide sprangen ins Gebüsch und guckten ihn mit glänzenden, menschlichen Augen an. 'Wartet, wartet!' rief Fabian, zielte nach dem einen und warf. In dem Augenblick quäkte aber ein kleines hässliches Weib, das am Wege sass: 'Grobian! Schmeiss Er nicht auf ehrliche Leute, die hier im Garten mit saurer Arbeit ihr bisschen Brot verdienen müssen'" (ZZ, S. 325). Ob Frosch oder Mensch, ob Einhorn oder Pferd – in polykontexturalen Welten sind die Zuordnungen zwischen Objekten und Funktionen, zwischen Personen und Erscheinungen, zwar nicht eindeutig, aber auch nicht willkürlich, sondern eben eindeutig-mehrmöglich.

Es ist eben die Aufklärung, der Rationalismus, der – in getreuer Weiterführung des aristotelischen Konzepts der reinen Quantität gegenüber der qualitativ-quantitativen bzw. quantitativ-qualitativen Konzeption Platons, unter dem verblendenden Namen der Illumination das Organische ins Anorganische, das Prozessuale ins Statische, das Eindeutig-Mehrmögliche ins Eineindeutige, kurz: das Leben in den Tod geführt hat: "In der unglücklichen Zeit, wenn die Sprache der Natur dem entarteten Geschlecht der Menschen nicht mehr verständlich sein, wenn die Elementargeister, in ihre Regionen gebannt, nur aus weiter Ferne in dumpfen Anklängen zu den Menschen sprechen werden, wenn, dem harmonischen Kreise entrückt, nur ein unendliches Sehnen ihm die dunkle Kunde von dem wundervollen Reiche geben wird, das er sonst bewohnen durfte, als noch Glaube und Liebe in seinem Gemüte wohnten [...] (GT, S. 243). Novalis ging sogar noch weiter und fragte: "Könnte die Natur nicht über den Anblick Gottes Stein geworden seyn? Oder vor Schrecken über die Ankunft des Menschen?" (ed. Samuel 1978, S. 224). Anders als Novalis, für den galt: "Das höchste Leben ist Mathematik". "Echte Mathematik ist das eigentliche Element des Magiers", usw. (vgl. Hamburger 1966, S. 16), machte aber Hoffmann den Schritt vom transzendentalen Idealismus zu einem "magischen Realismus" nicht mit, denn nach Hoffmann lässt sich diese Welt "durch Zählen, Messen und Wiegen allein nicht in ihrer Ganzheit erklären. Genau das ist aber der offenbar bis heute unausrottbare Aberglaube der Aufklärung. Romantik heisst für Hoffmann, der Welt den Zauber zu belassen [...]. Hoffmann erkennt, dass die Früchte der Aufklärung abgeerntet sind und erklärt die Aufklärung daher zum Mittelalter seiner Gegenwart und die Vernunft zum schwarzen Tod der Phantasie" (Driesen 1997, S. 87f.).

Lewis Carroll brachte es fertig, mit dem "Lied vom Weissen Ritter" ein Gedicht zu schreiben, das aus Wörtern bzw. Abschnitten besteht, die im Satz- bzw. Textzusammenhang betrachtet multi-ordinale Zeichen sind. Bei ihm wird offenbar eine polykontexturale Semiotik vorausgesetzt, in der Zeichen ("Name" bzw. "heissen") und Objekt ("Lied" bzw. "sein") nicht länger durch Kontexturgrenzen voneinander geschieden sind, so dass sich insgesamt vier Möglichkeiten der Bezeichnung ergeben: " 'Der Name des Liedes heisst 'Heringsköpfe'. – 'Ach! Das ist wirklich sein Name?' fragte Alice, damit es nicht so aussähe, als wäre ihr das gleichgültig. – 'Nein, du hast mich falsch verstanden', sagte der Ritter etwas unmutig. 'So *heisst* sein Name nur. Der Name selbst ist 'Der uralte Mann'.' – 'Dann hätte ich also sagen sollen: 'So heisst das Lied also?' verbesserte sich Alice. – 'Aber nein doch, das ist wieder etwas anderes. Das *Lied* heisst 'Trachten und Streben'; aber freilich *heisst* es nur so.' – 'Ja, aber welches Lied *ist* es denn?' fragte Alice, die sich nun gar nicht mehr auskannte. - 'Das wollte ich dir eben sagen', erwiderte der Ritter. 'Es ist das Lied 'Hoch droben auf der Pforten'". Des Weissen Ritters Erläuterungen lassen sich also wie folgt gliedern:

	heissen	sein
Name	Heringsköpfe	Der uralte Mann
Lied	Trachten und Streben	Hoch droben auf der Pforten

Hier wird also sowohl von der Unterscheidung zwischen Name vs. Lied als auch von derjenigen zwischen heissen und sein die monokontexturale Zeichen-Objekt- und das heisst die Subjekt-Objekt-Relation proömiell durchbrochen. Wir werden im 4. Kapitel anlässlich der Besprechung des Chiasmus im Zusammenhange mit der Auflösung der Identität bzw. Individualität von Personen darauf zurückkommen: "Er sprache: 'Ich pflücke Heringsköpf' / Auf Äckern, Flur und Raine / Und mache daraus Hosenknöpf' / Beim trauten Lampenscheine; / Und dafür gibt man mir nicht Gold / Und auch nicht Silber teuer, / Zwei Heller, wenn ihr geben wollt, / Dann sind drei Dutzend Euer. / Auch grab ich manchmal nach Kakao / Und fisch im See die Zeder / Und sammel auf der grünen Au / Für Kutschen Speichenräder. / Auf diese Weis', so zwinkert er, / 'Bin ich zu Geld gekommen / Und leer dies Glas auf Euch, mein Herr, / Wohl mög es Euch bekommen!'" (Carroll 1974, S. 118ff.).

Konersmann hat in seiner schönen Arbeit über René Magritte sogar gesagt: "Zwischen den Bildern und den Dingen klafft eine Lücke, die zu schliessen auch die Kunst nicht vermag. Sie bietet jedoch Raum für Gestaltungsmöglichkeiten, in denen die Differenz zwischen der Welt und ihrem Abbild, oder sagen wir genauer: zwischen der Welt des Bildes und der Welt der Dinge sich variantenreich erörtern lässt. Hier nistet das Mysterium, von dem Magritte immer wieder spricht" (1991b, S. 17). Dieses "Mysterium" erlebt etwa auch ein Kunsterzieher, der zwanzig Schüler dieselbe Rose abzeichnen lässt – er wird am Ende zwanzig verschiedene Rosen-Zeichnungen haben, denen doch etwas Invariantes gemein ist. Theoretisch ausgedrückt: Den n verschiedenen Zeichen des einen Rosen-Objektes korrespondieren die n-1 ontologischen und logischen Standpunkte einer n-wertigen polykontexturalen Logik mit 1 Objekt und n-1 Subjekten.

3. Das Auftreten von Reflexionsresten

Reflexionsreste, die nach Günther als "Obdachlosenasyle" für die aus dem zweiwertigen Denken ausgegliederten Denkreste fungieren, treten in einer zweiwertigen Logik deshalb auf, weil die Negation das blosse Spiegelbild der Position ist und diese daher bloss kopiert. Sobald wir aber eine Logik haben, in der Platz ist für mehr als ein Subjekt, entsteht eine Unbalanciertheit zwischen Subjekt und Objekt, die in Form von sich unklassisch gebärdenden Objekten zum Ausdruck kommt, wie etwa Drachen, Hexen und Meerjungfrauen in den Volksüberlieferungen. So sagt der Berater des Fürsten Paphnutius: "Nicht alle Feen, gnädiger Herr, wollen wir fortschicken nach Dschinnistan, sondern einige im Lande behalten" (ZZ, S. 293). Genauso wie der Volksglaube in Märchen, Sage und Legende neben unserem rationalen Weltbild nebenher läuft, genauso wie neben der Astronomie noch immer die Astrologie und neben der Chemie noch immer die Alchemie weiterleben, erkennt auch Balthasar: "Wahr, dass Fürst Paphnutius die Aufklärung einführte zu Muss und Frommen seines Volkes, seiner Nachkommenschaft, aber manches Wunderbare, Unbegreifliche ist doch noch zurückgeblieben" (ZZ, S. 319). "Die Wunder sind geblieben, denn wenn wir selbst das Wunderbarste, von dem wir täglich umgeben, deshalb nicht mehr so nennen wollen, weil wir einer Reihe von Erscheinungen die Regel der zyklischen Wiederkehr abgelauert haben, so fährt doch durch jenen Kreis ein Phänomen, das all unsere Klugheit zuschanden macht und an das wir, weil wir es nicht zu erfassen vermögen, in stumpfsinniger Verstocktheit nicht glauben. Hartnäckig leugnen wir dem innern Auge deshalb die Erscheinung ab, weil sie zu durchsichtig war, um sich auf der rauhen Fläche des äusseren Auges abzuspiegeln. – Jenen seltsamen Maler rechne ich zu den ausserordentlichen Erscheinungen, die jeder erlauerten Regel spotten; ich bin zweifelhaft, ob seine körperliche Erscheinung das ist, was wir wahr nennen" (ET, S. 530).

Dass alles, was jemand in der Gegenwart von Klein Zaches tut, diesem; was Klein Zaches aber macht, einem andern angelastet wird, für die Aufhebung oder Permeabilisierung der Kontexturgrenze zwischen Ich und Du also, dafür ist ja gerade ein solches prä-rationalistisches Relikt verantwortlich: Die Fee Rosabelverde, welche offiziell das "säkularisierte" Stiftsfräulein von Rosengrünschön ist (ZZ, S. 291). Also muss nach Hoffmanns Auffassung die vorkartesische Zeit die polykontexturale Zeit gewesen sein (in Wirklichkeit beginnt die monokontexturale Zeit bereits mit der Metaphysik des Aristoteles), denn bei Descartes lesen wir klipp und klar: "Nun bemerke ich hier erstlich, dass ein grosser Unterschied zwischen Geist und Körper insofern vorhanden ist, als der Körper seiner Natur nach stets teilbar, der Geist hingegen durchaus unteilbar ist" (1994, S. 74). Unteilbar ist der Geist nach der irrigen Auffassung des Cartesius einzig deshalb, weil es in einer zweiwertigen Logik zwar unendlich viele Objekte gibt, aber Platz nur für ein einziges Subjekt hat, für das meistens "Ich" eingesetzt wird. Descartes berühmtes (wenigstens in dieser Gestalt kolportiertes) "Cogito, ergo sum" wird so auch verständlich, insofern derjenige, welcher denkt, trivialerweise deshalb mit dem Ich identisch sein muss, weil die zweiwertige Logik gar keinen dritten Wert für ein Du, Er, Wir, usw. hat, dessen Existenz durch das Denken bewiesen werden könnte.

Als Antizipation von Reflexionsresten finden wir ein besonders eindrückliches Beispiel in Oskar Panizzas "Liebeskonzil": Der Teufel, von Gott, Maria und ihrem Sohn mit der Aufgabe betraut, die Menschheit für ihre sexuellen Ausschweifungen mit einem besonderen Gift zu bestrafen, zieht sich in seine Wohnung zurück, versucht nachzudenken, kommt aber zu keinem Resultat und schläft darüber ein. Während er noch schläft, wechselt das Bühnenbild im Hintergrund: "Man erblick ein ungeheures Totenfeld, auf dem eine schier unfassbare Zahl, wie es scheint lauter Weiber, in Leibesgestalt, mit fahlen Gewändern, die einen hockend, die anderen hingestreckt, teils die Arme aufgestützt, teils das Gesicht in den Armfalten vergraben, wie schlafend dortliegen". Plötzlich erwacht der Teufel: "Ah! – Ihr seid mir vorausgeeilt, Gedanken!" Er betrachtet lange mit Entzücken die Szene: "Ihr habt euch verwirklicht, meine guten Gedanken!" (Panizza 1991, S. 75f.).

In einer polykontexturalen Logik, welche n Werte besitzt, gibt es aber, wie bereits gesagt, Platz für n-1 Subjekte. Schon im vergleichsweise trivialen Fall einer dreiwertigen Logik lässt sich unterscheiden zwischen einem subjektiven Subjekt, einem objektiven Subjekt und einem Objekt: "Das Subjekt begegnet sich im Modus der Differenz, und nun stellt sich die Frage nach der Verbindung, die die geforderte Einheit des Subjekts mit dieser Differenz von Subjekt und Objekt versöhnt, die es doch zugleich auch übergreift. Die Darstellung dieses komplizierten Zusammenhangs stellt hohe Anforderungen an die lebendige Sprache. Sie muss das prekäre Selbstverständnis in seiner besonderen Struktur fasslich werden lassen. Darzustellen ist eine Relation, in der das Subjekt sich als sein Gegenstand reflektiert, der sich umgekehrt in ihm reflektiert, so dass er, der es selber ist, ihm, und in eins damit es sich, in dieser seiner puren Gegenständlichkeit sofort entgeht, denn das Subjekt ist immer auch schon mehr als das, als was es sich erblickt, nämlich es selbst. Verlangt wird also ein Modus uneigentlichen Sprechens" (Konersmann 1991a, S. 25). Damit hat Konersmann – offenbar unbeeinflusst durch die Polykontexturalitätstheorie – die Proömialrelation vorweggenommen, denn ein Subjekt, das sich selbst als sein Gegenstand reflektiert, ist gänzlich nicht-aristotelisch und führt in der klassisch-monokontexturalen Logik zu Paradoxien qua Selbstreferenz.

Doch ganz zentral wird die Unterscheidung zwischen subjektivem und objektivem Subjekt bei der Doppelgänger-Problematik. So sagt Medardus: "Mein eignes Ich, zum grausamen Spiel eines launenhaften Zufalls geworden und in fremdartige Gestalten zerfliessend, schwamm ohne Halt wie in einem Meer all der Ereignisse, die wie tobende Wellen auf mich hineinbrausten [...]. Aber das Verhältnis mit der Baronesse, welches Viktorin unterhält, kommt auf mein Haupt, denn ich bin selbst

Viktorin. Ich bin das, was ich scheine, und scheine das nicht, was ich bin, mir selbst ein unerklärlich Rätsel, bin ich entzweit mit meinem Ich!" (ET, S. 283). "Es ist das eigne wunderbare Heraustreten aus sich selbst, das die Anschauung des eignen Ichs vom andern Standpunkte gestattet, welches dann als ein sich dem höheren Willen schmiegendes Mittel erscheint, *dem* Zweck zu dienen, den er sich als den höchsten, im Leben zu erringenden gesetzt" (ET, S. 387). Für Panizza liegt der Reiz des menschlichen Lebens gerade darin, "dass unser Willens-Impuls das Resultat der gegensätzlichsten Motive und Neigungen ist, heute so, morgen so, und das Zusehen des 'Ich' bei diesem Kampfe ist ja eben das, was wir Leben nennen" (1981, S. 63).

Doch auch hier geht Hoffmann noch einen entscheidenden Schritt weiter, wenn er das objektive Subjekt – wieder unter Durchbrechung der Kontexturgrenze – zum Objekt werden lässt: " 'Du bist nicht ich, du bist der Teufel!', schrie ich auf und griff wie mit Krallen dem bedrohlichen Gespenst ins Gesicht, aber es war, als bohrten meine Finger sich in die Augen wie in tiefe Höhlen, und die Gestalt lachte von neuem auf in schneidendem Ton. In dem Augenblick erwachte ich, wie von einem plötzlichen Ruck emporgeschüttelt. Aber das Gelächter dauerte fort im Zimmer. Ich fuhr in die Höhe, der Morgen brach in lichten Strahlen durch das Fenster, und ich sah vor dem Tisch, den Rücken mir zugewandt, eine Gestalt im Kapuzinerhabit stehen. – Ich erstarrte vor Schreck, der grauenhafte Traum trat ins Leben" (ET, S. 423).

Und wie soll man das folgende, im rätoromanischen Dialekt des Unterengadins geschriebene Gedicht "La Mort" ("Der Tod") von Andri Peer (1921-1985) verstehen (deutsche Übersetzung vom gegenwärtigen Autor):

Cur ch'eu'm sdasdet, staiv'la tschantada al pè da meis let, la grifla dad öss sülla litera.	Als ich erwachte, stand er da, am Fuss meines Bettes, die Klaue aus Knochen auf dem Bettgestell.
Eu n'ha fat finta da durmir. Cur ch'eu divrit igl ögls, d'eir'la davent.	Ich tat so, als schliefe ich. Als ich die Augen öffnete, war er weg.

Während der grause Kapuziner-Doppelgänger des Medardus-Viktorin aus dem Traum, wo er noch blosses objektives Subjekt (qua Doppelgängertum) ist, über die Kontexturgrenze ins reale Reale als Objekt hinübertirtt, gehe ich davon aus, dass das "Ich" im Gedicht von Peer die Augen erst dann öffnet, wenn es die Kontexturgrenze aus dem Diesseits in Richtung Jenseits bereits überschritten hat, also erst in der der Ontik korrespondierenden Meontik.

Dass also auch Reflexionsreste proömiell-chiastische Relationen darstellen, hat bereits Lewis Carroll erkannt, obwohl er sich in dem folgenden einschlägigen Zitat gleichzeitig darüber lustig macht: " 'Ich bin ganz deiner Meinung', sagte die Herzogin, 'und die Moral davon ist: Scheine, was du bist, und sei, was du scheinst' – oder einfacher ausgedrückt: 'Sei niemals ununterschieden von dem, als was du jenen in dem, was du wärst oder hättest sein können, dadurch erscheinen könntest, dass du unterschieden von dem wärst, was jenen so erscheinen könnte, als seiest du anders!'" (Carroll 1981, S. 93).

4. Die Aufhebung der Individualität

Während in einer zweiwertig-aristotelischen Logik die Individualität eines Menschen durch den Tod als Negation seiner Existenz aufgehoben wird, ist es zumindest unklar, ob dies auch in einer mehrwertig-nichtaristotelischen Logik gilt; so besitzt ja bereits eine dreiwertige Logik drei Negationen. Daher ist "erst noch zu untersuchen, ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des Individuums endgültig auflöst" (Günther 1976-80, III, S. 2, 11f.). Die Aufhebung der Individualität kann so in einer mehrwertigen Logik zur Existenz von Parallel-Personen, Doppelgängern, Figuranten, seltsamen Spiegelbildern, Personen ohne Schatten, usw. führen: "Hoffmann vermag das Leitmotiv des Doppelgängers ins Unendliche zu varrieren, von Signor Formica, der dank einem ganzen Apparat von Verkleidungen und theatralischen Machenschaften mit Salvator Rosa zusammen nur ein Einziger ist, bis zu Meister Floh, in dem die doppelte Natur eines einzigen Wesens sich in der Gestalt von zwei verschiedenen Personen manifestiert. Sofern es sich nicht um die Spaltung in drei Personen handelt, von denen jede doch ein Ganzes bleibt, wie in dem Fall von Aline, Dörtje Elverdink und der Prinzessin Gamaheh. Hier hat Hoffmann meisterhaft auszudrücken und zu suggerieren verstanden, dass es sich nicht um zeitlich sich folgende Verwandlungen, sondern um simultane Manifestationen handelt; und darauf beruht gerade das Rätsel, das der bis ins tiefste Innere verstörte Leser wahrnimmt. Wo sind sind die anderen Doppelgänger, was tun sie, wenn sie nicht gerade vor dem Leser agieren?" (Wittkop-Ménardeau 1997, S. 40).

Im Falle der Aufhebung der Individualität bzw. der Identität von Personen kommen wir nun nicht mehr darum herum, die proömiell-chiastische Struktur des Hoffmannschen Werkes aufzuzeigen, auf die bereits in den vorangehenden Kapiteln jeweils kurz hingewiesen worden war. Am nächsten – doch offenbar ohne die Polykontexturalitätstheorie zu kennen – kommt der Wahrheit Detlef Kremer: "Viktorin und Medardus sind zwei unterschiedliche Romanfiguren, die dennoch über ihre zahlreichen Beziehungen zu den gegensätzlichen Teilen einer einzigen Person zusammenlaufen. Ihre Kreuzsymmetrie regelt eine doppelte Perspektivführung, die sich gegenseitig bedingt und ausschliesst. Immer wenn Medardus den Doppelgänger Viktorin als Phantom seines Wahns verstehen will, dann wird er mit einer konkreten eigenständigen Figur konfrontiert, wenn er ihm hingegen Realität zubilligt, dann behauptet das Phantom Viktorin seine Identität mit Medardus und rückt letzteren in die Position des Phantasmas. Beide haben sie Recht und beide täuschen sich, wenn sie die Balance von Identität und Differenz einebnen wollen" (1993, S. 234).

"Da rührte es sich unter meinem Fuss, ich schritt weiter und sah, wie an der Stelle, wo ich gestanden, sich ein Stein des Pflasters losbröckelte. Ich erfasste ihn und hob ihn mit leichter Mühe vollends heraus. Ein düstrer Schein brach durch die Öffnung, ein nackter Arm mit einem blinkenden Messer in der Hand streckte sich mir entgegen. Von tiefem Entsetzen durchschauert, bebte ich zurück. Da stammelte es von unten heraus: 'Brü-der-lein! Brü-der-lein, Me-dar-dus ist da-da, herauf ... nimmt, nimm! ... brich ... brich in den Wa-Wald ... in den Wald!' – Schnell dachte ich Flucht und Rettung; alles Grauen überwunden, ergriff ich das Messer, das die Hand mir willig liess und fing an, den Mörtel zwischen den Steinen des Fussbodens emsig wegzubrechen. Der, der unten war, drückte wacker herauf. Vier, fünf Steine lagen zur Seite weggeschleudert, da erhob sich plötzlich ein nackter Mensch bis an die Hüften aus der Tiefe empor und starrte mich gepenstisch an mit des Wahnsinns grinsendem entsetzlichem Gelächter – ich erkannte mich selbst – mir vergingen die Sinne" (ET, S. 480).

Auch der – ebenfalls von der Polykontexturalitätstheorie unabhängige – Kommentar des Philosophen Safranski kommt der Wahrheit der strukturellen Logik, die Hoffmanns Texten zu Grunde liegt, ein gutes Stück näher: "Unmerklich nistet es [das 'falsche' Selbst, A.T.] sich zunächst in die Aktivitäten des ‘wahren’ Selbst ein und lässt sie zweideutig werden. Dann endlich setzt es sich in einer Art ‘Implosion’ gänzlich an die Stelle des zur Gegenwehr nicht mehr fähigen ‘wahren’ Selbst. Hoffmann gibt diesem Umschlag durch die Machtergreifung des Doppelgängers eine sinnfällige Darstellung. Auch die Infiltration erhält ein grelles Signal: das Teufelselixir, das Medardus langsam vergiftet. Nach der Machtergreifung des ‘falschen’ Selbst kehren sich die Rollen um: Jetzt ist es das ‘wahre’ Selbst, das sich als schlechtes Gewissen und Selbstbeobachtungsmanie in die Aktivitäten des ‘falschen’ Seins einschleicht. Der Prozess der Spaltung wird rückwärts durchlaufen: Das ‘wahre’ Selbst erobert sich wieder seine Vorrangstellung, während dem ‘falschen’ Selbst nur noch die Kraft der Anfechtung bleibt” (1984, S. 342). “Das ist die Umkehrung: Das ‘wahre’ Selbst ist zur Maske geworden, das bisher Ausgegrenzte, der Geist Viktorins, das durch Ausgrenzung zum feindlichen Prinzip gewordene Triebleben, rückt in den Mittelpunkt. Doch das ‘wahre’ Selbst ist jetzt nicht nur Maske, es hat sich – vorerst noch ohnmächtig – auf eine Beobachtungsposition zurückgezogen. Der ‘alte’ Medardus sieht dem ‘neuen” zu und kann sich für dessen greuliche Taten nicht verantwortlich fühlen. Wenn Medardus für Augenblicke in sein altes Selbst zurückkehrt, dann ist ihm, als seien die Verbrechen von jemand anderem, eben dem Doppelgänger, verübt worden. So aber ist er am tiefsten in seinen Wahn verstrickt: Er hält sein anderes Selbst für jemand anderes als er selbst. Projiziert Medardus seine Verbrechen auf den Doppelgänger, dann verliert er das Bewusstsein der Gespaltenheit: Er versinkt im Abgrund eines fragmentierten Ichs, dem sich die anderen Ich-Fragmente als andere Personen darstellen. So paradox es klingen mag: Nur wenn sich Medardus in seiner Gespaltenheit erfährt, ist er sich nahe. Diese Nähe, diese Augenblicke der Selbstbegegnung sind schrecklich; und das Schicksal der Seele steht auf des Messers Schneide: Die Person kann völlig zerbrechen, aber sie kann auch zusammenfinden im erfahrenen und gelebten Widerspruch” (1984, S. 344). Wer je Kierkegaard – einen anderen transklassischen Denker (vgl. Hohmann 1999) – gelesen hat, erinnert sich der folgenden berühmten Definition aus der “Angst zum Tode”: “Und das Verhältnis zu sich selbst kann ein Mensch nicht loswerden, so wenig wie sein eigenes Selbst, was im übrigen ein und dasselbe ist, da ja das Selbst das Verhältnis zu sich selbst ist” (vgl. dazu Toth 1995).

In all dem ist nichts mehr zu spüren von der Ontologie, Metaphysik und Erkenntnistheorie der klassisch-zweiwertigen, monokontexturalen Logik aristotelisch-chrysippischer Prägung. Sehr richtig hat Gabrielle Witkopp-Ménardeau auch den Zusammenhang zwischen Spiegeln und Doppelgängern erkannt: “So ist auch das Leitmotiv des Spiegels, des Spiegelbildes oder seines Fehlens nur eine subtile Variation des Doppelgängermotivs” (1997, S. 40): “Es ist nun höchst fesselnd zu sehen, wie [Jacob] Böhme versucht, den Sündenfall des ersten Menschen als Spiegelschau zu deuten. Vor der Versuchung ist Adam androgyn, Mann und Weib in eins verschmolzen. In seiner Seele lebt die Jungfrau Sophia als klarer Spiegel der Gottheit. Seine Sünde besteht nach Böhme darin, dass er begehrt, statt Gott zu spielen, sich selbst im Spiegel zu betrachten. Die erste subjektivistische Ich-Spaltung ist damit vollzogen: der erste Mensch unterliegt der ‘Selbheit’ und begehrt gleich Luzifer göttliches Vorrecht, d.h. sein eigenes Ich im Spiegel zu sehen. Denn der Fall beider entsteht dadurch, ‘dass sie das Licht des Verstandes in die Selbheit scheinen hatten, in welchem sie sich bespiegeln und beschauen konnten’ [Der Weg zu Christo. Jakob Böhme’s sämtliche Werke, hrsg. von K.W. Schiebler, Neudruck Leipzig 1922, Bd. I, S. 78]” (Langen 1940, S. 276).

Der Karneval ist es nun, welcher “die multiple Person [erlaubt]. Die Verwandlungslust, im bürgerlichen Alltag unter dem Druck eines strengen, auf Widerspruchsfreiheit angelegten Identitätsideals zumeist niedergehalten, jetzt darf sie gelebt werden” (Safranski 1984, S. 445). “Auf dem Höhepunkt des karnevalistischen Treibens begegnen sich also Giglio und Giacinta, ohne sich zu erkennen, doch sie tanzen miteinander, und dieser Tanz ist eine ekstatische Entfesselung aller Verwandlungskunst, ein wahrer Dionysios-Tanz über den Trümmern einer sonst ängstlich festgehaltenen Identität" (Safranksi 1984, S. 448). Allerdings – so ergänzt Kremer – muss vom Leser der ET die "Fähigkeit zum differenzierten Umgang mit einer mindestens dreifachen Spiegelung der Fiktion erwartet werden" (1993, S. 250). Bei der PB werden wir es, wie zu zeigen sein wird, "bloss" mit einer zweifachen Spiegelung zu tun haben, allerdings einer, die stärker chiastisch (weil absolut symmetrisch) strukturiert ist als diejenige, die den ET zugrunde liegt. Diese "Zumutung" an den Lesenden, auf die Kremer (ohne freilich dieses Wort zu gebrauchen) abhebt, basiert natürlich auf der polykontexturalen Struktur der ET, vielleicht das in dieser Hinsicht komplexeste aller Werke Hoffmanns. Vom monokontexturalen Standpunkt aus wird es daher empfunden als Schöpfung "ohne Gewissheit oder Visionen der Essenz, ohne Ordnung, aber auch ohne Kapitualtion vor der Unordnung" (Claudio Magris, cit. ap. Kremer 1993, S. 255, Anm. 146).

Ähnlich schrieb Heine in seinen "Briefen aus Berlin": "Über Hoffmanns 'Meister Floh' versprach ich Ihnen in meinem Vorigen mehreres zu schreiben [...]. Das Buch hat keine Handlung, keinen grossen Mittelpunkt, keinen innern Kitt. Wenn der Buchbinder die Blätter desselben willkürlich durcheinander geschossen hätte, würde man es sicher nicht bemerkt haben [...]. Die Strenge und Bitterkeit, womit ich über diesen Roman spreche, rührt eben daher, weil ich Hoffmanns frühere Werke so sehr schätze und liebe. Sie gehören zu den merkwürdigsten, die unsere Zeit hervorgebracht. Alle tragen sie das Gepräge des Ausserordentlichen, jeden müssen die Phantasiestücke ergötzen. In den Elixieren des Teufels liegt das Furchtbarste und Entsetzlichste, das der Geist sich erdenken kann [...]. In Göttingen soll ein Student durch diesen Roman toll geworden sein. In den Nachtstücken ist das Grässlichste und Grauenvollste überboten. Der Teufel kann so teuflisches Zeug nicht schreiben [...]. Aber Prinzessin Brambilla ist eine gar köstliche Schöne, und wem diese durch ihre Wunderlichkeit nicht den Kopf schwindlicht macht, der hat gar keinen Kopf. Hoffmann ist ganz originell" (ed. Windfuhr, Bd. 6, 1973, S. 51f.).

Einer der Herausgeber Hoffmanns schrieb über die PB: "Es ist ein Karneval gigantischen Ausmasses" (Leber, in: Hoffmann 1985, Bd. II, S. 8). Kremer (1993, S. 318) übertitelt: "Ein hermeneutischer Tanz": "Auf Schritt und Tritt kreuzen sich in Hoffmanns Erzählung Beschreibungen und paradoxe Konstellationen, werden Erwartungen getäuscht und Wahrnehmungen gestört. Vom Leser erwartet sie nichts weniger, als sich ihrer Widerspruchslogik zu fügen und als Strukturprinzip des Textes anzunehmen, dass zu einem Satz leicht auch der Gegensatz, zu einem Bild eben auch ein Gegenbild gehört" (Kremer 1993, S. 318). Wenn Kremer hier treffend von einer "Widerspruchslogik" spricht, stellt sich die Frage, wem diese Hoffmannsche Logik denn widerspreche. Die Antwort dürfte klar sein: Die Hoffmannsche Logik widerspricht der klassisch-monokontexturalen Logik, und gerade die PB weist eine im folgenden zu demonstrierende chiastische Struktur auf, wie sie nur transklassisch-polykontexturalen Logiken eigen sein können.

Bevor wir zur chiastischen Struktur kommen, ist es noch wichtig, die folgende Feststellung Kremers zu berücksichtigen: "Der simulierte Tanz des Prinzen mit der Prinzessin vollzieht sich zugleich als hermeneutische Selbstreflexion" (1993, S. 321). Kremer weist ferner darauf hin, dass Luhmann in seinen "Beobachtungen der Moderne" "im Zusammenhang von Paradoxie, die aus Selbstreferenz resultiert, erstaunlicherweise auf Hoffmanns 'Prinzessin Brambilla' verweist" (1993, S. 322, Anm. 173). Luhmanns Original-Wortlaut: "Die Beobachtung derjenigen Oppositionen, die das re-entry erster oder zweiter Ordnung vollziehen, läuft auf die Beobachtung der Erzeugung und Entfaltung einer Paradoxie hinaus. Das Aussen ist nur innen zugänglich. Die Beobachtung beobachtet die Operation der Beobachtung; sie beobachtet sich selbst als Objekt und als Unterscheidung, oder, nach den Vorstellungen der Romantik, als Doppelgänger oder asymmetrisiert als Maske, im Spiegel, von innen und von aussen, aber immer mit eigenen Operationen, also höchst individuell. Ihre mathematische

Darstellung würde einen 'imaginären Raum' erfordern, der nur für diesen Zweck erfunden ist. Jedenfalls würde es nicht genügen, in eine 'Typenhierarchie' auszuweichen, die nichts weiter leistet als eine Verschleierung der Paradoxie durch eine dafür erfundene Unterscheidung von 'Ebenen'"(Luhmann 1992, S. 75) – das Versagen der Typentheorie angesichts von Selbstreferenz und daraus resultierenden Paradoxien ist einer der Hauptgründe, weshalb die polykontexturale Logik eingeführt worden war.

Da anzunehmen ist, dass am Ende des Prozesses einer unendlichen Selbstreflexion, dann also, wenn alle Hamilton-Kreise der subjektiven Negativität durchlaufen sind, diejenige strukturlogische Form erreicht ist, wo die Individualität des selbst zu Reflektierenden ausgelöscht ist, hat Kremer wohl auch darin recht, dass er die Brambilla als eine Prinzessin beschreibt, "die ihre Kontur und Identifikation in einem unendlichen mythischen Tanz abwerfen möchte" (1993, S. 324). Es ist auch wahr, dass sich die PB "jeder hermeneutischen Zudringlichkeit entzieht" (1993, S. 324), denn der hermeneutisch-formale Prozess der polykontexturalen Logik nimmt mit jedem neu zu durchlaufenden Hamiltonkreis ab. Hoffmann selbst hat diesen Sachverhalt wie folgt ausgedrückt: "Ich denke mir mein Ich durch ein Vervielfältigungsglas – und alle Gestalten, die sich um mich herum bewegen, sind Ichs" (E.T.A. Hoffmann, Tagebücher. Nach der Ausgabe Hans v. Müllers mit Erläuterungen hrsg. von Friedrich Schnapp. München 1971, S. 107 [Tagebucheintrag vom 6.11.1809])[7].

Die Putzmacherin Giacinta ist verlobt mit dem armen Schauspieler Giglio Fava (PB, S. 11). Es ist die Zeit kurz vor dem römischen Karneval, und es geht das Gerücht, dass "die weltberühmte Prinzessin Brambilla aus dem fernen Äthiopien" bereits in die Stadtmauern eingezogen sei, und zwar deshalb, "weil sie glaubt, unter den Masken des Corso ihren Herzensfreund und Bräutigam, den assyrischen Prinzen Cornelio Chiapperi, aufzufinden" (PB, S. 20). Giglio trachtet nun "mehrere Tage hintereinander vergebens darnach [...], auch nur das mindeste von der Prinzessin Brambilla zu erspüren [...]. Nur sein Traum war sein Leben, alles übrige ein unbedeutendes, leeres Nichts" (PB, S. 27). Doch Giacinta erscheint ihm auf dem Balkon des Meisters Belcapi als Brambilla, und Brambilla, mit der er am Karneval maskiert tanzt, erkennt er nicht als Brambilla. Giglio ist also hinter Brambilla her, während Giacinta davon träumt, dass Chiapperi sie heimführe. Hinzukommt, dass sich Giglio selbst für Chiapperi hält (PB, S. 55) und von Belcapi auch für Chiapperi gehalten wird (PB, S. 72). Schliesslich wird Giglio von dem Zauberer Celionati, der ihn ebenfalls für Chiapperi hält, wie folgt aufgeklärt: " 'Wisst, mein Fürst, dass diejenige Person, die man Euch unterschob statt der Prinzessin niemand anders ist als eine artige Putzmacherin, Giacinta Soardi geheissen!' – 'Ist es möglich?' rief Giglio. – 'Aber mich dünkt, dies Mädchen hat zum Liebhaber einen miserablen bettelarmen Komödianten, Giglio Fava?' – 'Allerdings', erwiderte Celionati; 'doch könnt ihr euch wohl denken, dass eben diesem miserablen bettelarmen Komödianten, diesem Theaterprinzen die Prinzessin Brambilla nachläuft auf Stegen und Wegen und eben nur darum Euch die Putzmacherin entgegenstellt, damit Ihr vieleicht gar in tollem wahnsinnigem Missverständnis Euch verlieben in diese und sie abwendig machen sollt dem Theaterhelden?'" (PB, S. 27).

Noch mehr Verwirrung entsteht, als dann der offenbar "richtige" Chiapperi auftaucht: " 'Ich weiss nicht', erwiderte der junge artige Mensch, indem er beide, den Abbate und den Impresario, ganz verwundert anblickte, 'ich weiss nicht, meine Herren, was ihr eigentlich von mir wollt. – Ihr redet mich mit einem fremden Namen an, ihr sprecht von mir ganz unbekannten Dingen – ihr tut, als wäre ich euch bekannt, unerachtet ich mich kaum erinnere, euch jemals in meinem Leben gesehen zu haben" (PB, S. 96). "Wäret Ihr doch früher gekommen, bester Signor Celionati, um mich von zwei

7 Die Quellenangabe dieses Zitates verdanke ich Herrn Prof. Dr. Bernhard Schemmel (Bamberg).

Überlästigen zu befreien, die mich durchaus für den Schauspieler Giglio Fava halten, den ich – ach, Ihr wisst es ja – gestern in meinem unglücklichen Paroxismus auf dem Korso niederstiess, und die mir allerlei abscheuliche Dinge zumuteten. – Sagt, bin ich denn wirklich jenem Fava so ähnlich, dass man mich für ihn ansehen kann?' – 'Zweifelt', erwiderte der Ciarlatano höflich, ja beinahe ehrerbietig grüssend, 'zweifelt nicht, gnädigster Herr, dass Ihr, was Eure angenehmen Gesichtszüge betrifft, in der Tat jenem Schauspieler ähnlich genug sehet, und es war daher sehr geraten, Euern Doppelgänger aus dem Weg zu räumen" (PB, S. 98). "Der junge Mann leidet nämlich an dem chronischen Dualismus" (PB, S. 100). Es stellt sich auch noch heraus, dass der Capitan Pantalon, der den Giglio Fava in jenem Duell auf dem Corso niedergestreckt hatte, niemand anders war als der Prinz Chiapperi (PB, S. 104).

Hoffmann löst die Verwirrung, die er durch sein ganzes Buch zwischen Giacinta und Brambilla, zwischen Fava und Chiapperi, eingeschlossen den Capitan Pantalon, angerichtet hatte, auf unnachahmlich subtile Weise: "Mitternacht war vorüber, das Volk strömte aus den Theatern. Da schlug die alte Beatrice das Fenster zu [...]. Die Türe ging auf, und herein trat Giglio Fava mit seiner Giacinta". Diese spricht dann: " 'Aber denkst du denn nicht daran, welch ein Tag heute ist? Ahnst du nicht, in welchen verhängnisvollen Stunden die besondere Begeisterung uns erfasste? Erinnerst du dich nicht, dass es heute gerade ein Jahr her ist, da wir in den herrlichen hellen Urdarsee schauten und uns erkannten?' – 'Giacinta', rief Giglio in freudigem Erstaunen, 'Giacinta', was sprichst du? – Es liegt wie ein schöner Traum hinter mir, das Urdarland - der Urdarsee! – Aber nein! – es war kein Traum – wir haben uns erkannt! – O meine teuerste Prinzessin!' – 'O', erwiderte Giacinta, 'mein teuerster Prinz'" (PB, S. 110f.). Ohne weiteren Kommentar erhalten wir damit das folgende chiastische Schema:

$$\begin{tikzcd} \text{Giglio} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & \text{Chiapperi} \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dl, leftrightarrow] \\ \text{Giacinta} \arrow[r, leftrightarrow] & \text{Brambilla,} \end{tikzcd}$$

dem die polykontexturale Proömial-Relation zugrunde liegt, welche jede Relation – also auch diejenigen der monokontexturalen Logik – als solche konstituiert. Sie "definiert den Unterscheid zwischen Relation und Einheit oder – was das gleiche ist – zwischen der Unterscheidung und dem, was unterschieden ist, was wiederum das gleiche ist wie der Unterschied zwischen Subjekt und Objekt" (Günther 1999, S. 22f.). Kaehr formalisierte die Proömialrelation wie folgt (1978, S. 6):

$$PR(R_{i+1}, R_i, x_i, x_{i-1}) = \begin{tikzcd} & & R_i \arrow[r] \arrow[d, leftrightarrow] & x_{i-1} & m-1 \\ & R_{i+1} \arrow[r] \arrow[d, leftrightarrow] & x_i & & m \\ R_{i+2} \arrow[r] & x_{i+1} & & & m+1 \end{tikzcd}$$

Die Proömialrelatiom durchkreuzt somit die Unterscheidung von Subjekt und Objekt, indem sie die jeweiligen dichotomischen Glieder austauschbar macht. Da in dem obenstehenden Diagramm sowohl Giglio und Chiapperi einerseits, als auch Giacinta und Brambilla anderseits in einer Austauschrelation stehen und da jeweils eine männliche Person mit einer weiblichen in einer Ordnungsrelation steht, können wir die vier Personen des chiastischen Schemas für die relationalen Glieder (R_{i+1}, R_i, x_i, x_{i-1})

einsetzen. Ein wesentlich komplizierteres Schema aus mindestens dreimal drei relationalen Gliedern liegt den ET zu Grunde. Alle drei Kriterien, welche für polykontexturale Konzeptionen charakteristisch sind – Aufhebung der Grenze zwischen Subjekt und Objekt, das Auftreten von Reflexionsresten sowie die Aufhebung der Individualität – münden also in den Chiasmus; anderseits bildet dieser aber die Basis für die drei Kriterien: Relator und Relatum, Operator und Operand sind also dialektisch vermittelt und somit selbst wiederum proömiell-chistisch strukturiert.

Sicherlich wäre es lohnenswert, Hoffmanns Werk einmal nicht vom literarischen bzw. literarhistorisch-interpretierenden, sondern von den seinem Werk zugrunde liegenden philosophischen (logischen, ontologischen und metaphysischen) Grundlagen her zu analysieren. Mit dem Vorurteil aufgeräumt zu haben, dass es mit der Philoosphie des E.T.A. Hoffmannn nicht weit her sei und ihn als transklassischen Denker ausgewiesen zu haben, war das Ziel der vorliegenden Abhandlung.

5. Literatur

Bömer, Franz, P. Ovidius Naso. Metamorphosen. Kommentar. Heidelberg 1980

Carroll, Lewis, Alice hinter den Spiegeln. Übers. von Christian Enzensberger. Frankfurt am Main 1974

Carroll, Lewis, Alice im Wunderland. Übers. von Christian Enzensberger. Frankfurt am Main 1981

Descartes, René, Meditationen über die Grundlagen der Philosophie. Hrsg. von Artur Buchenau. Hamburg 1994

Driesen, Albrecht Leonard, Das Spiegel-Bild in E.T.A. Hoffmanns "Der goldne Topf", "Die Abenteuer der Silvesternacht" und "Prinzessin Brambilla". Giessen 1997

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Cognition and Volition/Erkennen und Wollen. Ein Beitrag zu einer kybernetischen Theorie der Subjektivität. In: http://www.techno.net/pkl/ (37 S.)

Hamburger, Käthe, Novalis und die Mathematik. In: dies., Philosophie der Dichter. Stuttgart 1966, S. 11-82

Heine, Heinrich, Historisch-kritische Gesamtausgabe der Werke. Hrsg. von Manfred Windfuhr. Bd. 6. Hamburg 1973

Hohmann, Klaus-Dieter, Sören Kierkegaard als nicht-klassischer Denker. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), Technologische Kultur. Kulturphilosophische Aspekte im Werk Gotthard Günthers. München 1999, S. 205-234

Hoffmann, Ernst Theodor Amadeus, Werke in vier Bänden. Hrsg. von Hermann R. Leber. Salzburg 1985

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und der Morphogrammatik. Anhang zu: Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978 (ca. 120 S.)

Konersmann, Ralf, Lebendige Spiegel. Die Metapher des Subjekts. Frankfurt 1991 (= Konersmann 1991a)

Konersmann, Ralf, René Magritte, Die verbotene Reproduktion. Über die Sichtbarkeit des Denkens. Frankfurt am Main 1991 (= Konersmann 1991b)

Kremer, Detlef, Romantische Metamorphosen. E.T.A. Hoffmanns Erzählungen. Stuttgart 1993

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Luhmann, Niklas, Beobachtungen der Moderne. Opladen 1992

Lange-Eichbaum, Wilhelm, Genie, Irrsinn und Ruhm. 6. Aufl. München 1967

Langen, August, Zur Geschichte des Spiegelsymbols in der deutschen Dichtung. In: Germanisch-romanische Monatsschrift 28, 1940, S. 269-280
Novalis, Werke, Tagebücher und Briefe Friedrich von Hardenbergs. Hrsg. von Hans-Joachim Mähl und Richard Samuel. Bd. I. München 1978
Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. Gesammelte Erzählungen. München 1981
Panizza, Oskar, Das Liebeskonzil. Eine Himmelstragödie in fünf Aufzügen. Reprint nach dem Privatdruck von 1913, hrsg. von Michael Bauer. München 1991
Safranksi, Rüdiger, E.T.A. Hoffmann. Das Leben eines skeptischen Phantasten. München 1984
Stegmann, Inge, Die Wirklichkeit des Traumes bei E.T.A. Hoffmann. In: Zeitschrift für Deutsche Philologie 95, 1976 (Sonderheft), S. 64-93
Toth, Alfred, Das eigenreale Selbst. Notitzen zu Kierkegaards "Krankheit zum Tode". In: European Journal for Semiotic Studies 7/3-4, 1995, S. 717-725
Toth, Alfred, Oskar Panizzas Forderung eines Neo-Hegelianismus. Unpubl. Vorlesungsmanuskript 2006
von Chamisso, Adelbert, Chamissos Werke. Hrsg. von Hermann Tardel. 3 Bde. Leipzig o. J.
von Matt, Peter, Die Augen der Automaten. E.T.A. Hoffmanns Imaginationslehre als Prinzip seiner Erzählkunst. Tübingen 1971
Wittkopp-Ménardeau, Gabrielle, E.T.A. Hoffmann. 14. Aufl. Reinbek 1997

Transgression and Subjectivity

1. Introduction

While contexture borders are discrete from the Aristotelian point of view, they are continuous from a non-Aristotelian standpoint: "For the classic tradition there is a complete break between Life and Death. It is theoretically, although not practically, possible to fix the moment of Death as the time when the soul departs from the body. From the poly-contextural aspect of a living body this is on principle impossible, because Death means only a gradual decrease of the discontexturality of Matter" (Günther 1976-80, II, p. 304). Perhaps the most known example for discontexturality is the meeting between Alice and the Red King in Lewis Carroll's "Through the Looking-Glass": "No matter how loud the discourse between Alice and the Tweedle brothers may get, it will not wake the Red King, because the existence or mode of Reality of Alice and the Twins is discontextural with the physical body of the King who is – or seems at least – to be lying in front of them in the grass" (1976-80, II, p. 253). No wonder, therefore, that from a non-Aristotelian viewpoint, there are also transgressions between contextures that are separated in a mono-contextural world. The most famous example for a transgression is the turning of Dorian Gray into his picture in the novel by Oscar Wilde (1890).

2. Models of transgressions

Transgressions between contextures can therefore only exist in a philosophical theory that is non-Aristotelian, since it involves more than the one contexture of the Aristotelian logic. In 1962, Günther introduced transjunctional operators into cybernetic ontology: "By doing so we obtain a linear sequence for potential classic systems of logic; or to be more precise, we locate the very same two-valued system of logic in a linear sequence of 'places' (...). It goes without saying that such a linear sequence of exchange relations does not yet represent a many-valued calculus, let alone the idea of a new trans-classic system of logic" (Günther 1976-80, I, p. 79). In 1973, Kronthaler introduced trans-operators into his Qualitative Mathematics (Kronthaler 1986, pp. 52ss.). But as soon as we leave the area of pure quantity, we are confronted with meaning and sense and thus with semiotics. On this reason, in 2003, I introduced trans-operators into polycontextural semiotics. Transgression can therefore be described logically, mathematically and semiotically. Since qualitative mathematics is based on polycontextural logic and polycontextural semiotics is based on both of them, the semiotical trans-operators are sufficient to describe any type of transgression (Toth 2003a, pp. 36ss., Toth 2003b).

2.1. Transgressions between mono- and polycontextural systems

The first type of transgressions I'd like to discuss here is that between mono- and polycontextural systems. The example of Dorian Gray turning into his picture is already an example. Semiotically, we have here to deal with the crossing of the border between an object (Dorian) and a sign (the picture). In order to describe this transgression within polycontextural semiotics, we have to abandon the two limitation theorems of the transcendence of the object and the materiality of the sign (Kronthaler 1992) and to replace the sign (SR: sign-relation, 1: firstness, 2: secondness, 3: thirdness) by a keno-sign (KSR: keno-sign-relation, 0: zeroness; cf. Toth 2003a, pp. 21s.):

(1) $SR = (1, 2, 3) \Rightarrow KSR = (0, 1, 2, 3)$

The transgression itself, however, is not due to bare adding zeroness and thus a fourth category from SR to KSR, but by applying the three Schadach-theorems (Schadach 1967) to KSR:

(2) $KSR_P := \mu_1 \sim_P \mu_2 \Leftrightarrow$ card(A/kernel μ_1) = card(A/kernel μ_2), whereby card(A/kernel μ) is the cardinality of the quotient set A/Kern μ of A relative to the kernel of μ.

$KSR_D := \mu_1 \sim_D \mu_2 \Leftrightarrow$ A/kernel $\mu_1 \cong$ A/kernel μ_2, whereby the isomorphism between A/kernel μ_1 and A/kernel μ_2 is defined by: A/kernel $\mu_1 \cong$ A/kernel $\mu_2 \Leftrightarrow$ There is a bijection φ: A/kernel $\mu_1 \rightarrow$ A/kernel μ_2 so that card $\varphi([a_i]_{\text{kernel } \mu 1})$ = card $([a_i]_{\text{kernel } \mu 2}$ for all $a_i \in$ A. $[a_i]_{\text{kernel } \mu}$ is the equivalence class of a_i relative to the kernel of μ; $[a_i]_{\text{kernel } \mu} = \{a \in A \mid (a_i, a) \in \text{kernel } \mu\}$.

$KSR_T := \mu_1 \sim_T \mu_2 \Leftrightarrow$ A/kernel μ_1 = A/kernel μ_2: $[a_i]_{\text{kernel } \mu 1} = [a_i]_{\text{kernel } \mu 2}$ for all $a_i \in$ A.

We have thus three possibilities to accomplish the "qualitative jump" from the pure quantitative Peano numbers, to whom SR belongs according to (1): To the proto-kenosign KSR_P, to the deutero-kenosign KSR_D, and to the trito-kenosign KSR_T. Thus, we get in the numeral notation according to (1):

(3) KSR_P = (0000, 0001, 0012, 0123)
KSR_D = (0000, 0001, 0011, 0012, 0123)
KSR_T = (0000, 0001, 0010, 0011, 0012, 0100, 0101, 0102, 0110, 0111, 0112, 0120, 0121, 0122, 0123)

Obviously, $KSR_T \subset KSR_D \subset KSR_T$. Since card($KSR_P$) = 4, card($KSR_D$) = 5 and card($KSR_T$) = 15, we get already in a 4-valued KSR an increasing number of multi-ordinal proto-, deutero- and trito-signs.

In his novel "Das Wirtshaus zur Dreifaltigkeit" ("The restaurant 'Trinity'"), the German psychiatrist and writer Oskar Panizza (1853-1921) tells a story about a man who wanders through a Southern-German countryside, it is getting dark and he looks for a place where to stay overnight. Suddenly he sees a restaurant and asks for food and bed. It turns out that his host is God Father, the sun is Jesus Christ, the daughter is Mary, and the pig in the stable is the Devil, but the protagonist realizes this only after he pays the next morning and gets as change coins with the picture of the Roman emperor Augustus. He wonders and looks for his way home. Meanwhile he meets a laborer and asks him about the restaurant, but the laborer tells him that this hut is inhabited and used to be a slaughterhouse. In this story the protagonist obviously jumps, as soon as daylight stops, from his here-and-now-contexture (reality 1) to a contexture that is, although geographically and historically remote (reality 2), though embedded in this contexture (reality 2 $\subset$ reality 1), and jumps back from reality 2 to reality 1 as soon as the sun rises again. As proof of his transgression he finds the antique coins in his pockets.

An example for a one-way transgression, hence a transgression without return, is the story of Dorian Gray: He changes his object-reality (reality 1) into his picture's reality (reality 2), therefore Dorian becomes the picture, while the picture becomes Dorian. Here, we have no inclusion-relation of the two realities. Despite his sinful and dissolute live, Dorian doesn't change over the years, but the picture does. The more often Dorian looks at it, the uglier it gets. At the end, he takes his knife and tries to destroy the picture. But his servants suddenly hear a cry and find Dorian dead, while his picture stays in its original beauty. In this case, reality 1 becomes reality 2 and vice versa, but as soon as this exchange is destroyed – and thus, the transgression abolished -, reality 2 becomes reality 1, but this time not vice versa.

2.2. Transgressions between polycontextural systems

The second type of transgressions are the transgressions between polycontextural systems. There are two possible types:

1. Transgressions between proto-, deutero- and trito-structure of the same contexture, formally:

(4) $KSR_P \Rightarrow KSR_D \qquad KSR_D \Rightarrow KSR_P \qquad KSR_P \Leftrightarrow KSR_D$

$KSR_D \Rightarrow KSR_T \qquad KSR_T \Rightarrow KSR_D \qquad KSR_D \Leftrightarrow KSR_T$

$KSR_P \Rightarrow KSR_T \qquad KSR_T \Rightarrow KSR_P \qquad KSR_P \Leftrightarrow KSR_T$

It is not hard to see that the return-paths are here at least as difficult like in the case of transgressions between mono- and polycontextural systems, since

(5) (0000, 0001, 0012, 0123)

(0000, 0001, 0011, 0012, 0123)

(0000, 0001, 0010, 0011, 0012, 0100, 0101, 0102, 0110, 0111, 0112, 0120, 0121, 0122, 0123)

i.e. the Korzybski-principle applies (cf. Kronthaler 1986, p. 60), which says that each proto-, deutero- and trito-sign has an exact number of possibilities, but since this number is increasing from proto- to deutero- and to trito-structure, the ways forward and backward have not to be same ones. As already stated, the most important difference between a sign and a keno-sign is the multi-ordinality of the latter. While a sign is unequivocal, a keno-sign is equivocal, but at the same time restricted by the possibilities offered by the three Schadach-theorems ("Korzybski-equivocation"). Moreover, in trito-structures, the position of a keno-sign counts, while this restriction doesn't apply in deutero-, proto- and in monocontextural structures.

An example for the transgression between proto- and deutero-structures we find in Gertrude Stein's "Birth and Marriage" (1924): "In that and there lay in that in their way it had lain in that way it had lain in their way it had lain as they may it had lain as they may may they as it lay may she as it lay may he as it lay as it lay may he as it lay may she as it lay may (...)". Here both the syntactical structure and the semantics of this text do not follow the rules and possibilities of monocontextural linguistics; moreover the syntax is maximally random, i.e. the position of the word representing therefore not a sign, but a keno-sign is free.

As illustration for a transgression between proto- and deutero-strcutres on the one side and trito-structures on the other side we can take the following part from Lewis Carroll's "The White Knight's Song" (1872): "But I was thinking of a plan / To dye one's whiskers green, / And always use so large a fan / That it could not be seen. /So having no reply to give / To what the old man said, / I cried, ‘Come, tell me how you live!’ / And thumped him on the head”. Since here the syntactical structure is formed according to the rules of English grammar, each word – and therefore keno-sign - has its “right” place (from the standpoint of monocontextural linguistics), but nonetheless, the whole poem belongs to “another world”, because its meaning does not accord with the semantics of any monocontextural language.

2. Transgressions between polycontextural systems, formally:

(6) $PS_i \Rightarrow PS_{i+1}$ $\qquad$ $PS_i \Rightarrow PS_{i-1}$

Here, of course, PS can be a proto-, deutero- or trito-structure, too.

While in Aristotelian logic the individuality of men is eliminated by Death, it is at least unclear, if this also happens in polycontextural logic, since already a 3-valued polycontextural logic has three negations: 1 ≡ 2: 1st identity (classical logic), 2 ≡ 3: 2nd identity, 1 ≡ 3: 3rd identity (cf. Günther 1976-80, III, pp. 2, 11s.). In polycontextural logic, the elimination of individuality can therefore lead to the existence of parallel-persons, doppelgangers, strange mirror images, persons without shadows etc. as we find them f. ex. in the work of E.T.A. Hoffmann. About Hoffmann’s work „Princess Brambilla“ (1820), Kremer wrote: „From the reader they [H’s paradoxical constellations, A.T.] require nothing more then to accept their logic of contradiction“ (1993, p. 318), and it is clear to which logic Hoffmann‘s logic contradicts: to Aristotelian logic. It thus may be interesting to illustrate transgressions between polycontextural systems like human beings (cf. Günther 1976-80, II: pp. 283-306, cf. also Mitterauer 2006) by means of the „Princess Brambilla“.

The dressmaker Giacinta is engaged to the actor Giglio. It is the time of the Roman carneval, and there is rumor that the world-famous princess Brambilla from Ethiopia has already moved to Rome, because she believes to find amongst the masks her fiancé, the Assyrian prince Chiapperi. Now, Giglio tries to find Brambilla, but Giacinta appears him as Brambilla. Thus, Giglio chases Brambilla, while Giacinta dreams to get married to Chiapperi. Furthermore, Giglio thinks himself that he is Chiapperi. Referring to the original text and to my article (Toth 2007), we get the following scheme:

$$\begin{tikzcd} \text{Giglio} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & \text{Chiapperi} \arrow[d, leftrightarrow] \\ \text{Giacinta} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[ur, leftrightarrow] & \text{Brambilla,} \end{tikzcd}$$

in which we discover the pro-emial relation which constitutes according to Günther each relation – and therefore also the relation of Aristotelian logic, since it “defines the difference between relation and entity, or – which is the same – between the differentiation and what is differentiated, and this turns out to be the same again like the difference between subject and object” (Günther 1999, S. 22f.). According to Kaehr (1978, p. 6) the pro-emial relation (PR) can be formalized as follows:

(7) $PR(R_{i+1}, R_i, x_i, x_{i-1}) =$

$$\begin{tikzcd}
& & R_i \arrow[r] \arrow[d, leftrightarrow] & x_{i-1} & m-1 \\
& R_{i+1} \arrow[r] \arrow[d, leftrightarrow] & x_i & & m \\
R_{i+2} \arrow[r] & x_{i+1} & & & m+1
\end{tikzcd}$$

The proemial relation thus crosses the difference between subject and object by allowing them to change their positions. Since in the scheme above both Giglio and Chiapperi on the one side and Giacinta and Brambilla on the other side stand in an exchange relation and since both times a male stands in an order relation to a female, we can insert the persons into the chiastic scheme (R_{i+1}, R_i, x_i, x_{i+1}).

3. Conclusions

In this contribution we have investigated examples for transgressions both between mono- and polycontextural and between polycontextural systems. The transgressions between polycontextural systems can be differentiated in transgressions from proto- to deutero- and to trito-structure and between polycontextural (i.e. proto-, deutero- and trito-) systems generally. We started from the fact already stated in Toth (2003a, 2003b), that logical rejection, mathematical trans-operation and semiotic trans-operation are one and the same type of “transjunctional” operations on the three different scientific levels mentioned. Finally, we came to the conclusion that what makes operations transjunctional is that they are based on the chiastic pro-emial relation that constitutes each logic. In order to close the circle we thus must have a look on the minimal, i.e. 3-valued polycontextural logic. This logic has already 24 negation steps (Günther 1976-80, II, p. 317):

(8) $p \equiv N_{1.2.3.2.3.2.1.2.1.2.3.2.3.2.1.2.1.2.3.2.3.2.1.2}p$

describing thus a Hamilton circle and a “permutograph” (Thomas 1994). Since one can assume that at the end of the process of an infinite self-reflection, thus when all Hamilton circles of the subjective negativity are passed through, that logical form will be reached where the whole individuality of the object of self-reflection will be eliminated, Kremer is right in describing Brambilla as a princess “who wants to get rid of her contour and identification in an infinite mythical dance” (1993, p. 324). It is also true that Hoffmann’s novel “refuses each hermeneutic obtrusiveness” (1993, p. 324), since the hermeneutic-formal process of polycontextural logic diminishes with each new Hamilton circle that has to be passed through. Hoffmann himself uttered this fact as follows (translation by the present author): “I think my own Ego through a kaleidoscope – and all the figures that turn around me, are Ego’s” (Hoffmann 1981, p. 107).

We thus come to the conclusion that transgression is based on negation steps describing Hamilton circles in which all steps stand for increasing subjectivity until the final dissolution of the object is reached. Provided that life is (according to Günther) polycontextural and the reflected object in a polycontextural logic with at least 3 values is a person, the dissolution of individuality is nothing but the generalization of negation in the form of self-reflection.

An excellent example we find in Rainer Werner Fassbinder's movie "Despair – A Trip into the Light" (1977). The protagonist Hermann Hermann (doubling of the name!) starts to see himself (i.e. mutual exchange between subject and object, system and environment) while having sex with his wife. He recognizes a similarity between the unemployed fairgrounder Felix Weber and himself, while there is in our reality none (transgression of mono- and polycontextural systems). In exchanging his outer appearance, Hermann Hermann believes to be capable of transcending the borders of his life and to be able to start a new one by killing (negation!) Weber and taking his identity (proemial chiastic relation). With the disappearance of Hermann Hermann's projected Ego Weber, also the process of self-dissolution (negation steps in Hamilton circles) announces itself that culminates with the real Ego being at the end not anymore identical to itself and the dissociation of the personality being complete (i.e. the reaching of maximal subjectivity). Sitting in a hotel room, the protagonist's trip into the light (the "kenomatic light in the pleromatic darkness", Günther 1976-80, III, p. 276) ends in a bright Alpine mountain village, when from the monocontextural viewpoint he gets fully insane and considers the reality to be a movie, whose director he is and whose acting he is able to control.

4. Literature

Carroll, Lewis, Through the Looking-Glass. London 1872

Fassbinder, Rainer Werner, Despair – A Trip into the Light. Germany 1977, world premiere 19.5.1978 in Cannes, TV premiere 30.8.1981 (ARD), based on the novel "Otchayaniye" by Vladimir Nabokov. Main roles: Sir Dirk Bogarde, Klaus Löwitsch, Andréa Ferréol

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 vols. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Cognition and Volition/Erkennen und Wollen. Ein Beitrag zu einer kybernetischen Theorie der Subjektivität. http://www.vordenker.de/ggphilosophy/c_and_v.pdf

Hoffmann, Ernst Theodor Amadeus, Werke in vier Bänden. Ed. by Hermann R. Leber. Salzburg 1985

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und der Morphogrammatik. Appendix to: Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 2nd ed. Hamburg 1978

Kremer, Detlef, Romantische Metamorphosen. E.T.A. Hoffmanns Erzählungen. Stuttgart 1993

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, pp. 282-302

Mitterauer, Bernhard J., A biocybernetic model of the development of the cerebral cortex based on Günther's kenogrammatics. In: GrKG 47/4, 2006, pp. 163-171

Panizza, Oskar, Das Liebeskonzil und andere Schriften. Ed. by Wilhelm Lukas Kristl. Berlin 1964

Schadach, Dieter, A classification of mappings between finite sets and some applications. BCL-Report No. 2.2, February 1, 1967. Biological Computer Laboratory, Department of Electrical Engineering, University of Illinois, Urbana, Ill.

Stein, Getrude, Alphabets and Birthdays. Yale U.P. 1957

Thomas, Gerhard G., On Permutographs II. In: Kotzmann, Ernst (ed.), Gotthard Günther – Technik, Logik, Technologie. München 1994, pp. 145-165

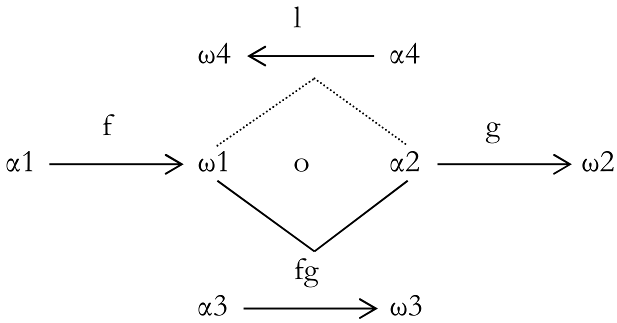
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003 (= Toth 2003a)

Toth, Alfred, E.T.A. Hoffmanns chiastischer Karneval. In: Tattva Viveka 2007, download: http://www.tattva-viveka.de/index.php?rubrik=02&loc=toth

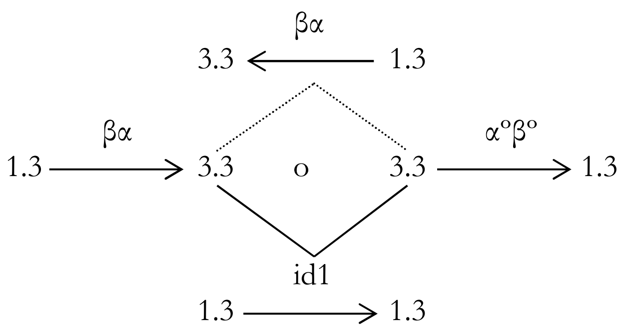
Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: GrKG 44/3, 2003, pp. 139-149 (= Toth 2003b)
Wilde, Oscar, The Picture of Dorian Gray. London 1890

Heteromorphismen aus symplerotischen Zeichenklassen

1. Semiotische Diamanten wurden von mir (Toth 2008a, S. 32 ff.) im Anschluss an Kaehr (2007, S. 2) eingeführt. Sie haben nach Kaehr die folgende allgemeine Form



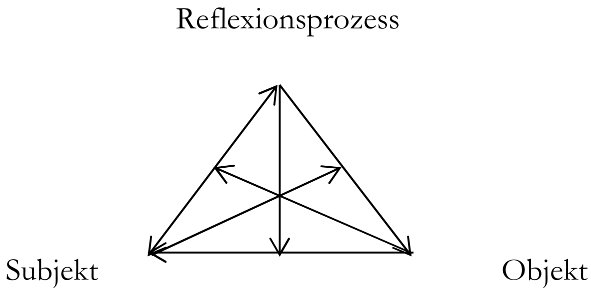
Setzt man nun (α1) = (1.3), α2 = (3.3), ω1 = (3.3), ω2 = (1.3), so bekommt man den folgenden semiotischen Diamanten.



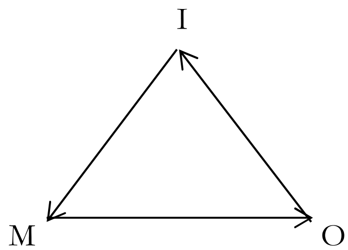
In einer kürzlich veröffentlichten Kritik bemerkte Rudolf Kaehr zurecht, dass in dergestalt eingeführten semiotischen Diamanten die Heteromorphismen nichts anderes seien als Spiegelungen dyadischer semiotischer Funktionen (Kaehr 2008, S. 3). Kaehr übersieht allerdings, dass die Umkehrungen dyadischer Funktionen nur formal, aber nicht inhaltlich Spiegelungen sind. Z.B. bedeutet (2.1 $\Rightarrow$ 3.1) die rhematische Interpretation eines Abbildes, aber die umgekehrte Funktion (3.1 $\Rightarrow$ 2.1) muss, wie bereits Bense (1981, S. 124 ff.) bemerkte, nicht zum selben Icon zurückführen. Es kann sich hier also um einen echten semiotischen Heteromorphismus handeln.[8]

2. In Toth (2008b, S. 61 ff.) hatte ich gezeigt, dass sich Günthers triadisches Schema einer dreiwertigen Logik (1976, S. 336 ff.)

8 Dieses Missverständnis beruht, wie ich überzeugt bin, auf dem allgemeineren Missverständnis, das Kaehr mit vielen Logikern und Mathematikern teilt, dass nämlich die mathematische Semiotik eine "künstliche" (Kaehr 2008, S. 7 f. spricht von "artificial") Formalisierung sei. In Wahrheit besteht die Neuerung der mathematischen Semiotik über die quantitative ebenso wie über die qualitative Mathematik gerade darin, dass sie als einzige Mathematik mit Bedeutung und Sinn rechnet. Auch Kaehrs Überzeugung (a.a.O.), der mathematische Zahlbegriff sei monadisch, weshalb sich seine Semiotisierung a priori verbiete, ist unzutreffend, da bereits Bense (1980) gezeigt hatte, dass jeder bisher in der Mathematik verwandte Zahlbegriff eine triadische Relation im Sinne des Peirceschen Zeichenmodells erfüllt.



mit den Entsprechungen Subjekt = objektives Subjekt, Objekt = (objektives) Objekt und Reflexionsprozess = subjektives Subjekt auf das bekannte triadische Peircesche Zeichenmodell



abbilden lässt, so dass wir also folgende logisch-semiotischen Korrespondenzen bekommen (zur Begründung vgl. Toth 2008b, S. 64 f.):

Subjekt = objektives Subjekt = Mittelbezug
Objekt = objektives Objekt = Objektbezug
Reflexionsprozess = subjektives Subjekt = Interpretantenbezug

Als weitere Korrespondenzen erhalten wir folgende logisch-semiotischen Prozesse (vgl. Günther 1963, S. 38):

(Subjekt $\Rightarrow$ Objekt) $\equiv$ (M $\Rightarrow$ O) $\equiv$ Transzendentalidentität
(Subjekt $\Rightarrow$ Reflexionsprozess) $\equiv$ (M $\Rightarrow$ I) $\equiv$ Reflexionsidentität
(Objekt $\Rightarrow$ Reflexionsprozess) $\equiv$ (O $\Rightarrow$ I) $\equiv$ Seinsidentität

Somit werden also bei der Transzendentalidentität die beiden semiotischen Werte (.1.) und (.2.) vertauscht, d.h. (.3.) = const. Bei der Reflexionsidentität werden die beiden semiotischen Werte (.1.) und (.3.) vertauscht, d.h. (.2.) = const. Schliesslich werden bei der Seinsidentität die beiden semiotischen Werte (.2.) und (.3.) vertauscht, d.h. (.1.) = const. Wie in Toth (2008c) gezeigt wurde, entsprechen diese Wertvertauschungen genau der Anwendung der drei möglichen abelschen gruppentheoretischen Operationen σ_1, σ_2 und σ_3. Diese drei symplerotischen Operationen erzeugen also aus den 10 Zeichenklassen eine erste Gruppe von transzendentalidentischen, eine zweite Gruppe von reflexionsidentischen und eine dritte Gruppe von seinsidentischen Zeichenklassen. Wir können diese Verhältnisse in dem folgenden Schema zusammenfassen:

Zkln	**3 = const** **Transzendental-identität**	**2 = const** **Reflexions-identität**	**1 = const** **Seins-identität**
(3.1 2.1 1.1)	(3.2 1.2 2.2)	(1.3 2.3 3.3)	(2.1 3.1 1.1)
(3.1 2.1 1.2)	(3.2 1.2 2.1)	(1.3 2.3 3.2)	(2.1 3.1 1.3)
(3.1 2.1 1.3)	(3.2 1.2 2.3)	(1.3 2.3 3.1)	(2.1 3.1 1.2)
(3.1 2.2 1.2)	(3.2 1.1 2.1)	(1.3 2.2 3.2)	(2.1 3.3 1.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.2 1.1 2.3)	(1.3 2.2 3.1)	(2.1 3.3 1.2)
(3.1 2.3 1.3)	(3.2 1.3 2.3)	(1.3 2.1 3.1)	(2.1 3.2 1.2)
(3.2 2.2 1.2)	(3.1 1.1 2.1)	(1.2 2.2 3.2)	(2.3 3.3 1.3)
(3.2 2.2 1.3)	(3.1 1.1 2.3)	(1.2 2.2 3.1)	(2.3 3.3 1.2)
(3.2 2.3 1.3)	(3.1 1.3 2.3)	(1.2 2.1 3.1)	(2.3 3.2 1.2)
(3.3 2.3 1.3)	(3.3 1.3 2.3)	(1.1 2.1 3.1)	(2.2 3.2 1.2)
(3.3 2.2 1.1)	(3.3 1.1 2.2)	(1.12.2 3.3)	(2.2 3.3 1.1)

Als letzten Schritt können wir nun, ausgehend von den nicht-symplerotischen Zeichenklassen, aus dieser Tabelle zu jedem Homomorphismus seine je drei Heteromorphismen herauslesen. Wir notieren sie hier jedoch in nicht-invertierter Form und teilen sie entsprechend den drei semiotischen Funktionen in (M $\Rightarrow$ O), (O $\Rightarrow$ I) und (M $\Rightarrow$ I) ein:

(3.1 2.1 1.1)	(3.2 1.2 2.2)	(1.3 2.3 3.3)	(2.1 3.1 1.1)
(1.1 $\Rightarrow$ 2.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 2.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.3)	(1.1 $\Rightarrow$ 2.1)
(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.3 $\Rightarrow$ 3.3)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)
(1.1 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.3)	(1.1 $\Rightarrow$ 3.1)

(3.1 2.1 1.2)	(3.2 1.2 2.1)	(1.3 2.3 3.2)	(2.1 3.1 1.3)
(1.2 $\Rightarrow$ 2.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 2.1)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.3)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.1)
(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.3 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)
(1.2 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.1)

(3.1 2.1 1.3)	(3.2 1.2 2.3)	(1.3 2.3 3.1)	(2.1 3.1 1.2)
(1.3 $\Rightarrow$ 2.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 2.3)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.3)	(1.2 $\Rightarrow$ 2.1)
(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.3 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)
(1.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 3.1)

(3.1 2.2 1.2)	(3.2 1.1 2.1)	(1.3 2.2 3.2)	(2.1 3.3 1.3)
(1.2 $\Rightarrow$ 2.2)	(1.1 $\Rightarrow$ 2.1)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.1)
(2.2 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.3)
(1.2 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.1 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.3)

(3.1 2.2 1.3)	(3.2 1.1 2.3)	(1.3 2.2 3.1)	(2.1 3.3 1.2)
(1.3 $\Rightarrow$ 2.2)	(1.1 $\Rightarrow$ 2.3)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.2)	(1.2 $\Rightarrow$ 2.1)
(2.2 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.3 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.2 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.3)
(1.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.1 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 3.3)

(3.1 2.3 1.3)	(3.2 1.3 2.3)	(1.3 2.1 3.1)	(2.1 3.2 1.2)
(1.3 $\Rightarrow$ 2.3)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.3)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 2.1)
(2.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.3 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.2)
(1.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 3.2)

(3.2 2.2 1.2)	(3.1 1.1 2.1)	(1.2 2.2 3.2)	(2.3 3.3 1.3)
(1.2 $\Rightarrow$ 2.2)	(1.1 $\Rightarrow$ 2.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 2.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 2.3)
(2.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.1 $\Rightarrow$ 3.1)	(2.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(2.3 $\Rightarrow$ 3.3)
(1.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.1 $\Rightarrow$ 3.1)	(1.2 $\Rightarrow$ 3.2)	(1.3 $\Rightarrow$ 3.3)

(3.2 2.2 1.3)	(3.1 1.1 2.3)	(1.2 2.2 3.1)	(2.3 3.3 1.2)
(1.3 ⇒ 2.2)	(1.1 ⇒ 2.3)	(1.2 ⇒ 2.2)	(1.2 ⇒ 2.3)
(2.2 ⇒ 3.2)	(2.3 ⇒ 3.1)	(2.2 ⇒ 3.1)	(2.3 ⇒ 3.3)
(1.3 ⇒ 3.2)	(1.1 ⇒ 3.2)	(1.2 ⇒ 3.1)	(1.2 ⇒ 3.3)

(3.2 2.3 1.3)	(3.1 1.3 2.3)	(1.2 2.1 3.1)	(2.3 3.2 1.2)
(1.3 ⇒ 2.3)	(1.3 ⇒ 2.3)	(1.2 ⇒ 2.1)	(1.2 ⇒ 2.3)
(2.3 ⇒ 3.2)	(2.3 ⇒ 3.1)	(2.1 ⇒ 3.1)	(2.3 ⇒ 3.2)
(1.3 ⇒ 3.2)	(1.3 ⇒ 3.1)	(1.2 ⇒ 3.1)	(1.2 ⇒ (3.2)

(3.3 2.3 1.3)	(3.3 1.3 2.3)	(1.1 2.1 3.1)	(2.2 3.2 1.2)
(1.3 ⇒ 2.3)	(1.3 ⇒ 2.3)	(1.1 ⇒ 2.1)	(1.2 ⇒ 2.2)
(2.3 ⇒ 3.3)	(2.3 ⇒ 3.3)	(2.1 ⇒ 3.1)	(2.2 ⇒ 3.2)
(1.3 ⇒ 3.3)	(1.3 ⇒ 3.3)	(1.1 ⇒ 3.1)	(1.2 ⇒ 3.2)

(3.3 2.2 1.1)	(3.3 1.1 2.2)	(1.1 2.2 3.3)	(2.2 3.3 1.1)
(1.1 ⇒ 2.2)	(1.1 ⇒ 2.2)	(1.1 ⇒ 2.2)	(1.1 ⇒ 2.2)
(2.2 ⇒ 3.3)	(2.2 ⇒ 3.3)	(2.2 ⇒ 3.3)	(2.2 ⇒ 3.3)
(1.1 ⇒ 3.3)	(1.1 ⇒ 3.3)	(1.1 ⇒ 3.3)	(1.1 ⇒ 3.3)

Damit lassen sich nun semiotische Diamanten konstruieren, welche der folgenden Forderung Kaehrs (2008, S. 1) nicht mehr widersprechen: “Diamonds are not triadic-trichotomic but genuinely tetradic, chiastic, antidromic and 4-fold. Hence, diamonds are not semiotical”.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Das Bewusstsein der Maschinen. Krefeld 1963

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. 2008 http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Symplerose und Transjunktion. Ms. (2008c)

3-dimensionale semiotische Diamanten

1. Das ursprünglich polykontexturale Diamanten-Modell wurde aufgrund der Arbeit von Kaehr (2007) in die Semiotik eingeführt von Toth (2008a) und (2008b, S. 177 ff.). Ein semiotischer Diamant erlaubt die gleichzeitige Darstellung einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik, deren morphismische Komposition und deren Heteromorphismus, der in der Semiotik mit der Inversion der Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik zusammenfällt. Das folgende Beispiel zeigt einen der 6 möglichen semiotischen Diamanten für die 2-dimensionale Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & (1.3\ 2.1\ 3.1) & & \\
 & & [[\alpha, \alpha°\beta°], [\beta, id1]] & & \\
 & & \leftarrow & & \\
 & [\beta°, id1] & & [\alpha°, \beta\alpha] & \\
(3.1 & \rightarrow & 2.1) \circ (2.1 & \rightarrow & 1.3) \\
 & & [[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]] & & \\
 & & \rightarrow & & \\
 & & (3.1\ 2.1\ 1.3) & & \\
\end{array}
$$

Die restlichen 5 sind Permutationen. Wenn wir die einzelnen Komponenten dieses Diamanten anschauen, haben wir

2-Zkl:	(3.1 2.1 1.3)
Inv(2-Zkl):	(1.3 2.1 3.1)
Comp(2-Zkl):	(3.1 → 2.1) ◊ (2.1 → 1.3)

Wie man sieht, kann also in einem 2-dimensionalen Diamanten nur entweder eine Zeichenklasse oder eine Realitätsthematik, aber nicht ein Dualsystem dargestellt werden. Ferner ist schon der 2-dimensionale Diamant insofern defektiv, als er die Darstellung inverser Kompositionen nicht erlaubt.

2. Für das allgemeine Schema der Komponenten des 2-dimensionalen semiotischen Diamanten würden wir also erwarten

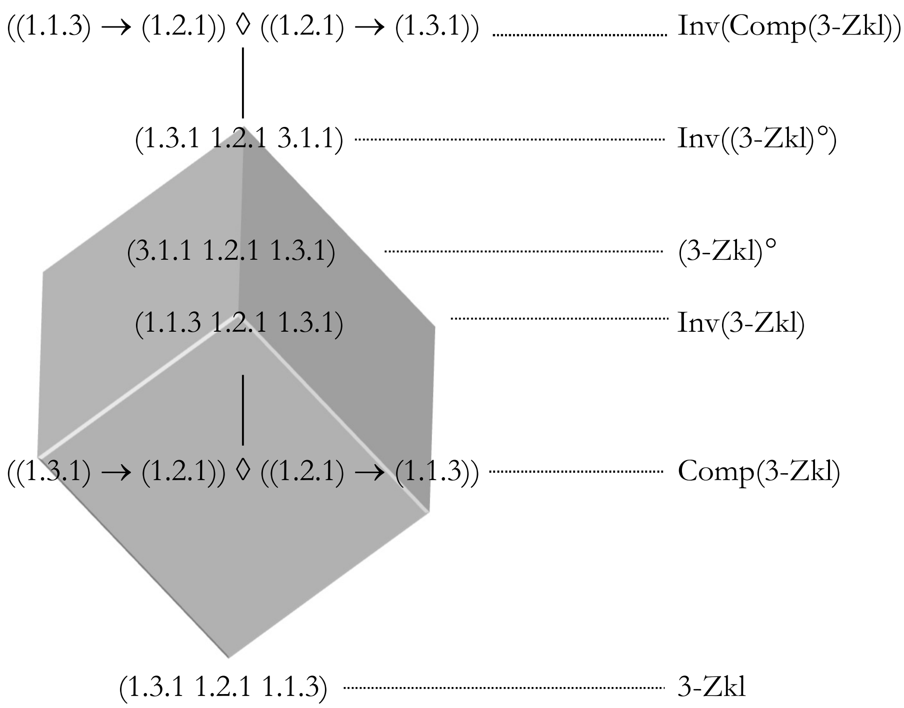
2-Zkl:	(3.a 2.b 1.c)
Inv(2-Zkl):	(1.c 2.b 3.a)
(2-Zkl)°:	(c.1 b.2 a.3)
Inv((2-Zkl)°):	(a.3 b.2 c.1)

Comp(2-Zkl):	(3.a → 2.b) ◊ (2.b → 1.c)
Inv(Comp(2-Zkl)):	(1.c → 2.b) ◊ (2.b → 3.a)

Im Falle unserer 2-Zkl (3.1 2.1 1.3) wäre das also

2-Zkl:	(3.1 2.1 1.3)
Inv(2-Zkl):	(1.3 2.1 3.1)
(2-Zkl)°:	(3.1 1.2 1.3)
Inv((2-Zkl)°):	(1.3 1.2 3.1)
Comp(2-Zkl):	(3.1 → 2.1) ◊ (2.1 → 1.3)
Inv(Comp(2-Zkl)):	(1.3 → 2.1) ◊ (2.1 → 3.1)

Wir nennen dieses Schema, bestehend aus einem Objekt (der Zeichenklasse) und den Operationen Komposition (Comp), Dualisation (°) und Inversion (Inv), ein minimales semiotisches Diamantenschema. Im folgenden zeigen wir, dass wir zu seiner Realisation einen 3-dimensionalen semiotischen Diamanten benötigen.



3. Wenn wir uns die Tabelle der durch die semiotischen Dimensionsoperatoren

η := dim(a) = W(Trd) und
ϑ := dim(a) = W(Trch)

auf das allgemeine 3-dimensionale triadische Zeichenschema

3-ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f)

angewandten Zeichenklassen (unter Einschluss der 3-dim. Kategorienklasse) anschauen (vgl. Toth 2009a, b)

1. η(3.1 2.1 1.1) = (3.3.1 2.2.1 1.1.1)
   ϑ(3.1 2.1 1.1) = (1.3.1 1.2.1 1.1.1)

2. η(3.1 2.1 1.2) = (3.3.1 2.2.1 1.1.2)
   ϑ(3.1 2.1 1.2) = (1.3.1 1.2.1 2.1.2)

3. η(3.1 2.1 1.3) = (3.3.1 2.2.1 1.1.3)
   ϑ(3.1 2.1 1.3) = (1.3.1 1.2.1 3.1.3)

4. η(3.1 2.2 1.2) = (3.3.1 2.2.2 1.1.2)
   ϑ(3.1 2.2 1.2) = (1.3.1 2.2.2 2.1.2)

5. η(3.1 2.2 1.3) = (3.3.1 2.2.2 1.1.3)
   ϑ(3.1 2.2 1.3) = (1.3.1 2.2.2 3.1.3)

6. η(3.1 2.3 1.3) = (3.3.1 2.2.3 1.1.3)
   ϑ(3.1 2.3 1.3) = (1.3.1 3.2.3 3.1.3)

7. η(3.2 2.2 1.2) = (3.3.2 2.2.2 1.1.2)
   ϑ(3.2 2.2 1.2) = (2.3.2 2.2.2 2.1.2)

8. η(3.2 2.2 1.3) = (3.3.2 2.2.2 1.1.3)
   ϑ(3.2 2.2 1.3) = (2.3.2 2.2.2 3.1.3)

9. η(3.2 2.3 1.3) = (3.3.2 2.2.3 1.1.3)
   ϑ(3.2 2.3 1.3) = (2.3.2 3.2.3 3.1.3)

10. η(3.3 2.3 1.3) = (3.3.3 2.2.3 1.1.3)
    ϑ(3.3 2.3 1.3) = (3.3.3 3.2.3 3.1.3)

11. η(3.3 2.2 1.1) = (3.3.3 2.2.2 1.1.1)
    ϑ(3.3 2.2 1.1) = (3.3.3 2.2.2 1.1.1),

dann erkennen wir, dass 3-dimensionale semiotische Diamanten dazu benutzt werden können, um die Verteilung von inhärenten und adhärenten Dimensionszahlen bei Zeichenklassen zu bestimmen

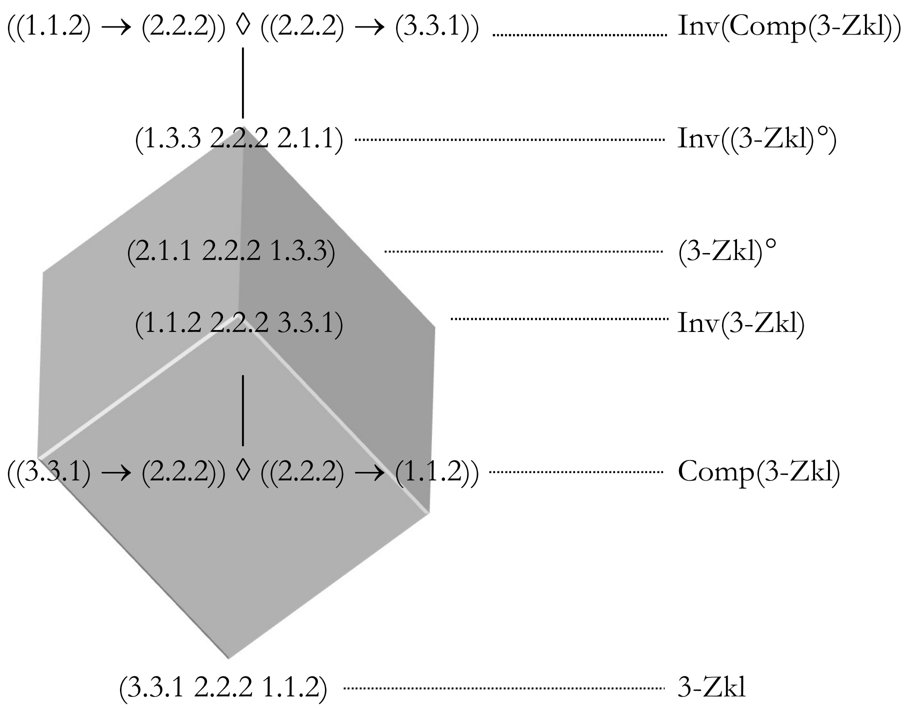
1	3-2-1	1-1-1
2	3-2-1	1-1-2

3	3-2-1	1-1-3
4	3-2-1	1-2-2
5	3-2-1	1-2-3
6	3-2-1	1-3-3
7	3-2-1	2-2-2
8	3-2-1	2-2-3
9	3-2-1	2-3-3
10	3-2-1	3-3-3
11	3-2-1	3-2-1

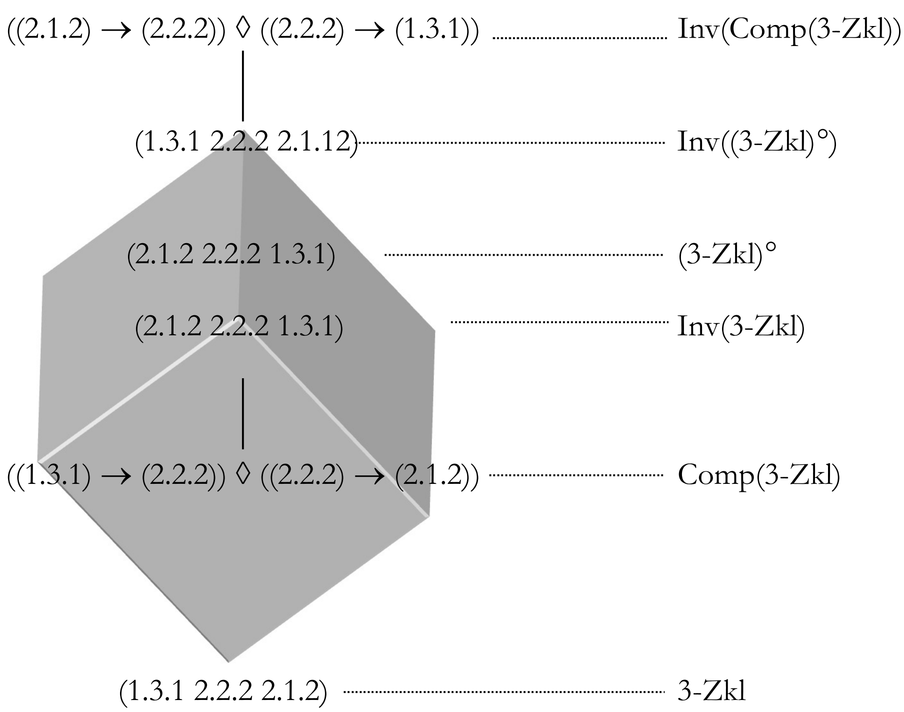
Nehmen wir als Beispiel die 4. Zeichenklasse und das Schema ihrer beiden inhärenten 3-dimensionalen Äquivalente

4. $\eta(3.1\ 2.2\ 1.2) = (3.\underline{3.1}\ \ 2.\underline{2.2}\ \ 1.\underline{1.2})$
$\vartheta(3.1\ 2.2\ 1.2) = (1.\underline{3.1}\ \ 2.\underline{2.2}\ \ 2.\underline{1.2})$

Der 3-dimensionale semiotische Diamant von 4-η ist dann



Der 3-dimensionale semiotische Diamant von 4-ϑ ist



Die beiden semiotischen 3-Diamanten sind also bis auf die Dimensionszahlen identisch. Da 3-dimensionale semiotische Diamanten nicht nur über Zeichenklassen oder Realitätsthematiken konstruiert sind, sondern über Dualsysteme, können wir deren allgemeines Schema wie folgt notieren

3-Zkl:	(a.3.1 b.2.1 c.1.3)
Inv(3-Zkl):	(c.1.3 b.2.1 a.3.1)
(3-Zkl)°:	(3.1.c 1.2.b 1.3.a)
Inv((3-Zkl)°):	(1.3.a 1.2.b 3.1.c)

Comp(3-Zkl):	(a.3.1 → b.2.1) ◊ (b.2.1 → c.1.3)
Inv(Comp(3-Zkl)):	(c.1.3 → b.2.1) ◊ (b.2.1 → a.3.1)

Literatur

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics www.mathematical-semiotics.com (2009a)

Toth, Alfred, Semiotische Differenz inhärenter Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics www.mathematical-semiotics.com (2009b)

Categorial and saltatorial sign classes

1. Categories and saltatories are dual notions from diamond theory (cf. Kaehr 2008, 2009b). Categories are dealing with objects and morphisms, while saltatories are dealing with (co-)objects and hetero-morphisms. Together, they form bi-objects. Kaehr (2009a) has shown that amongst the bi-objects, there are bi-signs.

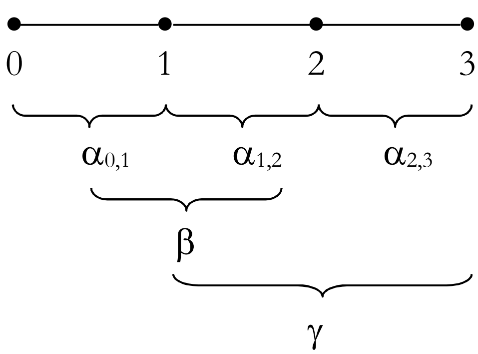
2. In this study, based on Toth (2009a, b), I introduce a "neutral" categorial notation system for sign classes and reality thematics. "Neutral" means that although contextures do no belong to the definition of these sign classes and reality thematics, they can be introduced without change in the notation system. The categorial system introduced here differs considerably from former semiotic categorial systems (cf. Toth 1997, pp. 21 ss.; Toth 2008a, pp. 159 ss.) insofar as it is based on dynamic and not on static prime-signs. This means that instead of starting with the usual static introduction of prime-signs

PS = {.1., .2., .3.),

we suggest the following dynamic introduction of prime-signs:

PS = <[[[0, 1], [[0, 2], [0, 3]]]]>

with



Therefore, we can rewrite PS as follows

PS = $[[\alpha_{0,1}], [[\alpha_{1,2}], [\alpha_{2,3}]]]$,

which allows us to generate the following categorial matrix

	$\alpha_{0,1}$	$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,3}$
$\alpha_{0,1}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{1,2}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}$
$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{1,2}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{2,3}$
$\alpha_{2,3}$	$\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{2,3}\ \alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,3}\alpha_{2,3}$

Now, in Toth (2009b), we have shown that Medads are trichotomically split into (0.1), (0.2) and (0.3). Further, we obtained

(0.1) = ($\alpha_0\ \alpha_{0,1}$)
(0.2) = ($\alpha_0\ \alpha_{1,2}$)
(0.3) = ($\alpha_0\ \alpha_{2,3}$)

Therefore, we can change the above 3×3 matrix into a 4×3, i.e. a tetradic-trichotomic matrix which corresponds exactly to the "pre-semiotic matrix" introduced in Toth (2008b)

	$\alpha_{0,1}$	$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,3}$
α_0	$\alpha_0\ \alpha_{0,1}$	$\alpha_0\ \alpha_{1,2}$	$\alpha_0\ \alpha_{2,3}$
$\alpha_{0,1}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{1,2}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}$
$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{1,2}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{2,3}$
$\alpha_{2,3}$	$\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{2,3}\ \alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,3}\alpha_{2,3}$

Of course, this matrix is monocontextural. We can see that by comparing the sub-sign relations with their corresponding inverted relations:

(1.2) ≡ ($\alpha_{0,1}\alpha_{1,2}$) (1.2)° = (2.1) ≡ ($\alpha_{1,2}\alpha_{0,1}$)
(1.3) ≡ ($\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}$) (1.3)° = (3.1) ≡ ($\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}$)
(2.3) ≡ ($\alpha_{1,2}\alpha_{2,3}$) (2.3)° = (3.2) ≡ ($\alpha_{2,3}\ \alpha_{1,2}$)

In short: Morphism stays morphism. Therefore, in order to introduce hetero-morphisms, we proceed as we did in Toth (2009c) and introduce the reflector R, which turns around not only the order of morphisms but also their indices:

$(1.2) \equiv (\alpha_{0,1}\alpha_{1,2})$ $\quad$ $R(1.2) = (\alpha_{2,1}\alpha_{1,0})$
$(1.3) \equiv (\alpha_{0,1}\alpha_{2,3})$ $\quad$ $R(1.3) = (\alpha_{3,2}\alpha_{1,0})$
$(2.3) \equiv (\alpha_{1,2}\alpha_{2,3})$ $\quad$ $R(2.3) = (\alpha_{2,1}\ \alpha_{3,2})$

Since in monocontextural matrices, dual sub-signs are identical to converted sub-signs, they are in one and the same semiotic matrix. However, since dual sub-signs are not identical to reflected sub-signs in polycontextural matrices, we need another matrix to display them (and hence n matrices for n-valued reflections or one matrix per contexture):

	$\alpha_{1,0}$	$\alpha_{2,1}$	$\alpha_{3,2}$
α_0	$\alpha_0\ \alpha_{1,0}$	$\alpha_0\ \alpha_{2,1}$	$\alpha_0\ \alpha_{3,2}$
$\alpha_{1,0}$	$\alpha_{1,0}\alpha_{1,0}$	$\alpha_{1,0}\alpha_{2,1}$	$\alpha_{1,0}\alpha_{3,2}$
$\alpha_{2,1}$	$\alpha_{2,1}\alpha_{1,0}$	$\alpha_{2,1}\alpha_{2,1}$	$\alpha_{2,1}\alpha_{3,2}$
$\alpha_{3,2}$	$\alpha_{3,2}\alpha_{1,0}$	$\alpha_{3,2}\ \alpha_{2,1}$	$\alpha_{3,2}\alpha_{3,2}$

Now, the identity law of classical logic is abolished, we have

$(2.2) \equiv (\alpha_{1,2}\alpha_{1,2}) = \times(2.2) = (\alpha_{1,2}\alpha_{1,2}) \neq$
$R(2.2) \equiv (\alpha_{2,1}\alpha_{2,1})$,

thus, the indices referring in our notation to intervals of natural numbers and not to inner environments, behave like contextures, i.e. they point out the difference between morphisms and heteromorphismus or categories and saltatories.

Therefore, we get now two semiotic systems:

1. The monocontextural semiotic system consisting of the Peircean 10 sign classes and dual(ized) reality thematics:

1. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{0,1}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{2,3}\alpha_{0,1}]$
2. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{2,3}\alpha_{0,1}]$
3. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{2,3}\alpha_{0,1}]$
4. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{2,3}\alpha_{0,1}]$
5. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{2,3}\alpha_{0,1}]$

6. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{2,3}\alpha_{0,1}]$
7. $[\alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}]$
8. $[\alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}]$
9. $[\alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}]$
10. $[\alpha_{2,3}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad \times \quad [\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{2,3}\alpha_{2,3}]$

2. The polycontextural semiotic system consisting of the 10 Peircean sign classes and reflected sign/reality thematics.

1. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{0,1}] \quad R \quad [\alpha_{1,0}\alpha_{1,0}, \alpha_{1.0}\alpha_{2.1}, \alpha_{1.0}\alpha_{3.2}]$
2. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}] \quad R \quad [\alpha_{2,1}\alpha_{1,0}, \alpha_{1,0}\alpha_{2,1}, \alpha_{1.0}\alpha_{3,2}]$
3. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad R \quad [\alpha_{3,2}\alpha_{1,0}, \alpha_{1,0}\alpha_{2,1}, \alpha_{1,0}\alpha_{3,2}]$
4. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}] \quad R \quad [\alpha_{21}\alpha_{1,0}, \alpha_{2,1}\alpha_{2,1}, \alpha_{1,0}\alpha_{3,2}]$
5. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad R \quad [\alpha_{3,2}\alpha_{1,0}, \alpha_{2,1}\alpha_{2,1}, \alpha_{1,0}\alpha_{3,2}]$
6. $[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad R \quad [\alpha_{3,2}\alpha_{1,0}, \alpha_{3,2}\alpha_{2,1}, \alpha_{1,0}\alpha_{3,2}]$
7. $[\alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}] \quad R \quad [\alpha_{2,1}\alpha_{1,0}, \alpha_{2,1}\alpha_{2,1}, \alpha_{2,1}\,\alpha_{3,2}]$
8. $[\alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad R \quad [\alpha_{3,2}\alpha_{1,0}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}]$
9. $[\alpha_{2,3}\,\alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad R \quad [\alpha_{3,2}\alpha_{1,0}, \alpha_{3,2}\alpha_{2,1}, \alpha_{2,1}\,\alpha_{3,2}]$
10. $[\alpha_{2,3}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}] \quad R \quad [\alpha_{3,2}\alpha_{1,0}, \alpha_{3,2}\alpha_{21}, \alpha_{3,2}\,\alpha_{3,2}]$

It is controversial, if an R(Scl) can be considered a reality thematics, like an ×(Scl) can; instead, we better use here the term of bi-sign, introduced into semiotics by Kaehr (2009a). However, the relation between (monocontextural) reality thematics) and (polycontextural) bi-signs or "saltatorial reality thematics" has still to be motivated.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2008

Kaehr, Rudolf, Xanandu's textems. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Elements of diamond set theory. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Elements/Elements.html (2009b)

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Medads and the triadic sign relations. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009a)

Toth, Alfred, Is there a trichotomy of the Medad? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009b)

Toth, Alfred, The Trip into the Light. Tucson 2009. Digital version: http://www.mathematical-semiotics.com/books.html

Connections of sub-signs in contextures

For 3-adic semiotics, we have as best choices for polycontextural semiotic matrices either the 3-contextural or the 4-contextural matrix (cf. Kaehr 2009a, b). Let us start with the 3-contextural matrix. As one sees, the contextures or inner environments are scramble the order of the sub-signs in the following matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

If we order horizontally only sub-signs, which lie in the same contexture, we get the following 3-level system:

K1 (1.1), (1.2) (2.1), (2.2)
K2 (2.2), (2.3) (3.2), (3.3)
K3 (1.1), (1.3) (3.1), (3.3)

There are three types of connections of the sub-signs in this scheme: First, the connections by inner environments (cf. Toth 2009):

(1.1), (1.2)
(2.1), (2.2)
(2.2), (2.3)
(3.2), (3.3)
(1.1), (1.3)
(3.1), (3.3)

Second, the connections by identical sub-signs (static via sub-signs and dynamic via their corresponding morphisms):

(1.1) (2.2) (3.3)
(1.1) (2.2) (3.3),

hence this kind of semiotic connection exists only between the genuine sub-signs, i.e. identitive morphisms.

Third, chiastic connections between pairs of converse sub-signs:

(1.2) × (2.1)
(2.3) × (3.2)
(1.3) × (3.1)

As one sees, both scheme and its types of connections are exhaustive, i.e. they are sufficient to describe the 3-contextural semiotic 3×3 matrix completely.

If we now proceed to the 4-contextural semiotic 3×3 matrix, we obtain

K1	(1.1),	(1.2)		(2.1),	(2.2)					
K2					(2.2),	(2.3)		(3.2),	(3.3)
K3	(1.1),		(1.3)				(3.1),		(3.3)
K4	(1.1),	(1.2),	(1.3),	(2.1),	(2.2),	(2.3)	(3.1),	(3.2),	(3.3)

Of course, this scheme is exhaustive too, but with an enormous accretion of structure in K4 and mediating level between K2 and K3, compared to the scheme of 3-contextural 3×3 matrix.

2. As a marginal note, it has to be pointed out that schemes 1 and 2 have nothing to do with polycontextural schemes of mediation by decomposition; cf. the following schema for 3-contextural 3-adic semiotic by Kaehr (2009b, p. 5):

The mediation scheme of $\mathrm{Semiotics}^{(3,2)}$:

$$\mathrm{mediation}\left(\mathrm{Semiotics}^{(3,2)}\right) = \begin{bmatrix} (1.1)_1 \longrightarrow & (2.2)_1 & \square \\ \square & \updownarrow & \\ \square & (2.2)_2 \longrightarrow & (3.3)_2 \\ | & & | \\ (1.1)_3 \longrightarrow & \longrightarrow & (3.3)_3 \end{bmatrix}$$

Chiastic structure

$$\mathit{Order}\ \mathrm{relations} = \left\{ \begin{array}{l} \square(1.1)_1 \longrightarrow (2.2)_1\,, \\ (2.2)_2 \longrightarrow (3.3)_{2,} \\ (1.1)_3 \longrightarrow (3.3)_3 \end{array} \right\},$$

$$\mathit{Exchange}\ \mathrm{relation} = \left\{ (2.2)_1 \updownarrow (2.2)_2 \right\},$$

$$\mathit{Coincidence}\ \mathrm{relations} = \left\{ \begin{array}{l} (1.1)_1 - (1.1)_{3,} \\ (3.3)_2 - (3.3)_3 \end{array} \right\}.$$

For systems, $m = 3$, $n = 2$, the $\mathrm{matrix}^{(3,2)}$ and $\mathrm{scheme}^{(3,2)}$ representation coincide.

In decomposition schemes like the one above, each of the (3, 2) partial sets of the (3, 3) full set does not contain the full amount of sub-signs necessary to construct not only the complete set of the 10 Peircean sign classes, but even one single sing class, provided that the semiotic law holds that every sign class must consist of 3 sub-signs which are pairwise different.

3. However, schemes like the two presented here, based on polycontextural semiotics, show some similarity to the so-called “scheme of sign-intern superization”, based on monocontextural semiotics and presented by Bense (cf. Walther 1979, p. 120). Let us first have a look at the scheme from the standpoint of 3-contextural semiotics:

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & (1.1) & & & & & & & & \\
 & \swarrow & & & & & & & & \\
(1.2) & \| & (1.3) & \| & (2.3) & & & & & \\
 & & & & \swarrow & & & & & \\
 & & & & (2.2) & \rightarrow & (2.1) & \| & (3.1) & \\
 & & & & & & & & \nwarrow & \\
 & & & & & & & & (3.2) & \rightarrow \ (3.3)
\end{array}
$$

Provided the scheme is based on a 3-contextural semiotics, there are the following contexture borders:

$(1.2_{1} \parallel 1.3_{3})$

$(1.3_{3} \parallel 2.3_{2})$

$(2.1_{1} \parallel 3.1_{3})$

$(3.1_{3} \parallel 3.2_{2})$

However, by transgressing into a scheme with 4 contextures, they are eliminated, since then we have

$(1.2_{1,4} \nparallel 1.3_{3,4})$

$(1.3_{3,4} \nparallel 2.3_{2,4})$

$(2.1_{1,4} \nparallel 3.1_{3,4})$

$(3.1_{3,4} \nparallel 3.2_{2,4})$.

Therefore, if we use $\mathfrak{C}(x)$ for "the set of sub-signs lying in contexture x", we get for the 3-contextural 3×3 matrix:

$\mathfrak{C}(1.1) = ((1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (3.1), (3.3))$

$\mathfrak{C}(1.2) = ((1.1), (1.2), (2.1), (2.2))$

$\mathfrak{C}(1.3) = ((1.1), (1.3), (3.1), (3.3))$

$\mathfrak{C}(2.1) = ((1.1), (1.2), (2.1), (2.2))$

$\mathfrak{C}(2.2) = ((1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (2.3), (3.2), (3.3))$

$\mathfrak{C}(2.3) = ((2.2), (2.3), (3.2), (3.3))$

$\mathfrak{C}(3.1) = ((1.1), (1.3), (3.1), (3.3))$

$\mathfrak{C}(3.2) = ((2.2), (2.3), (3.2), (3.3))$

$\mathfrak{C}(3.3) = ((1.1), (1.3), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3))$,

and we have

1. $\mathfrak{C}(a.b) = \mathfrak{C}((a.b)°)$
2. $\cap\mathfrak{C}(a.b) = \varnothing$
3. $\cup\mathfrak{C}(a.b) = \mathbf{S}$ ($\mathbf{S}$ = set of sub-signs)
4. $\max|\mathfrak{C}(1, 2, 3, ..., n)| = (n-2)$.

Literature

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Connections of inner semiotic environments. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS3.pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

Mediation between morphisms and heteromorphisms in semiotic systems

1. In his new paper, Rudolf Kaehr (2009c) has defined the Diamond relation as follows:

Diamond relation DiamRel:

$R \in Cat, \; r \in Sat$

$$\left(R, r\right)^{(m)} \Longleftrightarrow Rel^{(m)} \left\| rel^{(m-1)}\right.$$

Thus each relation R belongs, qua morphism, to a category, while each relation r belongs, qua heteromorphism, to a "saltatory". Morphism and heteromorphism are not dual, but complementary, and so are category and saltatory.

2. However, in semiotics (cf. Kaehr 2009a, b), the unmediated 2-valued opposition between morphism and heteromorphism works only with sign classes that are constructed from 2-adic sub-signs of maximal contexture 3, e.g.:

$\times(2.1)_1 = (2.1)_1$	$\|$	$R(2.1)_1 = (1.2)_1$
$\times(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2}$	$\|$	$R(2.2)_{1,2} = (2.2)_{2,1}$

"×" means here (monocontextural) dualization, "R" (polycontextural) reflection, thus dualization changes the order of the prime-signs constituting a sub-sign, while reflection also turns around the order of the contextures. So far, we have

Morphism: $(a.b)_i \rightarrow$ Heteromorphism: $(b.a)_i$
Morphism: $(a.b)_{i,j} \rightarrow$ Heteromorphisms: $(b.a)_{j,i}$

However, already here one possible mediation is lacking:

Morphism: $(a.b)_{i,j} \rightarrow$???: $(a.b)_{j,i}$

In other words: We need an operation "Y", which turns around only the contextures of a sub-sign, but not the sub-sign itself.

3. But now let us proceed to 4-contextural 3-adic semiotics. In order to make sure what we are speaking about, I present here again the 10 Peircean sign classes as 4-contextural sign classes:

$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 1.1_{1,3,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 1.2_{1,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.1_{1,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.2_{1,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.1_{3,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.2_{1,4})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.2_{2,4} \quad 2.3_{2,4} \quad 1.3_{3,4})$
$(3.3_{2,3} \quad 2.3_{2,4} \quad 1.3_{3})$

As one sees, the genuine sub-signs (identitive morphisms) lie in 3 contextures, so that the maximal scheme for 4-contextural 3-adic sign classes is

$SCl(4,3) = (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{i,j,k}\ 1.c_{i,j,k})$

And here now the real problems with the semiotic adaptation of Diamond theory start:

1. A sub-sign like

$(a.b)_{i,j,k}$

as a morphism has no only its heteromorphisms

$(a.b)_{k,j,i}$,

but also 4 more "mediative" morphisms

$(a.b)_{i,k,j}$, $(a.b)_{k,j,i}$, $(a.b)_{j,i,k}$ and $(a.b)_{j,k,i}$.

2. By aid of our three operations above, we also get

$\times(a.b)_{i,j,k} = (b.a)_{i,j,k} \qquad R(a.b)_{i,j,k} = (b.a)_{k,j,i} \qquad Y(a.b)_{i,j,k} = (a.b)_{k,j,i}$
$\times(a.b)_{k,j,i} = (b.a)_{k,i,j} \qquad R(a.b)_{k,j,i} = (b.a)_{i,j,k} \qquad Y(a.b)_{k,j,i} = (a.b)_{i,j,k}$
$\times(a.b)_{i,k,j} = (b.a)_{i,k,j} \qquad R(a.b)_{i,k,j} = (b.a)_{j,k,i} \qquad Y(a.b)_{i,k,j} = (a.b)_{j,k,i}$
$\times(a.b)_{k,j,i} = (b.a)_{k,i,j} \qquad R(a.b)_{k,j,i} = (b.a)_{i,j,k} \qquad Y(a.b)_{k,j,i} = (a.b)_{i,j,k}$

$\times(a.b)_{j,i,k} = (b.a)_{j,i,k}$ $\quad$ $R(a.b)_{j,i,k} = (b.a)_{k,i,j}$ $\quad$ $Y(a.b)_{j,i,k} = (a.b)_{k,i,j}$
$\times(a.b)_{j,k,i} = (b.a)_{j,k,i}$ $\quad$ $R(a.b)_{j,k,i} = (b.a)_{i,k,j}$ $\quad$ $Y(a.b)_{j,k,i} = (a.b)_{i,k,j}$

3. Now, a 3-adic sign class consists per definitionem of three sub-signs:

$SCl(4,3) = (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{i,j,k}\ 1.c_{i,j,k})$

However, this means that we can permute first the sign class as such:

$(3.a_{i,j,k}\ 2.b_{i,j,k}\ 1.c_{i,j,k})$
$(3.a_{i,j,k}\ 1.c_{,j,k}\ 2.b_{,j,k})$
$(2.b_{,j,k}\ 3.a_{,j,k}\ 1.c_{i,j,k})$
$(2.b_{,j,k}\ 1.c_{,j,k}\ 3.a_{,j,k})$
$(1.c_{i,j,k}\ 3.a_{,j,k}\ 2.b_{,j,k})$
$(1.c_{,j,k}\ 2.b_{i,j,k}\ 3.a_{,j,k})$,

and second for also the contextures, and this for all three sub-signs. Therefore, we get exactly 126 permutations of (combinations of) sign classes and contextures per sign class (cf. Toth 2009). The combined permutations look for the first permutation, i.e. the sign class in "degenerative-retrosemiosic order":

$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ijk})$		
$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ikj})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{ikj})$	
$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jik})$
$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jki})$
$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kij})$
$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{ijk}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{jki})$		
$(3.a_{ijk}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kij})$	
$(3.a_{ijk}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ijk}\ 2.b_{kji}\ 1.c_{kji})$
$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ijk})$		
$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ikj})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{ikj})$	
$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jik})$
$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jki})$
$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kij})$
$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{ikj}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{jki})$	
$(3.a_{ikj}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kij})$

$(3.a_{ikj}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{ikj}\ 2.b_{kji}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{jik}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ijk})$		
$(3.a_{jik}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ikj})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{ikj})$	
$(3.a_{jik}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jik})$
$(3.a_{jik}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jki})$
$(3.a_{jik}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kij})$
$(3.a_{jik}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{jik}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{jki})$		
$(3.a_{jik}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kij})$	
$(3.a_{jik}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jik}\ 2.b_{kji}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{jki}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ijk})$		
$(3.a_{jki}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ikj})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{ikj})$	
$(3.a_{jki}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jik})$
$(3.a_{jki}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jki})$
$(3.a_{jki}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kij})$
$(3.a_{jki}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{jki}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{jki})$		
$(3.a_{jki}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kij})$	
$(3.a_{jki}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{jki}\ 2.b_{kji}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{kij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ijk})$		
$(3.a_{kij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ikj})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{ikj})$	
$(3.a_{kij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jik})$
$(3.a_{kij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jki})$
$(3.a_{kij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kij})$
$(3.a_{kij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{kij}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{jki})$		
$(3.a_{kij}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kij})$	
$(3.a_{kij}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{kij}\ 2.b_{kji}\ 1.c_{kji})$
$(3.a_{kji}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ijk})$		
$(3.a_{kji}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{ikj})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{ikj})$	
$(3.a_{kji}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jik})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jik})$
$(3.a_{kji}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{jki})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{jki})$
$(3.a_{kji}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kij})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kij})$
$(3.a_{kji}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{ikj}\ 1.c_{kji})$	$(3.a_{kji}\ 2.b_{jik}\ 1.c_{kji})$

$(3.a_{kji}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{jki})$
$(3.a_{kji}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kij})$ $(3.a_{kji}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kij})$
$(3.a_{kji}\ 2.b_{jki}\ 1.c_{kji})$ $(3.a_{kji}\ 2.b_{kij}\ 1.c_{kji})$ $(3.a_{kji}\ 2.b_{kji}\ 1.c_{kji})$

Thus, we get for all 6 permutations $6 \cdot 126 = 756$ sign classes, and for all 10 sign classes therefore 7'560 sign classes. However, we must not forget the structural potential that lies in our three above operators, ×, R, and Y, so that at the end we have a semiotic system of no less **than 22'680 sign classes**.

4. But that is not all. In Toth (2008), based on Stiebing (1978), I had introduced 3-dimensional sign classes into semiotics. Monocontextural 3-dimensional sign classes have the following form

3-SCl = ((a.b.c) (d.e.f) (g.h.i)),

or, if we use Peirce's "normal form"

3-SCl = ((a.3.b) (c.2.d) (e.1.f)),

whereby one sees that (a, c, e) are the so-called "dimensional numbers". Because of the triadic form of each sub-sign, the geometrical model of 3-SCl is a cube, but we can still make it higher by adding more levels. Since, for the embedded

2-SCl = $((3.b_{i,j,k})\ (2.d_{i,j,k})\ (1.f_{i,j,k}))$,

we got 22'680 sign classes, and since there are n-levels, we do not only get

$3! \cdot$ 22'680 = 136'080, but

$n! \cdot$ 22'680 different sign classes (a, c, e $\in \{1, 2, 3, ..., n\}$

for sign classes constructed from 3-adic instead of 2-adic sub-signs.
5. However, the results obtained in this little contribution have enormous consequences for Diamond theory itself, because theoretically, we can surpass 3-adic sign classes and introduce 4-adic, 5-adic, 6-adic (, ..., -adic?) sign classes, the structural complexity of which grows astronomically because of the permutations, especially, if we also proceed to more than 4 contextures. Finally, we also can construct semiotic hypercubes and other nice high-dimensional polytopes that are not anymore based on cubic 3-sign classes, which are just made higher by adding more storeys, but by adding more dimensions. Since there are no formal restrictions concerning the order of dimensional

numbers amongst themselves as well as in connection with prime-sign-numbers, already for a 4-dimensional (f.ex. tesseractic) sign model we have

4-SCl = ((a.b.3.c) (d.e.2.f) (g.h.1.i),
4-SCl = ((b.a.3.c) (e.d.2.f) (h.g.1.i)
(plus combinations)
4-SCl = ((3.a.b.c) (2.d.e.f) (1.g.h.i)
4-SCl = ((3.a.c.d) (2.d.f.e) (1.g.i.h)
(plus combinations)

If it is made clear, for which dimensions the variables of the dimensional numbers stand, we can also "scramble" them. Moreover, from the above constructions it results that a sign class can at the same time lie in more than 1 and maximally in 4 dimensions (if it is tesserarctic) as well as in several contextures (both qua sub-signs). That from here we have exciting connections to a quaternionic semiotics, I have already shown in a series of papers. Summa summarum, the incredibly huge amount of structural growth by introduction of contextures, permutations and dimensions in semiotics is hard to foresee.

However, to come back to Diamond theory, Kaehr has made clear that a diamond can not deal with more than a pair of morphism and heteromorphism, the categorial/saltatorial equivalents for logical proposition and rejection. However, as we have shown already in chapter 1 of this paper, already in a 4-contextural semiotics, we have 4 mediative morphisms between morphisms and heteromorphisms. Therefore, the diamond model has to be substituted by another polygon. (And in high-dimensional semiotics even by a polytope?) Am I right that therefore, Leinster's n-category theory could give a model for a n-category/saltatory diamond theory (at least what concerns the semiotic dimensional numbers? And then: What about the set theoretic, arithmetic, logical and also topological consequences for the mediative morphisms of the original Diamond theory? However, it will be, it seems to me that for once there may be an enormous input from semiotics for the future of "graphematics" (as Kaehr says), while up to now, semiotics has only profited from polycontexturals sciences, but never contributed to them.

Literature

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2009a)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2009b)

Kaehr, Rudolf, Diamond relations. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Relations/Diamond%20Relations.pdf (2009c)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. PhD dissertation, Stuttgart 1978

Toth, Alfred, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/3dim.%20Semiotik.pdf (2008)

Toth, Alfred, The Trip into the Light. http://www.mathematical-semiotics.com/books.html (2009)

Semiotic paths and journeys

1. In his newest publication in polycontextural theory, Rudolf Kaehr has introduced diamond journeys, which are complementary to categorial paths. It is easiest just to copy out the formal description of the new notion of journey (Kaehr 2009b, p. 8):

3.2. Formal description of JOURN

Let denote a general bi-relation. We associate with it the *diamond* denoted by JOURN((X,x),), JOURN(X,x) or just JOURN.

Bi-objects: Bi-Elements (X,x) ☒☒ **(X, x)**.

Morphisms: Sequences (paths) of consecutive arrows,
*Hetero-morphisms:*counter-sequences of antidromic arrows.
Complementarity: Category/Saltatory

JOURN is not a product of **PATH**, i.e. JOURN != PATH x PATH but a *complementary* (and not a dual!)
interplay between PATH and co-PATH:

JOURN = compl(PATH,)

There is a *morphism* X -> Y, iff XRY☒ Cat .

There is a *hetero*-morphism x -> y, iff xry ☒ Salt.

There is a *diamond* if [Cat; Salt].

$$R^{1.2} \subseteq \left(A_o^1, A_o^2\right) \text{xx} \left(A_1^1, A_1^2\right)$$

$$\left(\text{Rr}\right) \subseteq \subseteq \left(A_o^1, a_o^2\right) \text{xx} \left(A_1^1, a_1^2\right)$$

While for categorial semiotic paths, there are extensive studies by me, f. ex. (Toth 2009a), the notion of semiotic journey has first to be introduced into semiotics.

2. If we accept that the basic sign model is the 3-adic 4-contextural sign class

SCl (3,4) = $(3.a_{i,k,j}\ 2.b_{i,j,k}\ 1.c_{i,j,k})$

where either i, or j, or k = ∅ for all non-identitive semiotic morphisms, i.e. for all non-genuine sub-signs, since they cannot lie in 3 contextures in a 4-contextural semiotics, then we have

1. 6 different morphisms per sub-sign, i.e. a morphism, its heteromorphism, and 4 mediative morphisms (Toth 2009b) and thus for a maximal 4-contextural sub-sign:

$(a.b)_{i,j,k}$ $(a.b)_{j,k,i}$
$(a.b)_{i,k,j}$ $(a.b)_{k,i,j}$
$(a.b)_{j,i,k}$ $(a.b)_{k,j,i}$

2. If we restrict ourselves to such connections between dyads (sub-signs) that have identical fundamental categories (cf. Toth 2008, pp. 20 ss., 51 ss.), we have the following 6 types of semiotic connections:

$(M \rightarrow O) \lozenge (O \rightarrow I)$ $(O \rightarrow I) \lozenge (I \rightarrow M)$
$(M \rightarrow I) \lozenge (I \rightarrow O)$ $(I \rightarrow O) \lozenge (O \rightarrow M)$
$(O \rightarrow M) \lozenge (M \rightarrow I)$ $(I \rightarrow M) \lozenge (M \rightarrow O)$

3. Therefore, together with 1., we get the following 21 types

(i,j,k) ◊ (i,j,k)
(i,j,k) ◊ (i,k,j) (i,k,j) ◊ (i,k,j)
(i,j,k) ◊ (j,i,k) (i,k,j) ◊ (j,i,k) (j,i,k) ◊ (j,i,k)
(i,j,k) ◊ (j,k,i) (i,k,j) ◊ (j,k,i) (j,i,k) ◊ (j,k,i) (j,k,i) ◊ (j,k,i)
(i,j,k) ◊ (k,i,j) (i,k,j) ◊ (k,i,j) (j,i,k) ◊ (k,i,j) (j,k,i) ◊ (k,i,j) (k,i,j) ◊ (k,i,j)
(i,j,k) ◊ (k,j,i) (i,k,j) ◊ (k,j,i) (j,i,k) ◊ (k,j,i) (j,k,i) ◊ (k,j,i) (k,i,j) ◊ (k,j,i)

(k,j,i) ◊ (k,j,i)

for all 6 types of semiotic connections, and thus the maximal amount of 126 semiotic journeys. (Maximal, because all non-identitive 4-contextural morphisms have only two "indices", so that the effective number of combinations is massively smaller.)

3. However, in a sign class like

$(3.a_{i,j,k}\ 2.b_{k,j,i}\ 1.c_{i,k,j})$

we have

- 1 morphisms which is to await for sign classes: $(3.a_{i,j,k})$
- 1 heteromorphisms which is to await for the complementary sign class, i.e. after reflecting or dualizing the sign class: $(2.b_{k,j,i})$

- 1 mediative morphisms that does neither belong to a sign class nor to its reality thematic (“complementary sign class): $(1.c_{i,k,j})$.

Thus, the question arises which epistemological explication does a sign class have whose parts are from sign classes, from reality thematics and from something between. And what is this between, i.e. to which cognitive, epistemic, or communicative notion do the mediative morphisms belong? On the other side, only the order of the contextures, i.e. inner semiotic environments have been scrambled – the basis for a sign class, namely the Peircean sing relation (3.a 2.b 1.c) is still present. Thus, another question is for what do the contextures stand? Kaehr (2009a) has made an attempt at ascribing them to different epistemological subjects (you, thou, we, you). However, it is not clear what decides which contexture is mapped to which subject.

Literature

Kaehr, Rudolf, Xanadu’s textemes. In: http://www.thinkartlab.com/CCR/2009/02/xanadus-textems.html (2009a)

Kaehr, Rudolf, Diamond relations. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Relations/Diamond%20Relations.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Zeichenzusammenhänge und Zeichennetze. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichenzus.%20u.%20Zeichennetze.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Mediation between morphisms and heteromorphisms in semiotic systems. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/mediation.pdf (2009b)

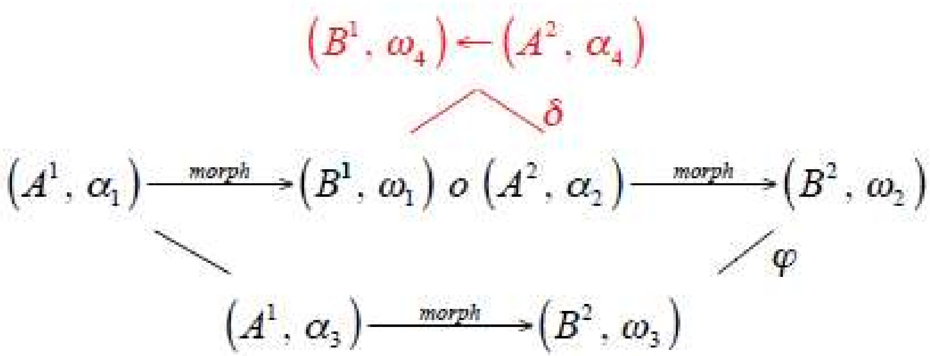
Metasemiotische Spuren der kaehrschen Diamantenkategorie

1. Die von dem kürzlich zu früh verewigten Kollegen Rudolf Kaehr begründete Diamantentheorie, einer polykontexturalen Kategorientheorie (vgl. Kaehr 2007), kann, wie im folgenden anhand von Beispielen gezeigt werden soll, auf metasemiotischer Ebene nachgewiesen werden. Daß dies nicht allein daran liegen kann, daß das dem kaehrschen "Diamond" zugrunde liegende Tetralemma schon lange aus der Logik bekannt ist, zeigt v.a. die metasemiotische Existenz spezifischer sprachlicher Differenzierungen zwischen "Path" und "Journey" in bestimmten Sprachen. Weitergehende Forschungen an diesem hier nur angeschnittenen Themas sind dringend erforderlich.

2.1. Morphismen und Heteromorphismen

2.1.1. saltisition, jumpoid

Der kaehrsche Diamond enthält neben der Sowohl-als-Auch-Relation auch die (im folgenden Diagramm aus Kaehr 2007, S. 21 rot gefärbte) Weder-Noch-Relation, welche Kaehr als "saltisition" mit der Abbildung als "Heteromorphismus" definiert hatte. Statt von "category" spricht er folglich auch von einem "jumpoid".



2.1.2. Metasemiotische Beispiele sind in Texten zu finden, wo der Weg hin nicht mit dem Weg zurück koinzidiert. Formal kommt dies in Kaehrs Diamond durch verschiedene Indizierung der Morphismen α und ω zum Ausdruck. Als Beispiel bringen wir den Anfang und den Schluß von Oskar Panizzas Erzählung "Das Wirtshaus zur Dreifaltigkeit" (1914).

Mit solchen Gedanken beschäftigt, war niemand froher wie ich, als ich auf der noch immer endlos sich hinziehenden Straße einen Reisenden mit schwerem Felleisen daherkommen sah. Er sah mich verwundert an, als wir uns begegneten, und frug: »Wie kommen Sie um diese späte Abendzeit hierher, wo auf Stunden im Umkreis keine Niederlassung ist? Ich selbst reise nur in der Dämmerung und zur Nachtzeit, weil meine Augen das Tageslicht nicht vertragen; und bin mit Weg und Steg wohlvertraut. Aber Sie wären verloren!« – Als ich nichts erwiderte, fuhr der Fremde, dessen eindringliche Rede mir Respekt abgewonnen hatte, fort: »Der Himmel hat diesmal für Sie gesorgt. Gleich hinter diesem Bergvorsprung, den Sie in zehn Minuten erreichen, steht ein Wirtshaus; ich komme gerade davon her; es ist aber gänzlich unbekannt; Sie konnten sich also nicht darauf verlassen; trotzdem steht es am Weg; es ist auf keiner Karte verzeichnet, und ich besitze die besten; ich selbst sah es heute zum erstenmal; gleichwohl ist es uralt; ›Gasthaus zur Dreifaltigkeit‹; die Leute scheinen gut eingerichtet, wenn auch etwas altmodisch und langsam in ihren Manieren; Sie werden dort gut aufgehoben sein. Gehaben Sie sich wohl!«

Nachdem der Ich-Erzähler seine Nacht in diesem Haus, das räumlich und zeitlich diskontextural zu seiner Umgebung ist, verbracht hat, hat er es eilig, über die Kontexturgrenzen zu springen (jump). Man beachte, daß hier eine weitere der von Kaehr eingeführten diamantentheoretischen Operationen, das "bridging", involviert ist.

Und bald hatte ich die Landstraße erreicht. Ein eiskalter Wind pfiff vom Osten her. Keine zwanzig Schritt von mir aber, entgegengesetzt der von mir einzuschlagenden Richtung, saß ein Steinklopfer bei seiner Arbeit und hämmerte tüchtig darauf los. Ich konnte nicht umhin, auf ihn zuzugehen. »He! Alter,« – rief ich ihn an – »kennt Ihr das Wirtshaus da hinten im Wald?« – »Jo, jo!« – antwortete er im besten Fränkisch – »sell is a Abdeckerei!« – »Abdeckerei?« – frug ich verwundert – »was ist das: eine Abdeckerei?« – »No, wo mer halt die alte Gäul und die räudige Hünd darschlägt.« – bemerkte er und lachte spöttisch über meine Unwissenheit, wobei er fortfuhr – »des is nix G'scheid's!... die Leut' häße's halt die ›Gifthütten‹!« – »Gifthütte?« – frug ich – »weshalb?« – »No, es künnt eba nix Gut's raus, und geht nix Gut's nei!« – Als ich verwundert stehnblieb und ihn ansah, fuhr er weiter: »Vo dera Leut' weeß mer net, wo's har sen und vo wos daß lebe!« – »Nun,« – entgegnete ich – »ich bin heiler Haut herausgekommen!« – »Sen S' froh,« – rief der Steinhauer und schwenkte heftig seinen weißangelaufenen Hammer – »Sen S' froh, und mache S' weiter, und gucke Se nimmer 'rüm, und vergasse Se de Schinderhütt'n!...«

(Oskar Panizza, Das Wirtshaus zur Dreifaltigkeit [1914], zit. nach Gutenberg)

2.2. Path und Journey

2.2.1. Kaehr (2009, S. 81) hatte folgende formale Definition eines Journey gegeben

Let $R^{1.2} \subseteq (A_o^1, A_o^2)$ xx (A_1^1, A_1^2), denote a general bi-relation. We associate with it the *diamond* denoted by JOURN((X,x), $R^{1.2}$), JOURN(X,x) or just JOURN.

Bi-objects: Bi-Elements (X,x) $\in \in$ **(X, x)**.

Morphisms: Sequences (paths) of consecutive arrows,
*Hetero-morphisms:*counter-sequences of antidromic arrows.

Complementarity: Category/Saltatory
JOURN is not a product of **PATH**, i.e. JOURN != PATH x PATH but a *complementary* (and not a dual!) interplay between PATH and co-PATH:

JOURN = compl(PATH, $\overline{\text{PATH}}$)

There is a *morphism* X -> Y, iff XRY$\in$ Cat .
There is a *hetero*-morphism x -> y, iff xry $\in$ Salt.
There is a *diamond* if [Cat; Salt].

$$R^{1.2} \subseteq \left(A_o^1, A_o^2\right) \text{ xx } \left(A_1^1, A_1^2\right)$$
$$\left(\text{Rr}\right) \subseteq \subseteq \left(A_o^1, a_o^2\right) \text{ xx } \left(A_1^1, a_1^2\right)$$

Auf einem Path suchen wir also z.B. ein Objekt oder Subjekt, auf einem Journey jedoch begegnet uns z.B. ein Objekt oder Subjekt. Dieser Unterschied ist in einigen Sprachen bei spezifischen Bewegungsverben präsent. Er fehlt im Deutschen, wo die Differenz durch lexikalischen Wechsel ausgedrückt werden muß. Unter den Beispielen steht jeweils (1) für Path, (2) für Journey.

Hamburger Platt

(1) enen in de Mööt kamen "jn. treffen"

(2) enen möten = bemöten "jm. (zufällig) begegnen"

Französisch

(1) aller à la rencontre de qn. "jm. entgegengehen"

(2) rencontrer qn. "jm. (zufällig) begegnen"

Literatur

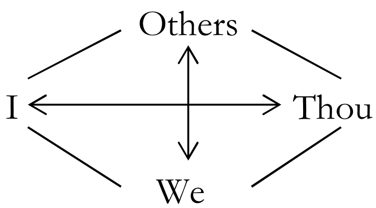
Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Panizza, Oskar, Visionen der Dämmerung. Leipzig 1914

Semiotic localization of logical-epistemological relations

1. We start with the following diamond model of logical-epistemological relations given by Kaehr (2007, p. 53):



In relation to Günther (1976, pp. 336 ss.), Kaehr has given the following linguistic-logical correspondences:

I = subjective Subject
Thou = objective Subject

Semiotically, according to Toth (2008, pp. 64 ss.), we can complete:

I = subjective Subject = interpretant relation
Thou = objective Subject = medium relation

Therefore, the semiotic object corresponds with the logical-epistemological (objective) object, and this lies in the diamond model there, where the double arrows cross. (By the way: This logical-semiotic correspondence, which of course holds only for a 3-valued logic and a 3-adic semiotics, is the reason why Peircean semiotics has been considered by Bense, Bayer and other as polycontexgural; cf. Toth 2007, pp. 226 ss.).

2. Therefore, we can draw an abstract semiotic diamond model for a maximally 4-contextural 3-adic semiotic as follows

$$(3.a_{k,j,i} \leftarrow 1.c_{k,j,i})$$

$$(3.a_{i,j,k} \rightarrow 2.b_{i,j,k}) \Diamond (2.b_{i,j,k} \rightarrow 1.c_{i,j,k})$$

$$(3.a_{i,j,k} \rightarrow 1.c_{i,j,k})$$

where i, j, k ∈ {∅, 1, 2, 3, 4}, and the value ∅ applies for all (a = 3), (b = 2), or (c = 1), i.e. when the values of the triad and of the trichotomy are identical.

Since in Toth (2009), it has be shown that between each three contextural indices of a morphism i,j,k and its heteromorphism k,j,i there are 4 mediative morphisms (i,k,j; j,i,k; j,k,i; k,i,j), it has to be pointed out that the above diamondmodel is not capable of showing these mediative morphisms which lie, to speak in logical-epistemological terms, between the We ($3.a_{i,j,k} \rightarrow 1.c_{i,j,k}$) and the Others ($3.a_{k,j,i} \leftarrow 1.c_{k,j,i}$), or logically between acceptance and rejection. To put it differently: The above diamond model is only capable of dealing with such semiotic morphisms whose objects or sub-signs lie in maximally 3 contextures.

Moreover, since logical-epistemological functions are ascribed to the semiotic fundamental categories, in the diamond models, it is not possible to have other types of semiotic composition than the following one:

$(I \rightarrow O) \lozenge (O \rightarrow M)$,

since the semiotic category I stands for the subjective subject and this one stands for the linguistic relation "I". Also, the semiotic category M stands for the objective subject and thus for the linguistic relation "thou". Hence, from the following relations

1. $(I \rightarrow M) \lozenge (M \rightarrow O)$
2. $(O \rightarrow M) \lozenge (M \rightarrow I)$
3. $(O \rightarrow I) \lozenge (I \rightarrow M)$
4. $(M \rightarrow O) \lozenge (O \rightarrow I)$
5. $(M \rightarrow I) \lozenge (I \rightarrow O)$

the ones with O in the domain of the first morphisms or in the codomain of the second morphisms (nos. 1, 2, 3, 5) can be discarded, because the objective object cannot appear in one of the 4 subject-positions of the above diamond model. Remains no. 4, the inversion of the composition of the diamond model. Here it is to ask if this type of composition is not isomorphic to $(I \rightarrow O) \lozenge (O \rightarrow M)$, since it results from a simple rotation of the diamond model about the We-Others-axis. Finally, needless to say that the standard diamond does not work for reality thematics at all, since reality thematics are not constructed according to the principle of triadic diversity.

3. Since we have stated that the above "standard" diamond model cannot deal with semiotic objects in more than 3 contextures, it is sufficient to work with the following abstract semiotic diamond model

$$(3.a_{j,i} \leftarrow 1.c_{j,i})$$

$$(3.a_{i,j} \rightarrow 2.b_{i,j}) \lozenge (2.b_{i,j} \rightarrow 1.c_{i,j})$$

$$(3.a_{i,j} \rightarrow 1.c_{i,j})$$

However, this means that in all those cases where either i or j = ∅, and thus for all non-genuine sub-signs or non-identitive morphisms, respectively, morphisms and heteromorphisms differ simply by turned around arrows. In other words: In a 3-adic semiotics that is maximally 3-contextural, heteromorphisms are nothing else than inverse morphisms. (This is, by the way, another argument that could be held for the alleged polycontexturality of Peircean semiotics asserted by Bense, Bayer and others.)

For the 10 3-contextural sign classes we then get the following diamonds:

$$(3.1_3 \leftarrow 1.1_{3,1})$$

$$(3.1_3 \rightarrow 2.1_1) \lozenge (2.1_1 \rightarrow 1.1_{1,3})$$

$$(3.1_3 \rightarrow 1.1_{1,3})$$

$$(3.1_3 \leftarrow 1.2_1)$$

$$(3.1_3 \rightarrow 2.1_1) \lozenge (2.1_1 \rightarrow 1.2_1)$$

$$(3.1_3 \rightarrow 1.2_1)$$

$$(3.1_3 \leftarrow 1.3_3)$$

$$(3.1_3 \rightarrow 2.1_1) \lozenge (2.1_1 \rightarrow 1.3_3)$$

$$(3.1_3 \rightarrow 1.3_3)$$

$$(3.1_3 \leftarrow 1.2_1)$$

$$(3.1_3 \rightarrow 2.2_{1,2}) \lozenge (2.2_{1,2} \rightarrow 1.2_1)$$

$$(3.1_3 \rightarrow 1.2_1)$$

$$(3.1_3 \leftarrow 1.3_3)$$
$$(3.1_3 \rightarrow 2.2_{1,2}) \lozenge (2.2_{1,2} \rightarrow 1.3_3)$$
$$(3.1_3 \rightarrow 1.3_3)$$

$$(3.1_3 \leftarrow 1.3_3)$$
$$(3.1_3 \rightarrow 2.3_2) \lozenge (2.3_2 \rightarrow 1.3_3)$$
$$(3.1_3 \rightarrow 1.3_3)$$

$$(3.2_2 \leftarrow 1.2_1)$$
$$(3.2_2 \rightarrow 2.2_{1,2}) \lozenge (2.2_{1,2} \rightarrow 1.2_1)$$
$$(3.2_2 \rightarrow 1.2_1)$$

$$(3.2_2 \leftarrow 1.3_3)$$
$$(3.2_2 \rightarrow 2.2_{1,2}) \lozenge (2.2_{1,2} \rightarrow 1.3_3)$$
$$(3.2_2 \rightarrow 1.3_3)$$

$$(3.2_2 \leftarrow 1.3_3)$$
$$(3.2_2 \rightarrow 2.3_2) \lozenge (2.3_2 \rightarrow 1.3_3)$$
$$(3.2_2 \rightarrow 1.3_3)$$

$$(3.3_{3,2} \leftarrow 1.3_3)$$
$$(3.3_{2,3} \rightarrow 2.3_2) \lozenge (2.3_2 \rightarrow 1.3_3)$$
$$(3.3_{2,3} \rightarrow 1.3_3)$$

Because of the above mentioned handicaps of the standard diamond modell – incapability of dealing with sub-signs in more than 3 contextures and incapability of disclosing mediative morphisms between acceptance and rejection - the use of the standard diamond model for displaying the localization of the 4 logical-epistemological relations "I", "thou", "we" and "others" is rather trivial insofar as it does not go over the information already contained in the 3-contextural 3×3-matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Thus, in order to localize the logical-epistemological relations in 3 semiotic contextures, we obtain

K(I) = (2, 3)
K(thou) = (1, 3)
K(we) = (2 → 1), (2 → 3), (3 → 1), (3 → 3)
K(others) = (1 → 2), (3 → 2), (1 → 3), (3 → 3)

Literature

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer opertionsfähigen Dialektik. Vol. 1. Hamburg 1976

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Mediation between morphisms and heteromorphisms in semiotic systems. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Mediation.pdf (2009)

3-contextural 3-adic semiotic systems

1. The following 3-contextural-3-adic semiotic matrix, suggested by Kaehr (2008)

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

is not the only 3-contextural 3-adic semiotic matrix. Based on Günther (1979, pp. 231 ss.), we shall state two basic rules for the design of semiotic matrices:

1. The first element of the first row and column, A(1,1) = 1.
2. The matrix must contain at least once the three fundamental categories (1, 2, 3) making up a 3-adic matrix.

However, rule 2 allows a big number of matrices which consist mainly out of 1's or 2's or 3's and thus reduce the changes that a sub-signs appear in more than contexture, massively. Therefore, it seems to be appropriate if we restrict the above two rules by the following additional rule:

3. The 1. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix contain only permutations of {1, 3};
   The 2. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix contain only permutations of {1, 2};
   The 3. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix contain only permutations of {2, 3}.

Since the elements A(x,x) or i = y, i.e. the elements of the main diagonal are the only elements in a 3-contextural matrix that lie in 3 contextures, we get the following possibilities for the 1. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix:

A(1,1) = {(1,2), (1,3), (2,3)}
A(1,2) = A(1,3) = {1, 2, 3}

Then, we have for the 2. and 3. row:

A(2,1) = A(2,3) = {1, 2, 3}
A(2,2) = {(1,2), (1,3), (2,3)}

A(3,1) = A(3,2) = {1, 2, 3}
A(3,3) = {(1,2), (1,3), (2,3)}

2. We will now have a look at the 48 different 3-contextural 3-adic matrices.

(1,2)	1	2
1	(1.3)	3
2	3	(2,3)

1

(1,2)	1	2
1	(2.3)	3
2	3	(1,3)

2

(1,3)	1	2
1	(1.2)	3
2	3	(2,3)

3

(1,3)	1	2
1	(2.3)	3
2	3	(1,2)

4

(2,3)	1	2
1	(1.3)	3
2	3	(1,2)

5

(2,3)	1	2
1	(1,2)	3
2	3	(1,3)

6

(1,2)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(2,3)

7

(1,2)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,3)

8

(1,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(2,3)

9

(1,3)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,2)

10

(2,3)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(1,2)

11

(2,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(1,3)

12

(1,2)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(2,3)

13

(1,2)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

14

(1,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(2,3)

15

(1,3)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

16

(2,3)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(1,2)

17

(2,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(1,3)

18

(1,2)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(2,3)

19

(1,2)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

20

(1,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(2,3)

21

(1,3)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

22

(2,3)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(1,2)

23

(2,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(1,3)

24

(1,2)	1	2
1	(1,3)	3
2	3	(2,3)

25

(1,2)	1	2
1	(2,3)	3
2	3	(1,3)

26

(1,3)	1	2
1	(1,2)	3
2	3	(2,3)

27

(1,3)	1	2
1	(2,3)	3
2	3	(1,3)

28

(2,3)	1	2
1	(1,3)	3
2	3	(1,2)

29

(2,3)	1	2
1	(1,2)	3
2	3	(1,3)

30

(1,2)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(2,3)

31

(1,2)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,3)

32

(1,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(2,3)

33

(1,3)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,3)

34

(2,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(1,3)

35

(2,3)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(1,2)

36

(1,2)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(2,3)

37

(1,2)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

38

(1,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(2,3)

39

(1,3)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

40

(2,3)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(1,2)

41

(2,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(1,3)

42

(1,2)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(2,3)

43

(1,2)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

44

(1,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(2,3)

45

(1,3)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

46

(2,3)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(1,2)

47

(2,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(1,3)

48

3. Finally, we come to the actual 3-contextural 3-adic semiotic systems. They are based on the 48 3×3 3-contextural matrices, but it is not enough anymore to note them in the form of semiotic dual systems consisting of sign class plus dual reality thematic. First, polycontextural sign classes are not dual, but complementary, since not only the sub-signs, but also their indices are converted. And, generally, as has been pointed out in earlier works, we have now to distinguish between 4 and not only 2 "standard semiotic forms" whose union we call in this article "semiotic system":

1. $(a.b)_{i,j}$ 3. $(b.a)_{i,j}$
2. $(a.b)_{j,i}$ 4. $(b.a)_{j,i}$

Therefore, monocontextural dualization appear in two forms (nos. 3 and 4), but non-dualized forms do, too (nos. 1 and 2), and we better rename/name the 4 semiotic operations:

1. $Nm(a.b)_{i,j} = (a.b)_{i,j}$ (morphismic normal form)
2. $Nh(a.b)_{i,j} = (a.b)_{j,i}$ (heteromorphismic normal form)
3. $R(a.b)_{i,j} = (b.a)_{i,j}$ (reflection)
4. $D(a.b)_{i,j} = (b.a)_{j,i}$ (dualization)

(In n-contextural semiotic systems with n > 3, "mediative morphismic normal forms" appear; cf. Toth 2009.)

On the following pages, I will now present not all 48 3-contextural semiotic systems in their 4 standard semiotic forms.

3.1. 3-contextural semiotic system 1/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_2)$	$(2,.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,3}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 3.3_{3,2})$

3.2. 3-contextural semiotic system 2/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{2,3}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 3.3_{3,1})$

3.3. 3-contextural semiotic system 3/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,2}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{1,2}\ 2.3_3)$

$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,2}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{1,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 3.3_{3,2})$

3.4. 3-contextural semiotic system 4/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{2,3}1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{2,3}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1))$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 3.3_{2,1})$

3.5. 3-contextural semiotic system 5/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,3}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 3.3_{2,1})$

3.6. 3-contextural semiotic system 6/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$

$(3.1_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{2})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 1.3_{2})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_{2}\ 3.2\ 3.3_{3,1})$

3.7. 3-contextural semiotic system 7/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{,2,3})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 3.3_{,3,2})$

3.8. 3-contextural semiotic system 8/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3.2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2\ 1.3_{1})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,.2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{3,1})$

3.9. 3-contextural semiotic system 9/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 1.2_2\ 1.3_1)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(2.1_2\ 1.2_2\ 1.3_1)$	$(2.1\ 1.2\ 1_2.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.2_2)$	$(2.1_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(2.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_2)$	$(2.1_2\ 2.2_{1,2}\ 2.3_3)$	$(2.1_2\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{12,1}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 2.3_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 3.3_{3,2})$

3.10. 3-contextural semiotic system 10/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 1.2_2\ 1.3_1)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(2.1_2\ 1.2_2\ 1.3_1)$	$(2.1_2\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_1\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_1\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.2_2)$	$(2.1_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(2.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_2)$	$(2.1_2\ 2.2_{1,2}\ 2.3_3)$	$(2.1_2\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 2.3_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 3.3_{3,1})$

3.11. 3-contextural semiotic system 11/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_2\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$

$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 3.3_{2,1})$

3.12. 3-contextural semiotic system 12/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{2,3})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(1.2\ 2.1\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(1.2\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_2)$	$(1.2\ 2.2_{1,2}\ 3.2)$	$(2.1_2\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3\ 3.2)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.3_{1,3}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 3.3_{3,1})$

3.13. 3-contextural semiotic system 13/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,3}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,2})$

3.14. 3-contextural semiotic system 14/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

3.15. 3-contextural semiotic system 15/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,2})$

3.16. 3-contextural semiotic system 16/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

3.17. 3-contextural semiotic system 17/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,3}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{2,1})$

3.18. 3-contextural semiotic system 18/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

3.19. 3-contextural semiotic system 19/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.31_3)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$

$(3.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{2})$
$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 3.3_{3,2})$

3.20. 3-contextural semiotic system 20/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.2_{3})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{3}\ 1.2_{3}\ 1.31_{3})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{3})$	$(1.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{3}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.2_{2}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{3})$	$(3.2_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{3})$	$(1.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{2})$	$(2.1_{3}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{2})$
$(3.2_{2}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{2})$
$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 3.3_{3,1})$

3.21. 3-contextural semiotic system 21/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.2_{3})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{3}\ 1.2_{3}\ 1.31_{3})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{3})$	$(1.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{3})$	$(3.2_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{3})$	$(1.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{2})$	$(2.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2})$
$(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2})$
$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{2}\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 3.3_{3,2})$

3.22. 3-contextural semiotic system 22/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.2_{3})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{3}\ 1.2_{3}\ 1.31_{3})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{3}\ 1.3_{1})$

$(3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{2,1})$

3.23. 3-contextural semiotic system 23/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.31_3)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{2,1})$

3.24. 3-contextural semiotic system 24/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

3.25. 3-contextural semiotic system 25/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(2.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{2})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 1.3_{2})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 3.3_{3,2})$

3.26. 3-contextural semiotic system 26/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(2.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{2})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 1.3_{2})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 3.3_{3,1})$

3.27. 3-contextural semiotic system 27/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(2.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.1_{1}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{2})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2})$	$(1.3_{2}\ 2.3_{3}\ 3.1_{2})$	$(3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 1.3_{2})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{3})$

$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,2}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 3.3_{3,2})$

3.28. 3-contextural semiotic system 28/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{2,3}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 3.3_{3,1})$

3.29. 3-contextural semiotic system 29/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,3}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 3.3_{2,1})$

3.30. 3-contextural semiotic system 30/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.1_1\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.1_1\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 1.2_1\ 1.3_2)$

$(3.1_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,2}\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_2)$
$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.1_2)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 1.3_2)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.2_{1,2}\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 2.2_{2,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_2\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_3\ 1.3_2)$	$(1.3_2\ 2.3_3\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_2\ 2.3_3\ 3.3_{3,1})$

3.31. 3-contextural semiotic system 31/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_2\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 3.3_{3,2})$

3.32. 3-contextural semiotic system 32/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_2\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 1.3_1)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_2)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.2_2)$	$(1.2_2\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(2.1_2\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_3)$
$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.2_3\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.2_3)$	$(3.1_1\ 3.2_3\ 2.3_3)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_3\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 3.3_{3,1})$

3.33. 3-contextural semiotic system 33/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{3,2})$

3.34. 3-contextural semiotic system 34/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 1.2_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{2,3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{2,1})$

3.35. 3-contextural semiotic system 35/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{3})$

$(3.2_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,2}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{3,1})$

3.36. 3-contextural semiotic system 36/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.1_{2}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 1.2_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{1})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.1_{1})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{2})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{2})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{3})$	$(2.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_{3}\ 1.3_{1})$	$(1.3_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_{1}\ 2.3_{3}\ 3.3_{2,1})$

3.37. 3-contextural semiotic system 37/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_{1}\ 3.1_{3})$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{1}\ 3.1_{3})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3})$	$(1.3_{3}\ 2.1_{1}\ 3.1_{3})$	$(3.1_{3}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{3})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{3})$	$(3.1_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{3})$	$(1.3_{3}\ 2.2_{1,3}\ 3.1_{3})$	$(3.1_{3}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	$(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	$(1.3_{3}\ 2.3_{2}\ 3.1_{3})$	$(3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 1.3_{3})$
$(3.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{1})$	$(3.2_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{2})$	$(2.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{2})$
$(3.2_{2}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{3})$	$(3.2_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{3})$	$(1.3_{3}\ 2.2_{1,3}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{3}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{2})$
$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	$(1.3_{3}\ 2.3_{2}\ 3.2_{2})$	$(3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	$(1.3_{3}\ 2.3_{2}\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 3.3_{3,2})$

3.38. 3-contextural semiotic system 38/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_{1}\ 3.1_{3})$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(1.2_{1}\ 2.1_{1}\ 3.1_{3})$	$(2.1_{2}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3})$	$(1.3_{3}\ 2.1_{1}\ 3.1_{3})$	$(3.1_{3}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$

$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_2\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

3.39. 3-contextural semiotic system 39/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_2\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_2\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,2})$

3.40. 3-contextural semiotic system 40/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_2\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_2\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{2,1})$

3.41. 3-contextural semiotic system 41/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_2\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_2\ 2.2_{1,3}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,3}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{2,1})$

3.42. 3-contextural semiotic system 42/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(2.1_2\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.1_1\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_2\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.1_3)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_1)$	$(1.2_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	$(1.3_3\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_3\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

3.43. 3-contextural semiotic system 43/48

Nm	Nh	R	D
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$

$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{3,2})$

3.44. 3-contextural semiotic system 44/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{2,1})$	$(1.1_{1,2}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{2,1}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

3.45. 3-contextural semiotic system 45/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{3,1})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,2}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{3,2})$

3.46. 3-contextural semiotic system 46/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{31})$	$(1.1_{1,3}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,1}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$

$(3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{2,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{2,1})$

3.47. 3-contextural semiotic system 47/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,3}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{3,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,2}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{2,1}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{1,2})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{2,1})$

3.48. 3-contextural semiotic system 48/48

Nm	**Nh**	**R**	**D**
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{3,2})$	$(1.1_{2,3}\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(1.1_{3,2}\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.1_3\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.1_3\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 1.2_3\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.2_{1,2}\ 1.2_3)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(2.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$
$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.1_1)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 1.3_1)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_3)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.2_3)$	$(1.2_3\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(2.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.2_{2,1}\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.2_{1,2}\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.2_2)$	$(3.1_1\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{1,3}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(3.3_{3,1}\ 2.3_2\ 1.3_1)$	$(1.3_1\ 2.3_2\ 3.3_{1,3})$	$(3.1_1\ 2.3_2\ 3.3_{3,1})$

4. We have restricted us here to 4 of totally 6 possible combinations of triadic sign relations and morphisms/heteromorphisms:

(3.1_1 $2.2_{1,2}$ 1.2_3) **(1.2_3 $2.2_{1,2}$ 3.1_1)** (2.1_3 $2.2_{1,2}$ 1.3_1)
(3.1_1 $2.2_{2,1}$ 1.2_3) (1.2_3 $2.2_{2,1}$ 3.1_1) **(2.1_3 $2.2_{2,1}$ 1.3_1)**

While (3.1_1 $2.2_{1,2}$ 1.2_3) is the "morphismic normal form" and (3.1_1 $2.2_{2,1}$ 1.2_3) its complementary "heteromorphismic normal form", we could say that (1.2_3 $2.2_{1,2}$ 3.1_1) is the reflected morphismic and (1.2_3 $2.2_{2,1}$ 3.1_1) its complementary heteromorphismic form. Further, (2.1_3 $2.2_{2,1}$ 1.3_1) is the dual form to the morphismic normal form and (2.1_3 $2.2_{1,2}$ 1.3_1) the dual form to the heteromorphismic dual form. If we proceed like that, than we do not only get $48 \cdot 4 = 192$, but $48 \cdot 8 = 384$ semiotic systems, which are interconnected by static sub-signs or dynamic morphisms and/or by their inner semiotic environments.

Literature

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialek-tik. Vol. 2. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Connections of inner semiotic environments (NETS, 3). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS3.pdf (2009)

Chirality in polycontextural sign relations

1. Perhaps the most exciting – or troublesome – feature that arises when inner semiotic environments are introduced in sign relations, is the disappearance one of the most central theories of semiotics: eigenreality (cf. Bense 1992). The problem is somewhat intricate:

1.1. In monocontextural semiotics, there is only 1 sign class amongst the 10 Peircean sign classes which is "identical" with it dual reality thematic[9]:

$CS(3,1) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$

1.2. However, already in CS(3,3)-systems, reality thematic and it corresponding sign class are no longer dual-invers:

$CS(3,3) = (3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$

1.3. While in CS(3,3)-systems, at least those sub-signs which have only one contextural index seem to be unchanged or "identical", this assumptions turns out to be wrong starting with CS(3,4)-systems:

$CS(3,4) = (3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

1.4. Another very interesting observation is that dual sub-signs – as long as they appear in the same matrix – are really dual (and not complementary), i.e. they do change the order of their contextural indices; cf. the following (3,4)-matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Thus, we have:

[9] Following Kaehr (2008), but also v. supra, we do not speak any longer of "dual systems" (DS), but of "complementary systems" (CS), taking care of the fact that reality thematics are only then dual to their sign classes, when they are monocontextural. (Therefore, the term CS covers both mono- and polycontextural sign relations.) From the numbers in parenthesis the first one indicates the n-adicity, the second the m-contexturality of a sign relation.

$(a.b_{i,j})° = (a.b_{i,j})$ for a, b ∈ {1, 2, 3} and i, j ∈ {1, 2, 3, 4}.

However, from this, it follows that polycontextural matrices cannot longer be considered transpositional vector spaces (cf. Toth 2007, 48 s.), since the transposed matrices do not give the sub-signs of the reality thematics anymore, which correspond to the sign classes as column-, row- or mixed column-row-vectors. In other words: Since $(a.b_{i,j})$ is not the corresponding reality thematic of $(a.b_{i,j})$, and since $(a.b_{i,j})° = (a.b_{i,j})$, we the complement-operator C, which turns $(a.b_{i,j})$ into $(a.b_{i,j})$ and thus a second matrix, hence totally two different semiotic matrices, one for sign relations and one for their corresponding reality relations:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1_{4,3} & 2.1_{4,1} & 1.1_{4,3,1} \\ 3.2_{4,2} & 2.2_{4,2,1} & 1.2_{4,1} \\ 3.3_{4,3,2} & 2.3_{4,2} & 1.3_{4,3} \end{pmatrix}$$

As one can see easily, the two matrices are chiral, because their mirror pictures cannot be superimposed to one another (at least not in 3 dimensions).

2. Therefore, we are already in the center of our investigation. Thus, in order to look for chirality in polycontextural sign relations, it is necessary not only to look at the symmetry of the sub-signs, but also at the symmetry of their indices for any sign relation or reality thematic. However, the basic result from our earlier investigation (Toth 2009) is that there are no (formal or semantic) reasons to bind semiotic contextures either to specific sub-signs or to specific permutations or dualizations (complements, reflections) of sign relations. Therefore, it must be possible to put every sub-sign from a sign relation or reality thematic into any of n contextures and also in any n-tupels of contextures, whereby identitive morphisms (genuine sub-signs) alone receive the maximal number of contextural indices for a specifix contexture (the diagonals on the above matrices). In order to visualize semiotic chirality, we use double arrows (⇒, ⇐) for semiosic or retrosemiosic relations between the sub-signs of sign classes or reality thematics

(3.a 2.b 1.c)	(⇒, ⇒)	(c.1 b.2 a.3)	(⇒, ⇒)
(3.a 1.c 2.b)	(⇒, ⇐)	(b.2 c.1 a.3)	(⇒, ⇐)
(2.b 3.a 1.c)	(⇐, ⇒)	(c.1 a.3 b.2)	(⇐, ⇒)
(2.b 1.c 3.a)	(⇒, ⇐)	(a.3 c.1 b.2)	(⇒, ⇐)
(1.c 3.a 2.b)	(⇐, ⇒)	(b.2 a.3 c.1)	(⇐, ⇒)

$(1.c\ 2.b\ 3.a)\quad (\Leftarrow, \Leftarrow)\qquad (a.3\ b.2\ c.1)\quad (\Leftarrow, \Leftarrow)$

and simple arrows $(\rightarrow, \leftarrow)$ for the order relations in the contextural indices:

$(3.a_{i,j,k}\ 2.b_{i,j,k}\ 1.c_{i,j,k})\qquad ((\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow))$
$(3.a_{i,k,j}\ 2.b_{i,k,j}\ 1.c_{i,k,j})\qquad ((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$
$(3.a_{j,i,k}\ 2.b_{j,i,k}\ 1.c_{j,i,k})\qquad ((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$
$(3.a_{j,k,i}\ 2.b_{j,k,i}\ 1.c_{j,k,i})\qquad ((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$
$(3.a_{k,i,j}\ 2.b_{k,i,j}\ 1.c_{k,i,j})\qquad ((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$
$(3.a_{k,j,i}\ 2.b_{k,j,i}\ 1.c_{l,j,i})\qquad ((\leftarrow, \leftarrow), (\leftarrow, \leftarrow), (\leftarrow, \leftarrow))$

Although the mappings of the arrows to the sign classes and to the indices, respectively, are not bijective, we still get the main types of semiotic symmetries and asymmetries and can reconstruct the homonymic ones easily. Then, we can represent the combinations of morphismic and contextural order for all sign classes by using the following 4 groups of each 6 possibilities:

Group 1:

$(\Rightarrow, \Rightarrow)$ asymmetric
$((\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow))$ asymmetric

$(\Rightarrow, \Rightarrow)$ asymmetric
$((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$ symmetric

$(\Rightarrow, \Rightarrow)$ asymmetric
$((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$ symmetric

$(\Rightarrow, \Rightarrow)$ asymmetric
$((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$ symmetric

$(\Rightarrow, \Rightarrow)$ asymmetric
$((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$ symmetric

$(\Rightarrow, \Rightarrow)$ asymmetric
$((\leftarrow, \leftarrow), (\leftarrow, \leftarrow), (\leftarrow, \leftarrow))$ asymmetric

Group 2:

$(\Rightarrow, \Leftarrow)$	symmetric	
$((\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow))$	asymmetric	non-chiral
$(\Rightarrow, \Leftarrow)$	symmetric	
$((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$	symmetric	chiral
$(\Rightarrow, \Leftarrow)$	symmetric	
$((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$	symmetric	chiral
$(\Rightarrow, \Leftarrow)$	symmetric	
$((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$	symmetric	chiral
$(\Rightarrow, \Leftarrow)$	symmetric	
$((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$	symmetric	chiral
$(\Rightarrow, \Leftarrow)$	symmetric	
$((\leftarrow, \leftarrow), (\leftarrow, \leftarrow), (\leftarrow, \leftarrow))$	asymmetric	non-chiral

Group 3:

$(\Leftarrow, \Rightarrow)$	symmetric	
$((\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \rightarrow))$	asymmetric	non-chiral
$(\Leftarrow, \Rightarrow)$	symmetric	
$((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$	symmetric	chiral
$(\Leftarrow, \Rightarrow)$	symmetric	
$((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$	symmetric	chiral
$(\Leftarrow, \Rightarrow)$	symmetric	
$((\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow), (\rightarrow, \leftarrow))$	symmetric	chiral
$(\Leftarrow, \Rightarrow)$	symmetric	
$((\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow), (\leftarrow, \rightarrow))$	symmetric	chiral

(⇐, ⇒)	symmetric	
((←, ←), (←, ←), (←, ←))	asymmetric	non-chiral

Group 4:

(⇐,⇐)	asymmetric
((→, →), (→, →), (→, →))	asymmetric
(⇐,⇐)	asymmetric
((→, ←), (→, ←), (→, ←))	symmetric
(⇐,⇐)	asymmetric
((←, →), (←, →), (←, →))	symmetric
(⇐,⇐)	asymmetric
((→, ←), (→, ←), (→, ←))	symmetric
(⇐,⇐)	asymmetric
((←, →), (←, →), (←, →))	symmetric
(⇐,⇐)	asymmetric
((←, ←), (←, ←), (←, ←))	asymmetric

So, chirality obviously exists only in combinations of order of morphisms and contextures under the condition that the order of morphisms is symmetric. If it is asymmetric, there is neither chirality nor non-chirality. However, chirality need symmetry of both the order of the morphisms and the order of the contextures, since, if the order of the contextures is asymmetric, then the type is non-chiral.
As a final remark, one could state that monocontextural semiotic systems are characterized by eigenreality, while polycontextural semiotic systems are characterized by chirality. Interestingly enough, from both concepts, there are strong connections to physics.

Literature

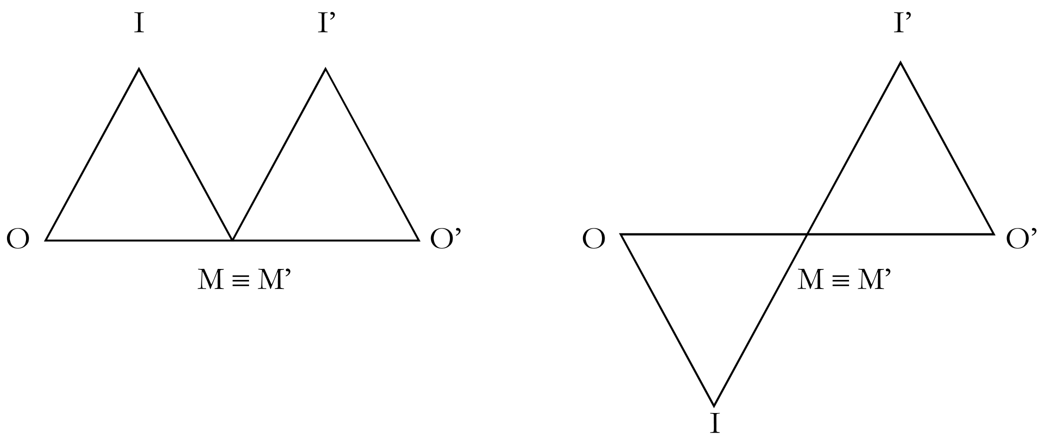
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischenSemiotik. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, 3-contextural 3-adic semiotic systems. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

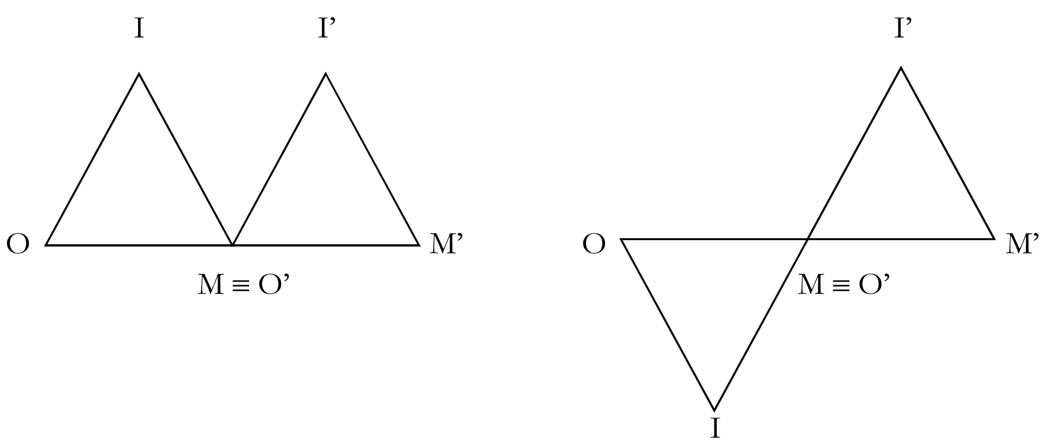
Semiotic 2-, 5- and 23-categories

1. Sign connexes have been studied in theoretical semiotics since the beginnings (Bense 1967, 1971). Only in 2008, I have published a widely complete sign grammar showing connections of 2 and more signs in both macro-semiotic and micro-semiotic manner (Toth 2008a). One of the main results from my “General Sign Grammar” is that signs cannot only hang together in the same, but also in different fundamental categories, cf. the following examples:

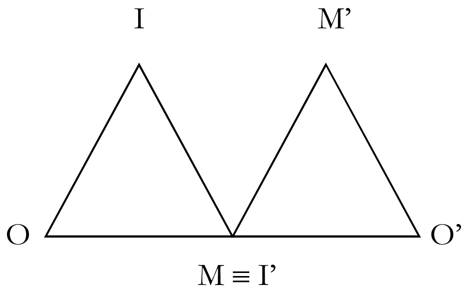
M ≡ M’

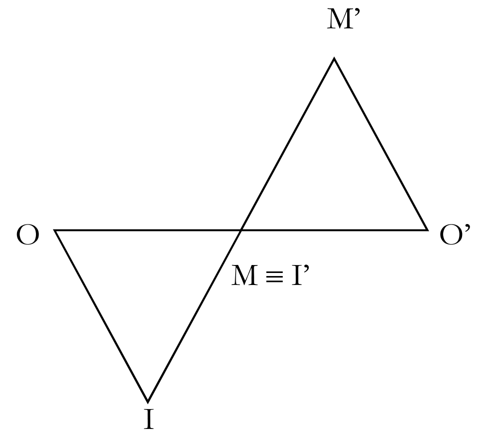


M ≡ O’

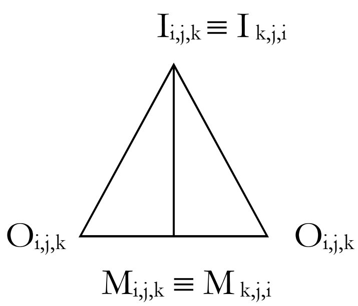


M ≡ I’





On the basis of my work and of his own studies, Kaehr (2009a) has now shown that the same two types of matching conditions also apply for “bi-signs” in “textems”. For a bi-sign, we have

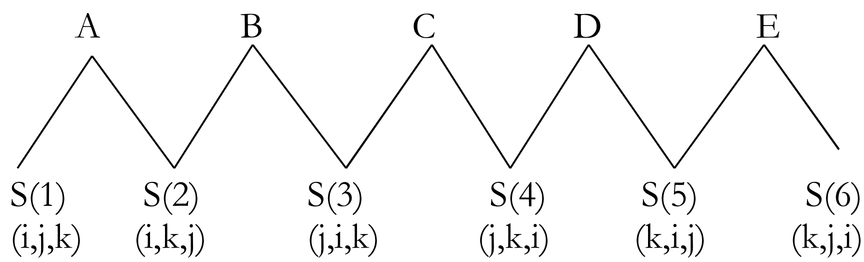


However, the matching depends here not only on the fundamental categories, but also on the contextural indices, i.e. between the morphisms (i, j, k) and the heteromorphisms (k, j, i).

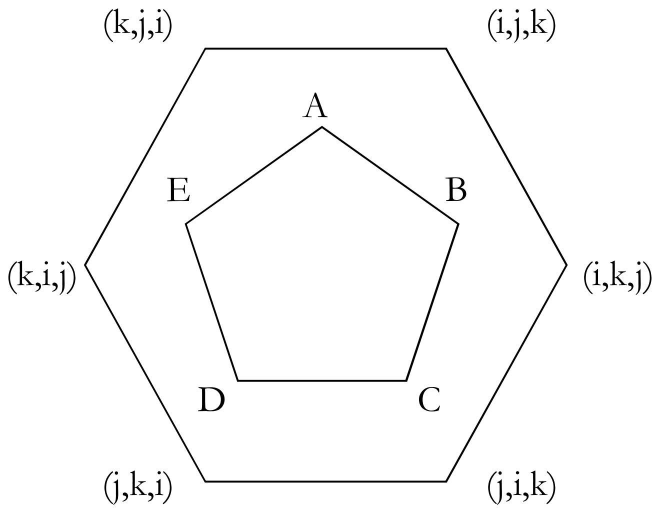
2. As I have shown in Toth (2009), besides morphisms and heteromorphisms, there are always mediative morphisms for K > 2. Thus, bi-signs can only exist for K = 2. For 3 contextures, we have the following system of morphisms, heteromorphisms and mediative morphisms:

$(i,j,k) \rightarrow (i,k,j) \rightarrow (j,i,k) \rightarrow (j,k,i) \rightarrow (k,i,j) \rightarrow (k,j,i)$,

which is a cyclic relation. Therefore, for sign relations in 3 contextures, what we need are not bi-signs, but 5-signs which could be illustrated as follows (following a 3-sign in Kaehr 2009b, p. 5):



or



3. For K = 4, we need 23-categories or 23-signs, according to the 24 permutations of the inner environments (i,j,k,l):

(ijkl), (ijlk), (ikjl), (iklj), (iljk), (ilkj),
(jikl), (jilk), (jkil), (jkli), (jlik), (jlki),
(kijl), (kilj), (kjil), (kjli), (klij), (klji),
(lijk), (likj), (ljik), (ljki), (lkij), (lkji).

For K = 5 and K = 6, we are dealing already with 119-categories and 719-categories, respectively. A motivation for these mediative morphisms can be awaited, since, after all, we are dealing with signs and thus with meaning and sense and not with "tokens" or algebraic pseudo-signs. Another question strives the need of how many fundamental categories make sense in semiotics. My last approach toward this question is Toth (2008b).

Literature

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/CCR/2009/02/xanadus-textems.html (2009a)
Kaehr, Rudolf, Diamond relations. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Relations/Diamond%20Relations.pdf (2009b)
Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen. In: http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Wie%20viele%20Kont.gr..pdf (2008b)
Toth, Alfred, 3-contextural 3-adic semiotic systems. In: http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/3-cont%203adic%20sem%20Syst.pdf (2009)

Types of semiotic reflexivity in polycontextural semiotics

1. The two basic forms of monocontextural semiotic reflexivity, according to Bense (1992), are

1.1. The eigenreal sign class (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) whose dual reality thematic is identical to its sign class. Moreover, as Bense also pointed out, this sign class is the only one to have an in-between-symmetry: (3.1 2×2 1.3).

1.2. The class of the genuine categories (3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3). This sign relation is not considered a sign class because it is not built according to the semiotic inclusive order (3.a 2.b 1.c) with a ≤ b ≤ c, although it appears as main diagonal in the semiotic matrix and is thus "natural" and not constructed. Bense (1992, p. 40) speaks here about "eigenreality of weaker representation". The reason is possibly that there is an outer binnensymmetry (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3) which parallels the inner binnensymmetry of (3.1 2×2 1.3).

1.3. However, as soon as inner semiotic environments are introduced (Kaehr 2008), these two types of reflexivity or eigenreality do not hold anymore, e.g.

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$; $\times(3.1_{3}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$;
$(3.3_{2,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.1_{1,3,4})$; $\times(3.3_{2,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.1_{1,3,4}) = (3.3_{4,3,2}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.1_{4,3,1})$

2. Nevertheless, Kaehr (2009) has pointed out that a pair of dyads like $(a.b_{i,j})$ and $(a.b_{j,i})$ opens a space of reflexivity for each pair, insofar as the first dyad of the pair is considered a categorial morphism $((a \rightarrow b)_{i,j})$ and the second its complementary saltatorial hetero-morphism $((a \leftarrow b)_{j,i})$. For semiotics, this means that each of the 9 sub-signs of the matrix of the dyads generating sign classes has its hetero-morphismic complement in a (complementary) matrix of the dyads generating reality thematics. In other words: The dichotomic pair of sign class/reality thematic is substituted by a pair of morphismic sign relations and hetero-morphismic sign relations between which there are mediative sign relations generated by the permutations of the contextural indices and thus mediating between the original, monocontextural concepts of dual systems consisting of sign classes and reality thematics. However, from this concept it follows that not only for the original sign classes and for the original reality thematics, but for each of the mediative sign relations there are separate semiotic matrices. Hence, a semiotic system which has more than 3 contextures requires mediative semiotic systems between their original sign classes and their original reality thematics, and only for 1 and 2 contextures, the original simple dichotomy holds, in which duality and

complementarity fall together (or are not yet differentiated). So, a semiotic system with K = 3 contextures has (3! – 2) = 4 medative semiotic systems, a semiotic system with K = 4 contextures has already (4! – 2) = 22 mediative contextures, and generally, a semiotic system with K = n contextures has of course (n! – 2) mediating semiotic systems. So, in the end we can state that eigenreality is a typical feature of monocontextural semiotics and guarantees reflexivity between the sub-signs and their semiotic processes, the morphisms. In polycontextural semiotics, eigenreality is abolished because of the possibility that a sub-sign can at the same time be located in more than one contexture and because each sub-sign has his complementary sub-sign in which not only the order of the prime-signs, but also the order of the contextures is inverted. However, the latter device is exactly how reflexivity enters polycontextural semiotics, thus, not via sub-signs and their semioses, but via contextures determining their inner semiotic environments.

3. Therefore, for each dyadic sub-sign, in polycontextural semiotics, we find

3.1. Reflexivity qua contextures alone

$(a.b_{i,j})$ vs. $(a.b_{j,i})$

3.2. Reflexivity qua sub-signs alone

$(a.b_{i,j})$ vs. $(b.a_{i,j})$

3.3. Reflexivity qua contextures and sub-signs

$(a.b_{i,j})$ vs. $(b.a_{j,i})$

However, the problem is, that these three types of reflexivity are restricted to dyads; there is no way to save monocontextural reflexivity or to introduce polycontextural reflexivity in triadic sign relations. We will show that at the hand of the above examples of monocontextural eigenreality.

3.4. Let us try to re-introduce eigenreality into the 4-contextural sign class

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$.

We start with $(1.3_{3,4}) \rightarrow (1.3_{4,3})$, i.e. through reflexivity by contextures alone:

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{4,3})$.

The only possibility to construct artificially eigenreality is not the introduction of a second index, whereby it must be hetero-morphismic:

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$.

In this way, we have regained the monocontextural in-between-symmetry

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4} \times 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

as well as the eigenreality between "sign class" and "reality thematic":

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3}) \times (3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4} \times 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$.

By doubling the object relation of the sign, we have changed a 3-adic into a 4-adic sign relation, but not adjusted the contextural indices from a 3-adic to a 4-adic sign relation. So, besides the question which epistemological status the second index has, this solution is most probably questionable or impossible.

3.5. Let us now try our luck by re-introducing "weaker eigenreality" into the 4-contextural sign class

$(3.3_{2,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.1_{1,3,4})$.

As we quickly see, here, because of lacking binnensymmetry, we cannot apply tricks by substituting dyads by their heteromorphismic complements. But we can drop each of the three dyads and replace them by another dyad in its heteromorphismic form, until structures start to emerge:

$(3.3_{2,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 3.3_{4,3,2})$.
$(1.1_{1,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.1_{4,3,1})$

Now, we proceed like in 3.4., i.e., in both cases, we must double the object relation by inserting its heteromorphismic form:

$(3.3_{2,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 2.2_{4,2,1}\ 3.3_{4,3,2})$
$(1.1_{1,3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.1_{4,3,1})$

Now we have even two eigenreal sign relations, which have even won binnensymmetry by our construction. However, besides the lack of explication of the two object relations, it stays to explain why the first sign relation has no medium relation and the second no interpretant relation. In short: However one tries to save such artificial and in the end pathological sign relations, it is a fact, that in monocontextural semiotic systems eigenreality sticks to the sub-signs and their semioses, because each sign and its constituents cannot belong to more than one contexture. In polycontextural semiotic systems, however, reflexivity cannot embody reality – and thus eigenreality -, because it stays fully relational, namely bound on the order of contextures and thus depending alone of the inner semiotic environments. Reflexivity needs space to turn to itself – and there an environment. With the abolishment of the logical law of identity, eigenreality must be sacrificed, and reflexivity is moved from the static or dynamic semiotic entities to the purely relational indices of environments. Where there is no identity anymore, there can be no Eigen anymore either.

Literature

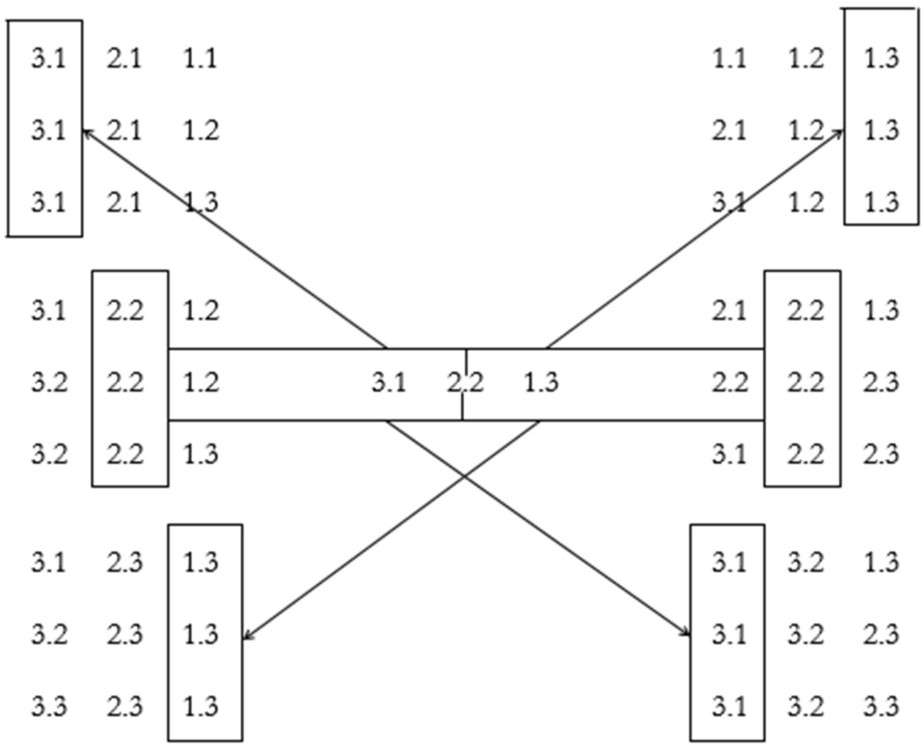
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, The category of glue. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue/Category%20Glue.pdf (2009)

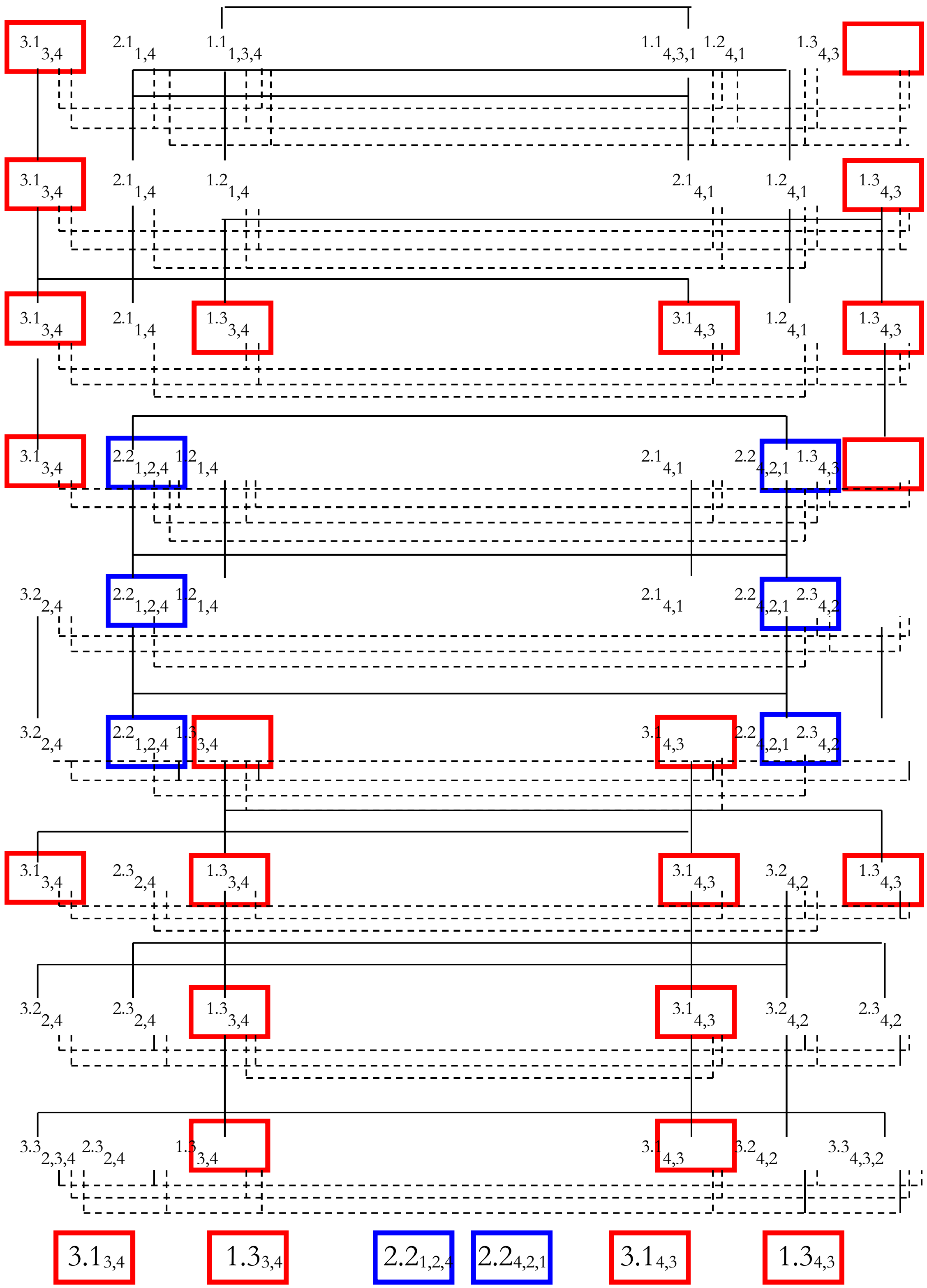
Inner and outer semiotic environments in the system of the trichotomic triads

1. Walther (1982) had shown that the monocontextural eigenreal sign class (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) first hangs together with every other sign class and reality thematic of the 10 monocontextural dual systems of Peircean semiotics. Second, the 9 sign classes and reality thematics can be ordered as "trichotomic triads" in such a way that those two times three trichotomic triads are "determined" by the eigenreal sign class:



2. As it has been shown in a series of papers by Kaehr and by me, eigenreality has to be abolished when proceding from monocontextural to polycontextural semiotic systems. The reason for this deplorable loss is that the inner environments of the sign classes involved are symmetric to those of their dual reality thematics and vice versa. Nevertheless, we will examine in the present little study if the loss of eigenreality really leads to the loss of Walther's "determinant-symmetric duality system", or not.

In the following table, the inner semiotic environments qua contural indices are dashed, and the outer semiotic environments qua shared sub-signs are straight.



Thus, we obtain a negative and positive result:

Neither the homogeneous morphismic 4-contextural sign class ($3.1_{3,4}$ $2.2_{1,2,4}$ $1.3_{3,4}$) nor the homogenous heteromorphismic 4-contextural sign class class ($3.1_{4,3}$ $2.2_{4,2,1}$ $1.3_{4,3}$) are sufficient to determine the system of the 4-contextural 9 Peircean sign classes and their symmetric "complementary" system of their reality thematics. However, what determines the symmetric system of the trichotomic triads, which continue to exist when proceeding from mono- to polycontextural systems, is a hitherto unknown typ of "double sign class" which has the fundamental-categorial structure

(I, M, O, O, I, M)

or possibly

$(I \leftarrow M \rightarrow O \equiv O \rightarrow I \leftarrow M)$,

which has never shown up in the history of semiotics up to now.

This "double sign class" is not only binnensymmetric (in the cut of $O \equiv O$), but, as one easily sees, itself "eigenreal":

$(3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 2.2_{4,2,1}\ 3.1_{4,3}\ 1.3_{4,3}) \times$
$(3.1_{3,4}\ 1.3_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 2.2_{4,2,1}\ 3.1_{4,3}\ 1.3_{4,3})$

However, what we have here, is now **polycontextural eigenreality**. Its general structure – at least what concern the "stronger" form of eigenreality (cf. Bense 1992, p. 40), is therefore

$SR(4\text{-}ER) = (3.a_{i,j}\ 1.c_{i,j}\ 2.b_{i,j,k}\ 2.b_{k,j,i}\ 3.a_{j,i}\ 1.c_{j,i})$.

Therefore, it seems that we have saved eigenreality after a series a more or less hopeless attempts. Thus, there will be a lot of work to continue in order to elaborate a theory of polycontextural eigenreality comparable to Bense's standard work (1992). Another question, that arises is: How many and which "intertwined" sign relations like SR(4-ER) do exist, and what are their epistemological interpretations?

Literature

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27 1982, pp. 15-20

Semiotic Coexistence

1. In combining logic and linguistics we can look back to a long tradition, up to the theory of logical forms in generative semantics and beyond (Toth 1993, pp. 71, from a semiotic point of view). About Montague grammar, modal logic and model theoretic interpretations from a semiotic standpoint cf. Toth (2008a, pp. 47ss.). Only recently, Rudolf Kaehr has published several papers in which polycontextural logic and polycontextural semiotics are investigated together. I especially want to point to Kaehr's paper (2009a), in which the inner semiotic environments of sign relations are, for the first time, set in connection with problems of reference, therefore also bridging to the shore of linguistics. In another paper (2009b), Kaehr delivers, also first the first time, a consistent analysis of triadic semiotics and Günther's epistemological categories (cf. also Toth 2008b, pp. 64 ss.). Since we deal here with one of the most difficult problems of semiotics, this article cannot be more than a forerunner of a future theory of semiotic reference, coexistence and epistemology.

2. The beginning of the semiotic-logical theory sketched here, is, as it is so often the case in connection with phenomena at the common borders of logic, semiotics and linguistics, presented already in Gotthard Günthers work. I want to quote here the full passage, contained in the 1st foreword to Günthers "Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik":

> "Alle bisher entwickelten Sprachen in unseren terrestrischen Hochkulturen setzen ein zweiwertiges Weltbild voraus. Ihre Reflexionsstruktur ist deshalb ebenfalls rigoros zweiwertig, und es fehlen die linguistischen Mittel, um mehrwertige Erlebnissituationen in ihnen angemessen auszudrücken. Ein Beispiel soll die Situation verdeutlichen. Der klassische Kalkül kennt einen und nur einen Begriff von 'und'. Das gleiche gilt für die deutsche, englische, französische usw. Sprache. In einer dreiwertigen Logik aber werden bereits vier (!) verschiedene und durch differente logische Funktoren identifizierte Bedeutungen von 'und' unterschieden. In unseren heutigen Umgangssprachen hat 'und' in den folgenden Konjunktionen 'ein Gegenstand *und* noch ein Gegenstand', 'Ich *und* die Gegenstände', 'Du *und* die Gegenstände', 'Wir *und* die Gegenstände' immer die gleiche Bedeutung. In anderen Worten: die klassische Logik und die an ihr spirituell orientierten Sprachen setzen voraus, dass der metaphysische Begriff der Ko-existenz so allgemein gefasst werden kann und muss, dass in ihm der Unterschied zwischen gegenständlicher Existenz und den drei möglichen Aspekten von Reflexionsexistenz irrelevant ist. Begriffe wie 'Ich', 'Du' und 'Wir' haben in der uns überlieferten Logik schlechthin keinen Sinn" (Günther 1991, p. xviii).

Before we get into the details, a remark to "den drei möglichen Aspekten von Reflexionsexistenz": In his most recent paper, Kaehr writes: "Gunther's epistemological triadism shouldn't be taken too seductively, because (t)his obsession lasted only for a short and specific time of Gunther's speculations. In the early 60ies, the dialogical concept was replaced to a much more socialist distribution of subjectivity over a mass of 'subject centers' " (Kaehr 2009b, p. 14).

Another interesting fact is that from the three basic categories of linguistic reference: animate/inanimate object, person, number, the number, too (at least singular and plural) seem to have categorical status in a polycontextural logic, when we look at Günther's example "ein Gegenstand und noch ein Gegenstand". However, the problem does not lie in the summation of two or more existential objects, but in the summation of more than one existential subject. The "We" - at least in a polycontextural logic based on "epistemological triadism" - is not considered a summation of to "I's", but – as Kaehr (2009a) had pointed out in regard to Diamond theory -, it is the area of "the Others". Being so, however, it is the opposite of the dichotomy of "I" vs. "Thou".

3. A way to overcome such problems (or pseudo-problems) is to start with a maximal system of reference as presented in theoretical linguistics and than to compare it to systems of logical and semiotic reference (Toth 2008c, vol. 2, pp. 40 ss.). Proceeding like that, we will try to find out which categories or features of a relatively complete theory of reference and coexistence is represented in polycontextural logic on the one side and in polycontextural semiotics on the other side.

3.1. In Toth (2009), it was shown that every sub-sign of a semiotic matrix can principally stand in every contexture. Concretely speaking, the following 3-contextural 3-adic semiotic matrix presented by Kaehr (2008, p. 8)

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

is one of several 3-contextural 3-adic semiotic matrices. Because of the dissemination of an n-contextural matrix into several 2-contextural matrices, what is really important in a matrix, is the diagonal whose number of indices in an n-contextural matrix is (n-1). Since a 3-contextural matrix has trivially the three contextures 1, 2, 3, the pairs of contextures as indices of the sub-signs in the main diagonal are (1,2), (1,3), (2,3), but their position is arbitrary. To put it differently: There is no law that forces (1.2) to be placed in the contexture 1 and (1.3) to be placed in the contexture 3; it can also be opposite, for example. Therefore, it follows, that also the mapping of epistemological categories onto contextures is (widely) arbitrary. For example, based on Kaehr's above 3-contextural matrix, we could suggest the following mapping:

I-Subject := 1
Thou-Subject := 2
We-Subject := 3

It-Object := 4

But already at this point, another problem arises. As I (Toth 2008a, pp. 64 ss.) and Kaehr (2009b) have shown extensively, we would rather, according to Günther (1976, pp. 336 ss.), ascribe the epistemological functions to the fundamental categories of a sign model instead of ascribing them to the inner environments of the sub-signs of a semiotic matrix. But in the latter case – however, we would be forced to deal with the problem that the dyadic sub-signs are pairs of epistemological categories, rising from "objective subject-objective subject" (1.1) via "objective object-objective object" (2.2.) to "subjective subject-subjective subject" (3.3). The question would then be which contribution the contextures would have for this system of pairs of epistemological categories. Therefore, it seems to be better to separate the semiotic fundamental categories form their "personalization" or "objectivation" in different contextures.

3.2. Languages like most Middle European languages differentiate between the following 6 subjects:

- I (ich, ego)
-thou (du, tu)
- he/she (er/sie, is/ea)
- we (wir, nos)
- you (ihr, vos)
- they (sie, ii/eae)

Grammatical difference between the gender in the 3rd (and 2nd) persons exists in some semitic languages. However, there is no trace that gender is a category relevant to logic and/or semiotics.

It is also important to see that it is not the number that produces together with the first three epistemological categories the second three epistemological categories. This results clearly from the fact that in most languages, the etymologies of I/we, thou/you, he (she)/they are not related. Number, however, is relevant for coexistence ("I and you" = "we", etc.) to be handled below.

What we therefore need for a minimal linguistic system of grammatical subjects are the 7 epistemological categories I, thou, he/she, we, you, they, plus an object. All 6 epistemological subjects can either be subjective subject, objective subject and subjective object. Hence, here it shows that epistemological categories should not be ascribed to fundamental categories, but, as we decided to do, to contextures. In Günther (1975), we read that the contextural abyss between I and Thou is as big as the contextural abyss between the Here and the Beyond. Therefore we have the following mappings between epistemological categories and semiotic contextures:

I → 1
thou → 2
he/she → 3
we → 4
you → 5
they → 6
it → 7

3.3. Finally, we can now make the step from reference to coexistence.

(I and I) → (1,1)	
(I and thou) → (1,2)	(thou and thou) → (2,2)
(I and he/she) → (1,3)	(thou and he/she) → (2,3)
(I and we) → (1,4)	(thou and we) → (2,4)
(I and you) → (1,5)	(thou and you) → (2,5)
(I and they) → (1,6)	(thou and they) → (2,6)
(I and it) → (1,7)	(thou and it) → (2,7)

(he/she and he/she) → (3,3)	
(he/she and we) → (3,4)	(we and we) → (4,4)
(he/she and you) → (3,5)	(we and you) → (4,5)
(he/she and they) → (3,6)	(we and they) → (4,6)
(he/she an it) → (3,7)	(we and it) → (4,7)

(you and you) → (5,5)	
(you and they) → (5,6)	(they and they) → (6,6)
(you and it) → (5,7)	(they and it) → (6,7)

(it and it) → (8,8)

Thus, there are 28 combinations possible.

A first remark is that obviously, in the logical-semiotic system presented here, we have

(I + I) ≠ we; (thou + thou) ≠ (you); (he/she + he/she) ≠ (they), thus

$(1 + 1) \neq 4$; $(2 + 2) \neq 5$; $(3 + 3) \neq 6$.

A second remark concerns Kaehr's introduction of hetero-morphisms into Diamond theory. This truly new concept allows to model, on logical and semiotic level, the linguistic difference between

(I and thou) ≠ (thou and I), (thou and he/she) ≠ (he/she and thou),
(I and we) ≠ (we and I)

existing not in Middle European languages, but, f. ex., in Hungarian, since the order of two different subjects controls verbal agreement in such a way that the verb congruence follows in such cases the last verb. E.g.

(1) én és mi írunk "I and we are writing" (lit. I and we we-write),

but

(2) mi és én írok "We and I are writing" (lit. We and I-write).

Therefore, (1) has the contextural structure (1,4), hence morphismic, but (2) has (4,1), hence hetero-morphismic.

Although this difference is nowadays obsolete in colloquial Hungarian, it is one of the extremely seldom instances for Günther's search for polycontexturality in natural languages as cited in the passage above. In this Hungarian examples, we have

(I + we) ≠ (we + I)

and further

(I + we) ≠ (we + I) ≠ (we),

hence a second, non-classical negation in the deep structure of sentences (1) and (2). However, the mono- and the polycontextural functions are both worked out by one and the same conjunction és "and" which therefore is a logical and semiotic porte-manteau.

A third remark concern the disequations

I + thou/you (thou/you + I) ≠ we
I + he/she/they (he/she/they + I) ≠ we

which are grammaticalized in many Polynesian languages, f. ex. in Hawaiian

Pl. incl. kākou "we = you + I"

but

Pl. excl. mākou "we = he + I"

Hence, this is a second of the very rare instances of Günther's search for polycontextural structures in natural languages. The first Hawaiian expression is used in a situation where the logical subjective object (Thou) knows that he is included, e.g., to join a dinner with the subjective subject (the speaking I). However, in the second expression, the subjective object (Thou) knows that there will be, e.g., an invitation, but he is with this exlusive device nicely told that he will not be from the party. In other words: The two polycontexturally different expressions fulfil here the social function of avoiding conflict, which is typical for Polynesian.

3.4. Since we have already mapped the semiotic contextures onto Günther's epistemological categories, we can analze all examples given in semiotic systems. On the other side, if we take Kaehr's 4-contextural 3-adic matrix whose sub-signs are more differentiated than in the corresponding 3-contextural matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

we can, based on the mappings between semiotic contextures and epistemological categories, interpret this matrix as follows:

(I, he/she, we)	(I, we)	(he/she, we)
(I, we)	(I, thou, we)	(thou, we)
(he/she, we)	(thou, we)	(thou, he/she, we)

Of course, we see that this matrix is only fragment, since the epistemological categories you, and they are lacking. We may even re-interpret this matrix with the correspondences establish in the beginning of this article:

I-Subject := 1; Thou-Subject := 2; We-Subject := 3; It-Object := 4,

so that we get

(I, thou, it)	(I, it)	(we, it)
(I, it)	(I, thou, it)	(thou, we)
(we, it)	(thou, we)	(thou, we, it)

and analyze on this basis the sign classes, f. ex.

(3.1 2.2 1.2) → ((we,it), (I, thou, it), (I, it))

which is a fully new way of analysis representative systems. However, the relation between this "epistemological analysis" and the usual "model-theoretic" analysis of sign classes by Peirce (cf. Walther 1979, pp. 82 ss.) is a desideratum for the future.

Literature

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 2. Hamburg 1975, pp. 1-76

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3rd ed. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Triadic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Triadic%20Diamonds/Triadic%20Diamonds.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2008c)
Toth, Alfred, Inner and outer semiotic environments in the system of the trichotomic triads. In: Electronic Journal for Mathematial Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

On symmetry in polycontextural semiotic matrices

1. Kaehr (2008) has given the following examples for a 3- and a 4-contextural 3-adic semiotic matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

However, since there are neither formal nor semantic needs for the placing of the contextural environments to the sub-signs, in Toth (2009), I have shown many other types of both 3- and 4-contextural 3-adic matrices.

2. The maximal length of the contextural indices of an n-contextural matrix is (n-1), and this length is reserved for the contextural values of the main diagonal, the reason being the decomposability of the m×m-Matrix into (m-1)×(m-1), (m-2)×(m-2), etc. submatrices (cf. Kaehr 2009). So, all other (n^2 – n) elements of an n-contextural matrix get contextural indices of length (n-2). In the above example, the 3-contextural matrix to the left has 2-digit-length indices in the main diagonal and 1-digit-length indices otherwise.

2.1. Thus, when we start with a 3-contextural 3-adic matrix, we get the following possibilities of 1- and 2-digit-length indices:

1; 2; 3
1,2/2,1; 1,3/3,1; 2,3/3,2,

thus 6 values (1,1; 2,2; 3,3 are excluded, because this would mean that one and the same element lies two times in the same contexture). The values of the forms (a,b) and (b,a) we have taken here together, since they are just variations of one another – namely morphisms and hetero-morphisms. When we now look at the "raw scaffolding" of a 3×3 matrix:

$$\begin{pmatrix} \text{id1} & (\text{a.b}) & (\text{c.d}) \\ (\text{b.a}) & \text{id2} & (\text{e.f}) \\ (\text{d.c}) & (\text{f.e}) & \text{id3} \end{pmatrix}$$

then we see that such a matrix contains $(3 \cdot 3) - 3 = 6$ different elements, i.e. elements that cannot be combined to pairs of morphisms and hetero-morphisms.

2.2. In a 4-contextural 4-adic matrix, we have the following 1-tupels:

1; 2; 3; 4,

the pairs (1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,4), (3,4),

and the triples: (1,2,3); (1,2,4); (1,3,4); (2,3,4), thus 14 values.

A 4×4 Matrix has $(4 \cdot 4) - 6 = 10$ different elements.

3. However, the question arises how to construct a semiotic matrix with contextuated sub-signs in the most simple and most elegant way.

3.1. In the case of the 3-contextural matrix, there are no problems, since the 6 values can be just divided over the 6 places considering that

- the trichotomy of Firstness is connected with the trichotomy of Thirdness by "the lowest interpretant (1.3)" (Bense)
- the trichotomy of Secondness builds a system of partial relations in the whole of the triadic relation because of $(M \Rightarrow (M \Rightarrow O))$
- the trichotomy of Thirdness is not directly connected with the partial relations of the trichotomy of Firstness, but with the trichotomy of Secondness

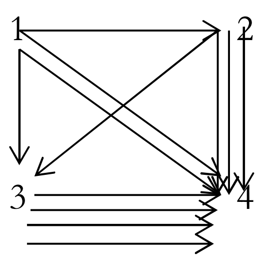
3.2. The problems start with 4-contextural matrices, since here we stand before the question of how to distribute the 14 values over 10 places. If we consider that a 4-contextural matrix can also appear as a 3-adic matrix with even less places (6), so that a 3-contextural 3-adic matrix is a fragment of a 4-contextural 4-adic matrix, we may refuse 1-tuples as contextural values. Hence we have exactly 10 values and 10 places. And as long as we are dealing with an n-contextural n-adic matrix, our more semantic argumentation may still apply here as it did above in 3.1.

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} & 1.4_{1,2} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{1,3} & 2.4_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{3,1} & 3.3_{2,3,4} & 3.4_{2,3} \\ 4.1_{1,2} & 4.2_{2,4} & 4.3_{2,3} & 4.4_{1,2,3} \end{pmatrix}$$

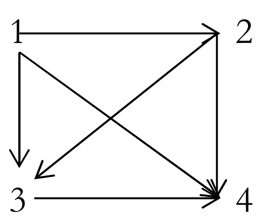
3.3. However, if we have a 4-contextural 3-adic matrix and hence 6 instead of 10 free places, we must say good-bye to 4 pairs – the question is only: to which pairs? Kaehr (2008) has solved the problem in striking simplicity, by just adding 4 as another contextural value to the contextural values of the 3-contextural 3-adic matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

As one sees, the pairs (1,2); (1,3); (2,3) have disappeared, and so has the triple (1,2,3). However, if we draw the 4-contextural 3-adic matrix as a graph with the vertices 1, 2, 3, 4:



then this graphs looks highly redundant, since the following graph, too, contains all morphisms necessary for the 4-contextural 3-adic matrix:



This graph contains the pairs (1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,4); (3,4); and the triples (1,2,4); (1,2,3), (1,3,4), and (2,3,4), thus, exactly the values of the 4-contextural 4-adic matrix.

Therefore, the solution just to add one contextural value to the 1-tuples (→ pairs) and pairs (→ tripels) seems not be the ideal solution in order to point out that a 4-contextural 3-adic matrix is a fragment of a 4-contextural 4-adic matrix. For such cases, Kaehr's other solution, the decomposition of a matrix in its sub-matrices, seems to be a more appropriate way. Therefore we start with

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} & 1.4_{1,2} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{1,3} & 2.4_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{3,1} & 3.3_{2,3,4} & 3.4_{2,3} \\ 4.1_{1,2} & 4.2_{2,4} & 4.3_{2,3} & 4.4_{1,2,3} \end{pmatrix}$$

and do not list all the possible 3×3-fragments of this 4×4-matrix, but just compare the red and the blue sub-matrices:

The red matrix is:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{1,3} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{1,3} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

The blue matrix is:

$$\begin{pmatrix} 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} & 1.4_{1,2} \\ 2.2_{1,2,4} & 2.3_{1,3} & 2.4_{2,4} \\ 3.2_{3,1} & 3.3_{2,3,4} & 3.4_{2,3} \end{pmatrix}$$

However, as it stands here, the matrix is unusable. We thus have to transport the third triad to the left, and then to apply a "normal form-operator" (cf. Toth 2004). Then, the result is:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{1,3} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{1,3} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

but the blue and the red matrix are now the same. Therefore, in both cases we get a matrix which is not the same as Kaehr's 4-contextural 3-adic matrix.

Literature

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

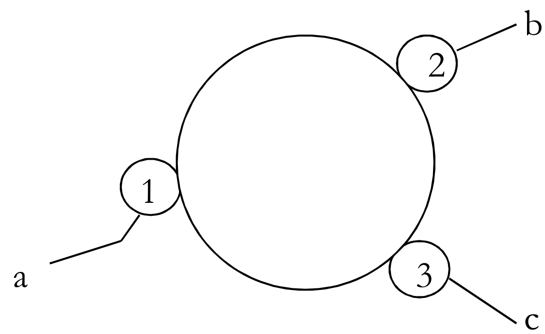
Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009)

Toth, Alfred, Strukturen thematisierter Realitäten in der polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44/4, 2004, pp. 193-198

Toth, Alfred, (668) 2009 Inner and outer semiotic environments in the system of the trichotomic triads. In: Electronic Journal for Matheamtical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

A new geometric model for polycontextural triads

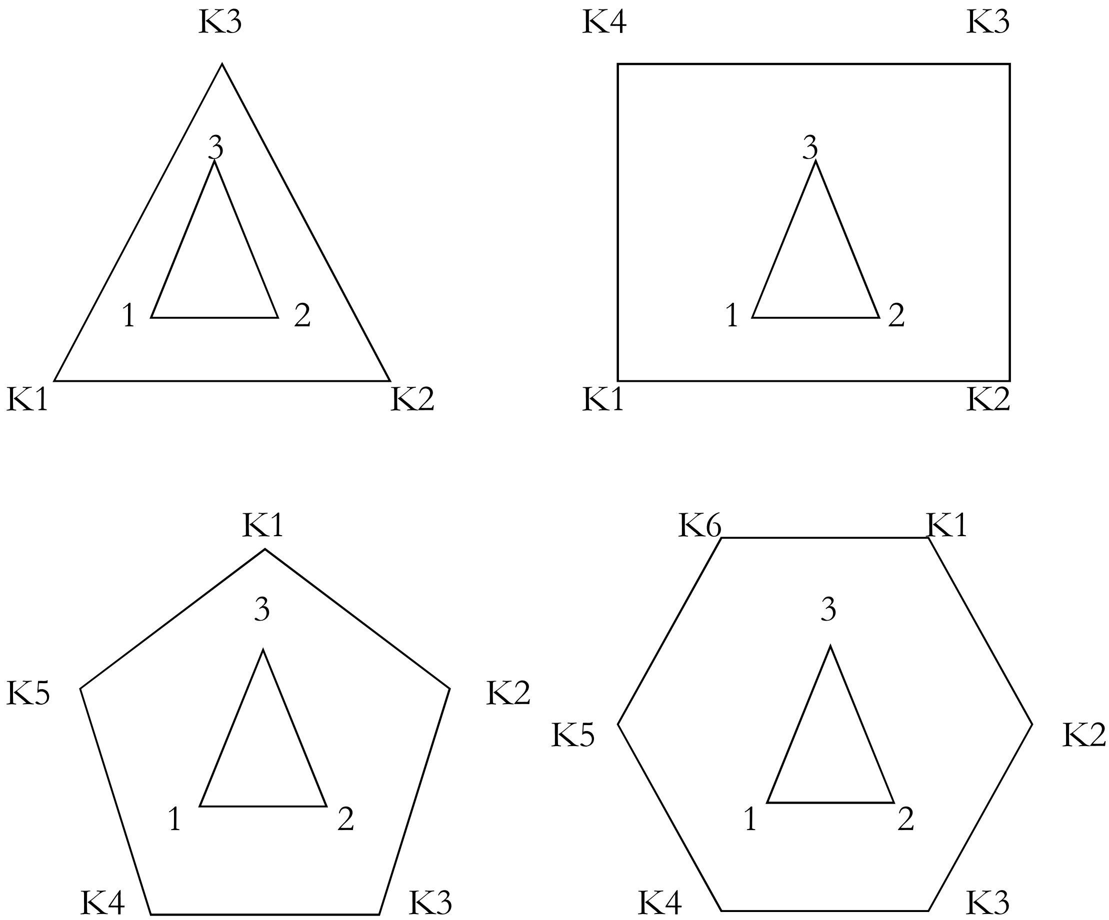
1. In 1972, in the first 3 numbers of vol. 2 of the "Journal of Cybernetics", the linguist Christopher R. Longyear presented a calculus of "triadas". Through their circle form (which is, by the way, not motivated in the three papers) they are capable of giving astonishing insights not only in the outer relationships between triads, dyads and monads as well as more complex n-ads, but also in the inner structure of triadic relations, which has escaped the linear logical models for ^{3}R. The abstract model of a triada presents itself like that:



According to Longyear, two triadas are equal to one another, if

1. Both triadas have three external elements.
2. Both triadas have the same three external elements.
3. Both triadas have the same order of their three elements.
4. Both triadas have the same internal structure.
5. Both triadas have the same meaning.
6. Both sides of a "shift" have arms of the same order.
7. Both sides of an internal connection have arms of the same order. (1972, p.4)

2. Longyear's triada-model can be taken as a geometric model for the Peircean triadic sign relation. However, it is not sufficient if the monocontextural sign relations are contextuated (Kaehr 2008). In this case, the sign model must be part of another model, which must be capable of representing the contextures. Since a sign can be, theoretically, in n contextures, we will prefer a polygon to a circle. Moreover, since it had been shown in Toth (2008a) that the triangle model is more appropriate to display the finesses of rotation (cf. also Toth 2008b), we will propose here a complex geometric model of a triangle embedded in an polygon, minimally triangle. Hence polycontextural signs can be displayed as follows:



As a rotation operator we may use ρ which shall work stepwise: ρ(3.1 2.1 1.3) = (1.3 3.1 2.1), ρρ(3.1 2.1 1.3) = (2.1 1.3 3.1). Thus, with ρ, all permutations of a sign relation can be generated. As for the other operators introduced in Longyear (1972), for the correspondence between (monocontextural) logic and semiotics cf. Toth (2007, pp. 143 ss.). For the application of polycontextural operators (intra- and trans-operators) cf. Toth (2003, pp. 36 ss.).

Literature

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Longyear, Christopher R., Further towards a triadic calculus. In: Journal of Cybernetics 2/1-3 (1972). Digital version: www.vordenker.de.

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, The semiotic wind rose. http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Windrose.pdf (2008b)

Polycontextural matrices

1. Kaehr (2008, p. 8) has proposed the following 3-contextural 3-adic matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

From the standpoint of logic and mathematics, the existence of a matrix is per se enough; nobody has ever tried to interpret, e.g. the Sylvester-Matrix in using sense and meaning. And this is good so, since traditional logic and mathematics handle signs as tokens. However, in semiotics, we use a mathematical sign which carries sense and meaning, and therefore we must try to give the motivation of every mathematical concept that is introduced in semiotics.

2. The above semiotic matrix is interesting first, because the contextural indices hang on sub-signs which are dyads, and these dyads consist of monads or what Bense (1980) called "prime-sign" in analogy to the prime-numbers. That the monads and not the dyads are basic in semiotics, we see, e.g., then, when we dualize a dyad

$\times$(a.b) = (b.a)

and realize, that its constituents, the prime-signs, are turned around. Therefore, it is necessary to ascribe contextures not only to the sub-signs, but also to the prime-signs. And here, we are free at least from a purely formal standpoint. E.g., in a 3-contextural semiotics, we have the choice:

a $\rightarrow$ 1; 2; 3; (1,2); (2,3); (1.3) (a $\in$ {.1., .2., .3.})

However, a Secondness (M$\rightarrow$O) is a relation that combines a Firstness with itself, that means (1,2). And a Thirdness (O$\rightarrow$I), consequently, is a relation that combines a Secondness with itself, that means (2,3). Now, we realize that a Firstness – quite different form Peirce's concept – is not something that stands for itself, since, for the sake of closure of the sign as a triadic relation, the Firstness is a relation, which combines itself with the whole triadic relation (1,3). Or in other words: (M$\rightarrow$O) and (O$\rightarrow$I) need a third mapping (M$\rightarrow$I) for closure, so that it is impossible that Firstness as a monad stands alone, just being included in Secondness, and with Secondness in Thirdness. This has been constantly overseen in Theoretical Semiotics until Kaehr

(2008) introduced the prime-signs by aid of doublets. However, since the mapping (M→I) has been known in semiotics since decades (cf. Walther 1979, p. 73), one could have seen it.

Therefore, we can introduce the 3-contextural prime-signs as follows:

PS = $\{.1._{1,3}, .2._{1,2}, .3._{2,3}\}$.

Since dyads are nothing else than Cartesian products of the prime-signs onto themselves, we get

I	$.1._{1,3}$	$.2._{1,2}$	$.3._{2,3}$
$.1._{1,3}$	$1.1_{1,3}$	1.2_{1}	1.3_{3}
$.2._{1,2}$	2.1_{1}	$2.2_{1,2}$	2.3_{2}
$.3._{2,3}$	3.1_{3}	3.2_{2}	$3.3_{2,3}$

Now, we obviously have a very special law of multiplication in this matrix. The rules are:

(a,b) ♣ (a,b) = (a,b)
(a,b) ♣ (a,c) = (a,b) ♣ (c,a) = a

However, since we are free, at least from a formal standpoint, to assign any contextures to the sub-signs, it follows that the above matrix is not the only one and that we can calculate the contextural values of any semiotic matrix. Let us look at the following "alternative" matrices:

II	$.1._{1,3}$	$.2._{1,2}$	$.3._{2,3}$
$.3._{2,3}$	1.1_{3}	1.2_{2}	$1.3_{2,3}$
$.2._{1,2}$	2.1_{1}	$2.2_{1,2}$	2.3_{2}
$.1._{1,3}$	$3.1_{1,3}$	3.2_{1}	3.3_{3}

III	$.1._{1,3}$	$.2._{1,2}$	$.3._{2,3}$
$.2._{1,2}$	1.1_{1}	$1.2_{1,2}$	1.3_{2}
$.1._{1,3}$	$2.1_{1,3}$	2.2_{1}	2.3_{3}
$.3._{2,3}$	3.1_{3}	3.2_{2}	$3.3_{2,3}$

IV	$.3._{2,3}$	$.1._{1,3}$	$.2._{1,2}$
$.2._{1,2}$	1.1_{2}	1.2_{1}	$1.3_{1,2}$
$.3._{2,3}$	$2.1_{2,3}$	2.2_{3}	2.3_{2}
$.1._{1,3}$	3.1_{3}	$3.2_{1,3}$	3.3_{1}

Up to now, the following law for converse dyadic relations held:

$(a.b_{i,j}) = (b.a_{1,j})$,

as long as both sub-signs are in the same matrix. (This restriction excludes $\times(a.b_{i,j}) = (b.a_{j,i})$.) However, there is no formal reason either, why this law can not be abolished like in the 3 matrices above.

3. Up to now, sign connections have been based on shared (static) sub-signs or (dynamic) semioses, i.e. morphims between n-tuples of sign classes or reality thematics (cf. Toth 2008), e.g.

(3.1 2.1 1.1)
  | |
(3.1 2.1 1.3),

i.e. $(3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 2.1)$.

However, what if the two sign classes do not lie in the same contextures? Cf., e.g.,

$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3}) \cap (3.1_{2}\ 2.1_{3}\ 1.3_{2}) = ??$

In a monocontextural world, this intersection is as senseless as Günther's famous addition of his mother's toothache, a crocodile and the Silesian church-tower is.

We therefore have to learn to apply arithmetic operations beyond the contexture-borders. For sign connections, this means that we must give up the common sub-signs and semioses and connect only such sub-signs, which lie in the same contexture(s). Thus, we no longer connect the same sub-signs or semioses, but the same contextures:

$$(3.1_3 \qquad 2.1_1 \qquad 1.1_{1,3})$$

$$(3.1_2 \qquad 2.1_3 \qquad 1.3_2)$$

From our three matrices above, we may guess what an enormous amount of different sign connections result from the free ascription of contextures to sub-signs.

4. If we take our above matrix I, we can distribute the sub-signs in the following manner to the contextures:

K3	(1.1)	—	(1.3)	—	—	—	(3.1)	—	(3.3)
K2	—	—	—	—	(2.2)	(2.3)	—	(3.2)	—
K1	(1.1)	(1.2)	—	(2.1)	(2.2)	—	—	—	—

However, if we take matrix II, the distribution looks like that:

K3	(1.1)	—	(1.3)	—	—	—	(3.1)	—	(3.3)
K2	—	(1.2)	(1.3)	—	(2.2)	(2.3)	—	—	—
K1	—	—	—	(2.1)	(2.2)	—	(1.3)	(3.2)	—

For matrix III, we get:

K3	—	—	—	(2.1)	—	(2.3)	(3.1)	—	(3.3)
K2	—	(1.2)	(1.3)	—	—	—	—	(3.2)	(3.2)
K1	(1.1)	(1.2)	—	(2.1)	(2.2)	—	—	—	—

And for matrix IV:

K3	—	—	—	(2.1)	(2.2)	—	(3.1)	(3.2)	—
K2	(1.1)	—	(1.3)	(2.1)	—	(2.3)	—	—	—
K1	—	(1.2)	(1.3)	—	—	—	—	(3.2)	(3.3)

5. Whichever matrix we use, already in 3-contextural sign relations, there are sub-signs that lie in 2 contextures, f. ex.

1. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$
2. $(3.1_{1,3}\ 2.1_1\ 1.3_{2,3})$
3. $(3.1_3\ 2.1_{1,3}\ 1.3_3)$
4. $(3.1_3\ 2.1_{2,3}\ 1.3_{1,2})$

However, strictly speaking, such sign relations contain 2 sign classes, which we shall call "twin" or "multiple" sign classes:

2. $(3.1_{1,3}\ 2.1_1\ 1.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_1\ 2.1_1\ 1.3_2) \mid (3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_2) \mid (3.1_1\ 2.1_1\ 1.3_3) \mid$
   $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$
3. $(3.1_3\ 2.1_{1,3}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \mid (3.1_3\ 2.1_3\ 1.3_3)$
4. $(3.1_3\ 2.1_{2,3}\ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_3\ 2.1_2\ 1.3_1) \mid (3.1_2\ 2.1_3\ 1.3_1) \mid (3.1_3\ 2.1_3\ 1.3_1) \mid$
   $(3.1_3\ 2.1_3\ 1.3_2)$

Another solution how to handle this "multi-ordinality", is by embedding the "ambiguous" fundamental categories into the sign relation, therefore getting to sign relations which are

tetradic: $(3.1_3\ 2.1_1\ 2.1_3\ 1.3_3)$, or

pentadic: $(3.1_3\ 2.1_2\ 2.1_3\ 1.3_1\ 1.3_2)$.

In the case of the "Genuine Category Class" we even get a

hexadic sign relation: (3.3 3.3 2.2 2.2 1.1 1.1).

If we chose this solution, we would not have to calculate with twin or multiple sign classes, but with different types of embeddings and hence besides 3-adic with 4-, 5- and 6-adic sign relations.

Literature

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, pp. 287-294

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

First draft of a polycontextural pre-semiotic matrix

1. Pre-Semiotics has been extensively analyzed and described in two volumes (Toth 2008). The point de départ was that the designated object as categorial object is embedded in the triadic Peircean sign relation, therefore leading to a tetradic pre-semiotic sign relation (PSR)

PSR = (3.a 2.b 1.c 0.d)

The idea of integrating the object of the sign into the sign relation itself goes back directly to Bense (1975, pp. 45 s., 65 ss.). Bense differentiated between the semiotic space of signs and the ontological space of object and assumed a transitory space between them, in which the "disposable" media mediate between the categorial object on the one side and the relational media on the other side. However, unlike the triadic relation (3.a 2.b 1.c) that consists of a monadic, a dyadic and a triadic relation, the categorial object (0.d) is a zero-relation and does behaving differently from the three other fundamental categories. According to Götz (1982, pp. 4, 28) who had picked up Bense idea, we assumed a trichotomic splitting of the categorial object into (0.1) or secandy, (0.2) or semancy, and (0.3) or selectancy. However, (0.d) as Zeroness has no triadic splitting, i.e. *(0.0), *(1.0), *(2.0), (*3.0), because these sub-signs would contradict Bense's theory of relational and categorial numbers (1975, pp. 65 s.) and would neither fit to the normal understanding, according to which a relation of a relation is meaningfull, but an object of an object is not.

Therefore, the pre-semiotic is tetradic, but trichotomic, lacking the Cartesian products marked by asterisk:

	1	2	3
0	0.1	0.2	0.3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

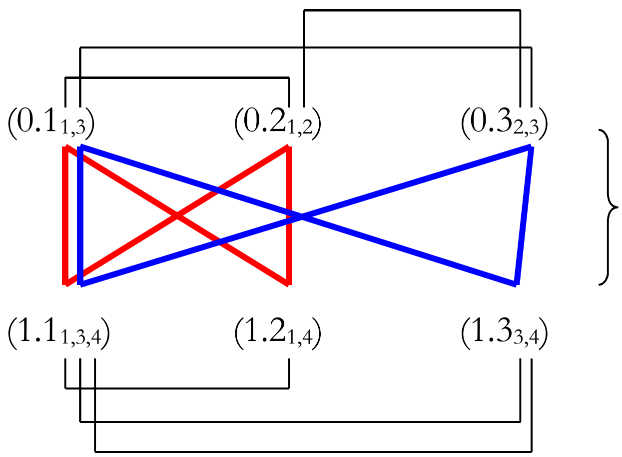
2. However, when we now go ahead and transform the monocontextural pre-semiotic matrix into a polycontextural matrix, we stand before the question if the pre-semiotic is not already a polycontextural matrix, since exactly to this behalf the categorial object had been embedded into the Peircean sign relation. This is subject that has been

discussed already a couple of times. Kaehr (2008) is right when he encounters that any semiotic system in which the logical law of identity is still valid, is monocontextural. On the other side, I am right, too, that any sign relation, in which the contextural border between sign and object is abolished, is polycontextural. However, we solve this problem quickly by following Kaehr's way in determining for every sub-sign of the pre-semiotic matrix its inner semiotic environment. This is an n-tuple of contextures for each sub-sign. As it shows up very early, namely in sign relations, which lie in 3 contextures, sub-signs can lie in 2, 3 ... n contextures, and it is clear that by this innocent little trick the menacing law of identity is already checkmated. However, it is not quite easy to create a non-quadratic 4×3 matrix between the quadratic 3×3 and 4×4 matrices retaining the inner-matrix-symmetry of the contextural indices of pairs of converse sub-signs (e.g., $(1.2_{1,4})° = (2.1_{1,4})$, gen. $(a.b_{i,j})° = (b.a)_{1,4})$, especially because the pre-semiotic level of Zeroness (Stiebing) must be abscribed to the 1., and the semiotic levels of First-, Second- and Thirdness must be ascribed to the 2.-4. contextures. However, in this first draft, I suggest the following polycontexural pre-semiotic matrix:

	0	1	2	3
0	(0.0)	$(0.1)_{1,3}$	$(0.2)_{1,2}$	$(0.3)_{2,3}$
1	(1.0)	$(1.1)_{1,3,4}$	$(1.2)_{1,4}$	$(1.3)_{3,4}$
2	(2.0)	$(2.1)_{1,4}$	$(2.2)_{1,2,4}$	$(2.3)_{2,4}$
3	(3.0)	$(3.1)_{3,4}$	$(3.2)_{2,4}$	$(3.3)_{2,3,4}$

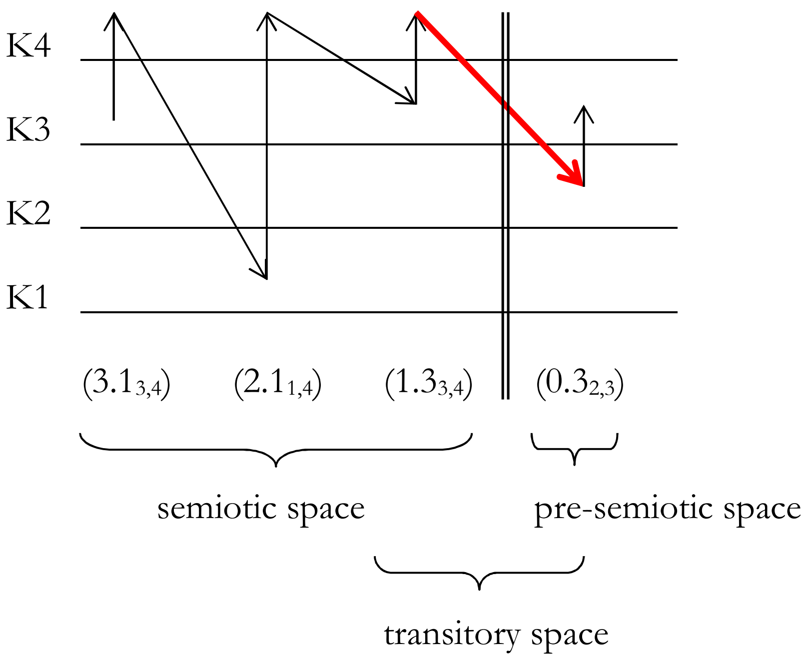
Therefore, the second occurrence of the contextural indices (1,3), (1,4), (3,4), to expect in a symmetric matrix, would have been assigned to *(1.0), *(2.0), *(3.0), and the fully excluded pseudo-relation *(0.0) would be (1,2,3).

3. Inheritance from the pre-semiotic trichotomy to the semiotic trichotomies, also extensively treated in Toth (2008), can now be formalized precisely by aid of both outer and inner semiotic connections:



Structure of mediation between "disposable" and relational media (Bense 1975)

4. Finally, what the transitory space between ontological and semiotic space concerns (Bense 1975), we can it visualize, f. ex., in the following simple schema, showing as example the pre-semiotic sign class ($3.1_{3,4}$ $2.1_{1,4}$ $1.3_{3,4}$ $0.3_{2,3}$):



Literature

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008

Representation classes of contextural orders

1. As it is known, in changing from the monocontextural Peircean sign schema to the n-contextural 3-triadic polycontextural sign schema, both the abstract sign relation and its order type remain unchanged:

$SR(3) = (3.a_{i,j}, 2.b_{i,j}, 1.c_{i,j,})$, with $a \leq b \leq c$

When we have a look at the corresponding 3-contextural matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

we find the following connections between trichotomic order an contextural numbers:

$$\begin{array}{llllllllll} & \nearrow & (2.1) & & & & & & & \\ (3.1) & \rightarrow & (2.2) & & (3.2) & \rightarrow & (2.2) & & (3.3) & & \\ & \searrow & (2.3) & & & \searrow & (2.3) & & & \searrow & (2.3) \end{array}$$

$$\begin{array}{llllllllll} & \nearrow & (1) & & & & & & & \\ (3) & \rightarrow & (1,2) & & (2) & \rightarrow & (1,2) & & (2,3) & & \\ & \searrow & (2) & & & \searrow & (2) & & & \searrow & (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{llllllllll} & \nearrow & (1.1) & & & & & & & \\ (2.1) & \rightarrow & (1.2) & & (2.2) & \rightarrow & (1.2) & & (2.3) & & \\ & \searrow & (1.3) & & & \searrow & (1.3) & & & \searrow & (1.3) \end{array}$$

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & \nearrow & (1,3) & & & & & & & & & & \\
(1) & \rightarrow & (1) & & (1,2) & \rightarrow & (1) & & (2) & & & & \\
 & \searrow & (3) & & & \searrow & (1) & & & \searrow & (1) & &
\end{array}
$$

despite (1) → (1,3), the contextural numbers get smaller with increasing trichotomical values of the interpretant and the object relations (from which we construct sign classes either by union of dyadic semioses or via matching conditions, if they are polycontextural).

2. If we now have a look at the ($3^3 - 10 =$) 17 remaining sign classes we get, if we abolish the inclusive order restriction:

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [3\text{-}1,2\text{-}1,3]$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [3\text{-}2\text{-}1,3]$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.2_1) \rightarrow [3\text{-}2\text{-}1]$
$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [2\text{-}1\text{-}1,3]$
$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.2_1) \rightarrow [2\text{-}1\text{-}1]$
$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.3_{1,3}) \rightarrow [2\text{-}1\text{-}1,3]$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [2\text{-}1,2\text{-}1,3]$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [2\text{-}2\text{-}1,3]$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.2_1) \rightarrow [2\text{-}2\text{-}1]$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [2\text{-}2\text{-}1,3]$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.2_1) \rightarrow [2\text{-}2\text{-}1]$
$(3.3_{2,3}\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [2,3\text{-}1\text{-}1,3]$
$(3.3_{2,3}\ 2.1_1\ 1.2_1) \rightarrow [2,3\text{-}1\text{-}1]$
$(3.3_{2,3}\ 2.1_1\ 1.3_{1,3}) \rightarrow [2,3\text{-}1\text{-}1,3]$
$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [2,3\text{-}1,2\text{-}1,3]$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.1_{1,3}) \rightarrow [2,3\text{-}2\text{-}1,3]$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.2_1) \rightarrow [2,3\text{-}2\text{-}1]$,

we see that the classes of contextural orders are just complementary to those of the regular sign classes.

However, if we also recognize that in a matrix the converse sub-signs have the same contextural indices ($(a.b)_{i,j}° = (a.b)_{i,j}$), but that the order of the sub-signs in a sign class also makes it clear, which triadic value we have at certain position (i.e., e.g., a legi-sign (1.3) or an index ((1.3)° = (3.1)), we can say that the system of all possible 27 3-adic sign classes can be represented by classes of contextural orders in a non-ambiguous way. Since the same is true for sign classes and reality thematics which can be written by using environments alone, e.g.

(3-1-1,3) = (3.1 2.1 1.1)
(3-1-1) = (3.1 2.1 1.2)
(3-1-3) = (3.1 2.1 1.3), etc.

(3,1-1-3) = (1.1 1.2 1.3)
(1-1-3) = (2.1 1.2 1.3)
(3-1-3) = (3.1 1.2 1.3), etc.,

we can say that inner semiotic environements (i.e. contextural indices) are representing every semiotic relation, starting with K = 3.

Literature

Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf (2009)

Elements of a Theory of the Night

> Zwar hat der Idealismus mit dem Gedanken des im ewigen Jetzt vollendeten Logos das metaphysische Bewusstsein des Abendlandes bis an die Höhe des absoluten Todes herangeführt. Bewältigt aber hat er diese Idee nicht, denn er spricht nur von der absoluten Logik der Gedanken Gottes. Von der Möglichkeit einer absoluten Ethik der göttlichen Existenz, d.h. von einer Metaphysik des Willens weiss er nichts. Und nirgends (ausser in zusammenhanglosen Einfällen Schellings) ist sein Wissen von der Ahnung berührt, dass die durchsichtige Helle des reinen Begriffs, die wie ein sonniges Mittagslicht über dem reellen Leben des konkreten Bewusstseins leuchtet, ihren Ursprung aus der transzendentalen Nacht eines Willens, der noch nicht Entscheidung und deshalb noch nicht lebendige, durchleuchtete Wirklichkeit geworden ist, herleitet.
>
> Gotthard Günther (1937, p. 45)

1. It is a strange fact, that the sign as a scheme of action, like the sign as a scheme of representation, goes back to Aristotle (cf. Trabant 1989, pp. 79 ss.), but does not play any role in Peirce's and Bense's semiotics. However, it is perhaps not by change, that a definition of the sign as a scheme of action is lacking, although the development of the linguistic theory of action falls into the beginnings of the development of theoretical semiotics. However, it is a fact that the sign, in the framework of semiotics, is primarily not a scheme of action, because in its most general definition action means the "changing of a state of world" (Heinrichs 1980, p. 22). But states of world belong, in the terminology of Bense (1975, p. 65), to the "ontological space" of the pre-thetic objects, but not to the "semiotic space" of the thetic signs. In other words: In Peirce's and Bense's notion of the triadic sign which is based on the monocontextural separation between signs and object and where objects can thus only appear as object-relations, signs cannot change states of world, since they, too, can only be perceived as signs. Therefore, according to theoretical semiotics, signs can change signs, and in order to do such changes, a theory of action is not necessary. Thus, in classical monocontextural semiotics, the theory of the semioses substitutes a theory of action, because signs can never reach their transcendental object and cannot change ontological, but only semiotic states of world.

However, it is a fact, too, which is at least known outside of classical semiotics that signs can have effect out of their semiotic space and inside of the onological space of the object, events, states, etc. For example, a command can start a war. But also the inverse process, thus the changing of signs by objects, is well-known. E.g., the better knowledge of high-energy physics has several times changes atomic models, which had already been believed as correct. Hence, if someone wants to construct a semiotic theory of action that goes beyond a linguistic theory of action based again on (linguistic) signs and that is powerful enough of letting signs influence reality and vice versa, then it is necessary to abolish the border between sign and reality, i.e to replace moncontextural through polycontextural semiotics.

2. Such a model of a polycontextural semiotics has been displayed by the present author (Toth 2008b) under the name of "Pre-Semiotics", because the sign model which is the basis,

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d)

contains the object, which is represented by the artificial or natural sign, as a categorial object (0.d) and thus settles one step before thetic semiosis, in the space between the ontological and the semiotic space.

Now I have already shown in Toth (2008a, pp. 177 ss.) that every triadic sign class has 6 permutations. Consequently, every tetradic sign class has 24 permutations. In Toth (2008c, pp. 220 ss.), I have further shown that each of these 24 permutations can be introduced as semiotic schemes of actions. Since each tetradic sign class has a dual reality thematic, we thus get for 15 pre-semiotic dual systems zunächst 15 · 2 · 24 = 720 tetradic semiotic schemes of action. Furthermore, in Toth (2008c) it had been shown that a tetradic sign class has exactly the following 4 + 15 + 24 + 24 = 67 partial relations:

monadic partial relations:	(.0.), (.1.), (.2.), (.3.).
dyadic partial relations:	(0.1), (0.2), (0.3), (1.0), (2.0), (3.0), (1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3).
triadic partial relations:	(0., 2., 1.), (0., 1., 2.), (1., 2., 0.), (1., 0., 2), (2., 1., 0.), (2., 0., 1), (3., 2., 1.), (3., 1., 2.), (2., 3., 1.), (2., 1., 3.), (1., 3.,2.), (1., 2., 3), (0., 3., 2.), (0., 2., 3.), (2., 3., 0.), (2., 0., 3.), (3., 2., 0.), (3., 0., 2.), (0., 3., 1.), (0., 1., 3.), (1., 3., 0.), (1., 0., 3.), (3., 1., 0.), (3., 0., 1.).
tetradic partial relations:	(3., 2., 1., 0.), (2., 3., 1., 0.), (2., 1., 3., 0.), (1., 2., 3., 0.), (3., 1., 2., 0.), (1., 3., 2., 0.), (2., 3., 0., 1.), (3., 2., 0., 1.), (2., 1., 0., 3.), (1., 2., 0., 3.), (3., 1., 0., 2.), (1., 3., 0., 2.), (2., 0., 3., 1.), (3., 0., 2., 1.), (2., 0., 1., 3.), (1., 0., 2., 3.), (3., 0., 1., 2.), (1., 0., 3., 2.), (0., 2., 3., 1.), (0., 3., 2., 1.), (0., 1., 2., 3.), (0., 2., 1., 3.), (0., 3., 1., 2.), (0., 1., 3., 2.).

We thus get totally 15 · 2 · 67 = 2'010 semiotic schemes of actions, which are polycontextural already because of the elimination of the discontexturality between sign and object and the embedding of the object qua categorial object into the sign relation.

3. In Toth (2008c), I have also shown that the pre-semiotic tetradic sign relation is complete regarding to epistemological, logical and ontological relation insofar as we have the following correspondences between logical relations and semiotic categories:

subjective subject (sS)	$\widehat{=}$	Thirdness (interpretant relation, I)
objective object (oO)	$\widehat{=}$	Secondness (Object relation, O)
subjective object (sO)	$\widehat{=}$	Firstness (medium relation, M)
objective subject (oS)	$\widehat{=}$	Zeroness (quality, Q)

Therefore, we can display the above 67 semiotic-numerical partial relations also in the following semiotic-logical form:

Monadic semiotic-logical partial relations:

(sO), (oS), (oO), (sS).

Dyadic semiotic-logical partial relations:

((sO), (oS)); ((sO), (oO)); ((sO), (sS)); ((oS), (sO)); ((oO), (sO)); ((sS), (sO)); ((oS), (oS)); ((oS), (oO)); ((oS), (sS)); ((oO), (oS)); ((oO), (oO)); ((oO), (sS)); ((sS), (oS)); ((sS), (oO)), ((sS), (sS)).

Triadic semiotic-logical partial relations:

((sO), (oO), (oS)); ((sO), (oS)), (oO)); ((oS), (oO), (sO)); ((oS), (sO), (oO)); ((oO), (oS), (sO)); ((oO), (sO), (oS)); ((sS), (oO), (oS)); ((sS), (oS), (oO)); ((oO), (sS), (oS)); ((oO), (oS), (sS)); ((oS), (sS), (oO)); ((oS), (oO), (sS)); ((sO), (sS), (oO)); ((sO), (oO), (sS); ((oO), (sS), (sO)); ((oO), (sO), (sS)); ((sS), (oO), (sO)); ((sS), (sO), (oO)); ((sO), (sS), (oS)); ((sO), (oS), (sS)); ((oS), (sS), (sO)); ((oS), (sO), (sS)); ((sS), (oS), (sO)); ((sS), (sO), (oS)).

A triadic partial relation of a tetradic semiotic relation is a combinatorial selection of the four pre-semiotic categories (0.), (.1.), (.2.), (.3.) or (sO), (oS), (oO), (sS), respectively. I.e., we thus can either (0., .1., .2.), (.1., .2., .3.), (0., .2., .3.) or (0., .1., .3.) combine to triads. In doing so, we get the following 2 · 24 = 48 permutationes:

(0.d 2.b 1.c) × (c.1 b.2 d.0) → ((sO), (oO), (oS)) × ((sO), (oO), (oS))
(0.d 1.c 2.b) × (b.2 c.1 d.0) → ((sO), (oS), (oO)) × ((oO), (sO), (oS))
(1.c 2.b 0.d) × (d.0 b.2 c.1) → ((oS), (oO), (sO)) × ((oS), (oO), (sO))
(1.c 0.d 2.b) × (b.2 d.0 c.1) → ((oS), (sO), (oO)) × ((oO), (oS), (sO))
(2.b 1.c 0.d) × (d.0 c.1 b.2) → ((oO), (oS), (sO)) × ((oS), (sO), (oO))
(2.b 0.d 1.c) × (c.1 d.0 b.2) → ((oO), (sO), (oS)) × ((sO), (oS), (oO))
(3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3) → ((sS), (oO), (oS)) × ((sO), (oO), (sS))
(3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3) → ((sS), (oS), (oO)) × ((oO), (sO), (sS))
(2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2) → ((oO), (sS), (oS)) × ((sO), (sS), (oO))
(2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2) → ((oO), (oS), (sS)) × ((sS), (sO), (oO))
(1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1) → ((oS), (sS), (oO)) × ((oO), (sS), (sO))
(1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1) → ((oS), (oO), (sS)) × ((sS), (oO), (sO))
(0.d 3.a 2.b) × (b.2 a.3 d.0) → ((sO), (sS), (oO)) × ((oO), (sS), (oS))
(0.d 2.b 3.a) × (a.3 b.2 d.0) → ((sO), (oO), (sS)) × ((sS), (oO), (oS))
(2.b 3.a 0.d) × (d.0 a.3 b.2) → ((oO), (sS), (sO)) × ((oS), (sS), (oO))
(2.b 0.d 3.a) × (a.3 d.0 b.2) → (oO), (sO), (sS)) × ((sS), (oS), (oO))
(3.a 2.b 0.d) × (d.0 b.2 a.3) → ((sS), (oO), (sO)) × ((oS), (oO), (sS))
(3.a 0.d 2.b) × (b.2 d.0 a.3) → ((sS), (sO), (oO)) × ((oO), (oS), (sS))
(0.d 3.a 1.c) × (c.1 a.3 d.0) → ((sO), (sS), (oS)) × ((sO), (sS), (oS))
(0.d 1.c 3.a) × (a.3 c.1 d.0) → ((sO), (oS), (sS)) × ((sS), (sO), (oS))
(1.c 3.a 0.d) × (d.0 a.3 c.1) → ((oS), (sS), (sO)) × ((oS), (sS), (sO))
(1.c 0.d 3.a) × (a.3 d.0 c.1) → ((oS), (sO), (sS)) × ((sS), (oS), (sO))
(3.a 1.c 0.d) × (d.0 c.1 a.3) → ((sS), (oS), (sO)) × ((oS, (sO), (sS))
(3.a 0.d 1.c) × (c.1 d.0 a.3) → ((sS), (sO), (oS)) × ((sO), (oS), (sS))

Tetradic semiotic-logical partial relations:

((sS), (oO), (oS), (sO)); ((oO), (sS), (oS), (sO)); ((oO), (oS), (sS), (sO)); ((oS), (oO), (sS), (sO)); ((sS), (oS), (oO), (sO)); ((oS), (sS), (oO), (sO)); ((oO), (sS), (sO), (oS)); ((sS), (oO), (sO), (oS)); ((oO), (oS), (sO), (sS)); ((oS), (oO), (sO), (sS)); ((sS), (oS), (sO), (oO)); ((oS), (sS), (sO), (oO)); ((oO), (sO), (sS), (oS)); ((sS), (sO), (oO), (oS)); ((oO), (sO), (oS, (sS)); ((oS), (sO), (oO), (sS)); ((sS), (sO), (oS), (oO)); ((oS), (sO), (sS), (oO)); ((sO), (oO), (sS), (oS)); ((sO), (sS), (oO), (oS)); ((sO), (oS), (oO), (sS)); ((sO), (oO), (oS), (sS)); ((sO), (sS), (oS), (oO)); ((sO), (oS), (sS), (oO)).

Complete listing of the 2 · 24 = 48 tetradic permutations:

(3.a 2.b 1.c 0.d) × (d.0 c.1 b.2 a.3) →
((sS), (oO), (oS), (sO)) × ((oS), (sO), (oO), (sS))
(2.b 3.a 1.c 0.d) × (d.0 c.1 a.3 b.2) →
((oO), (sS), (oS), (sO)) × ((oS), (sO), (sS), (oO))
(2.b 1.c 3.a 0.d) × (d.0 a.3 c.1 b.2) →
((oO), (oS), (sS), (sO)) × ((oS), (sS), (sO), (oO))
(1.c 2.b 3.a 0.d) × (d.0 a.3 b.2 c.1) →
((oS), (oO), (sS), (sO)) × ((oS), (sS), (oO), (sO))
(3.a 1.c 2.b 0.d) × (d.0 b.2 c.1 a.3) →
((sS), (oS), (oO), (sO)) × ((oS), (oO), (sO), (sS))
(1.c 3.a 2.b 0.d) × (d.0 b.2 a.3 c.1) →
((oS), (sS), (oO), (sO)) × ((oS), (oO), (sS), (sO))
(2.b 3.a 0.d 1.c) × (c.1 d.0 a.3 b.2) →
((oO), (sS), (sO), (oS)) × ((sO), (oS), (sS), (oO))
(3.a 2.b 0.d 1.c) × (c.1 d.0 b.2 a.3) →
((sS), (oO), (sO), (oS)) × ((sO), (oS), (oO), (sS))
(2.b 1.c 0.d 3.a) × (a.3 d.0 c.1 b.2) →
((oO), (oS), (sO), (sS)) × ((sS), (oS), (sO), (oO))
(1.c 2.b 0.d 3.a) × (a.3 d.0 b.2 c.1) →
((oS), (oO), (sO), (sS)) × ((sS), (oS), (oO), (sO))
(3.a 1.c 0.d 2.b) × (b.2 d.0 c.1 a.3)
((sS), (oS), (sO), (oO)) × ((oO), (oS), (sO), (sS))
(1.c 3.a 0.d 2.b) × (b.2 d.0 a.3 c.1) →
((oS), (sS), (sO), (oO)) × ((oO), (oS), (sS), (sO))
(2.b 0.d 3.a 1.c) × (c.1 a.3 d.0 b.2) →
((oO), (sO), (sS), (oS)) × ((sO), (sS), (oS), (oO))
(3.a 0.d 2.b 1.c) × (c.1 b.2 d.0 a.3) →
((sS), (sO), (oO), (oS)) × ((sO), (oO), (oS), (sS))
(2.b 0.d 1.c 3.a) × (a.3 c.1 d.0 b.2) →
((oO), (sO), (oS), (sS)) × ((sS), (sO), (oS), (oO))
(1.c 0.d 2.b 3.a) × (a.3 b.2 d.0 c.1) →
((oS), (sO), (oO), (sS)) × ((sS), (oO), (oS), (sO))
(3.a 0.d 1.c 2.b) × (b.2 c.1 d.0 a.3) →
((sS), (sO), (oS), (oO)) × ((oO), (sO), (oS), (sS))

(1.c 0.d 3.a 2.b) × (b.2 a.3 d.0 c.1) →
((oS), (sO), (sS), (oO)) × ((oO), (sS), (oS), (sO))
(0.d 2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2 d.0) →
((sO), (oO), (sS), (oS)) × ((sO), (sS), (oO), (oS))
(0.d 3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3 d.0) →
((sO), (sS), (oO), (oS)) × ((sO), (oO), (sS), (oS))
(0.d 1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1 d.0) →
((sO), (oS), (oO), (sS)) × ((sS), (oO), (sO), (oS))
(0.d 2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2 d.0) →
((sO), (oO), (oS), (sS)) × ((sS), (sO), (oO), (oS))
(0.d 3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3 d.0) →
((sO), (sS), (oS), (oO)) × ((oO), (sO), (sS), (oS))
(0.d 1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1 d.0) →
((sO), (oS), (sS), (oO)) × ((oO), (sS), (sO), (oS))

5. However, as Rudolf Kaehr (2008a, b, c) has shown, a sign relation is not really polycontextural solely by embedding the categorial object into the triadic Peircean sign relation, but the sub-signs constituting the sign relation must be mapped to semiotic contextures. This idea of Kaehr's has, as I have already pointed out before, a splendid impact for the future development of mathematical semiotics. In order to map semiotic contextures as inner environments to the sub-signs of a pre-semiotic tetradic sign relation, we will use the following 4-adic polycontextural semiotic 4×4 matrix:

	0	1	2	3
0	$(0.0)_{3,2,1}$	$(0.1)_{1,3}$	$(0.2)_{1,2}$	$(0.3)_{2,3}$
1	$(1.0)_{3,1}$	$(1.1)_{1,3,4}$	$(1.2)_{1,4}$	$(1.3)_{3,4}$
2	$(2.0)_{2,1}$	$(2.1)_{1,4}$	$(2.2)_{1,2,4}$	$(2.3)_{2,4}$
3	$(3.0)_{3,2}$	$(3.1)_{3,4}$	$(3.2)_{2,4}$	$(3.3)_{2,3,4}$

Since the pre-semiotic sign relation is tetradic, but trichotomic, the four sub-signs to the left of the thick black line can only appear in reality thematics and thus change the order of their contextural numbers from morphismic to hetero-morphismic order. Thus, the above matrix is a "porte-manteau"-matrix of two matrices.

Günther stated: “Being is the birthplace of Thinking, but Nothing is the homeland of the Will. In the Nothing there is nothing to see as long as we do not decide to enter the Nothing and build there a world according to the laws of negativity. This world God has not yet created, and there is not a world plan for it either, before the Thinking did not describe it in a negative language” (Günther 1937, p. 45). “The transparent clearness of the pure notion, that shines like a sunny midday-light over the real live of the concrete consciousness, has its origin out of the transcendental Night of a Will that has not yet become decision and thus not yet living, translucent reality” (Günther 1980, p. 288). We obtain that the night is the reign of the Will. Since the Will needs a negative language to formulate its vocabulary, the negative languages can only consist of directions of actions. The actions, however, we can formulate precisely on the basis of pre-semiotics. Togheter with the inner environments, we have a real polycontextural pre-semiotics as a theory of a Theory of the Night.

6. Since the action schemata of the 4 monadic semiotic partial relations

(sO), (oS), (oO), (sS)

as well as of the 15 dyadic semiotic partial relations

(sO)	↔	(oS)	(sS)	↔	(sO)	(oO)	↔	(oO)
(sO)	↔	(oO)	(oS)	↔	(oS))	(oO)	↔	(sS)
(sO)	↔	(sS)	(oS)	↔	(oO)	(sS)	↔	(oS)
(oS)	↔	(sO)	(oS)	↔	(sS)	(sS)	↔	(oO)
(oO)	↔	(sO)	(oO)	↔	(oS)	(sS)	↔	(sS)

are trivial, we restrict ourselves here to show up the 24 triadic and the 24 tetradic semiotic partial relations for all 15 pre-semiotic sign classes and their reality thematics together with the semiotic contextures from a 4-contextural 4-adic semiotic matrix.

I. Action schemata of the 2 · 24 triadic semiotic partial relations

1. Pre-semiotic dual system
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}\ 0.1_{1,3}) \times (1.0_{3,1}\ 1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.1_{1,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.0_{3,1}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.1_{1,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.0_{3,1}) \\
(1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.1_{1,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.0_{3,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.1_{1,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.0_{3,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.1_{1,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.0_{3,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.1_{1,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.0_{3,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (1.0_{3,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(0.1_{1,3}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.0_{3,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(0.1_{1,3}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.1_{1,3}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.0_{3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.1_{1,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.0_{3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.0_{3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.1_{1,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.0_{3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.1_{1,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.1_{1,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.0_{3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.1_{1,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.0_{3,1}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.0_{3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.1_{1,3}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.0_{3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.1_{1,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.1_{1,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.0_{3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.1_{1,3}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.0_{3,1}) \end{array}$$

2. Pre-semiotic dual system
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl}
(1.1_{1,3,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (1.1_{4,3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (1.1_{4,3,1}) \\
\quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\
(1.1_{1,3,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\
\quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\
(1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\
(0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.2_{1,2}) & & (0.2_{1,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

3. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative Action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (1.1_{1,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.1_{4,3,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad\text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad\text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad\text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\ \quad\text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (1.3_{3,4}) \\ \quad\text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.1_{1,3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1}) \\
\quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\
(1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.3_{2,3}) & & (1.1_{4,3,1}) \\
\quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\
(1.1_{1,3,4}) & & (3.0_{3,2})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.1_{1,3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.1_{4,3,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\
(2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2})
\end{array}$$

4. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad\text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad\text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad\text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad\text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad\text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad\text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

5. Pre-Semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualtitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1})| \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & & \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人}2.1_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1})
\end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpratative action

$$\begin{array}{lll} (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

6. Pre-semiotic dual system
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.1_{1,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad 人 \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad 人 \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad 人 \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad 人 \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad 人 \gg (1.3_{3,4}) & \times & 人 \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad 人 \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.1_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.1_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.2_{4,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.1_{1,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.3_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.2_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.1_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

7. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1})
\end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl}
(2.2_{1,2,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (2.2_{4,2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (2.2_{4,2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(2.2_{1,2,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1})
\end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.2_{1,2}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lll} (2.2_{1,2,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.2_{1,2}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

8. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$
\begin{array}{lcl}
(1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1})
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
(2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1})
\end{array}
$$

Medial action

$$
\begin{array}{lcl}
(2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1})
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
(0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2})
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3})
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
(0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2})
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
(2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\
\quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\
(3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1})
\end{array}
$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

9. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{4,3}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.1_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.2_{1,2,4}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.2_{4,2,1}) & & (0.3_{2,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad\text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad\text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

10. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.1_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad\text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad\text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.3_{3,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (2.3_{2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lll} (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \\ \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.1_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.3_{2,3}) & & (1.3_{4,3}) \\ \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (2.3_{2,4}) & & (1.3_{4,3}) \\ \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.1_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{l} (1.3_{3,4}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (3.1_{3,4}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (0.3_{2,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) \\ (1.3_{3,4}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (3.1_{3,4}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) \\ (1.3_{3,4}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (1.3_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1.3_{3,4}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) \\ (3.1_{3,4}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (0.3_{2,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) \\ (3.1_{3,4}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (1.3_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{l} (2.3_{2,4}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1.3_{3,4}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.1_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (1.3_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

11. Pre-semiotic dual system
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lll} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.2_{1,2}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.0_{2,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lll} (3.2_{2,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.2_{2,4}) & & (2.0_{2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (0.2_{1,2}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.2_{1,2}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (0.2_{1,2}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl}
(1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.2_{2,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\
(0.2_{1,2}) & & (2.3_{4,2})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (2.1_{1,4}) \\
\quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\
(1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\
\quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\
(1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2}) \\
\quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\
(3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(0.2_{1,2}) & & (2.3_{4,2}) \\
\quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\
(3.2_{2,4}) & & (2.0_{2,1})
\end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl}
(2.2_{1,2,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\
(0.2_{1,2}) & & (2.2_{4,2,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \\
\quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\
(0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1})
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.2_{1,2}) & & (2.2_{1,2,4}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.0_{2,1}) \end{array}$$

12. Pre-semiotic dual system

$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (2.2_{1,2,\ }) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2} \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.2_{1,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.1_{4,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad 人 \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.1_{4,1}) \\ \quad 人 \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.2_{1,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.2_{1,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad 人 \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.1_{4,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad 人 \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

13. Pre-semiotic dual system
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad 人 \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad 人 \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad 人 \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad 人 \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad 人 \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad 人 \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.2_{2,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.2_{1,2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.2_{4,2,1}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.2_{1,2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.2_{4,2,1}) \\ \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.2_{1,2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

14. Pre-semiotic dual system
$(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad 人 \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.2_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad 人 \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.2_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.2_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad 人 \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.2_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad 人 \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad 人 \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpreatative action

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad 人 \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (2.3_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad 人 \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad 人 \gg (2.3_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.2_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (2.3_{4,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

15. Pre-semiotic dual system
$(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 3.3_{4,3,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.3_{2,3,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.3_{4,3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.2_{2,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (2.3_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (2.3_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (0.3_{2,3}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.0_{3,2}) \\ (3.2_{2,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.3_{2,3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.3_{4,3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.3_{2,3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.3_{4,3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.3_{4,3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.3_{2,3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.3_{4,3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (1.3_{3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.1_{4,3}) \\ (3.3_{2,3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

Objectal action

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.3_{2,3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.3_{4,3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.3_{2,3,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.3_{4,3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.3_{4,3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.3_{2,3,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.3_{4,3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (2.3_{2,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.2_{4,2}) \\ (3.3_{2,3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.3_{2,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.3_{4,3,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \\ \quad \text{人} \gg (3.3_{2,3,4}) & \times & \quad \text{人} \gg (3.3_{4,3,2}) \\ (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \curlywedge \gg (3.3_{2,3,4}) & \times & \quad \curlywedge \gg (3.3_{4,3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.1_{4,3}) \\ \quad \curlywedge \gg (3.3_{2,3,4}) & \times & \quad \curlywedge \gg (3.3_{4,3,2}) \\ (1.3_{3,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.3_{3,4}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \curlywedge \gg (3.3_{2,3,4}) & \times & \quad \curlywedge \gg (3.3_{4,3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.1_{4,3}) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.3_{2,3}) & & (3.2_{4,2}) \\ \quad \curlywedge \gg (3.3_{2,3,4}) & \times & \quad \curlywedge \gg (3.3_{4,3,2}) \\ (2.3_{2,4}) & & (3.0_{3,2}) \end{array}$$

II. Action schemata of the 2 · 24 tetradic semiotic partial relations

1. Pre-semiotic dual system
(3.1 2.1 1.1 0.1) × (1.0 1.1 1.2 1.3)

Qualitative action

$$\begin{array}{lclclcl} & & (3.1_{3,4}) & & & & (1.2_{4,1}) & \\ (1.1_{1,3,4}) \gg & & \curlyvee & \succ (0.1_{1,3}) & \times & (1.0_{3,1}) \gg & \curlyvee & \succ (1.1_{4,3,1}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & (1.3_{4,3}) & \end{array}$$

$$\begin{array}{lclclcl} & & (2.1_{1,4}) & & & & (1.3_{4,3}) & \\ (1.1_{1,4,3}) \gg & & \curlyvee & \succ (0.1_{1,3}) & \times & (1.0_{3,1}) \gg & \curlyvee & \succ (1.1_{4,3,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & (1.2_{4,1}) & \end{array}$$

$$\begin{array}{lclclcl} & & (3.1_{3,4}) & & & & (1.1_{4,3,1}) & \\ (2.1_{1,4}) \gg & & \curlyvee & \succ (0.1_{1,3}) & \times & (1.0_{3,1}) \gg & \curlyvee & \succ (1.2_{4,1}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & & & (1.3_{4,3}) & \end{array}$$

$$\begin{array}{lclclcl} & & (1.1_{1,3,4}) & & & & (1.3_{4,3}) & \\ (2.1_{1,4}) \gg & & \curlyvee & \succ (0.1_{1,3}) & \times & (1.0_{3,1}) \gg & \curlyvee & \succ (1.2_{4,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & (1.1_{4,3,1}) & \end{array}$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (0.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.0_{3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{array} \succ (0.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.0_{3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.1_{1,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.0_{3,1})$$

$$(0.1_{1,3}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.0_{3,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.1_{1,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.0_{3,1})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.1_{1,3})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.0_{3,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.1_{1,3})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.0_{3,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.1_{1,3})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.0_{3,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Objectal action

$$(0.1_{1,3}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (1.0_{3,1})$$

$$(0.1_{1,3}) \gg \begin{matrix}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{matrix} \succ (1.0_{3,1})$$

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{matrix}(0.1_{1,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.0_{3,1})\end{matrix} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.1_{1,3})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.0_{3,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(0.1_{1,3})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.0_{3,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (0.1_{1,3})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.0_{3,1})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

Interpretative action

$$(0.1_{1,3}) \gg \begin{matrix}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{matrix} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{matrix}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{matrix} \succ (1.0_{3,1})$$

$$(0.1_{1,3}) \gg \begin{matrix}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{matrix} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{matrix}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{matrix} \succ (1.0_{3,1})$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.1_{1,3}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.2_{4,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (1.0_{3,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.1_{1,4}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (0.1_{1,3}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.0_{3,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.1_{1,3}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.1_{4,3,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.0_{3,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.1_{1,3,4}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (0.1_{1,3}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.0_{3,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.1_{4,3,1}) & & \end{array}$$

2. Pre-semiotic dual system
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 1.1_{4,3,1}\ 1.2_{1,4}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.2_{4,1}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.1_{1,4}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.1_{4,3,1}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.1_{1,3,4}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.1_{4,3,1}) & & \end{array}$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.2_{1,4})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Objectal action

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{1,4}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (1.1_{4,3,1}) & & \\ (1.2_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.1_{1,3,4}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{1,4}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (1.2_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (1.1_{4,3,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.2_{1,2}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{1,4}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (1.2_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (2.0_{2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{1,4}) \\ & & (0.2_{1,2}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (2.0_{2,1}) & & \\ (1.2_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.2_{1,2}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{1,4}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (1.1_{4,3,1}) & & \\ (1.2_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (2.0_{2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.1_{1,3,4}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{1,4}) \\ & & (0.2_{1,2}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (2.0_{2,1}) & & \\ (1.2_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (1.1_{4,3,1}) & & \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.1_{1,4}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (1.1_{4,3,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.1_{1,3,4}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (1.2_{4,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (1.1_{4,3,1}) & & \end{array}$$

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

3. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \quad \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.1_{1,3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.1_{4,3,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.1_{4,3,1}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{1,3,4}) & \times & (1.1_{4,3,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{1,3,4}) & \times & (1.1_{4,3,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{1,3,4}) & \times & (1.1_{4,3,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{1,3,4}) & \times & (1.1_{4,3,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{1,3,4}) & \times & (1.1_{4,3,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{1,3,4}) & \times & (1.1_{4,3,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(1.1_{1,3,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.1_{4,3,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.1_{1,3,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{4,3,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.1_{1,3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.1_{4,3,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.1_{1,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.1_{4,3,1}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.1_{4,3,1}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.1_{1,3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.1_{1,3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.1_{4,3,1}) & & \end{array}$$

4. Pre-semiotic system

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) & \times & (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) & \times & (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) & \times & (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (1.3_{3,4}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) & \times & (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{matrix} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{matrix}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{matrix} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{matrix}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{matrix}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{matrix} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{matrix}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{matrix} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

Objectal action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{matrix}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{matrix} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{matrix}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{matrix} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

Interpretative action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{matrix}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{matrix} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{matrix}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{matrix} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{matrix}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{matrix} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{matrix}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{matrix} \succ (2.0_{2,1})$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

5. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{3,4})$

Qualitative action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.1_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (1.3_{3,4}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

$$
\begin{array}{ccccc} & & (1.2_{1,4}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (1.2_{4,1}) & & \\ (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc} & & (2.1_{1,4}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (2.1_{4,1}) & & \\ (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}
$$

Medial action

$$
\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{1,4}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (1.2_{4,1}) & & \\ (2.1_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc} & & (2.1_{1,4}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{1,4}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (2.1_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc} & & (0.3_{2,3}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{1,4}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (2.1_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (2.1_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{1,4}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.1_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{4,1}) \\ & & (1.3_{4}) & & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc} & & (0.3_{2,3}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{1,4}) \\ & & (2.1_{1,4}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (1.2_{4,1}) & & \\ (2.1_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{ccccc} & & (2.1_{1,4}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.2_{1,4}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & \end{array}
\quad \times \quad
\begin{array}{ccccc} & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.1_{4,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (1.2_{4,1}) & & \end{array}
$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

6. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee\\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee\\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee\\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee\\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee\\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee\\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee\\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee\\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee\\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee\\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee\\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee\\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee\\ (2.1_{1,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee\\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee\\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee\\ (1.2_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{1,4}) \gg \begin{matrix}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{matrix}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{matrix} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{matrix} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{matrix} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{matrix}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{matrix} \succ (2.1_{1,4}) \quad \times \quad (1.2_{4,1}) \gg \begin{matrix}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (1.3_{3,4})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(2.1_{1,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{matrix} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{3,4}) \gg \begin{matrix}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4})\end{matrix} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{3,4}) \gg \begin{matrix}(1.2_{4,1})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c} (0.3_{2,3}) \\ \curlyvee \\ (2.1_{1,4}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c} (1.2_{4,1}) \\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2}) \end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c} (2.1_{1,4}) \\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c} (3.0_{3,2}) \\ \curlyvee \\ (1.2_{4,1}) \end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (0.3_{2,3}) \\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c} (3.1_{4,3}) \\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2}) \end{array} \succ (1.2_{1,4})$$

$$(2.1_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (1.3_{3,4}) \\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c} (3.0_{3,2}) \\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3}) \end{array} \succ (1.2_{4,1})$$

7. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (3.1_{3,4}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4}) \end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{4,2,1}) \\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3}) \end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{1,2,4}) \\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4}) \end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c} (1.3_{4,3}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1}) \end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (3.1_{3,4}) \\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4}) \end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c} (2.1_{4,1}) \\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (1.2_{1,4}) \\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4}) \end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c} (1.3_{4,3}) \\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad \times \quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Objectal action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{1,2,4}) & \times & (2.2_{4,2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{1,2,4}) & \times & (2.2_{4,2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{1,2,4}) & \times & (2.2_{4,2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{1,2,4}) & \times & (2.2_{4,2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{1,2,4}) & \times & (2.2_{4,2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (2.0_{2,1}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{1,2,4}) & \times & (2.2_{4,2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (0.2_{1,2}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.2_{1,2,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (2.2_{4,2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (2.2_{4,2,1}) & & \\ (0.2_{1,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.0_{2,1}) \\ & & (2.2_{1,2,4}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (0.2_{1,2}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{4,2,1}) \\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1}) \end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{1,2,4}) \\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c} (2.0_{2,1}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1}) \end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (0.2_{1,2}) \\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c} (2.1_{4,1}) \\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (1.2_{1,4}) \\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2}) \end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c} (2.0_{2,1}) \\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

8. Pre-semiotic dual system
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (3.1_{3,4}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{4,2,1}) \\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3}) \end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{1,2,4}) \\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (1.3_{4,3}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1}) \end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (3.1_{3,4}) \\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (2.1_{4,1}) \\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (1.2_{1,4}) \\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (1.3_{4,3}) \\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad\times\quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad\times\quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.3_{2,3}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (2.2_{1,2,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (2.2_{4,2,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.2_{1,2,4}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (2.2_{4,2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.3_{2,3}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (2.1_{4,1}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.2_{1,4}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

9. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) \\ & & (2.2_{1,2,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (2.2_{4,2,1}) & & \\ (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.2_{1,2,4}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (2.2_{4,2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (3.1_{3,4}) & & \\ (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.3_{3,4}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & \end{array} \times \begin{array}{ccccc} & & (1.3_{4,3}) & & \\ (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \underset{(2.2_{1,2,4})}{\overset{(1.3_{3,4})}{\curlyvee}} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \underset{(3.1_{4,3})}{\overset{(2.2_{4,2,1})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \underset{(1.3_{3,4})}{\overset{(2.2_{1,2,4})}{\curlyvee}} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \underset{(2.2_{4,2,1})}{\overset{(3.1_{4,3})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.3_{2,3}) \gg \underset{(2.2_{1,2,4})}{\overset{(3.1_{3,4})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \underset{(1.3_{4,3})}{\overset{(2.2_{4,2,1})}{\curlyvee}} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \underset{(3.1_{3,4})}{\overset{(2.2_{1,2,4})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \underset{(2.2_{4,2,1})}{\overset{(1.3_{4,3})}{\curlyvee}} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \underset{(3.1_{3,4})}{\overset{(0.3_{2,3})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \underset{(3.0_{3,2})}{\overset{(1.3_{4,3})}{\curlyvee}} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \underset{(0.3_{2,3})}{\overset{(3.1_{3,4})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \underset{(1.3_{4,3})}{\overset{(3.0_{3,2})}{\curlyvee}} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \underset{(2.2_{1,2,4})}{\overset{(0.3_{2,3})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \underset{(3.0_{3,2})}{\overset{(2.2_{4,2,1})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \underset{(0.3_{2,3})}{\overset{(2.2_{1,2,4})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \underset{(2.2_{4,2,1})}{\overset{(3.0_{3,2})}{\curlyvee}} \succ (1.3_{4,3})$$

Objective action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (3.1_{3,4}) \quad \times \quad (1.3_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

10. Pre-semiotic dual system

$(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 1.3_{4,3})$

Qualitative action

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Medial action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.1_{3,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (1.3_{4,3})\end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

:

$$(3.1_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (1.3_{4,3})$$

Objectal action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.3_{2,4}) & \times & (3.2_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.3_{2,4}) & \times & (3.2_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.3_{2,4}) & \times & (3.2_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.1_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.3_{2,4}) & \times & (3.2_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (1.3_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.3_{2,4}) & \times & (3.2_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{4,3}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (3.1_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.3_{2,4}) & \times & (3.2_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{3,4}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

Interpretative action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) & \times & (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.3_{2,3}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (3.2_{4,2}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.3_{2,4}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (0.3_{2,3}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (3.1_{4,3}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.3_{3,4}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{3,4}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.3_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

11. Pre-semiotic dual system
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.2_{1,2}) \times (2.0_{2,1}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.2_{2,4}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (2.2_{1,2,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (2.2_{4,2,1}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (2.3_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.2_{1,2,4}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (3.2_{2,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (2.3_{4,2}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (2.2_{4,2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.2_{2,4}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (2.1_{4,1}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (2.3_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (1.2_{1,4}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.2_{1,2}) \\ & & (3.2_{2,4}) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (2.3_{4,2}) & & \\ (2.0_{2,1}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee\\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad\times\quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee\\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee\\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (0.2_{1,2}) \quad\times\quad (2.0_{2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee\\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Medial action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (2.0_{2,1}) \qquad :$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee\\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee\\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee\\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (1.2_{1,4}) \quad\times\quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee\\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Objectal action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee\\ (1.2_{1,2,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee\\ (2.0_{2,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee\\ (0.2_{1,2})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee\\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Interpretative action

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee\\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee\\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(0.2_{1,2}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee\\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee\\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (2.0_{2,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{matrix}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{matrix} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{matrix}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{matrix} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{matrix}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{matrix} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{matrix}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{matrix} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{matrix}(0.2_{1,2})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{matrix} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{matrix}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.0_{2,1})\end{matrix} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{matrix}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (0.2_{1,2})\end{matrix} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{matrix}(2.0_{2,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{matrix} \succ (2.2_{4,2,1})$$

12. Pre-semiotic dual system
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{matrix}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{matrix} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{matrix}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{matrix} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{matrix}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{matrix} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{matrix}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{matrix} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{matrix}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{matrix} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{matrix}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{matrix} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{matrix}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{matrix} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{matrix}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{matrix} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{matrix}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{matrix} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{matrix}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.1_{4,1})\end{matrix} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{matrix}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (1.2_{1,4})\end{matrix} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{matrix}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{matrix} \succ (2.3_{4,2})$$

Medial action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{matrix}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{matrix} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{matrix}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{matrix} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{matrix}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{matrix} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{matrix}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{matrix} \succ (1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1}) \gg \begin{matrix}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{matrix} \succ (2.3_{4,2})$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(1.2_{1,4}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (2.1_{4,1})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee\\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee\\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee\\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee\\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee\\ (1.2_{1,4})\end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(2.1_{4,1})\\ \curlyvee\\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.2_{1,4})\\ \curlyvee\\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee\\ (2.1_{4,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (2.2_{4,2,1}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (2.2_{1,2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.2_{1,2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.2_{1,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.1_{4,1}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (2.2_{4,2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.2_{1,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (2.1_{4,1}) & & \end{array}$$

13. Pre-semiotic system

$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.2_{2,4}) & & & & & & (2.2_{4,2,1}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (2.2_{1,2,4}) & & & & & & (2.3_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.2_{1,2,4}) & & & & & & (2.3_{4,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (3.2_{2,4}) & & & & & & (2.2_{4,2,1}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.2_{2,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (2.3_{4,2}) & & \\ (2.2_{1,2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.2_{4,2,1}) \\ & & (3.2_{2,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Medial action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (1.3_{3,4})\end{matrix} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{matrix}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{matrix} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{matrix}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (3.1_{4,3})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{matrix}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee\\ (3.2_{2,4})\end{matrix} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{matrix}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee\\ (3.0_{3,2})\end{matrix} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{matrix}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee\\ (0.3_{2,3})\end{matrix} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{matrix}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee\\ (2.3_{4,2})\end{matrix} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{matrix}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee\\ (1.3_{3,4})\end{matrix} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{matrix}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee\\ (3.0_{3,2})\end{matrix} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{matrix}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee\\ (0.3_{2,3})\end{matrix} \succ (2.2_{1,2,4}) \quad \times \quad (2.2_{4,2,1}) \gg \begin{matrix}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee\\ (3.1_{4,3})\end{matrix} \succ (2.3_{4,2})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(2.2_{1,2,4})\\ \curlyvee\\ (1.3_{3,4})\end{matrix} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{matrix}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee\\ (2.2_{4,2,1})\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{matrix}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee\\ (2.2_{1,2,4})\end{matrix} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{matrix}(2.2_{4,2,1})\\ \curlyvee\\ (3.1_{4,3}\end{matrix} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c} (0.3_{2,3}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{1,2,4}) \end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{4,2,1}) \\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2}) \end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c} (2.2_{1,2,4}) \\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c} (3.0_{3,2}) \\ \curlyvee \\ (2.2_{4,2,1}) \end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (0.3_{2,3}) \\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4}) \end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c} (3.1_{4,3}) \\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

$$(2.2_{1,2,4}) \gg \begin{array}{c} (1.3_{3,4}) \\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3}) \end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c} (3.0_{3,2}) \\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3}) \end{array} \succ (2.2_{4,2,1})$$

14. Pre-semiotic dual system
$(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 2.3_{4,2})$

Qualitative action

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c} (3.2_{2,4}) \\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (3.2_{4,2}) \\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2}) \end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c} (2.3_{2,4}) \\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (2.3_{4,2}) \\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2}) \end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c} (3.2_{2,4}) \\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (3.1_{4,3}) \\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2}) \end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c} (1.3_{3,4}) \\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4}) \end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c} (2.3_{4,2}) \\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3}) \end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (0.3_{2,3}) \quad \times \quad (3.0_{3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Medial action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ 1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(2.3_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (3.2_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{2,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{2,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (2.3_{4,2})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

$$(3.2_{2,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (2.3_{4,2})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (3.2_{2,4}) \quad \times \quad (2.3_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{2,4}) & \times & (2.3_{4,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

15. Pre-semiotic dual system

$(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}\ 0.3_{2,3}) \times (3.0_{3,2}\ 3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 3.3_{4,3,2})$

Qualitative action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.3_{2,3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.3_{4,3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.3_{4,3,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (3.3_{2,3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.3_{2,3,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.3_{4,3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.3_{4,3,2}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (3.3_{2,3,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \\ (3.3_{2,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{4,3,2}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (3.3_{2,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.3_{2,3}) & \times & (3.0_{3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{4,3,2}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

Medial action

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.3_{2,3,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.3_{4,3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (2.3_{4,2}) & & \\ (0.3_{2,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.0_{3,2}) \\ & & (3.2_{2,4}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (2.3_{4,2}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (3.2_{2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.3_{2,3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.3_{4,3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \\ (3.3_{2,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{4,3,2}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (3.3_{2,3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{4,3,2}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

Objectal action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(3.3_{2,3,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.3_{4,3,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (3.3_{2,3,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.3_{4,3,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (3.3_{2,3,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.3_{4,3,2})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (3.1_{4,3})$$

$$(1.3_{3,4}) \gg \begin{array}{c}(3.3_{2,3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.3_{4,3,2})\end{array} \succ (3.1_{3,4})$$

$$(3.3_{2,3,4}) \gg \begin{array}{c}(0.3_{2,3})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.0_{3,2})\end{array} \succ (3.3_{2,3,4})$$

$$(3.3_{2,3,4}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (0.3_{2,3})\end{array} \succ (2.3_{2,4}) \quad \times \quad (3.2_{4,2}) \gg \begin{array}{c}(3.0_{3,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.3_{4,3,2})$$

Interpretative action

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(2.3_{2,4})\\ \curlyvee \\ (1.3_{3,4})\end{array} \succ (3.3_{2,3,4}) \quad \times \quad (3.3_{4,3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.1_{4,3})\\ \curlyvee \\ (3.2_{4,2})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$(0.3_{2,3}) \gg \begin{array}{c}(1.3_{3,4})\\ \curlyvee \\ (2.3_{2,4})\end{array} \succ (3.3_{2,3,4}) \quad \times \quad (3.3_{4,3,2}) \gg \begin{array}{c}(3.2_{4,2})\\ \curlyvee \\ (3.1_{4,3})\end{array} \succ (3.0_{3,2})$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{2,3,4}) & \times & (3.3_{4,3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.3_{2,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (1.3_{3,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{2,3,4}) & \times & (3.3_{4,3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.1_{4,3}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.2_{4,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{2,3,4}) & \times & (3.3_{4,3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.3_{3,4}) & & & & & & (3.0_{3,2}) & & \\ (2.3_{2,4}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.3_{2,3,4}) & \times & (3.3_{4,3,2}) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.2_{4,2}) \\ & & (0.3_{2,3}) & & & & & & (3.1_{4,3}) & & \end{array}$$

Therefore, we have given all possible words of the vocabulary of a 4-contextural 4-adic negative language in semiotic form. This is the semiotic world according Günther we had to build by opening the curtain and enter the semiotic meontics, the reign of volition and semiotic action.

Literature

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard/Schelsky, Helmut, Christliche Metaphysik und das Schicksal des modernen Bewusstseins. Leipzig 1937

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Heinrichs, Johannes, Reflexionstheoretische Semiotik. Bonn 1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008a)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008b)

Kaehr, Rudolf, Triadic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Triadic%20Diamonds/Triadic%20Diamonds.pdf (2008c)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008c)
Trabant, Jürgen, Zeichen des Menschen. Frankfurt am Main 1989

Quantitative, qualitative, quanti-qualitative, and quali-quantitative sign classes

1. The 10 monocontextural Peircean sign classes are, as classes, i.e. sets, of signs quantitative sign relations, although their three dyadic sub-signs and their semioses involved are qualitatively defined. There are two possibilities to note the sign classes formally, first, as unordered sets dyads (left), second as unordered sets of the trichotomic values of the dyads:

(3.1 2.1 1.1) ≡ (1, 1, 1)
(3.1 2.1 1.2) ≡ (1, 1, 2)
(3.1 2.1 1.3) ≡ (1, 1, 3)
(3.1 2.2 1.2) ≡ (1, 2, 2)
(3.1 2.2 1.3) ≡ (1, 2, 3)
(3.1 2.3 1.3) ≡ (1, 3, 3)
(3.2 2.2 1.2) ≡ (2, 2, 2)
(3.2 2.2 1.3) ≡ (2, 2, 3)
(3.2 2.3 1.3) ≡ (2, 3, 3)
(3.3 2.3 1.3) ≡ (3, 3, 3)

An one sees, the correspondences are unambiguous.

2. As I have shown in Toth (2009), there is more than one way of mapping contextural indices to the dyadic sub-signs of a sign class. Or, in other words: As long as certain logical laws are considered, the contextures in which dyads can be placed, are almost arbitrary (Korzybski-ambiguity). Important is alone that we define in which contexture(s) we set a semiotic matrix, so that all 9 dyads get unambiguously mapped to contextures. E.g., if we start with Kaehr's (2008) proposal, we get the following 3-contextural 3-adic 3×3 semiotic matrix:

	1	2	3
1	$(1.1)_{1,3}$	$(1.2)_{1}$	$(1.3)_{3}$
2	$(2.1)_{1}$	$(2.2)_{1,2}$	$(2.3)_{2}$
3	$(3.1)_{3}$	$(3.2)_{2}$	$(3.3)_{2,3}$

Now, the mapping of contextures to sub-signs is not bijective, since we have

$(1.2)_1 = (2.1)_1$
$(1.3)_3 = (3.1)_3$
$(2.3)_2 = (3.2)_2$

However, nevertheless, if we set the dyads together to sign classes for which we must obey the law

SCl = (3.a 2b 1.c),

because of the fix position of the dyads, they get quasi afterwards unambiguous. From that is follows now, that, considering (SCl = (3.a 2.b 1.c)), we can substitute the sign classes by their ordered (!) sets of contextures. Needless to say, that n-tuples of contextures are also ordered (partial) sets. We thus obtain:

(3.1 2.1 1.1)	≡	(1, 1, 1)	≡	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	≡	$<3, 1, <1, 3>>$
(3.1 2.1 1.2)	≡	(1, 1, 2)	≡	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	≡	$<3, 1, 1>$
(3.1 2.1 1.3)	≡	(1, 1, 3)	≡	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	≡	$<3, 1, 3>$
(3.1 2.2 1.2)	≡	(1, 2, 2)	≡	$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	≡	$<3, <1, 2>, 1>$
(3.1 2.2 1.3)	≡	(1, 2, 3)	≡	$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	≡	$<3, <1, 2>, 3>$
(3.1 2.3 1.3)	≡	(1, 3, 3)	≡	$3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	≡	$<3, 2, 3>$
(3.2 2.2 1.2)	≡	(2, 2, 2)	≡	$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	≡	$<2, <1, 2>, 1>$
(3.2 2.2 1.3)	≡	(2, 2, 3)	≡	$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	≡	$<2, <1, 2>, 3>$
(3.2 2.3 1.3)	≡	(2, 3, 3)	≡	$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$	≡	$<2, 2, 3>$
(3.3 2.3 1.3)	≡	(3, 3, 3)	≡	$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$	≡	$<<2, 3>, 2, 3>$

3. So, finally, we can summarize that we have

3.1. Two ways of noting quantitative sign classes: As (3.a 2.b 1.c) and as (a, b, c).

3.2. One way of noting qualitative sing classes: As $<<i, j>, <k, l>, <m, n>>$, where $j \vee l \vee n \in \{\varnothing\}$.

3.3. One way of noting quanti-qualitative sign classes: As $(3.a_{i,j}\ 2.b_{k,l}\ 1.c_{m,n})$.

3.4. One way of noting quali-quantitative sing classes: $<<i, j>_a, <k, l>_b, <m, n>_c>$, where $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$.

Literature

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Polycontextural matrices. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

Time as semiotic contexture

1. According to Gotthard Günther it is possible to develop a contextural notion of time: “Zeit ist, strukturtheoretisch betrachtet, nichts anderes als die Aktivierung einer Diskontexturalitätsrelation zwischen Vergangenheit und Zukunft” (1979, p. 191). As such, time can be, in concordance with the poly-contextural “Life Lines” (Günther 1979, pp. 283 ss.), linear, non-linear or multi-linear (cf. Toth 2008a, pp. 57-67). After I have given a monocontextural model for semiotic time in Toth (2008b), I will ad some more considerations here, and the basis of the contextuated sign relation introduced by Kaehr (2008).

2. Like a golden thread, the alleged timelessness of signs goes through the history of semiotics, roughly speaking from Aristoteles to Bense. Mostly, time is not even mentioned in connection with signs, although every child knows that it needs time to write something down, to make a node into the handkerchief or explain a foreigner the way to the Hofbräuhaus. In Toth (2008a, pp. 177 ss.), I have shown that every sign relation has 6 permutations:

(3.a 2.b 1.c)
(3.a 1.c 2.b)
(2.b 3.a 1.c)
(2b. 1.c 3.a)
(1.c 3.a 2.b)
(1.c 2.b 3.a)

When we insert values for the variables a, b, c ∈ {.1, .2, .3}, we get the 10 quantitative sign classes, which we can, according to Toth (2009), write as unordered sets of trichotomic values. However, if we now ascribe contextures to each dyad of every sign relation, we also get in the case of a 3-contextural sign model the 10 quantitative-qualitative sign classes. In a last step, we can use ordered sets of contextures and ordered partial sets of contextures in order to give a purely qualitative system of sign relations:

(3.1 2.1 1.1)	≡	(1, 1, 1)	≡	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$	≡	<3, 1, <1, 3>>
(3.1 2.1 1.2)	≡	(1, 1, 2)	≡	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$	≡	<3, 1, 1>
(3.1 2.1 1.3)	≡	(1, 1, 3)	≡	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$	≡	<3, 1, 3>
(3.1 2.2 1.2)	≡	(1, 2, 2)	≡	$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	≡	<3, <1, 2>, 1>
(3.1 2.2 1.3)	≡	(1, 2, 3)	≡	$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$	≡	<3, <1, 2>, 3>
(3.1 2.3 1.3)	≡	(1, 3, 3)	≡	$3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$	≡	<3, 2, 3>
(3.2 2.2 1.2)	≡	(2, 2, 2)	≡	$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$	≡	<2, <1, 2>, 1>

(3.2 2.2 1.3)	≡	(2, 2, 3)	≡	$(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3})$	≡	$\langle 2, \langle 1, 2\rangle, 3\rangle$
(3.2 2.3 1.3)	≡	(2, 3, 3)	≡	$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	≡	$\langle 2, 2, 3\rangle$
(3.3 2.3 1.3)	≡	(3, 3, 3)	≡	$(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$	≡	$\langle\langle 2, 3\rangle, 2, 3\rangle$

3. Now we come back to Günther's definition of time as "nothing else but the activation of a discontexturality relation between past and future" (1979, p. 191). Thus, we get the following system of permutations for our triadic sets of time-contextures:

P(T_1) = (<3, 1, <1, 3>>, <3, <1, 3>, 1>, <<1, 3>, 3, 1>, <<1, 3>, 1, 3>, <1, 3, <1, 3>>, <1, <1, 3>, 3>>)
P(T_2) = (<3, 1, 1>, <1, 3, 1>, <1, 1, 3>, <3, 1, 1>)
P(T_3) = (<3, 1, 3>, <1, 3, 1>, <3, 3, 1>, <1, 3, 3>)
P(T_4) = (<3, <1, 2>, 1>, <3, 1, <1, 2>>, <<1, 2>, 1, 3>, <<1, 2>, 3, 1>, <1, <1, 2>, 3>, <1, 3, <1, 2>>)
P(T_5) = (<3, <1, 2>, 3>, <<1, 2>, 3, 3>, <3, 3, <1, 2>>)
P(T_6) = (<3, 2, 3>, <3, 3, 2>, <2, 3, 3>)
P(T_7) = (<2, <1, 2>, 1>, <2, 1, <1, 2>>, <<1, 2>, 2, 1>, <<1,2>, 1, >, <1, <1, 2>, 2>, <1, 2, <1, 2>
P(T_8) = (<2, <1, 2>, 3>, <2, 3, <1, 2>>, <<1, 2>, 2, 3>, <<1.2>, 3, 2>, <3, <1, 2> 2>, <3, <1, 2>, 2>)
P(T_9) = (<2, 2, 3>, <3, 2, 2>, <2, 3, 2>)
P(T_{10}) = (<<2, 3>, 2, 3>, <<2, 3>, 3, 2>, <3, 2, <2, 3>>, <3, <2, 3>, 2>, <2, <2, 3>, 3>, <2, 3, <2, 3>>)

These 47 combinatorial types of time-contextures are thus all that are reachable in a 3.contextural 3-adic semiotics. If we combine them again amongst themselves, we get quickly very highly complicated semiotic time-structures – in opposition, of course, to the phantasma of time-free sign notion.

Literature

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3rd ed. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a).

Toth, Alfred, Auf dem Weg zu einer polykontextural-semiotischen Theorie der Zeit. In: http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/A.d.Weg%20zu%20e.%20poly.-sem.%20Th.d.Zeit.pdf (2008b)

Toth, Alfred, Polycontextural matrices. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

A short consideration on qualitative preservation

> Aber das Denken, wo geht das, Verfechter des Prinzips der Erhaltung der Kraft, hin?
>
> Oskar Panizza, *Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit*, Leipzig 1895, § 23

1. (Quantitative) preservation means that an object (Erhaltungsgrösse) does not change in time. According to the Noether theorem, to quantitative preservation there belongs a continuous symmetry of effect, and conversely to each continuous symmetry of effect there is a preservation law. Qualities are thereby normally lost. For example, a mass of one kilogram of earth and a mass of one kilogram of gold "survive" their different qualities in their quantitative equivalents between mass and energy according to Einstein's Law.

2. For qualitative preservation, as required by Dr. Oskar Panizza, we would await that there are not physical, but semiotic symmetry laws that guarantee that qualities survive – the question is with or without their quantities. Since qualities are signs and since signs need sign-carriers, it is to assume that the quantity must survive, too. Now let us have a look at the 10 Peircean sign classes. In them and in their 10 dual reality thematics, the qualities survive only "filtered", i.e. the theoretically infinite qualities of the ontological space is filtered into exactly 10 sign classes, whereby semiotic model-theoretic conditions and restrictions decide, up to which degree the qualities survive. Already in an early text of Bense, we read: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (1952, p. 80). However, if Being can only survive in the form of signs, then the sign model which seems to be the only device for qualitative preservation, must be optimal.

3. Therefore, a complete, quantitative-qualitative preservation would require a physical semiotics, or semiotic physics, respectively, to which there are up to now not more than a hand-full of papers published (cf. Toth 2009).

4. The physics of a sign concerns its sign-carrier or medium, and the semiotics of an object concern its transformation into a meta-object qua substitution (Bense 1967, p. 9). Even in the case where actually "a piece of the ontological space" is used as a sign (for itself or for anything), there has been a substitution of the epistemological status of the object for the interpretant (sign-setter or sign-interpreter). Therefore, the position of the object is crucial for semiosis and thus for the relation between the physics of ontological space and the semiotics of semiotic space in the process of changing the

epistemological status of the object. The problem is that the object remains a physical-ontological factum brutum with or without semiosis. Thus, in a certain sense, it is correct to say that semiosis is a doubling of the world. However, it is only a doubling with changed epistemological (and logical) categories of the object to be doubled. Insofar it would be more appropriate to say that each object that is declared a sign, opens a new world (or "sub-world") of the semiotic space.

5. The basic situation between an object and a sign can be reconstructed as follows:

This means that the black bar stands for an absolute border between the sign to the left (the portrait of Professor Tournesol) and the "real" professor to the right. The comical effect in this cartoon is due to the bridge between the semiotic and the ontological space.

Thus,

Sign ‖ Object (monocontextural situation)

Sign ╫ Object (polycontextural situation).

In a next step, we must ask, in which order the three fundamental categories of the Peircean sign relation, i.e. medium or (1.c), object relation or (2.b), and interpretant relation or (3.a) are working together in the process of semiosis between the object (0.d) and the sign (3.a 2.b 1.c).

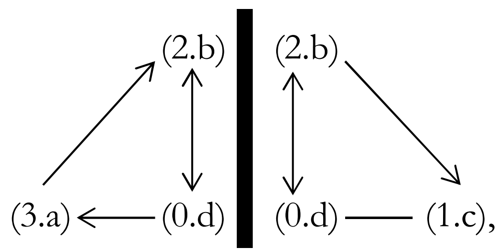
Since signs are not given (vorgegeben), but thetically introduced or interpreted, the interpreter comes first who establishes later the interpretant relation. It is then clear, that second, there is the object as categorial or disposable object (cf. Bense 1975, pp. 45 s., 65 s.) which is not in an interpretant relation with the interpreter. However, the categorial object is not yet in a denomination relation with the interpretant, since a medium has not yet been selected! Therefore, third, there is the selection of a medium by the interpreter for the categorial object. Only after this selection is done, in which disposable media are turned into relational media (Bense 1975, pp. 45 s.), an object-relation can establish, and this object-relation established between the interpreter, the categorial object and the relational media. During this establishing process, the interpreter becomes the interpretant relation, so that relational media, object relation and interpretant relation form the elementary monocontextural sign model that is transcendent to its categorial object. However, since in our model of semiosis the categorial object was part of sign relations from the beginning, we have the elementary tetradic polycontextural sign model, in which, however, the categorial object does not stand in any relational, but only in categorial relation to the three relation of the monocontextural sign.

We thus come to the following 4-adic sign model

$$\begin{tikzcd}
 & (2.b) \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dr] & \\
(3.a) \arrow[ur] & (0.d) \arrow[l] \arrow[r, dash] & (1.c)
\end{tikzcd}$$

Only the relation between (2.b) $\leftrightarrow$ (0.d) is bilateral, since this is the mutual exchange (substitution) relation between the categorial object and the object relation of the sign. In the relation (3.a) $\leftarrow$ (0.d) the arrow points only to the interpretant, given the fact that already categorial objects possess an intrinsic pre-semiotic trichotomy which is later inherited by the semiotic trichotomies (cf. Toth 2008, pp. 166 ss.). No direction of the relation is indicated in (0.d) – (1.c), since the choice of a media is arbitrary in that sense that the media is not obliged to choose a quality, quantity or relation to have in common with the categorial object. However, as soon as the bilateral relation between categorial object and object relation is established, the direction of the relation between object relation and media (2.b) $\rightarrow$ (1.c) point to the media, because the pre-semiotic trichotomy has now already established from (0.d) to (2.b), whereby d, b $\in$ {.1, .2, .3}, so that these three trichotomic values are pre-given and the choise of the media from the object relation is now in this respect not fully free anymore, but determined, as the inclusive semiotic order ($a \leq b \leq c$) has also been inherited with the pre-semiotic trichotomoties from the level of the categorial object. The last remaining relation (3.a) → (2.b) says that the interpretant relation as a connex establishes a relation of sense over the relation of meaning that has already established at this point by the semiosis.

If we now split our pre-semiotic sign model into two halfs:



we get two very interesting new sign models: To the left

SM1 = (3.a 2.b 0.d),

which is a sign model without sign carrier, but whose material function is taken over by the embedded categorial object itself. To the right

SM2 = (2.b 1.c 0.d),

which is a sign model without interpretant/designation connex. This is a variation of the dyadic Saussurean sign model enlarged by the embedded categorial object into a triadic sign relation.

It is needless to say that the above sign model consisting of the two sign models 1 and 2 is of high interest for category theoretic (and possibly also for saltatory theoretic [Kaehr]) semiotic. We will deal with details in one of the next publications.

Literature

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952
Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Mehrdimensionale Semiotik. 2 vols. Klagenfurt 2009

Decompositions of semiotic matrices

1. In one of the most intelligent books that has ever been written, in Rudolf Kaehr's "Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere", we read: "In transcomputationalen Systemen gibt es eine Vielheit von gleichen und selbigen Systemen, die Übergänge verschiedenster Ursprünge realisieren und die in verschiedene Emanationen engebettet sind. In einem klassischen binären System gehört jeder binäre Teilgraph als Teil zum System. M.a.W., ein Teilsystem lässt sich nicht von anderen Teilsystemen absondern oder isolieren. Deswegen nicht, weil es letztlich einen mit anderen Teilsystemen gemeinsamen Anfang hat (...). In polykontexturalen Systemen gibt es eine Vielheit selbiger und gleicher, doch nicht identischer Teilsysteme, die sich nicht mehr unter einem gemeinsamen binären Anfang subsumieren lassen (Kaehr 2004, pp. 141 s.).

Especially for semiotics, Kaehr (2009) has shown some decompositions of matrices by starting with contextuated sub-signs.

2. Let us first introduce a new semiotic 4×4 matrix (tetradic-trichotomic)

$$\left(\begin{array}{|cccc}
0.1 & 0.2 & 03 & 0.4 \\
11 & 12 & 11 & 14 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.3 \\
3..1 & 3.2 & 3.3 & 3.4
\end{array}\right)$$

We can now decompose this matrix to its part-matices:

0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4
1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4

0.1	0.3	0.1	0.4	0.2	0.4
1.1	1.3	1.1	1.4	1.2	1.4

1.1	1.2	1.2	1.3	13	1.4
2.2	2.3	2.2	2.3	2.2	2.43

1.1	1.3	1.1	1.4	1.2	1.4
2.1	1.3	2.1	2.4	2.2	2.4

2.1	2.2	2.2	2.3	2.3	2.4
3.1	3.2	3.2	3.3	3.3	3.4

2.1	2.3	2.1	2.4	2.2	2.4
3.1	1.3	3.1	2.4	3.2	3.4

0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4
2.1	2.2	2.2	2.3	2.3	2.4

0.1	0.3	0.1	0.4	0.2	0.4
2.1	1.3	2.1	2.4	2.2	2.4

0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4
3.1	3.2	3.2	3.3	3.3	3.4
0.1	0.3	0.1	0.4	0.2	0.4
3.1	3.3	3.1	3.4	3.2	3.4
1.1	1.2	1.2	1.3	13	1.4
3.1	3.2	3.2	3.3	3.3	3.4
1.1	1.3	1.1	1.4	1.2	1.4
3.1	4.3	3.1	3.4	3.2	3.4
1.1	1.2	1.2	1.3	13	1.4
4.1	4.2	4.2	4.3	4.3	4.4
1.1	1.3	1.1	1.4	1.2	1.4
4.1	4.3	4.1	4.4	4.2	4.4
1.1	1.2	1.2	1.3	13	1.4
4.1	4.2	4.2	4.3	4.3	4.4
1.1	1.3	1.1	1.4	1.2	1.4
4.1	4.3	4.1	4.4	4.2	4.4

Hence, the above 4×4 matrix has 3 times 6 = 18 decompositional matrices.

3. Now let us have a look at the pre-semiotic tetradic trichotomic matrix introduced by Toth (2008):

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

This matrix has the following 9 decompositions or part-matrices, respectively:

$$\begin{matrix} 0.1 & 0.2 \\ 1.1 & 1.2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0.2 & 0.3 \\ 1.2 & 1.3 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0.1 & 0.3 \\ 1.1 & 1.3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 1.2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1.2 & 1.3 \\ 2.2 & 1.3 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1.1 & 1.3 \\ 2.1 & 1.3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2.1 & 2.2 \\ 3.1 & 3.2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 2.2 & 2.3 \\ 3.2 & 3.3 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 2.1 & 2.3 \\ 3.1 & 3.3 \end{matrix}$$

4. Finally, the usual 3×3 matrix has the following 6 decompositions:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

1.1	1.2	1.2	1.3	1.1	1.3
2.1	2.2	2.2	2.3	2.1	2.3

2.1	2.2	2.2	2.3	2.1	2.3
3.1	3.2	3.2	3.3	3.1	3.3

1.1	1.2	1.2	1.3	1.1	1.3
3.1	3.2	3.2	3.3	3.1	3.3

An interesting question – raised indirectly by Ditterich (1990), who considered the Saussurean dyadic sign relation a part-relation of the Peircean triadic sign relation, is: With which of the 18 + 9 + 6 = 31 dyadic pair relations ($^2R \subset {}^3R \subset {}^4R \subset ...$) is the Saussurean sign model identical? Since it is clear since Toth (1991) that the signifié is the media relation (M ≡ .1.), with which fundamental category corresponds the "image acoustique"? With (O ≡ .2.) – clearly no. With (I ≡ .3.) – most probably no. Therefore, the image acoustique is a semiosis (O → I ≡ .2. → .3.). Therefore, we can reconstruct the Saussurean sign relation as

$$SSR = \{\langle x, y\rangle \mid x \in \{(1.1), (1.2), (1.3)\}, y = (2.3)\},$$

in enumerating form:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.2 & 2.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.2 & 1.3 \\ 2.2 & 2.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.1 & 1.3 \\ 2.2 & 2.3 \end{pmatrix},$$

from which the following dyadic sign relations can be constructed:

(1.1, 1.1)	(1.2, 1.2)	(1.1, 1.1)
(1.1, 1.2)	(1.2, 1.3)	(1.1, 1.3)
(1.1, 2.2)	(1.2, 2.2)	(1.1, 2.2)
(1.1, 2.3)	(1.2, 2.3)	(1.1, 2.3)
(1.2, 1.2)	(1.3, 1.3)	(1.3, 1.3)
(1.2, 2.2)	(1.3, 2.2)	(1.3, 2.2)
(1.2, 2.3)	(1.3, 2.3)	(1.3, 2.3)

(2.2, 2.2)	(2.2, 2.2)	(2.2, 2.2)
(2.2, 2.3)	(2.2, 2.3)	(2.2, 2.3)
(2.3, 2.3)	(2.3, 2.3)	(2.3, 2.3),

thus 10 “sign classes” each (and via dualization 10 corresponding “reality thematics”.

Literature

Kaehr, Rudolf, Kaehr’s “Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere”. Glasgow 2004

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2008)

Semiotic functor categories and Trijoins

1. There are basically two ways to ascribe categories to sign relations: The first method, going back to Bense (1981, pp. 124 ss.), ascribes categories directly to sub-signs. Therefore, the so-called numerical semiotic matrix to the left can be directly transformed into the categorical semiotic matrix to the right:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} id1 & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha° & id2 & \beta \\ \alpha°\beta° & \beta° & id3 \end{pmatrix}$$

However, what we do here, is ambiguous:

1. Either we treat sub-signs as objects ((1.1), (1.2), (1.3), ...) and replace them by morphisms. But then, the mappings between morphisms (in other words: the former objects!) are now functors.
2. Or we treat sub-signs as morphisms ((1→1), (1→2), (1→3), ...) and replace them by meta-morphisms and later map meta-morphisms on meta-morphisms.

This differentiation may seem a bit over-subtle. However, it is not, since the basic question is, what is a sub-sign? Bense (1975, p. 92) pointed out that the sub-signs show "relativ extreme Stabilität" on the one side, but also a "Prozess der Abstraktion im kommunikativen Medium des 'zweiseitigen Bewusstseins' zwischen 'Ego' und 'Nichtego'". Thus, a sub-sign is a hermaphrodite that can either function as a static part-sign or as a dynamic semiosis. Thus, in semiotic category theory we are dealing either with morphisms or with functors (cf. also Toth 1997, pp. 21 ss.). However, it is necessary to differentiate!

2. In order to show what is meant here, let us take the sign class

(3.1 2.1 1.3).

What I have written down here, means either

$<A, B, C>$ with $A, B, C \in \{(1.1), (1.2), (1.3), ..., (3.3)\} = PZ \times PZ$,

whereby PZ is the set of prime-signs, PZ = {1, 2, 3}.

Or it means

<<a→b>, <c→d>, <e→f>> with a, ..., f ∈ PZ.

But we are not finished yet, since the Peircean sign has been introduced by Bense explicitly as a "relation over relations" (1979, p. 53), which means that the monadic relation 1 is included in the dyadic relation 2 and both are included in the triadic relation 3

SR = ((1→2)→3).

So, this is the case <<a→b>, <c→d>, <e→f>>, since for the identitive sign relation with the "genuine" sub-signs we get

GSR1 = (((1→1)→(2→2))→(3→3)).

We will call this type, in which the mappings between the sub-signs alias semioses (morphisms) are functors, dynamic categories, while we call the other type,

GSR2 = <A, B, C>,

in which the mappings between static sub-signs (objects) are morphisms, static categories. As we will see in the next chapter, the differentiation between GSR1 and GSR2, based on the simple recognition on the doubled nature of sub-signs, leads practically to a second system of semiotics: static vs. dynamic semiotics (cf. Toth 2008, pp. 159 ss.).

3. Practically, this means, that we have obtained now a second way to ascribe categories to sign relations (cf. 1.). The abstract scheme is

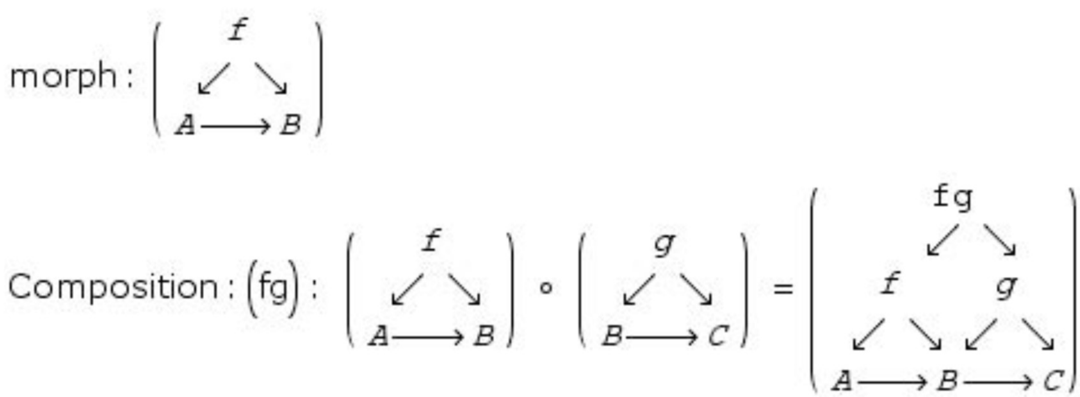
SR = (3.a 2.b 1.c) → (((3.2), (a.b)), ((2.1), (b.c)))

With these relational interconnections ("entanglements"), the dynamic structure of (3.a 2.b 1.c) is guaranteed, i.e. the semioses and not anymore, as in (1.), the objects, are topic of categorical mapping. Dynamic categories thus take care of Bense's statement that sign relations are relations over relations, and thus interconnected relations. Of course, we could also say that the first case (1.) is a morphismic, and the second case (3.) a functor category.

Therefore, we can now make a nice list consisting of the 10 Peircean sign classes in usual numerical form (left), as morphismic categories (middle), and as functor categories (right):

(3.1 2.1 1.1)	[α°β°, α°, id1]	[[β°, id1], [α°, id1]]
(3.1 2.1 1.2)	[α°β°, α°, α]	[[β°, id1], [α°, α]]
(3.1 2.1 1.3)	[α°β°, α°, βα]	[[β°, id1], [α°, βα]]
(3.1 2.2 1.2)	[α°β°, id2, α]	[[β° α], [α°, id2]]
(3.1 2.2 1.3)	[α°β°, id2, βα]	[[β°, α], [α°, β]]
(3.1 2.3 1.3)	[α°β°, β, βα]	[[β°, βα], [α°, id3]]
(3.2 2.2 1.2)	[β°, id2, α]	[[β°, id2], [α°, id2]]
(3.2 2.2 1.3)	[β°, id2, βα]	[[β°, id2], [α°, β]]
(3.2 2.3 1.3)	[β°, β, βα]	[[β°, β], [α°, id3]]
(3.3 2.3 1.3)	[id3, β, βα]	[[β°, id3], [α°, id3]]

4. When I read one of the last works of Rudolf Kaehr, I stumbled over his introduction of Edward L. Robertson's "Trijoins" (Kaehr 2009, p. 2):



So, before I conclude my present study, I will explain quickly, why I think that Trijoins are exciting for mathematical semiotics, too. If we would start with the morphismic (static) categories, we would have a serious problem to transform a sign class into a Trijoin, since there is no way in sight how to transform the triadic categorical structure [A, B, C]

without raping into a trijoin, unless somebody would come to the following strange idea:

$$\begin{array}{c} \qquad\qquad B \\ \qquad\qquad \swarrow\searrow \\ SR = [A, B, C] \rightarrow A \rightarrow C. \end{array}$$

This would mean that, for the triple (A, B, C), the binary relation B(A, C) holds (cf. Robertson 2005, p. 7)! Since a rotation operator ρ is also defined in the triadic Robertson algebra, it would be easy to prove not only that semiotic triads can be reduced to dyads (cf. Robertson's example 3.4.), but that because of rotation all three categories could be eliminated to a pair of two others. This is of course nonsense.

However, we are stuck with the problem, that [A, B, C] is a triple and not a pair. Of course, we could do what every good category theorist does, to transform a triple into <u>two</u> pairs by hallucinating two times the middle category (in pure extensional category theory, as in set theory, two sets like {a, b, c} and {a, b, b, c} are the same). However, from the semiotic standpoint, this does not work, since [A, B, B, C] is not a triad, but a tetrad, and what a sign with two instead of one object relation should be, is more than unclear. Note that this is not the same like to explain a triad out of two dyad by "union", "concatenation" or the like (cf., e.g, Walther 1979, p. 79: $(1.3 \rightarrow 2.1) \cup (2.1 \rightarrow 3.1)$, etc.).

The only clean and working thing, we can do, is to switch from

[A, B, C] → [[(a.b), (c.d)], [(c.d), e.f)]],

i.e. to use Walther's device of decomposing a triad into two pairs of dyads, and then reducing them by semiotic interconnection to a Trijoin:

[[(a.b), (c.d)], [(c.d), e.f)]] → [[a.c, b.d], [c.e, d.f]] → Trijoin:

$$\begin{tikzcd}
& {[[(a.b), (c.d)] \Diamond [(c.d), e.f)]]} \arrow[d, shift right] \arrow[d, shift left] & \\
& {[[a.c, b.d], [c.e, d.f]]} \arrow[dl] \arrow[d, shift right] \arrow[d, shift left] \arrow[dr] & \\
A \arrow[r] & B \arrow[r] & C
\end{tikzcd}$$

Literature

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Triadic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Triadic%20Diamonds/Triadic%20Diamonds.pdf (2009)

Robertson, Edward L., An Algebra for Triadic Relationen. Bloomington 2005

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Tübingen 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

How many saltatories does a sign have?

1. Rudolf Kaehr (e.g. Kaehr 2009, p. 1) introducesd the basic element of diamond theory, the diamond category consisting out of category and its "saltatory" like follows:

$$\left(\begin{array}{c|c} \begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "h"'] & S \arrow[d, "g"] \\ & C \end{tikzcd} & \text{saltatory} \\ & a \longleftarrow b \\ \hline \text{category} & \end{array}\right)$$

Therefore, every sign class (3.a 2.b 1.c) has exactly one saltatory:

$$\begin{array}{ccc|c} (3.a)_{i,k} & \rightarrow & (2.b)_{k,l} & \\ & & & (3.a)_{k,i} \leftarrow (1.c)_{m,l} \\ & \searrow & & \\ & & (1.c)_{l,m} & \end{array}$$

2. The question is now, what is a semiotic category. For Kaehr 2009 (as well as for me), it is obviously a sign class (or reality thematic). Then, we have two possibilities how to treat the sub-sings: 1. as objects, 2. as morphisms. In the second class, therefore, we have a functor category with a few nice properties that have never been applied yet to semiotics (and which we spare for another publication). However, since a sign class is semiotic category, we do not get one, but 6 saltatories:

$$\begin{array}{l|l} (3.a_{i,k} \rightarrow 2.b_{k,l}) & (3.a_{i,k} \leftarrow 2.b_{k,l}) \\ (2.b_{k,l} \rightarrow 1.c_{l,m}) & (2.b_{l,k} \leftarrow 1.c_{m,l}) \\ (3.a_{i,k} \rightarrow 1.c_{l,m}) & (3.a_{i,k} \leftarrow 1.c_{m,l}), \end{array}$$

corresponding to the following types of composition:

$(3.a_{i,j} \rightarrow 2.b_{k,l}) \lozenge (2.l_{k,l} \rightarrow 1.c_{m,n})$
$(1.c_{m,n} \rightarrow 2.b_{k,l}) \lozenge (2.b_{k,l} \rightarrow 3.a_{i,j})$
$(3.a_{i,j} \rightarrow 1.c_{m,n}) \lozenge (1.c_{m,n} \rightarrow 2.b_{k,l})$

$(2.b_{k,l} \rightarrow 1.c_{m,n}) \lozenge (1.c_{m,n} \rightarrow 3.a_{i,j})$
$(1.c_{m,n} \rightarrow 3.a_{i,j}) \lozenge (3.1_{i,j} \leftarrow 2.b_{k,l})$
$(2.b_{k,l} \rightarrow 3.a_{i,j}) \lozenge (3.a_{i,j} \leftarrow 1.c_{m,n})$,

with matching conditions according to the maximal number 2 contextural indices, if C = 3 and of maximal number of 3 contextural indices, if C = 4 (maximal number in both cases with genuine sub-signs or identitive morphims/functors, resp., 0nly). However, in contextures C ≥ 3, we have 3!, 4!, 5!, etc. possible permutations of the contextural indices, so that from categorial indices alone, we have in C = 4 (3! = 6), in C = 5 (4! = 25) weitere Saltatorien.

Hence, summing up, every 3-adic n-contextural sign class has 3! = 6 permutations of their objects or morphisms, resp., plus n! permutations of their caegorial indices, thus together 3! · n! saltisitions.

Literature

Kaehr, Rudolf, Generalized diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Generalized_Diamonds/Generalized_Diamonds.pdf (2009)

Saltisition und Komplementarität in der Semiotik

1. Es ist das große Verdienst des vor kurzem verewigten Systemtheoretikers Rudolf Kaehr, in Zusammenarbeit mit dem STL zwischen 2008 und 2012 die Grundlagen für eine polykontexturale Semiotik geschaffen zu haben (vgl. Kaehr 2009 und spätere Einzelaufsätze). Im folgenden gehen wir von dem logischen Tetralemma aus, das Kaehr als diamond category eingeführt hatte, d.h. als Kategorie, für welche neben logischer Position und Negation nicht nur Akzeption (sowohl – als auch), sondern auch Rejektion (weder – noch) gilt.

2. Nach Kaehrs mathematischer Diamantentheorie (Kaehr 2007) kann man jedes Zeichen als diamond darstellen. In der Form der kanonischen, auf Peirce zurückgehenden (sog. retrosemiosischen) Ordnung der Form

$Z = (3.x > 2.y > 1.z)$

hat der Z zugehörige diamond die folgende abstrakte Form

$$\begin{tikzcd}
 & 3.x & 1.z \arrow[l] \arrow[dr, dash] & \\
3.x \arrow[ur, dash] \arrow[r] \arrow[dr, dash] & 2.y \arrow[r, phantom, "\circ"] & 2.y \arrow[r] & 1.z \\
 & 3.x \arrow[r] & 1.z \arrow[ur, dash] &
\end{tikzcd}$$

Nun erhält aber jede semiotischen Subrelation eine Kontexturenzahl. Für die von Bense (1975, S. 37) eingeführte 3×3-Matrix ergibt die Dekomposition der Matrix ein eindeutiges Resultat (vgl. Kaehr 2009, S. 257)

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{\mathbf{1.3}} & \mathbf{1.2}_{1} & \mathbf{1.3}_{\mathbf{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{\mathbf{1}} & \mathbf{2.2}_{\mathbf{1.2}} & \mathbf{2.3}_{\mathbf{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{\mathbf{3}} & \mathbf{3.2}_{\mathbf{2}} & \mathbf{3.3}_{\mathbf{2.3}} \end{pmatrix}$$

Egal also, welche Werte man für x, y, z ∈ {1, 2, 3} wählt, es gilt somit

$(3.x \rightarrow 1.z)^{-1} \neq (3.x \leftarrow 1.z)$

bzw.

$(3.x \leftarrow 1.z)^{-1} \neq (3.x \rightarrow 1.z)$.

Kaehr spricht in seinen späteren Arbeiten von "saltisition (jump-operation)" (Kaehr 2012, S. 27).

3. Systemtheoretisch gesehen, bedeutet die Saltisition (die übrigens bis auf die Kontexturenzahlen mit der semiotischen Gebrauchsfunktion im Sinne einer "pragmatischen Retrosemiose" identisch ist, vgl. Bense 1975, S. 109 ff.) eine Umgebung von Z. Eine weitere Umgebung ergibt sich aus dem ebenfalls von Kaehr entdeckten Bi-Zeichen-Modell (vgl. Kaehr 2009, S. 184 ff.). Zunächst wird das Zeichen in einen diamond eingebettet. Dieser stellt aber das Zeichen, wie wir in Kap. 2 gesehen haben, zusammen mit seiner Umgebung dar. Ein Bi-Zeichen ist demnach ein diamond zusammen mit doppelter "Verankerung" (im Sinne der polykontexturalen Entsprechung des monokontexturalen Satzes vom zureichenden Grunde). Kompositionen von Bi-Zeichen und ihre chiastischen Relationen werden als Texteme definiert (vgl. Kaehr 2009, S. 193).

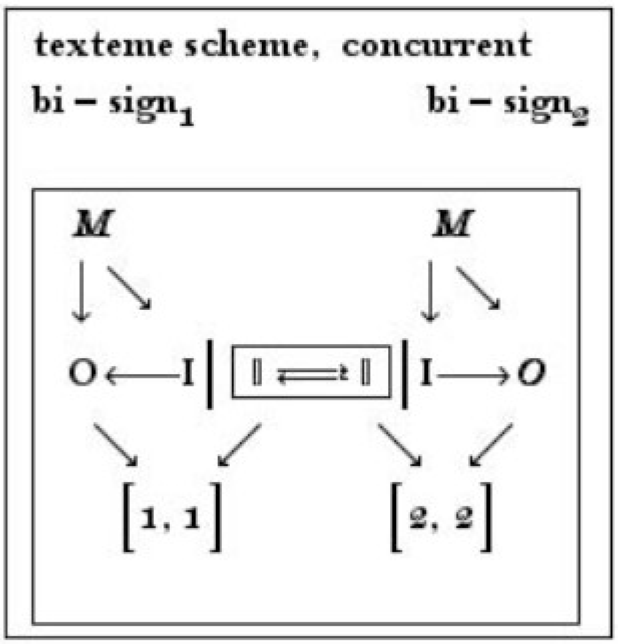
texteme :

diamond = (sign + environment)

bi – sign = (diamond + 2 – anchor)

texteme = (composed bi – signs + chiasm) .

Konvers kann man allerdings sagen, daß hier nicht mehr das Zeichen, sondern das Textem zum Basiselement geworden ist: es wird aus einem Textem herausgelöst und im Grunde nicht in es eingebettet. Jedes Teilzeichen eines Bi-Zeichens hat somit eine weitere Form von Umgebung. Sie ist in dem folgenden Schema aus Kaehr (2009, S. 193) in einen Kasten mit "Parallax"-Doppelpfeilen gesetzt.



$(3.x \rightarrow 1.z)^{-1} \neq (3.x \leftarrow 1.z)$

bzw.

$(3.x \leftarrow 1.z)^{-1} \neq (3.x \rightarrow 1.z)$

ist somit die äußere Umgebung eines Zeichens relativ zu einem Textem, und für jedes Zeichen im Sinne eines Teilzeichens eines Textems ist

$(3.x \rightarrow 2.y) \circ (2.y \rightarrow 1.z) \mid\mid (2.y_j \leftarrow 2.y_i)$

die korrespondierenden innere Umgebung. In desem Falle spricht Kaehr von "category-saltatory complementarity" (2012, S. 27).

Zusammenfassend ergibt sich also für jede kontexturierte Zeichenrelation der Form

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma)$

die äußere Umgebung durch saltisition/jump operation (||)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \mid\mid (2.y_{\beta j} \leftarrow 2.y_{\beta i})$

und die innere Umgebung durch kategorisch-saltatorische Komplementarität (|)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \mid (3.x_\alpha \leftarrow 1.z_\gamma)$.

Man beachte, daß diese Begriffe auch erkenntnistheoretisch vertretbar sind, denn semiotisch gesehen bedeutet Pragmatik eine Rückabbildung des Interpretantenbezuges auf das Repertoire, aus dem er selektiert wurde und somit eine innere Umgebung, während die Rückabbildung des Objektbezuges, der ja die Relation des Zeichens zu seinem bezeichneten und somit äußeren Objekt thematisiert, eine äußere Umgebung darstellt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Kaehr, Rudolf, The Amazing Power of Four. In: Think ArtLab, 2012

Polyadische semiotische Relationen

1. Von mir selbst (vgl. Toth 2008) und auch von Kaehr (2008) wurde die Möglichkeit vorgeschlagen, die triadisch-trichotomische Peircesche Semiotik zu erweitern. Ein weiterer Vorschlag betrifft den Versuch, Peirce bekannte 66 Zeichenklassen als dekadisch-dekatomische Relationen zu konstituieren (vgl. Bogarin 2002). Auf der anderen Seite ist bekannt, dass das Saussuresche Zeichenmodell dyadisch ist – wobei hier keine dichotomische Unterscheidung gemacht wird, eine solche wurde z.B. von de Couto (1981) versucht. Ferner gibt es sogar bei Bense die wohl ursprünglichste Konzeption des Zeichens als 1-stelliger Seinsfunktion, d.h. des monadischen Zeichens (Bense 1976, S. 26).

2. Eine Erweiterung des Peirceschen Zeichenmodells muss zweierlei berücksichtigen:

2.1. Die rein mathematisch-logische, d.h. relationentheoretische Erweiterung muss einhergehen mit sinnvollen Interpretationen, da die Semiotik für sich beansprucht, nicht wie die Logik und Mathematik mit syntaktischen Tokens, sondern mit Zeichen, die Bedeutung und Sinn tragen, zu rechnen.

2.2. Es muss zwischen den folgenden drei relationentheoretischen Erweiterungen unterschieden werden:

2.2.1. n-adische Erweiterung allein, d.h. 3-/4-/5- ... –adisch-trichotomisch.
2.2.2. n-atomische Erweiterung allein, d.h. z.B. 3-adisch-4-/5-/6- ... atomisch.
2.2.3. n-adisch/n-atomische Erweiterungen, d.h. tetradisch-tetratomisch, pentadisch-pentatomische, hexadisch-hexatomische, usw.

Zu den bisherigen Versuchen vgl. z.B. Toth (2008, S. 214 ff., Toth 2009a). Zahlreiche Untersuchungen zu tetradisch-tetratomischen Matrizen und Zeichenrelationen findet sich in Kaehrs neu zu einem Buch zusammengefassten Studien (Kaehr 2009).

3. Ein weiteres Problem, auf das m.W. nie Bezug genommen wurde, ist, dass die Peirceschen Fundamentalkategorien von Bense (1980) ja explizit als Primzeichen eingeführt wurden und zwar analog zu den ersten drei Primzahlen 1, 2, 3, die 1 hier also ausnahmsweise mitgezählt. Erweitert man also nach 2.2.1., dann stellt sich die Frage, auf welche der beiden folgenden Weisen man erweitert:

3.1. 3-adisch, 4-adisch, 5-adisch, ...
3.2. 3-adisch, 5-adisch, 7-adisch,

also ob nach 3.1. einfach natürliche Zahlen eingesetzt werden können oder diese, wie in 3.2. prim sein müssen, denn auch wenn Bense das in der genannten Publikation nicht so sagt, so scheint das Primsein seiner Ansicht nach das konstitutive Merkmal von Kategorien zu sein, wenigstens was die Peircesche Reduktion der bekannten längeren Kategorientafeln betrifft. So gibt es z.B. bei Peirce keine Kategorie der Zufälligkeit, weil sich diese aus den Kategorien der Möglichkeit und der Wirklichkeit zusammensetzt und also nicht prim ist. Umgekehrt gibt es in der üblichen ontologischen Deutung der Modallogik keine Kategorie der Wirklichkeit (vgl. Menne 1991, S. 57), weil man sich diese als aus Möglichkeit und Notwendigkeit zusammengesetzt denken kann. Kategorien sind also bereits für Peirce offenbar weniger apriorische Denkformen als disjunkte Zerlegungen von Modalität, d.h. prime Partitionen. Vieles spricht also dafür, dass die Methode 3.2 der Methode 3.1. vorzuziehen ist.

4. Nun besagt Schröders Theorem, dass alle n-adischen (polyadischen) Relationen auf dyadische Relationen zurückführbar sind. Peirce Reduktionstheorem besagt dagegen, dass sich alle n-adischen Relationen auf tradische Relationen zurückgeführt werden lassen (vgl. Toth 2007, S. 173 ff.). Wenn wir nun z.B. die 5stellige Relation

Zkl = (5.a 4.b 3.c 2.d 1.e)

in Triaden zerlegen wollen, dann gibt es folgende zweimal 9 Möglichkeiten (ohne Permutationen) – auf der linken Seite mit nicht-primen und auf der rechten Seite mit primen Kategorien:

1. (5.a 4.b 3.c)	1‘. (7.a 5.b 3.c)
2. (5.a 4.b 2.d)	2‘. (7.a 5.b 2.d)
3. (5.a 4.b 1.e)	3‘. (7.a 5.b 1.e)
4. (5.a 3.c 2.d)	4‘. (7.a 3.c 2.d)
5. (5.a 3.c 1.e)	5‘. (7.a 3.c 1.e)
6. (4.b 3.c 2.d)	6‘. (5.b 3.c 2.d)
7. (4.b 3.c 1.3)	7‘. (5.b 3.c 1.3)
8. (4.b 2.d 1.e)	8‘. (5.b 2.d 1.e)
9. (3.c 2.d 1.e)	9‘. (3.c 2.d 1.e)

Behandelt man diese Zeichenrelationen nun als rein abstrakte Relationen, so sind die 9 Fälle auf der linken Seite sehr schnell erledigt: sie sind alle isomorph zu

(3.a 2.b 1.c)

und damit zur gewöhnlichen triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichenrelation. Dies ist allerdings nicht der Fall mit den 9 Fällen auf der rechten Seiten, denn keine der

5 primen Kategorien 7, 5, 3, 2, 1 ist durcheinander teilbar, so dass sie somit alle irreduzibel und nicht zueinander isomorph sind.

Nachdem wir nun Peirces Theorem mit zwei völlig verschiedenen Ergebnissen angewandt haben, wenden wir Schröders Theorem an zerlegen die Pentaden in Dyaden:

1. (5.a 4.b 3.c) ≡ (5.a 4.b) (4.b 3.c)
2. (5.a 4.b 2.d) ≡ (5.a 4.b) (4.b 2.d)
3. (5.a 4.b 1.e) ≡ (5.a 4.b) (4.b 1.e)
4. (5.a 3.c 2.d) ≡ (5.a 3.c) (3.d 2.d)
5. (5.a 3.c 1.e) ≡ (5.a 3.c) (3.c 1.e)
6. (4.b 3.c 2.d) ≡ (4.b 3.c) (3.c 2.d)
7. (4.b 3.c 1.e) ≡ (4.b 3.c) (3.c 1.e)
8. (4.b 2.d 1.e) ≡ (4.b 2.d) (2.d 1.e)
9. (3.c 2.d 1.e) ≡ (3.c 2.d) (2.d 1.e)

1‘. (7.a 5.b 3.c) ≡ (7.a 5.b), (7.a 3.c), (5.b 3.c)
2‘. (7.a 5.b 2.d) ≡ (7.a 5.b), (7.a 2.d), (5.b 2.d)
3‘. (7.a 5.b 1.e) ≡ (7.a 5.b), (7.a 1.e), (5.b 1.e)
4‘. (7.a 3.c 2.d) ≡ (7.a 3.c), (7.a 2.d), (3.c 2.d)
5‘. (7.a 3.c 1.e) ≡ (7.a 3.c), (7.a 1.e), (3.c 1.e)
6‘. (5.b 3.c 2.d) ≡ (5.b 3.c), (5.b 2.d), (3.c 2.d)
7‘. (5.b 3.c 1.e) ≡ (5.b 3.c), (5.b 1.e), (3.c 1.e)
8‘. (5.b 2.d 1.e) ≡ (5.b 2.d), (5.b 1.e), (2.d 1.e)
9‘. (3.c 2.d 1.e) ≡ (3.c 2.d), (3.c 1.3), (2.d 1.3)

Wie man also erkennt, kann man zwar Pentaden und höhere polyadische Relationen sowohl in Triaden als auch in Dyaden zerlegen, aber die Ergebnisse sind verschieden: Bei nicht-primen Kategorien sind sämtliche Triaden (evtl. unter Anwendung eines „Normalformoperators“) zueinander isomorph, bei primen Kategorien ist dies nicht der Fall. Dementsprechend ist auch die weitere Zerlegung der Triaden in Dyaden nicht isomorph. Anforderung 2.1. ist jedenfalls nur dann gegeben, wenn man zusätzliche Kategorien als prime einführt.

5. Was nun die Anforderungen 2.2. betrifft, also die unterschiedliche Erweiterung von Relationen nach –aden oder –tomien, so herrschen bei den –tomien praktisch keine Begrenzungen. Wie in Toth (2009b) dargestellt, stehen die –aden ja für Objektskonstanten, so dass hier die Primheit im Sinne der individuellen Unteilbarkeit

eine Rolle spielt, dies ist aber nicht der Fall bei den –tomien, die ja für Subjektsvariablen stehen, so dass einfach bei jedem Schritt der linearen Peanoprogression ein Subjekt mehr dazu kommt (und damit polykontextural gesehen natürlich einen weiteren ontologischen Ort für sich beansprucht). Da jedes Subjekt 1, 2, 3, ..., an sich als Individuum eingeführt, entfällt hier also die Limitationsforderung an Primheit der –tomischen Kategorien.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bogarin, Jorge, Zeichen der Ästhetik: Die Zeichenklasse des ästhetischen Zustands als zehnstellige Relation. In: Bayer, Udo/Gfesser, Karl (Hrsg.), Kontinuum der Zeichen. Stuttgart 2002, S. 113-128

de Couto, Hildo Honorio, Sign relations. In: LACUS 8, 1981, S. 148-162

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 3. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Balanc.%20u.%20unbalanc..pdf (2009a)

Toth, Alfred, Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Dualization und Triadization of sign classes

1. Everybody, who has studied theoretical semiotics, knows, that a sign class of the general form

(3.a 2.b 1.c)

can be transformed in its reality thematics by application of the operation of dualization ("×") to the sign class:

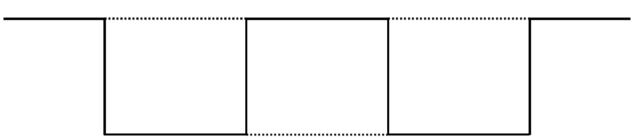
×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3).

Hence, dualization turns not only the order of the sub-signs, but also the order of their prime-signs around. Another operation, which I had called "reflection" (R), has never been applied in Bense-Semiotics:

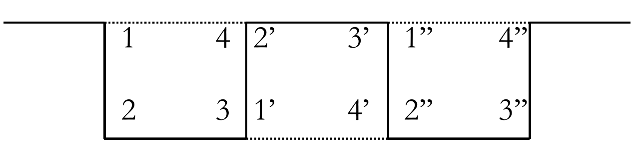
R(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a),

but as I have shown in Toth (2008, pp. 177 ss.), reflection of a sign class leads to one of totally 6 possible permutations of a triadic sign class (and vice versa, of a reality thematic).

2. In one of the first attempts at polycontextural semiotics, Kronthaler had suggested that polycontextural sign classes should be triadized or even tetradized "in order to take care of the role of the localization of the interpretant" (1992, p. 293). As a sign model he suggested the partly open, partly closed meander (without reference from Kristeva's "Semeiotike", 1969)



However, I cannot see, what this model has to do either with triadization or with tetradization. If we label the corners



we recognize that a tetradic sign class following the meander model does not show any structural feature different from any monocontextural triadic sign class

(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) × (3.1 2.1 1.3)

In words: The tetradic structure (2' –3'-1'-4') is as different from the tetradic structure (1-4-2-3) as the triadic structure (3.1 1.2 1.3) is different from the triadic structure (3.1 2.1 1.3), one can see that best at the dashed connection between (2.1) and (1.2). That means: Both (2' –3'-1'-4') and (3.1 1.2 1.3) are reality thematics from (1-4-2-3) and (3.1 2.1 1.3), respectively, won by dualization, and only the doubled dualization brings back the original sign class:

××(4.a 3.b 2.c 1.d) = (4.a 3.b 2.c 1.d)
××(3.a 2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c)

3. Kaehr (2008) introduced inner semiotic environment, i.e. contextures for the sub-signs that constitute sign classes and reality thematics. If we take our example and write the corresponding contextural indices

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$,

then we already see, that converse relations (sub-signs) have the same contextural index. However, if we dualize, then not only the order of the prime-signs, but the order of the indices is inverted, too:

$\times(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.1_{4,1}\ 1.3_{4,3})$.

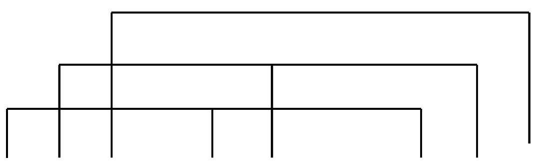
So, this is a real polycontextural sign class (in opposition to Kristeva-Kronthaler's model), but what did change? If we look at

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 2.1_{4,1}\ 1.3_{4,3}) \times (3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$, we see again that $(3.1_{4,3}\ 2.1_{4,1}\ 1.3_{4,3})$ is nothing else than the reality thematic of the un-dualized sign class $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$ and that

$$\times\times(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}).$$

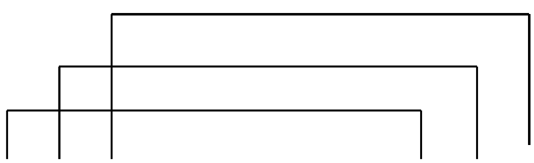
So, neither according to Kronthalers Meander nor according to Kaehr's contextuated sign classes there is a "triadization", "tetradization" or something like that.

4. But halt! Is not Bense's eigenreality (Bense 1992) exactly based on the fact that the eigenreal sign class is identical with its dualized structure? Is this not the reason why Bense ascribed the Möbius band as a model of eigenreality, and stated that in the eigenreal case 1 turning would lead back to the structure of the sign class, whereas in all other 9 sign classes there are 2 turnings needed to get back to the original structure (of the sign class)?



(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)

However, if we compare the above connections with the following:



(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)

than we see that

(3.1(sign class)) ≠ (3.1(reality thematic)), but (1.3(reality thematic))
(2.2(sign class)) ≠ (2.2(reality thematic)), but (2.2(reality thematic))
(1.3(sign class)) ≠ (1.3(reality thematic)), but (3.1(reality thematic)).

In other words: Already in monocontextural sign classes, we come to the insight that what looks identical is not identical, or to differentiate between semiotic surface identity and deep structure identity.

5. The conclusion is more than simple: Dualization (×) of a sign class – mono- or polycontextural – leads to its bijectively mapped reality thematics. In every case, i.e. the eigenreal sign class included, we need doubled dualization (××) to get back to the original structure (sign class or reality class). There is nothing like triadization, tetradization or the like.

5.1. Special conclusion for the Möbius ribbon: It can serve as a model for eigenreality only under the condition that it is possible to prove that "recto"- and "verso"-side of this band are behaving like morphismic (i, j, k) and hetero-morphismic (k, j, i) structures of the indices of the sub-signs in the dualized structures of sign classes (or reality thematics).

Literature

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)
Kristeva, Julia, Σημειωτική. Paris 1969
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2009

Signs and qualitative numbers

1. As Rudolf Kaehr (2009) has shown in an impressive article, it is not enough to introduce the Peicean fundamental categories Firstness, Secondness and Thirdness in order to scoop out the full mathematical potential that lies in sign relations. It is necessary, too, to introduce their inner environments:

Firstness:	Peirce:	A
	Kaehr:	A | a
Secondness:	Peirce:	$A \rightarrow B$
	Kaehr	$A \rightarrow B \mid c$
Thirdness:	Peirce:	$A \rightarrow C$
	Kaehr:	$A \rightarrow C \mid b_1 \leftarrow b_2$

As one can see best under Thirdness, this means that with a morphism, also its corresponding hetero-morphism must be introduced. In his book "Toward Diamonds" (Kaehr 2007), Kaehr had illustrated the interplay between morphisms and hetero-morphisms with an auto-trip: I can only approach Stuttgart, when I am leaving Heilbronn at the same time. I.e., with each step foward, I also make a step backward. The steps backwards are the environment of the steps foward.

If we start with the semiotic 3×3 matrix and assume that signs work in 3 contextures, we obtain the following 3-contextural 3×3 matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

and on its basis the 10 Peircean sign classes and their dual reality thematics, contextuated in 3 contextures:

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)\quad\times\quad(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)\quad\times\quad(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)\quad\times\quad(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)\quad\times\quad(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)\quad\times\quad(3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)\quad\times\quad(3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$

2. Now we will have a look at the qualitative numbers of the first 3 contextures. As it is known, qualitative numbers exist in three number areas (the possible term "number field" does not hold for qualitative numbers, which are not based on identity logic). They are called proto-, deutero- and trito-numbers. Therefore, the interface between the three number areas and thee 3 contextures are:

Proto	Deutero	Trito	
0	0	0	C1
00 01	00 01	00 01	C2
000 001 012	000 001 012	000 001 010 011 012	C3

While in C = 1 and C = 2 there is no difference between proto-, deutero- and trito-numbers, in C = 3, proto- and deutero-numbers are split up into 5 trito-numbers. This means: A sign class which lies in 1 contexture, e.g.

(3.a 2.b 1.c)

is trivially the same in all three qualitative number areas. A sign class which lies in 2 contextures, e.g. the complex sign classes introduced in Toth (2007, pp. 52 ss.), e.g.

(±3.±a ±2.±b ±1.±c)

is also the same in all three qualitative number areas, since this is the field of Aristotelian logic and complex number theory based on it.

However, a sign class which lies in 3 contextures, e.g.

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \equiv (3.1_{[[000],[001],[010],[011],[012]}\ 2.2_{<[0],[00],[01]>}\ 1.2_{[o]})$

is "eineindeutig-mehrmöglich" (one-to-one pluri-valent) and corresponds exactly with the multi-ordinality of A. Korzybski" (Kronthaler 1986, p. 60). This means, from the correspondence between sign, resp. sub-sign and qualitative number, we have for $(3.1_3$ $2.2_{1,2}\ 1.2_1)$:

$(3.1_3) = 3.1_{[[000]}; 3.1_{[001]}; 3.1_{[010]}; 3.1_{[011]}; 3.1_{[012)}$
$(2.2_{1,2}) = 2.2_{[00)}, 2.2_{01]}$
$(1.2_1) = 1.2_{[0]}$

However, if we would write

[[000],[001],[010],[011],[012], <[0],[00],[01]>, [o])

instead of

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$,

the notation of the sign-class with trito-numbers could mean the following sign relations in 3 contextures:

(3.1 2.2 1.2), (3.1 2.2 2.1), (1.3 2.2 1.2), (1.3 2.2 2.1),

since for converse sub-sign-relations we have

$C((a.b)) = C((a.b)°)$.

Also note that for all sub-signs with 2 or more indices, the respective qualitative numbers are members of ordered sets:

[[000],[001],[010],[011],[012], **<[0],[00],[01]>**, [o]),

while the sets of qualitative numbers per contexture are non-ordered:

[[000],[001],[010],[011],[012]] =
[[012], [011], [010], [001], [000]] =
[[011], [010], [012], [000], [001]] = ...

Therefore, the abolishment of eigenreality in polycontextural semiotics which can be numerically shown by the disequation

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq \times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$ with $(2.2_{1,2}) \neq (2.2_{2,1})$

shows that the dissolution of identity which abolishes eigenreality, is nothing else than the total-reflection of the ordered set of n-contextural indices for any n; cf. for n = 4:

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \neq \times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{3,4}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{3,4})$ with $(2.2_{1,2,4}) \neq (2.2_{4,2,1})$.

However, we also see that with increasing n:

n = 2: $(2.2_{1,2}) \neq (2.2_{2,1})$.
n = 3: with $(2.2_{1,2,4}) \neq (2.2_{4,2,1}) \neq (2.2_{4,1,2}) \neq (2.2_{2,1,4}) \neq (2.2_{2,4,1}) \neq (2.2_{4,1,2})$,

the qualitative-mathematical distance between identity-based monocontextural sign relations and identity-abolished polycontextural sign relations grows, and it grows exactly with $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$, so that we can measure the abyss or contextural border between an identity-based relation and a non-identity-based relation as

CB = (n! – 2).

Thus, CB gives us the number of permutations between a morphism and its heteromorphism. In the case of n =4, i.e. in a 5-contextural semiotic systems, we have (4! – 2) = 22, i.e.

$$\underbrace{(a.b)_{i,j,k,l} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a.b)_{l,k,j,i}}_{(n!-2) = 22 \text{ permutations = contextural border (CB)}}$$

Literature

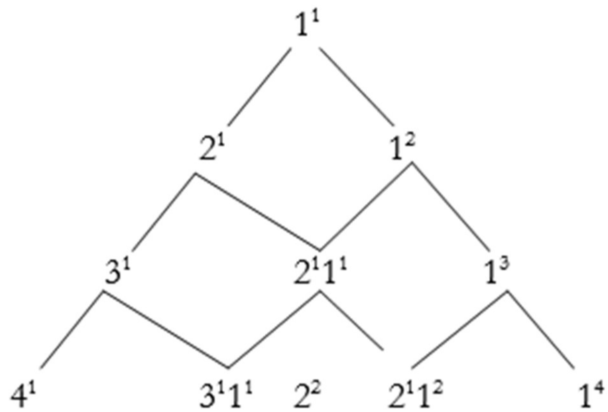
Kaehr, Rudolf, Toward Diamonds. Glasgow 2007
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Model of a 3-adic 3-contextural Deutero-Semiotics

1. In Toth (2009) and several other publications, 3-adic 3- and 4-contextural trito-semiotics has been introduced. However, in any polycontextural system, it is necessary to consider also the respective proto- and deutero-structures.

In a deutero-structure, each kenogram can be iterated, so that pair-set notation is not sufficient anymore. A deutero-sequence and its corresponding number are unambiguously determined by the number of partitions m^n, where m is the length of the iteration and n the number of different kenograms per length of iteration. This definition as well as the following figure are taken from Günther (1978, p. 258); vgl. Toth (2003, p. 16):



2. In semiotics, triadic-trichotomic values, can be written in a notation which resembles to power functions (cf. Toth 2007, p. 215; Toth 2003, pp. 36 ss.) which has been called frequency notation because the basis indicates the triadic value and the exponent the frequency of the trichotomic value. Hence, although semiotic frequency notation and logical deutero-notation are of course not the same, we get exactly the same kind of tree model for deutero-signs as for deutero-numbers. We can therefore note that system of the 10 Peircean sign classes and their dual reality thematics as basis-system of deutero-semiotics:

$(3^1{}_3\ 2^1{}_1\ 1^1{}_{1,3}) \times (1^1{}_{3,1}\ 1^2{}_1\ 1^3{}_3)$

$(3^1{}_3\ 2^1{}_1\ 1^2{}_1) \times (2^1{}_1\ 1^2{}_1\ 1^3{}_3)$

$(3^1{}_3\ 2^1{}_1\ 1^3{}_3) \times (3^1{}_3\ 1^2{}_1\ 1^3{}_3)$

$(3^1{}_3\ 2^2{}_{1,2}\ 1^2{}_1) \times 2^1{}_1\ 2^2{}_{2,1}\ 1^3{}_3)$

$(3^1{}_3\ 2^2{}_{1,2}\ 1^3{}_3) \times (3^1{}_3\ 2^2{}_{2,1}\ 1^3{}_3)$

$(3^1{}_3\ 2^3{}_2\ 1^3{}_3) \times (3^1{}_3\ 3^2{}_2\ 1^3{}_3)$

$(3^2{}_2\ 2^2{}_{1,2}\ 1^2{}_1) \times (2^1{}_1\ 2^2{}_{2,1}\ 2^3{}_2)$

$(3^2{}_2\ 2^2{}_{1,2}\ 1^3{}_3) \times (3^1{}_3\ 2^2{}_{2,1}\ 2^3{}_2)$

$(3^2{}_2\ 2^3{}_2\ 1^3{}_3) \times (3^1{}_3\ 3^2{}_2\ 2^3{}_2)$

$(3^3{}_{2,3}\ 2^3{}_2\ 1^3{}_3) \times (3^1{}_3\ 3^1{}_2\ 3^3{}_{3,2})$

Note that a further simplification $(1^1{}_{3,1}\ 1^2{}_1\ 1^3{}_3) \neq 1^6$ is impossible because of the different contextures involved.

Literature

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klaenfurt 2003

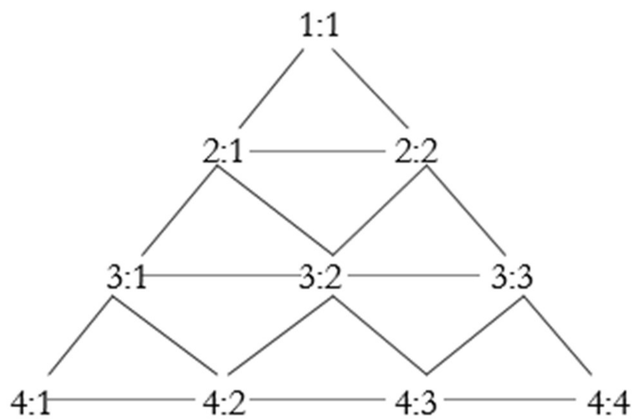
Toth Alfred, Grundleung einer mathematischen Semiotik. Klagenurt 2009

Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf (2009a

Model of a 3-adic 3-contextural Proto-Semiotics

1. In Toth (2009a) and several other publications, 3-adic 3- and 4-contextural trito-semiotics has been introduced. For deutero-semiotics cf. Toth (2009b).

A proto-number is unambiguously determined by a pair of numbers (m:n), where m is the length of the kenogram sequence and n is the degree of accretion. Therefore, in the proto-structure, only one kenogram can be iterated at a time. This definition as well as the following figure are taken from Günther (1978, p. 258); vgl. Toth (2003, p. 16):



2. Unlike in deutero- and in trito-semiotics, it is impossible to write the contextural indices, if we define in (m:n) m as the (triadic or trichotomic) value and n as the frequency of this value. Like in deutero-semiotics, in proto.semiotics, too, the define-tions of m^n and of (m:n), respectively, are of course not the same as in polycontextural theory, but the number graphs are the same, and this is how close we can come. We can therefore note the system of the 10 Peircean sign classes as basis-system of proto-semiotics as follows:

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \rightarrow ((3:1)\ (2:1)\ (1:4))$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \rightarrow ((3:1)\ (2:2)\ (1:3))$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \rightarrow ((3:2)\ (2:1)\ (1:3))$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \rightarrow ((3:1)\ (2:3)\ (1:2))$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow ((3:2)\ (2:2)\ (1:2))$
$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3) \rightarrow ((3:3)\ (2:1)\ (1:2))$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \rightarrow ((3:1)\ (2:4)\ (1:1))$
$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow ((3:2)\ (2:3)\ (1:1))$
$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3) \rightarrow ((3:3)\ (2:2)\ (1:1))$

$(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \quad \rightarrow \quad ((3{:}4)\ (2{:}1)\ (1{:}1))$

The mappings are bijective. However, also the contextures are clear, as long as always the same contextural indices are mapped to the same sub-signs.

Just one interesting structure which appears only in proto-semiotics: The proto-structures of the eigenreal sign class

$(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \quad \rightarrow \quad ((3{:}2)\ (2{:}2)\ (1{:}2))$

and of the categorial or "weak eigenreal" sign class (Bense 1992, p. 40)

$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \rightarrow \quad ((3{:}2)\ (2{:}2)\ (1{:}2))$

are identical! So, at least on proto-semiotic level, also the Genuine Category Class does show the structural feature of eigenreality.

Literature

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Model of a 3-adic 3-contextural Deutero-Semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Deutero-Sem..pdf (2009b)

n-ads and nth contextures

1. In Toth (2009), I had mapped the 9 sub-signs of the 3-contextural semiotic 3×3 matrix to the first 3 contextures of the system of qualitative numbers, here containing also the three number structures of proto-, deutero- and trito-numbers:

Proto	Deutero		Trito	Deci	
		(1.1), (1.2),			
0	0	(2.1), (2.2)	0	0	C1
		(2.2), (2.3),			
00	00	(3.2), (3.3)	00	0	
01	01		01	1	C2
		(1.1), (1.3),			
000	000	(3.1), (3.3)	000	0	
001	001		001	1	
012	012		010	3	C3
			011	4	
			012	5	

However, if we disregard the identitive morphisms which appear in 2 contextures in a 3-contextural semiotics (in 3 contextures in a 4-contextural semiotic, etc.), we can easily see that there is connection between the value of a semiotic relation and its corresponding contexture:

K1:	0	(1.1), (1.2), (2.1)	monads
K2:	00, 01	(2.2), (2.3), (3.2)	dyads
K3:	000, 001, 010, 011, 012	(3.3), (3.1), (1.3)	triads

Form the way how the sub-signs are ordered now, one can see that n-ads belong to n-th contextures, with the exception that the dual sub-signs are always in the same contextures. The double appearance of the genuine sub-signs serves the decomposition of the respective matrices, cf. Günther (1979, pp. 231 ss.).

2. In a next step we have to ask what the differentiation between the three qualitative number structures mean for semiotics. Since all three number structures have to be

mapped on the 9 sub-signs of the semiotic 3×3 matrix, it is a priori senseless to take over the definitions based on length and iteration/accretion of keno-symbols which work for qualitative numbers, but not for signs.

2.1. As a proto-sign we define a pair (m:n) consisting of a semiotic (i.e. triadic or trichotomic) value m and the occurrence of this value inside of a sign relation (dyad, triad). E.g., (2.1) = (2:1) (1:1); (2.2) = (2:2). As one sees, in most cases, sub-signs have to be represented by pairs of pairs of proto-signs rather than by pairs alone.

Therefore, the semiotic proto-matrix looks as follows:

(1:2) —	(1:1) (2:1)	(1:1) (3:1)
(2:1) (1:1)	(2:2) —	(2:1) (3:1)
(3:1) (1:1)	(3:1) (2.:1)	(3:2) —

2.2. As a deutero-sign we define an "exponential" function m^n consisting of a semiotic (i.e. triadic or trichotomic) value m and the occurrence of this value inside of a sign relation (dyad, triad). E.g., (2.1) = 2^1; (2.2) = 2^2. However, this is not just another writing of the pair-notation for proto-signs. There are two most important differences:

1. It is impossible to note the contextures (inner semiotic environments) to the proto-sign notation (e.g. 3.1_3 $2.2_{1,2}$ 1.3_3 ≠ (3:2 2:2 1:2)).

2. The deutero-sign notatio, already introduced in Toth (2007, p.215), allows a "ligature"-writing especially for reality thematics. (E.g. (3.1 2.3 1.3 × 3.1 3.2 1.3) = 3^2 1^1; (3.3 2.3 1.3 × 3.1 3.2 3.3) = 3^3, etc.). So, outside of well-defined sign classes and their bijective mappings to reality thematics, the fundamental-categorial or trito-structure may to be reconstructible form the deutero-structure. Unlike the trito-notation, the deutero-notation also allows to show the inner structures of thematizing and thematized realities in reality thematics (cf. Toth 2007, pp. 215 ss.).

2.3. As a trito-sign we define a regular numeric sign class together with its semiotic contextures in the form of inner semiotic environments (Kaehr 2008). Through dualization we get the corresponding reality thematics in which not only the order of the sub-signs and the prime-signs, but also the order of the contextural indices are turned around (semiotic diamond theory). E.g. (3.1_3 $2.2_{1,2}$ 1.3_3) × (3.1_3 $2.2_{2,1}$ 1.3_3).

2.4. E.g., we have for the notation of the sign class (3.1 2.1 1.3) in the proto-, deutero- and trito-strcuture:

$$\begin{array}{ll} \text{Proto-SCl:} & ((3{:}2)\ (2{:}1)\ (1{:}3)) \times ((3{:}2)\ (2{:}1)\ (1{:}3)) \\ & \qquad\downarrow \\ \text{Deutero-SCl:} & (3^1\ 2^1\ 1^1) \times (3^1\ 1^2) \\ & \qquad\downarrow \\ \text{Trito-SCl:} & (3.1_3\ 2.1_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 1.2_{2,1}\ 1.3_3) \end{array}$$

3. In a third and last step, we can now determine the intra- and trans-successors and predecessors of every sub-sign per contexture and per qualitative number structure. However, in the case of semiotics, this is trivial, at least as long we stay in 3 contextures as we did up to now: Every sub-sign is at the same time the predecessor and the successor of every sub-sign.

K1: (1.1), (1.2), (2.1)

K2: (2.2), (2.3), (3.2)

K3: (3.3), (3.1), (1.3)

Literature

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer oprationsfähigen Dialektik.Vol. 2. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf 2009)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Decimal equivalents for 3-contextural sign classes. In: In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathemtatical-semiotics/pdf/Conn_by_cont._transgr..pdf (2009)

A semiotics from tetradic prime-signs

1. Multi-dimensional semiotics can be constructed in several ways that exclude or complement one another, cf. my two volumes "Mehrdimensionale Semiotik" (Klagenfurt 2008). For example, it is possible to construct a 3-dim semiotics out of 2-adic or 3-adic prime-signs, a 4-dim semiotics out of 3-adic or 4-adic prime-signs (cf. the "tower" in Toth 2008b). Generally, a 1-dim semiotics is a line that contains the three fundamental categories. A 2-dim semiotics is the Peirce-Bensean semiotics which is constructed from the 2-adic prime-signs ((1.1), (1.2), (1.3), ..., (3.3)). An example for a 3-adic semiotics is Stiebings "sign cube", based on 3-adic prime-signs. However, instead of starting with 4-dimensional prime-signs of the form ((a.b) (c.d) (e.f) (g.h) and construct over them either a hypercube or the already mentioned "tower", we will start with the identification of semiotic contextures of the degree n, n-adic sign relations and 4-dimensional sign relations (cf. Toth 2009).

0	1, 2, 3	1-dim semiotics
00	(1.1), (2.2), (3.3)	
01	(1.2)/(2.1), (1.3)/(3.1), (2.3/(3.2)	2-dim semiotics
000	(1.1.1), (2.2.2), (3.3.3)	
001	(1.1.2), (1.1.3), (2.2.1), (2.2.3), (3.3.1), (3.3.2)	
010	(1.2.1), (1.3.1), (2.1.2), (2.3.2), (3.1.3), (3.2.3)	3-dim semiotics
011	(1.2.2), (1.3.3), (2.1.1), (2.3.3), (3.1.1), (3.2.2)	
012	(1.2.3), (1.3.2), (2.1.3), (2.3.1), (3.1.2), (3.2.1)	

2. If we now continue this list, we get the following table of the 15 trito-signs of the contextures of contexture and the

0000	(0.0.0.), (1.1.1.1) (2.2.2.2), (3.3.3.)
0001	(0001), (0002), (0003)
0010	(0010), (020), (0030)
0011	(0011), (0022), (0033)
0012	(0012), (0013), (0,14)
0100	(0100), (0200), (0300)
0101	(0101), (0202), (0303),
0102	(0102), (0103), (0203), (0204), (0302), (0304)
0110	(0110), (0220), (0330)
0111	(0111), (0222), (0333)
0112	(0112), (0113), (0221), (0223), (0331), (0332)
0120	(0120), (0130), (0210), (0230), (0310), (0320)

0121 (0121), (0131), (0212), (0232), (0313), (0323)
0122 (0122), (0133), (0211), (0233), (0311), (0322)
0123 (0123), (0132), (0213), (0231), (0312), (0321)

Thus, we obtain 18 qualitative numbers with 3 semiotic choices, 8 with 4 semiotic choices, and 48 with triadic choices, thus 74 qualitative tetradic sub-signs.

3. A tetradic sign class built from these tetradic sub-signs, lacks evidence of the first sight, but it is a necessary formal development out of 3-a semotics. A 3-adic semiotic is restricted by two laws: 1. The law of tradicity, i.e., in a 3-adic semiotics all three positions are assigned three values (1, 2, 3) which must be pairwise different. 2. The trichotomic inclusion order: For any sign class (3.a 2.b 1.c), there is a ≤ b ≤ c.

4. Every n-adic sign class has n! permutations (cf. Toth 2008a). Therefore has any 4-adic sign class built according to the semiotic laws 3. 24 permutations.

5. As already pointed out in Toth (2009), it is possible to ascribe each of the tetradic sub-signs contextural indices, i.e. inner semiotic environments – although we are based here on a semiotic system, in which n.th contexture = n.th dimension. The following oversight over the 4-adic semiotic (numeric and categorical) matrices is taken off a recent by Rudolf Kaehr):

Numeric binary matrix

$\mathrm{Sem}^{(4,1)} \times \mathrm{Sem}^{(4,1)} =$

$\left[\left(\mathrm{Sem}^1 \times \mathrm{Sem}^1\right), \left(\mathrm{Sem}^2 \times \mathrm{Sem}^2\right), \left(\mathrm{Sem}^3 \times \mathrm{Sem}^3\right), \left(\mathrm{Sem}^4 \times \mathrm{Sem}^4\right)\right]:$

$$\left(\mathrm{Sem}^1 \times \mathrm{Sem}^1\right) = \left(1, 2, 3, x\right) \times \left(1, 2, 3, x\right)$$
$$\left(\mathrm{Sem}^2 \times \mathrm{Sem}^2\right) = \left(x, 2, 3, 4\right) \times \left(x, 2, 3, 4\right)$$
$$\left(\mathrm{Sem}^3 \times \mathrm{Sem}^3\right) = \left(1, 2, x, 4\right) \times \left(1, 2, x, 4\right)$$
$$\left(\mathrm{Sem}^4 \times \mathrm{Sem}^4\right) = \left(1, x, 3, 4\right) \times \left(1, x, 3, 4\right)$$

$$\mathrm{sem}^1 \times \mathrm{sem}^1 = \begin{pmatrix} \mathrm{MM} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 & 1.4 \\ 2 & 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 & 2.4 \\ 3 & 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 & 3.4 \\ 4 & 4.1 & 4.2 & 4.3 & 4.4 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{sem}^2 \, x \, \mathrm{sem}^2 = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 & 1.4 \\ 2 & 2.1_1 & 2.2_{1.2} & 2.3_{1.2} & 2.4_2 \\ 3 & 3.1_1 & 3.2_{1.2} & 3.3_{1.2} & 3.4_2 \\ 4 & 4.1 & 4.2_2 & 4.3_2 & 4.4_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{sem}^3 \, x \, \mathrm{sem}^3 = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1.1_{1.3} & 1.2_{1.3} & 1.3_1 & 1.4_3 \\ 2 & 2.1_{1.3} & 2.2_{1.2.3} & 2.3_{1.2} & 2.4_{2.3} \\ 3 & 3.1_1 & 3.2_{1.2} & 3.3_{1.2} & 3.4_2 \\ 4 & 4.1_3 & 4.2_{3.2} & 4.3_2 & 4.4_{3.2} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{sem}^4 \, x \, \mathrm{sem}^4 = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1.1_{1.3.4} & 1.2_{1.3} & 1.3_{1.4} & 1.4_{3.4} \\ 2 & 2.1_{1.3} & 2.2_{1.2.3} & 2.3_{1.2} & 2.4_{2.3} \\ 3 & 3.1_{1.4} & 3.2_{1.2} & 3.3_{1.2.4} & 3.4_{2.4} \\ 4 & 4.1_{3.4} & 4.2_{3.2} & 4.3_{2.4} & 4.4_{2.3.4} \end{pmatrix}$$

4 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(4,2)} = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & \mathbf{1.1_{1.3.4}} & 1.2_{1.3} & 1.3_{1.4} & 1.4_{3.4} \\ 2 & 2.1_{1.3} & \mathbf{2.2_{1.2.3}} & 2.3_{1.2} & 2.4_{2.3} \\ 3 & 3.1_{1.4} & 3.2_{1.2} & \mathbf{3.3_{1.2.4}} & 3.4_{2.4} \\ 4 & 4.1_{3.4} & 4.2_{3.2} & 4.3_{2.4} & \mathbf{4.4_{2.3.4}} \end{pmatrix}$$

Semiotic reduction matrix :

$$\mathrm{Sem}^{(4,2)} = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 \\ 2 & 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 \\ 3 & 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.4 \\ 4 & 4.1 & 4.2 & 4.3 & 4.4 \end{pmatrix}$$

Null

Literature

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2998b)

Toth, Alfred, Contextures, relations, and dimensions.: In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathemtatical-semiotics/pdf/Conn_by_cont._transgr..pdf (2009)

Polycontextural semiotic operations

1. Contextures and number structures

On the basis of Rudolf Kaehr's work (cf. bibliography), it is now possible, to reformulate the contexture-free polycontextural.-semiotic notations given in Toth (2003, pp. 36 ss.) in order to obtain a relatively complete organon of polycontextural semiotic operations which form, together with other topics, the heart of polycontexural semiotics. This will turn out to be of much bigger importance then the analysis of sub-signs or semioses.

2. The following table gives the three number structures of proto-, deutero- and trito-

numbers for the first three contextures C1 – C3:

Proto	Deutero		Trito	Deci	
0	0	(1.1), (1.2), (2.1), (2.2)	0	0	C1
00	00	(2.2), (2.3), (3.2), (3.3)	00	0	
01	01		01	1	C2
000	000	(1.1), (1.3), (3.1), (3.3)	000	0	
001	001		001	1	
012	012		010	3	C3
			011	4	
			012	5	

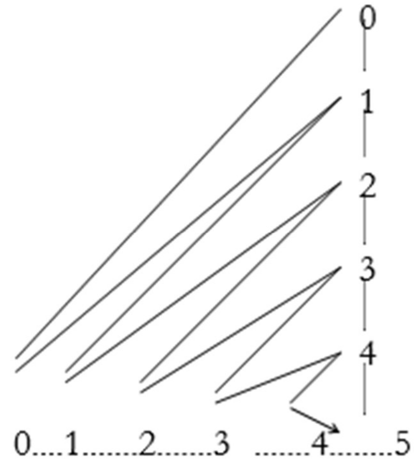
As one sees easily, we have

Trito-Structure ⊂ Deutero-Strucure ⊂ Protostructure, but

C1 ⊄ C2 ⊄ C2.

According to the decimal equivalents to the right, we also see 1) that the Peano number 2 cannot be represented by a kenogramm, and 2) that many numbers are represented in different contextures and number structures. However, with that, the question arises how trito-numbers are to be introduced. Günther (1976-80, II, p. 261) had suggested that qualitative numbers are counted along two number axes which are orthogonal to one another. Therefore, trito-numbers are introduced, like proto- and deutero-numbers, but differemt from the Peano numbers, in a two-dimensional, planar way.

←	7	6	5	4	3	2	1	
								0
							1	1
						1	2	2
					1	2	3	3
				1	2	3	4	4
			1	2	3	4	5	5
		1	2	3	4	5	6	6
	1	2	3	4	5	6	7	7
								↓



Summing up: In order to inaugurate a qualitative mathematics and a structural semiotics, proto- and deutero-numbers are not sufficient, because they still can be displayed in pure quantities, i.e. as pairs (m: n) and as partitions (m^n). Since this is not the case anymore for trito-numbers, they form the basis for qualitative mathematics and structural semiotics. However, one must not forget that the trito-numbers are just *differentiae specifiae* of the deutero-numbers, and the deutero-numbers just *differentiae specificae* of the proto-numbers (cf. in German Individuum-Art-Gattung).

2. Polycontextural operators

We differentiate between Intra- and Trans-operators (cf. Kronthaler 1986, pp. 37 ss.). Intra-operators connect qualitative numbers of the same quality, i.e. the same length, and cannot go out of a contexture. Trans-operators connect qualitative numbes of different qualities, i.e. length, and go between different contextures.

2.1. Intra-operators

2.1.1. Ein- und mehr-stellige Intra-Operatoren

As examples, trito-numbers are chosen, since several operators are non-trivial only for those. As examples for mappings of sub-signs and sign-relations to kenograms cf. Toth (2009).

2.1.1.1. Delete

Symbol: L^i. Deletes the i-th position, i.e. of w_i.
Example for i = 1: $L^0(001023) = \varnothing 01023$

Example for i = 2: $L^{1,3}(001023) = 0\varnothing1\varnothing23$.

Example for i = m* (delete all positions):
$L_6(001023) = \varnothing\varnothing\varnothing\varnothing\varnothing\varnothing$.

2.1.1.2. Insert

Symbol: B^i_h. Inserts the value h in the place i.

Example for i = 3 and h = 2: $B^3_2(001\varnothing23) = 001223$.

Example for i = 1, j = 3, h = 0 and k = 0: $B^1{}_0{}^3{}_0(0\varnothing1\varnothing23) = 001023$.

Example for $B_{h, k, ..., l, m}$* (Insert h, k, ..., l, m into all places):
$B_{001023}(\varnothing\varnothing\varnothing\varnothing\varnothing\varnothing) = 001023$.

2.1.1.3. Nulling

Symbol: N^i. Nulling of the i-th position, d.h. $w_i \to 0$.

Example for i = 5: $N^5(001023) = 001020$.

Example for N^{ij} ($w_i \to 0$ und $w_j \to 0$), i = 4, j = 5: $N^{45}(001023) = 001000$.

Example for N_m* (Nulling of all positions): $N_6(001023) = 000000$.

2.1.1.4. Maximizing

Symbol: M^i. Maximizing w_i.

Example for i = 1: $M^1(001023) = 011023$.

Example for M^{ij} (Maximizing of w_i and w_j), i = 1, j = 2:
$M^{1,2}(001023) = 012023$.

Example for M_m* (maximizing of all positions): $M_6(001023) = 012345$.

2.1.1.5. Change of insertion

Symbol: W^i_h. $w_i \to h$.

Example for i = 3, h = 1: $W^{i}{}_{h}(001023) = 001123$.

Example for $W^{i}{}_{h}{}^{j}{}_{k}$ ($w_i \rightarrow h$ and $w_j \rightarrow k$), i = 3, h = 1, j = 5, k = 1:
$W^{3}{}_{1}{}^{5}{}_{1}(001023) = 001121$.

Example for $W_{h, k, \ldots, l, m}*$ (Change of insertion of all places): $W_{012000}(001023) = 012000$.

2.1.1.6. Transposition

Symbol: $T^{i}{}_{h}$. Transposition of w_i and w_h.

Example for i = 3, h = 4: $T^{3}{}_{4}(001023) = 001203$.

Example for $T^{i}{}_{h}{}^{j}{}_{k}$ ($w_i \rightarrow w_h$ and $w_j \rightarrow w_k$), i = 3, h = 4, j = 4, k = 5:
$T^{3}{}_{4}{}^{4}{}_{5}(001023) = 001230$.

For complete transposition cf. 2.1.1.7. Permutation.

2.1.1.7. Permutation

Symbol: $P_{i0 \ldots im-1}*$. $w_0 \ldots w_{m-1} \rightarrow w_{i0} \ldots w_{im-1}$.

Example: $P_{124530}(001023) = 012300$.

2.1.1.8. Partial reflection

Symbol: $R^{\square\square\square\square\square\blacksquare\blacksquare\blacksquare}$. Partial reflection of the i positions, marked by "$\blacksquare$".

Examples: $R^{\square\square\square\blacksquare\blacksquare\blacksquare}(001023) = 001320 = 001230$.
$R^{\blacksquare\blacksquare\blacksquare\square\square\square}(001023) = 010023$.

Example for R_m* (total reflection): $R_6(001023) = 320100 = 012300$.

2.1.1.9. Quasi Intra Reflection

Symbol: ${}^{r}R^{\square\square\square\square\square\blacksquare\blacksquare\blacksquare}$. Works like 2.1.1.8., however, not as mapping $K_m \rightarrow K_m$, but into the reflected contexture $K_m \rightarrow {}_{m}K$, i.e., normal form transformation which may be necessary after the reflection, works not on K_m, but on ${}_{m}K$.

Example: ${}^{r}R^{\square\square\square\blacksquare\blacksquare\blacksquare}(001023) = 0320100$.

Example for $^{r}R_m$* (Quasi-Intra-Total-Reflection): $^{r}R_m(001023) = 320100$.

2.1.2. One-PLACED Intra Operators

2.1.2.1. Normal form Operator

Symbol: N: PN $\rightarrow$ PN, DN $\rightarrow$ DN, TN $\rightarrow$ TN (PN = .Proto-number, etc).

Example: N(2838538) = 0121321.

2.1.2.2. Constancy Operator

The constancy operator K_{zm} maps all kenograms onto $z_m \in K_m$ ab. Special cases are the operators L_m(chap. 2.1.1.1.), N_m(chap. 2.1.1.3) und M_m(chap. 2.1.1.4).

2.1.2.3. Reflectors

Symbol: R_m, $^{r}R_m$. $T_m \rightarrow {}_mT$, cf. chap. 2.1.1.8. and chap. 2.1.1.9.

2.1.2.4. Intra-Successor

2.1.2.4.1. Proto-Intra-Successor $^{i}{}_{P}N_m$

Examples:	p_m	0000	0001	0012
	p'_m	0001	0012	0123

2.1.2.4.2. Deutero-Intra-Successor $^{i}{}_{D}N_m$

Examples:	d_m	$00012\underline{3}$,	$000111222\underline{3}$,	$0012\underline{3}$
	d'_m	$00112\underline{2}$,	$000111223\underline{3}$,	$0123\underline{4}$

2.1.2.4.3. Trito-Intra-Successor $^{i}{}_{T}N_m$

Examples:	t_m	$0\underline{0}$	n	
	t'_m	$0\underline{1}$	t'_m	$0^1 \leftrightarrow \underline{1}^1$

t_m	$00\underline{0}$,	$00\underline{0}$,	$00\underline{0}$
t'_m	$01\underline{0}$,	$00\underline{1}$,	$01\underline{2}$

t_m $\quad 000\underline{0},\ 000\underline{0},\ 000\underline{0},\ 000\underline{0}$

t'_m $\quad 001\underline{0},\ 000\underline{1},\ 001\underline{2},\ 012\underline{3}$

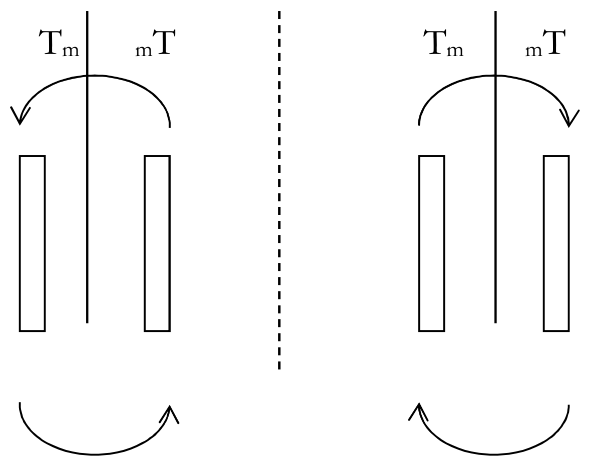
2.1.2.5. Intra-Predecessor

2.1.2.6. n-times Intra-Successor ${}^{i}N^{n}$ and -Predecessor ${}^{i}V^{n}$

If the successor ${}^{i}N_m$ or the predecessor ${}^{i}V_m$, respectively, work n-times after one another, then we have ${}^{i}N^{n}{}_{m}$ bzw. ${}^{i}V^{n}{}_{m}$ (Kronthaler 1986, p. 45).

2.1.2.7. Total Reflector ${}^{r}R_m$

Inside of the complete system



Successor Predecessor

for every kenogram „the number of its successor is even to the number of its predecessor and each time finite, if one counts only once. The application of the successor and predecessor operations is here unlimited, it can be applied infinite times after one another [...]. The Intra-operators, introduced up to now, especially successor and predecessor, are valid also in each of their reflected structures ${}_mK = {}^{r}R(K_m)$" (Kronthaler 1986, p. 48 s.):

Example:	↑Predecessor	000123	321000	Successor	↑
		<u>001234</u>	<u>432100</u>		
	↓Successor	012345	543210	Predecessor	↓

2.1.3. Multi-PLACED Intra-Operators

2.1.3.1. Intra-Addition +

2.1.3.1.1. Proto-Intra-Addition

Example:		
	5:1	00000
	5:3	00012
	5:4	00123

Another display uses the successor ${}^{i}N^{n}_{m}$. If one lets the indices away, we obtain:$p^s = p^i + p^j = N^j(p^i) = N^i(p^j)$.

Example: $p^1 + p^3 = N^3(p^1) = N^1(p^3) = N^3(00000) = N^1(00012) = 00123$.

2.1.3.1.2. Deutero-Intra-Addition

Example:	000111	+ 000123	= 012345
N^1	000112	000112	V^1
N^2	000123	000111	V^2
N^3	001122	000012	V^3
N^4	001123	000011	V^4
N^5	001234	000001	V^5
N^6	012345	**000000**	V^6

2.1.3.1.3. Trito-Intra-Addition

Both methods, the ordinal and the one using the successor/predecessor auxiliary algorithm, correspond exactly to deutero-addition (Kronthaler 1986, p. 51; chap. 2.1.3.1.2.).

2.1.3.2. Intra-Subtraction –

Intra-Subtraction is the converse operation to Intra-Addition. For all three number structures, the same applys. Let be $i < j$. Then we get $d^j – d^i = d^{j–i} = V^n(d^j)$ with n from $V^n(d^i) = 0........0$ or $N^n(0........0) = d^i$ (Kronthaler 1986, p. 51).

2.1.3.3. Addition and subtraction in the system K_m — $_mK$

Example: $–0001203 \neq {}^rR(0001203) = 3021000$.

2.2. Trans-Operatoren

2.2.1. One- und multi-placed Trans-operators

2.2.1.1. Absorption

Symbol: $A^i{}_m = A(\ \ i\ \ )$. Absorbs the i-th position: $K_m \rightarrow K_{m–1}$, $m > 1$.
Example: $A^3(00102) = 0001$.

Symbol: $A^{i,j}{}_m = A(\ \ i\ j\ \ )$. Absorbs the i-th and j-th position: $K_m \rightarrow K_{m–2}$, $m > 2$.
Example: $A^{1\ 3}(00102) = 001$.

Symbol: $A^{i1,\ \ldots,\ in}{}_m$. Absorbs $i_1, \ldots, i_n$: $K_m \rightarrow K_{m–n}$, $n < m$.
Example: $A(\underline{0}0\underline{10}2) = 01$.

Symbol: $A^{(m–1)}{}_m$. Absorbs all but 1 position: $K_m \rightarrow K_1$.
Example: $A^{(4)}(00102) = 0$.

Symbol: A_m*. Total absorption: $K_m \rightarrow \bullet$ (Extinctor).
Example: $A_5(00102) = \bullet$.

2.2.1.2. Splitting

Symbol: $Z^{i,j}{}_m$. Splits a kenogram in two parts of lengths i and j, i + j = m:

$$K_m \begin{array}{l} \nearrow K_i \\ \searrow K_j \end{array} \qquad \text{Example: } Z^{2\,3}(00102) \begin{array}{l} \nearrow 00 \\ \searrow 012 \end{array}$$

Z_m*: Splitting of the kenogram in single parts of length 1.

$$\text{Example: } Z_5(00102) \begin{array}{l} \nearrow 0 \\ \nearrow 0 \\ \rightarrow 0 \\ \searrow 0 \\ \searrow 0 \end{array}$$

2.2.1.3. Iteration

Symbol: ${}_mI^i{}_j$. Iterates the i-th position j-times: $K_m \rightarrow K_{m+j}$.
Example: $I^2{}_3(00102) = 00111102$.

Symbol: ${}_mI^{i\ k}{}_{j\ l}$. Iterates the i-th position j-times and the k-th position l-times: $K_m \rightarrow K_{m+j+l}$.
Example: ${}_mI^{0\ 2}{}_{3\ 2}(00102) = 0000011102$.

Symbol: ${}_mI_{jo, \ldots, jm-1}$*. Iterator as a special case of a successor.
Example: $I_{31232}(00102) = 0000001110000222$.

2.2.2. One-PLACED Trans-operators

2.2.2.1. Trans-Successor ${}^tN_m$

2.2.2.1.1. Proto-Trans-Successor ${}^{t}{}_{P}N_m$

Example: ${}^{t}{}_{P}N(0012) = Ø0012$ $\begin{array}{l} \nearrow 00012 \\ \searrow 00123 \end{array}$

2.2.2.1.2. Deutero-Trans-Successor ${}^{t}{}_{D}N_m$

Example: ${}^{t}{}_{D}N(0012)$ $\begin{array}{l} \nearrow 00112 \\ \searrow 00122 \end{array}$

2.2.2.1.3. Trito-Trans-Successor ${}^{t}{}_{T}N_m$

Example:

$$0102 \begin{array}{l} \nearrow 01012 \searrow \\ \searrow 10102 \nearrow \end{array} 01012$$
$$\hspace{3em} \sim$$

2.2.2.2. Trans-Predecessor ${}^{t}V_m$

2.2.2.2.1. Proto-Trans-Predecessor ${}^{t}{}_{P}V_m$

Example:

$$000123 \begin{array}{l} \nearrow \cancel{0}00123 \sim 0\cancel{0}0123 \sim 00\cancel{0}123 \\ \searrow 00012\cancel{3} \sim 0001\cancel{2}3 \sim 000\cancel{1}23 \end{array}$$

2.2.2.2.2. Deutero-Trans-Predecessor ${}^{t}{}_{D}V_m$ and
2.2.2.2.3. Trito-Trans-Predecessor ${}^{t}{}_{D}V_m$

Cf. Kronthaler (1986, pp. 59 ff.).

2.2.2.3. n-times Trans-Successor ${}^{t}N^{n}{}_{m}$ and
2.2.2.4. n-times Trans-Predecessor ${}^{t}V^{n}{}_{m}$

For ${}^{t}{}_{P}N^{n}{}_{m}$, ${}^{t}{}_{D}N^{n}{}_{m}$, ${}^{t}{}_{T}N^{n}{}_{m}$ and ${}^{t}{}_{P}V^{n}{}_{m}$, ${}^{t}{}_{D}V^{n}{}_{m}$, ${}^{t}{}_{T}V^{n}{}_{m}$ cf. Kronthaler (1986, pp. 62 ss.).

2.2.3. Multi-PLACED Trans-operators

2.2.3.1. Trans-Addition t

2.2.3.1.a. Absorptive Trans-Addition

2.2.3.1.a.1. Totally absorptive Trans-Addition

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Left-Absorption:} & z_m + z_n \\ \text{Right-Absorption:} & z_n + z_m \end{array}\right\} = z_n$$

2.2.3.1.a.1.1. Canonical cases

01023 t 010 = 01023

01023 t 012 = 01023

2.2.3.1.a.1.2. Absorption under Splitting

If the Splitting has length 1, only the lengths of the summands n and m are taken in consideration, becaue we have:

$\boxed{0}$ ~ $\boxed{1}$ ~ $\boxed{2}$ ~ ...

Another possibility to differentiate concerns the length of single Splitting-parts (Kronthaler 1986, pp.67 ss.)::

Length 1: 0	0 1 0 2 3	Lenght 1–2–3:	0 1 0 2 3	
	0 | 1 | 2 | 3 | 4		0 | 0 0 | 1	impossible!

(Kronthaler 1986, p. 66).

2.2.3.1.a.2. Teilabsorptive Trans-Addition

Example: 0 0 1 0 2 = 0 0 1 0 2 0

t 0 1 0

absorbs 2 positions, juxtaposes 1 position: $T_{5+1} = T_6$.

left-absorptiv: t_m t t_n = t_s right-absorptiv: t_n t t_m = t'_s

In the following example, both cases be right-absorptive. What has been absorbed, is split:

0 0 1 0 2 3 t 0 1 0 2 = 0 0 1 0 2 3 2

What is absorbing, is split:

0 0 1 0 2 3 t 0 1 0 2 = 0 0 1 0 2 2 3

2.2.3.1.b. Juxtapositive Trans-Addition

2.2.3.1.b.1. Canonical cases

2.2.3.1.b.1.1. Normal form juxtapositive t-Addition

Trito-numbers: 0 1 0 2 t 0 0 1 2 3 0 =

0 1 0 2 0 0 1 2 3 0 ≠

0 0 1 2 3 0 t 0 1 0 2 = 0 0 1 2 3 0 0 1 0 2

Deutero-numbers: 00112 t 001123 = 00112001123 ~ 00001111223

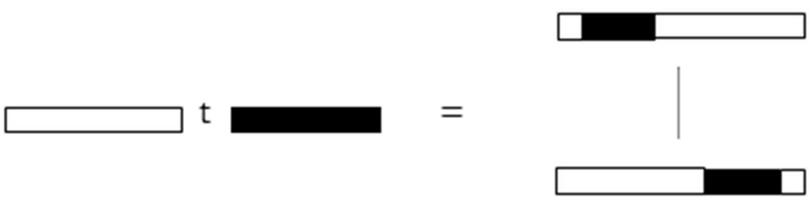
Proto-numbers: 0012 t 001201 impossible, since 0 can be iterated!

2.2.3.1.b.1.2. Juxtaposition to the normal form of equivalent enograms

Example: 010 t 00 = 01000
11
22 ~ 01033 ~ ...

2.2.3.1.b.2. Splitting

2.2.3.1.b.2.1. One summand appears in normal form, the other is split arbitrarily (Kronthaler 1986, p. 67):
Splitting left (analogously right)



2.2.3.1.b.2.2. Both summands are split in arbitrary form (total splitting)

2.2.3.1.c. Juxtapositive Trans-Addition

Cf. Kronthaler (1986: 67).

2.2.3.1.d. t-Addition → i-Addition

Cf. Kronthaler (1986: 67f.).

2.2.3.1.1. Proto-Trans-Addition

2.2.3.1.1.1. Absorptive Proto-Trans-Addition

Total Absorption:

P_m	0 0 0 1 2 3	6:4 but cf.		0 0 0 1 2 3	6:4
t	0 1 2	3:3	t	0 1 2 3 4	5:5
	= 0 0 0 1 2 3	6:4		= impossible	

Partial Absorption:

P_{n+m-1}	0 0 0 1 2 3	6:4	and	0 0 0 1 2 3	6:4
t	0 1 2	3:3	t	0 1 2	3:3
	= 0 0 0 1 2 3 4 5	8:6		0 0 0 0 1 2 3 4	8:5

P_{n+m-4}	0 0 0 0 0 1 2 3 4 5	10:6
t	0 0 1 2 3 4 5 6	8:7
	= 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	14:10 and
	0 0 0 0 0 1 2 3 4 5	10:6
t	0 1 2 3 4 5	7:6
	= 0 0 0 0 0 0 1 2 3 4 5 6 7 8	14:9

```
    0  0  1  2  3     =      00001234 }
                             00000123 }  P_8
t    0 0 0  1                0000123  }
                             0001234  }  P_7

                             000123      P_6
```

2.2.3.1.1.2. Juxtapositive Proto-Trans-Addition in the Minimal-Contexture P_{n+m}

2.2.3.1.1.2.1. Mediated juxtapositive

```
Example: 0 0 01 2 34 5  t  0 01 2 3  =  00 0 0 0 1 2 3 4 5678
                             ↓  ↓ ↓
                             6  7 8
```

2.2.3.1.1.2.2. Unmediated juxtapositive

Example:

```
0 0 0 1 2 3 4 5  t  0 1 2 3  4  =  0 001 2 345 6 789(10)  (unmediated)
                    ↓↓  ↓ ↓↓
                    6 7 8 9 10     0 0 0 012345 6 78 9    (mediated)
```

2.2.3.1.2. Deutero-Trans-Addition

2.2.3.1.2.1. Absorptive Deutero-Trans-Addition

Totally absorptive Deutero-Trans-Addition:

```
  0  0  0  1  1   whereas    0  0  0  0  1  1
     |  |  |  |                       |  |  |
t    0  0  1  1          t            0  0  1  2
-----------------           ---------------------
= 0  0  0  1  1             = impossible!
```

Partially absorptive Deutero-Trans-Addition:

$$\begin{array}{lllll} 0\ 0\ 0\ 1\ 1 & = & \left.\begin{array}{l} 00001112 \\ 00000112 \end{array}\right\} & D_8 \\ t\ \ \ 0\ 0\ 1\ 2 & & \left.\begin{array}{l} 0001112 \\ 0000112 \end{array}\right\} & D_7 \\ & & \left.\begin{array}{l} 000112 \end{array}\right\} & D_6 \end{array}$$

(There are still more possibilities left.)

2.2.3.1.2.2. Juxtapositive Deutero-Trans-Addition

2.2.3.1.2.2.1. Mediated juxtapositive Deutero-Trans-Addition

Example: (The connecting lines symbolize the addition of the corresponding iteration numbers.)

$$\begin{array}{l} \ \ \ 0\ 0\ 1\ 1\ 2\ 3 \\ t\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 2\ 3\ 4 \\ \hline =\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 3\ 3\ 4 \end{array}$$

2.2.3.1.2.2.2. Unmediated juxtapositive Deutero-Trans-Addition

Cf.. Kronthaler (1986, p. 71).

2.2.3.1.3. Trito-Trans-Addition

2.2.3.1.3.1. Absorptive Trito-t-Addition

Examples:

Totally absorptive Trito-Trans-: Addition:

	0	1	0	2	1	3
t			0	1	2	
=	0	1	0	2	1	3

Partially absorptive Trito-Trans- Addition:

	0	1	0	2	1	3	
t			0	1	2	3	4
=	0	1	0	2	1	3	4

2.2.3.1.3.2. Juxtapositive Trito-t-Addition

2.2.3.1.3.2.1. Canonical cases

2.2.3.1.3.2.1.1. Normalform-Juxtapositiv

Cf. Kronthaler (1986, p. 72).

2.2.3.1.3.2.1.2. Juxtaposition von Trito-Äquivalenzen

Example:

012	t	01 =	01201	=	01221	Repertoire: {0, ..., 4}	
			10		13		
			02		31	Choice:	01 12 23 34
			20		14 ~~41~~		02 13 24
			03		23		03 14
			30		32		04
			04 ~~40~~		24 ~~42~~		
			12		34 ~~43~~	+ permutations	

2.2.3.1.3.2.2. Splitting

For Splitting of one or two summands cf. Kronthaler (1986, p. 73).

2.2.3.2. Trans-Subtraction ⌐

2.2.3.2.1. Juxtapositive t-Subtraction (partial subtraction)

2.2.3.2.1.1. Total juxtapositive t-Subtraction

Example: 0010 ⌐ 01 = 001001.

2.2.3.2.1.2. Teiljuxtapositive t-Subtraction

2.2.3.2.1.2.1. In normal form

Example:

$$0\ \boxed{0\ 1\ 0}\ 2\ 2\ \ulcorner\ \boxed{0\ 1\ 0}\ 2 = 0\ 2\ 2\ 2 \sim 0\ 1\ 1\ 1$$

2.2.3.2.1.2.2. In einer zur Normalform äquivalenten Form

Example:

$$0\ 0\ 1\ \boxed{0\ 2\ 2}\ \ulcorner\ \boxed{0\ 1\ 1}\ 2 = 0\ 0\ 1\ 2$$

2.2.3.2.2. Total-t-Subtraction

2.2.3.2.2.1. Canonical case: Normal form-Subtraction

Example:

$$0\ \boxed{0\ 1\ 0\ 2}\ 2\ \ulcorner\ \boxed{0\ 1\ 0\ 2} = 02 \sim 01$$

2.2.3.2.2.2. t-Subtraction of equivalent forms

Example:

$$0\ 0\ 1\ \boxed{0\ 2\ 2}\ \ulcorner\ \boxed{0\ 1\ 1} = 0\ 0\ 1$$

Literature

Günther, Gotthard, Beiträge zu einer Grundlegung einer operatonsfähigen Dialektik. 3 vols. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, 7 very important articles about Diamond Semiotics, available from http://rudys-diamond-strategies.blogspot.com/. Moreover: Xanadu's textemes, and Diamond Text Theory from http://www.thinkartlab.com/CCR/rudys-chinese-challenge.html (2008-2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten, Frankfurt am Main 1996

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Contextures, relations, and dimensions.In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http:///www.mathematical-semiotics.com/pdf/Cont.,_Rel.,_and_Dim..pdf (Toth 2009)

Contextuated and non-contextuated polycontextural semiotics

1. One concept of polycontextural semiotics in which the contextures are independent from the dimensions of the sign relations goes back to Kaehr (2008). Kaehr assigns each sub-sign of the 3×3 semiotic matrix their inner environments or contextures:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Here, we see that the numbers of the contextures are independent of the n-adic structure of the dyadic sub-signs. E.g., (1.2) and (2.1), (1.3) and (3.1), (2.3) and (3.2), generally: (a.b) and (a.b)° lie in the same contexture. However, this is only the case for the closed world of a sign class and for the also closed world of a reality thematics, but not between them, since by dualization, the order of the environments change; generally: $\times(a.b)_{i,j} = (b.a)_{j,i}$. We thus need TWO semiotic matrices, one for the subjective world of the signs and one for the objective world of their realities. The polycontextural still mediates between world an consciousness, but also states their difference at the same time!

From the following table

Monads	1, 3
Dyads	1, 2
Triads	2, 3

we see that monads can no only lie in C = 1, but also in C = 3, that dyads can not only lie in C = 1, but also in C = 2, and triads both in C = 2 and in C = 3. One has to be aware that all sub-signs are insofar dyadic as they are Cartesian products, but only 3 dyads are dyadic *sensu stricto*, namely Cartesian products with 2 as first factor. This situation points to a semiotic "particle"-dualism.

2. Another concept of polycontextural semiotics has been suggested by Toth (2003). The basic idea is here not, like in the former concept, to "cross-contextuate" the sub-signs and turning them in this way into polycontextural relations, but two assume that in polycontextural semiotics contextures and dimensions of a sign are identical.

Therefore, we have

1-contextural/1-dimensional semiotics

0	1, 2, 3

2-contextural/2-dimensional semiotics

00	(1.1), (2.2), (3.3)
01	(1.2)/(2.1), (1.3)/(3.1), (2.3)/(3.2)

3-contextural/3-dimensional semiotics

000	(1.1.1), (2.2.2), (3.3.3)
001	(1.1.2), (1.1.3), (2.2.1), (2.2.3), (3.3.1), (3.3.2)
010	(1.2.1), (1.3.1), (2.1.2), (2.3.2), (3.1.3), (3.2.3)
012	(1.2.3), (1.3.2), (2.1.3), (2.3.1), (3.1.2), (3.2.1)

4-contextural/4-dimensional semiotics

0000	(0.0.0.), (1.1.1.1) (2.2.2.2), (3.3.3.)
0001	(0001), (0002), (0003)
0010	(0010), (020), (0030)
0011	(0011), (0022), (0033)
0012	(0012), (0013), (0,14)
0100	(0100), (0200), (0300)
0101	(0101), (0202), (0303),
0102	(0102), (0103), (0203), (0204), (0302), (0304)
0110	(0110), (0220), (0330)
0111	(0111), (0222), (0333)
0112	(0112), (0113), (0221), (0223), (0331), (0332)
0120	(0120), (0130), (0210), (0230), (0310), (0320)
0121	(0121), (0131), (0212), (0232), (0313), (0323)
0122	(0122), (0133), (0211), (0233), (0311), (0322)
0123	(0123), (0132), (0213), (0231), (0312), (0321)

1-dimensional/1-contextural semiotics contains exactly the three fundamental categories of Peirce-Bensean semiotics. 2-dimensional/2-contextural semiotics contains exactly the 9 dyadic sub-signs which Bense had constructed as Cartesian Products out of Peirce's sequence of fundamental categories. 3-dimensional/3-contextural semiotics corresponds exactly to Stiebings's Sign-Cube (Stiebing 1977), and 4-dimensional/4-contextural semiotics is one of the many possibilities to construct a semiotics (or pre-semiotics) in which the contexture border between sign and object is abolished (Toth 2008a, b, c). As a kind of "proof" can be taken that the 1, 2, 4, and 15 choices of the qualitative numbers 1, 2, 3 and 4 deliver exactly the empty forms in which the respective 1-, 2-, 3-, and 4-dimensional sub-signs and not one less and not one more can be filled in. Thus, the general structures of the sub-signs of the 4 semiotics are:

1-dimensional/1-contextural semiotics: (a), $a \in \{1, 2, 3\}$
2-dimensional/2-contextural semiotics: (a.b), $a, b \in \{1, 2, 3\}$
3-dimensional/3-contextural semiotics: (a.b.c), $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$
4-dimensional/4-contextural semiotics: (a.b.c.d), $a, ..., d \in \{1, 2, 3\}$

Ambiguous are the constructions of sign classes in 3-dimensional/3-contextural and in 4-dimensional/4-contextural semiotics:

1st possibility for interpretation of 3-adic sub-sign in 3-dim/3-cont sign classes:

(3.a.b 2.c.d 1.e.f) $\rightarrow$ (3.(a.b) 2.(c.d) 1.(e.f), where $a, ..., f \in \{1, 2, 3\}$

2nd possibility for interpretation of 3-adic sub-sign in 3-dim/3-cont sign classes:

(3.a.b 2.c.d 1.e.f) $\rightarrow$ ((3.a) .b) (2.c) .d) (1.e) .f), where $a, ..., f \in \{1, 2, 3\}$

Similar for 4-dim/4-cont sign classes. Special attention belongs to the question, if the Law of Triadicity has to be abolished, e.g.

(3.a.b 2.c.d 1.e.f) $\rightarrow$ (3.(3.b) 2.(2.d) 1.(1.f), or

(3.(3/2/1.b) 2.(2/1/3.d) 1.(1/2/3.f), and combinations.

The 2nd possibility may also be defined so, that (b, d, f) are the dimensional numbers: ((3.a) .b) (2.c) .d) (1.e) .f)),

whereby in this case dimensional number not have to be restricetd to 3; in the case of $b = d = f$, $b, d, f > 3$, we have a tower (Toth 2008b), which can be built as high as the Tower of Babylon where the growth of dimensions strops when the 3-rd dimension is reached.

The advantage of this second concept of polycontextural semiotics is not only that it is possible to differentiate between contextural and dimensional numbers, but since we have here

(1) n-adic sign relation = nth dimension = nth contexture,

the contextural indices (inner semiotic environments) can still be added in order to refine semiotic analysis or to enlarge semiotic complexity. We are thus capable of combining the two concepts of polycontextural semiotics presented in this article. The fundamental reason, why they are two concepts, we can answer by having another look at the semiotic matrix:

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & r1 & \rightarrow & r2 & \rightarrow & r3 \\
\hline
R1 & 1.1_{1,3} & & 1.2_{1} & & 1.3_{3} \\
\downarrow & & & & & \\
R2 & 2.1_{1} & & 2.2_{1,2} & & 2.3_{2} \\
\downarrow & & & & & \\
R3 & 3.1_{3} & & 3.2_{2} & & 3.3_{2,3}
\end{array}$$

Rx: Monad, Dyad, Triad in triadic value

rx: Monad, Dyad, Triad in trich. value

Each of these sub-signs is a Cartesian product of PZ → PZ (= {1, 2, 3} → (1, 2, 3) and thus formally a dyad. However, semantically, only the genuine sub-signs (identitive morphisms) are relationally homogeneous, i.e. (1.1), (2.2), (3.3), while the rest is mixed between R1R2, R1R3, R2R3 and their converses, i.e. they are semantically everything else than dyads. This is, roughly speaking, the situation in monocontextural semiotics. The decisive step beyond this concept taken by polycontextural semiotics is thus that with abolishment of the logical law of identity the relational homogeneity of the genuine sub-signs, too, is taken away. Strictly speaking, from such a concept it follows that the assignment of contextural indices to sub-signs is (almost) completely arbitrary and the above model is just one solution (cf. Toth 2009). However, from that, it also follows, that the equality between dimensions and contextures is abolished (and that between n-relationality and n-dim., n-cont. anyway). In short, we have here

(2) n-adic sign relation ≠ nth dimension ≠ nth contexture

3. After our results have been presented so far, there is one more logical step to make, namely to combine the two models of a polycontextural semiotics, i.e. Kaehr's model (2008) and Toth's model (2003):

1-contextural/1-dimensional semiotics

0 $1_{1,3}$, $2_{1,2}$, $3_{2,3}$

2-contextural/2-dimensional semiotics

00 $(1.1)_{1,3}, (2.2)_{1,2}, (3.3)_{2,3}$

01 $(1.2)_{1}/(2.1)_{1}, (1.3)_{3}/(3.1)_{3}, (2.3)_{2}/(3.2)_{2}$

3-contextural/3-dimensional semiotics

Here, we have either (a.b.c) = ((a.b.) c) or (a (.b.c)) with right or left movement of the dimensional number. We will define (a.b.c) := ((a.b.) c).

000 $(1.1_{1,3}).1), (2.2_{1,2}).2), (3.3_{2,3}).3)$

001 $(1.1_{1,3}).2), (1.1_{1,3}).3), (2.2_{1,2}).1), (2.2_{1,2}).3), (3.3_{2,3}).1), (3.3_{2,3}).2)$

010 $(1.2_{1}).1), (1.3_{3}).1), (2.1_{1}).2), (2.3_{2}).2), (3.1_{3}).3), (3.2_{2}).3)$

012 $(1.2_{1}).3), (1.3_{3}).2), (2.1_{1}).3), (2.3_{2}).1), (3.1_{3}).2), (3.2_{2}).1)$

4-contextural/4-dimensional semiotics

Here, we use the assignment of contextural indices to the (dyadic) sub-signs of a 4×4 matrix by Kaehr (2008, p. 6), i.e. each ordered pair of dyads will be treated here as a (simple) dyad:

0000 $(0.0_{2,3,4}\ 0.0_{2,.3,4}), (1.1_{1,3,4}\ 1.1_{1,3,4})\ (2.2_{1,2,4}\ 2.2_{1,2,4}), (3.3_{1,2,4}\ 3.3_{1,2,4})$

0001 $(0.0_{2,3,4}\ 0.1_{1,4}), (0.0_{2,3,4}\ 0.2_{1,2}), (0.0_{2,3,4}\ 0.3_{2,4})$

0010 $(0.0_{2,3,4}\ 1.0_{1,4}), (0.0_{2,3,4}\ 2.0_{1,2}), (0.0_{2,3,4}\ 3.0_{2,4})$

0011 $(0.0_{2,3,4}\ 1.1_{1,3,4}), (0.0_{2,3,4}\ 2.2_{1,2,4}), (0.0_{2,3,4}\ 3.3_{2,3,4})$

0012 $(0.0_{2,3,4}\ 1.2_{2,4}), (0.0._{2,3,4}\ 1.3_{2,4}), (0.0_{2,3,4}\ 1.4_{3,4})$

$01_{1,4}\ 00_{1,1,4}$ $(0.1_{1,4}\ 0.0_{2,3,4}), (0.2_{1,2}\ 0.0_{2,3,4}), (0.3_{2,4}\ 0.0_{2,3,4})$

$01_{1,4}\ 01_{1,24}$ $(0.1_{1,4}\ 0.1_{1,4}), (0.2_{1,2}\ 0.2_{1,2}), (0.3_{2,4}\ 0.3_{2,4}),$

$01_{1,4}\ 02_{3.4.}$ $(0.1_{1,4}\ 0.2_{1,2}), (0.1_{1,4}\ 0.3_{2,4}), (0.2_{1,2}\ 0.3_{2,4}), (0.2_{1,2}\ 0.4_{2,3,}),$
$(0.3_{2,4}\ 0.2_{1,2}), (0.3_{2,4}\ 0.4_{2,3})$

$01_{1,4}\ 10_{1,4}$ $(0.1_{1,4}\ 1.0_{1,4}), (0.2_{1,2}\ 2.0_{1,2}), (0.3_{2,4}\ 3.0_{2,4})$

$01_{1,4}\ 11_{1,3,4}$ $(0.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}), (0.2_{1,2}\ 2.2_{1,2,4}), (0.3_{2,4}\ 3.3_{2,3,4})$

$01_{1,4}\ 12$ $(0.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}), (0.1_{1,4}\ 1.3_{2,4}), (0.2_{1,2}\ 2.1_{1,4}), (0.2_{1,2}\ 2.3_{2,4}),$
$(0.3_{2,4}\ 3.1_{3,4}), (0.3_{2,4}\ 3.2_{2,4})$

$01_{1,4}\ 20$ $(0.1_{1,4}\ 2.1_{1,4}), (0.1_{1,4}\ 3.0_{2,4}), (0.2_{1,2}\ 1.0_{1,4}), (0.2_{1,2}\ 3.0_{2,4}),$
$(0.3_{2,4}\ 1.0_{1,4}), (0.3_{2,4}\ 2.0_{2,1})$

$01_{1,4}\ 21_{1}$ $(0.1_{1,4}\ 2.1_{1,4}),)0.1_{1,4}\ 3.1_{3,4}), (0.2_{1,2}\ 1.2_{1}), (0.2_{1,2}\ 3.2_{1,2}),$
$(0.3_{2,4}\ 1.3_{2,4}), (0.3_{2,4}\ 2.3_{2,.4})$

$01_{1,4}\ 22_{1,}$ $(0.1_{1,4}\ 2.2_{1,2,4}), (0.1_{1,4}\ 3.3), (0.2_{1,2}\ 1.1_{1,3,4}), (0.2_{1,2}\ 3.3),$
$(0.3_{2,4}\ 1.1_{1,2,4}), (0.3_{2,4}\ 2.2_{1,2,4})$

$01_{1,4}\ 23_{1,2}$ $(0.1_{1,4}\ 2.3_{2,4}), (0.1_{1,4}\ 3.2_{24}), (0.2_{1,2}\ 1.3_{14}), (0.2_{1,2}\ 3.1_{3,4}),$

$(0.3_{2,4}\ 1.2_{1,4}), (0.3_{2,4}\ 2.1_{1,4})$

Literature

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaftennund Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. Klagenfurt 2008 (2008a)

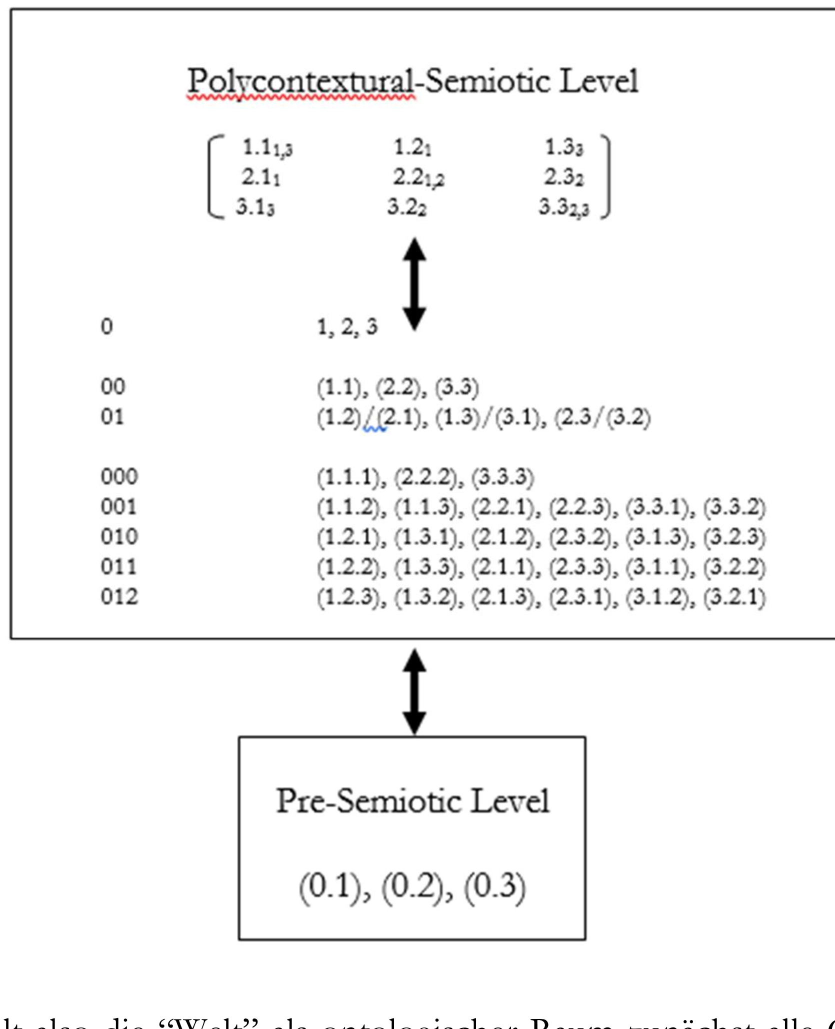
Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Entwurf einer objektiven Semiotik. Klagenfrut 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Polycontextural matrices. In: Electronic Journal for Mathematial Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Polycont.%20matr..pdf (2009)

Das Werden aus dem Nichts

1. Wo Sein und Nichts sich berühren, dort liege das Werden – so kann man einen bekannten Hegelsatz paraphrasieren. Nun wurde die Meontik von Günther (1976-80) als der Strukturbereich des Nichts bestimmt. Die Semiotik bildet nach Bense (1975, S. 45 f. u. 65 f.) einen semiotischen Raum und die Welt der Objekte einen ontischen Raum. Allerdings weist Bense auch daraufhin, dass zwischen ontischem und semiotischem Raum ein Raum disponibler Objekte als präsemiotischer Vermittlungraum anzunehmen ist. In Toth (2009) hatte ich versucht, diese erkenntnistheoretischen Räume abgekürzt wie folgt zu skizzieren:



Danach enthält also die "Welt" als ontologischer Raum zunächst alle Objekte. Diese können durch Semiose, d.h. durch ihre Verwandlung in Meta-Objekte (Bense 1967, S. 9), zu Zeichen erklärt werden. Allerdings ist die Sache nicht so einfach. Nach Bense (1975, S, 45 f., 65 f.) gibt es nämlich einen ersten Zwischenraum, in dem die "disponiblen Objekte" auf "disponible" Mittel abgebildet werden:

$$\left.\begin{array}{lll} & \nearrow & M^{\circ}_{1} \\ O^{\circ} & \rightarrow & M^{\circ}_{2} \\ & \searrow & M^{\circ}_{3} \end{array}\right\} \text{1. Präsemiotischer Zwischenraum}$$

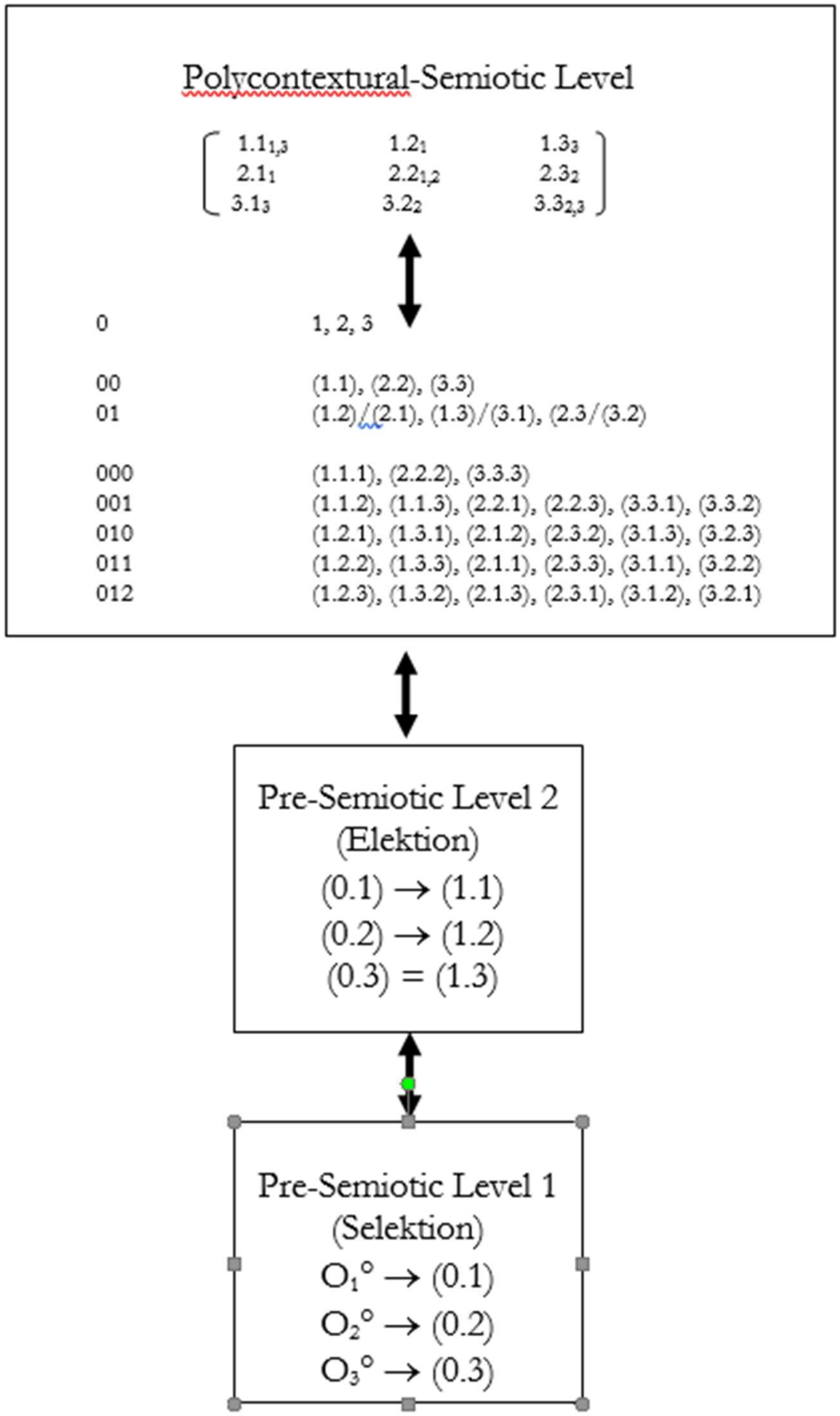
$$\left.\begin{array}{lll} & \nearrow & M1_{1} \\ M^{\circ}_{i} & \rightarrow & M1_{2} \\ & \searrow & M1_{3} \end{array}\right\} \text{2. Präsemiotischer Zwischenraum}$$

Nun ist aber zum ersten Zwischenraum zu sagen, dass diese Disponibilität bereits den Objekten anheften muss, und zwar hatte Bense zwischen

- dem elementar-materialen,
- dem intentional-phänomenalen und
- dem formal-intelligibeln

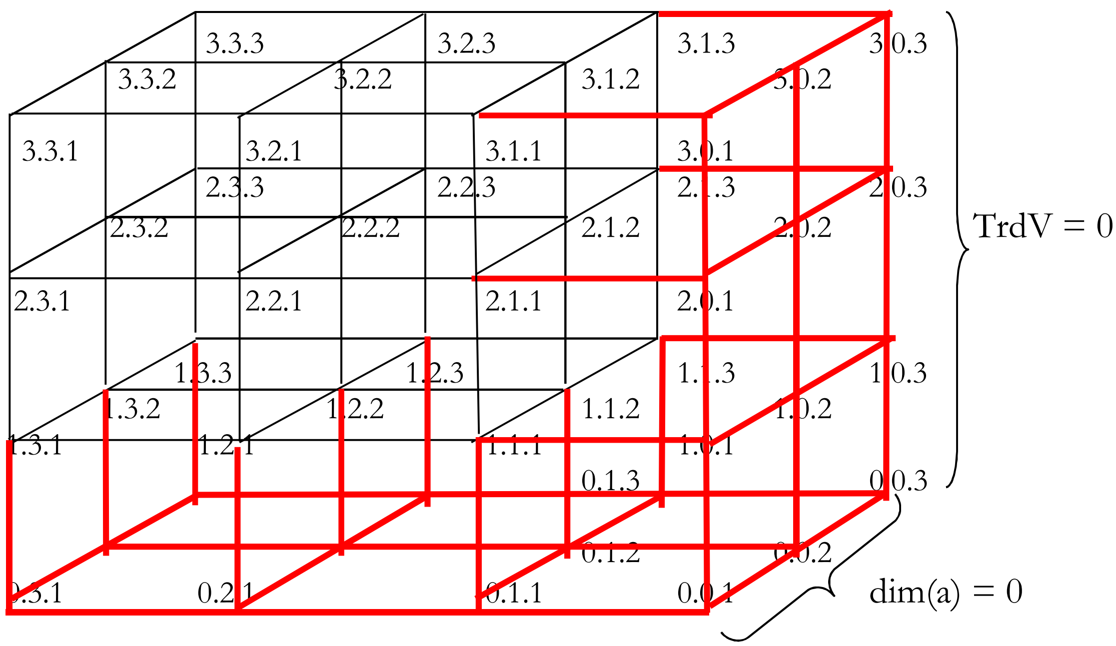
"Weltaspekt inserer geistigen Aktivität" (Bense 1986, S. 95) unterschieden. Daraus folgt, dass das Zeichen nicht-arbiträr ist (Toth 2008). Bei der Abbildung der $O^{\circ} \rightarrow M^{\circ}_{i}$ handelt es sich also um präsemiotische **Selektion**, wobei dieser Begriff wohl mit dem Selektionsbegriff aus der neusten Arbeit Rudolf Kaehrs (vgl. Kaehr 2009) und weniger mit dem Selektionsbegriff Beneses übereinstimmt. Im zweiten Zwischenraum werden dann die disponiblen Mittel auf die relationalen Mittel abgebildet, wobei also nach Kaehr nach der Selektion eine **Elektion** eintritt. (Man kann diese beiden durch Selektion und Elektion gekennzeichneten intermediären Räume mit gewissen Stufen im akademischen Berufungsverfahren vergleichem, wo ja zunächst aus der Menge der Objekte, d.h. der Kandidaten (denen selbst ja die Selektionsfähigkeit eignen muss) eine provisorische Lste erstellt wird, aus dem dann ein Kandidat durch Elektion gewonnen wird.) Auch dann, wenn man z.B. einen Flughafen mittels Piktogrammen beschriften will, wird man zunächst mehrere Repertoires auf interkulturelle Verständlichkeit abchecken, d.h. der eigentlichen Elektion eine Selektion voraufgehen lassen.

Darauf folgt also, dass unser obiges Modell den neuen Ergebnissen angepast werden muss:



2. Zur Darstellung semiotischer Ebenen und Räume, von denen hier durchgehend die Rede ist, ist das 2-dimensionale Peirce-Bensesche Zeichenmodell nicht mehr genügend. Ich hatte daher schon in früheren Publikationen auf Stiebings Zeichenkubus (Stiebing 1978) zurückgegriffem und in Toth (2009) ein vollständiges Modell semiotischer Nullheit entworfen. Darunter sei also der semiotisch-topologische Gesamtbereich

dimensionaler, triadischer und trichotomischer Nullheit verstanden, wobei dieser topologische Raum nach dem oben Gesagten die beiden präsemiotischen Stufen der Selektion und der Elektion enthält. Das in Toth (2009) vorgestellte Modell sei hier nochmals reproduziert:



Man erkennt, dass dieses Modell wohl die dimensionale Nullheit als auch die triadische Nullheit enthält, nicht jedoch die trichotomische Nullheit. Zur modelltheoretischen Fixierung von TrchV = 0 müsste man also auf der linken Seite des Kubus nochmals denselben rechten roten Teil spiegelverkehrt anbauen. Warum ist das hier nicht geschehen? Das müsste eigentlich völlig klar sein allen denen, die begriffen haben, was semiotische Nullheit ist. Semiotische Nullheit (**0**) ist der Inbegriff der kategorialen Nullheit mit Relationalzahl r > 0, also die Menge aller Zeichenrelationen

$\mathbf{0} := \{x \mid x \in (a.b)_r{}^k \text{ mit } r > 0 \text{ und } k = 0\}$.

Aufgrund von dieser Definition kann man nun auch sagen, dass semiotische Nullheit die Menge aller Zeichenrelationen sind, welche die 3-adischen 3-dimensionalen semiotischen Strukturen

1. (0.a.b)
2. (a.0.b)
3. (a.b.0)

erfüllen. Damit können wir nun in erstaunlich einfacher Art das Werden aus dem Nichts mathematisch definieren: Es sind genau die rot-schwarzen Grenzpunkte im obigen erweiterten Stiebing-Kubus, allgemein also

$$\left.\begin{array}{l} \text{Dimensionszahl} = 0: \\ \\ (0.a.b) \rightarrow \left\{\begin{array}{c}1.\\2.\\3.\end{array}\right\} a.\ b \\ \\ \text{Triadischer Wert} = 0: \\ \\ (0.a.b) \rightarrow a. \left\{\begin{array}{c}1.\\2.\\3.\end{array}\right\} b \end{array}\right\} \qquad a, b \in \{1, 2, 3\} \text{ und } a \leq b$$

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Klaenfurt 2008

Kaehr, Rudolf, Polycontextural and diamond dynamics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Polychange/Polychange.pdf (2009)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, The complete semiotic space of Zeroness. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

Über tiefste semiotische Fundierungen

1. Ich habe als Titel denjenigen des Kapitels von Bense (1986, S. 64 ff.) übernommen, worin gezeigt werden sollte, dass die (monokontexturale) Semiotik die tiefste Fundierungsschicht unseres Bewusstseins darstellt, aber auch unserer Ontologie und Metaphysik, denn das Zeichen wurde von Bense mehrfach als Funktion der Vermittlung zwischen Welt und Bewusstsein bezeichnet (Bense 1975, S. 16; cf. Toth 2008, Bd. 1, S. 127 ff.). Streng genommen gibt es keine monokontexturale Semiotik, denn die Semiotik wurde mit ihrem 10fachen Realitätsbegriff immer schon als "polykontextural" im Sinne Günthers verstanden (vgl. z.B. Bense 1980). Allerdings hat inzwischen Kaehr gezeigt, dass die Einführung kontextueller Indizes zu dramatischen Veränderungen der semiotischen Basistheorie führt (z.B. Kaehr 2008, 2009). In dessen habe ich (2009a, b) einen neuen Weg gewiesen, insofern ich zeigte, dass die (monokontexturale) Semiotik auf die Trito-Systeme der qualitativen Mathematik abgebildet und so unabhängig von kontextureller Verankerungen als polykontextural aufgebaut werden kann. Im vorliegenden Artikel gehe ich aus der 4-kontexturalen 4-adisch 4-atomischen Semiotik mit zugelassener iterierter Nullheit und stelle die Semiose oder Zeichenbildung unter Berücksichtigung der 4., verortenden Kategorie der Nullheit polykontextural, sonst aber ausnahmslos in dem Sinne dar, wie sie Bense am Ende seines Lebens in dem oben erwähnten Aufsatz und Kapitel getan hat. Besonderes Augenmerk liegt bei mir nun bei der Interaktion der Fundamentalkategorien innerhalb des Zeichens als einer kategorialen Relation. Aber auch hier folge ich genau Bense (1986, S. 64).

2. Die "drei Begriffe semiotisch-pragmatischer Weltzustände" sind:

1. das repertoirielle Zeichen.Mittel
2. der bezeichnete relative Objektbezug
3. der kontextlich objekt-präsentierende Interpretantenbezug (Bense 1986, S. 64)

Erstaunlich ist, dass hier zum einzigen Mal in Benses Werk der Objektbezug relativ vom Interpretantenbezug aus präsentiert wird. Normalerweise wird er "als bedeutungsvoller Konnex" über der Bezeichnungssemiose (M→O) aufgebaut (vgl. Ditterich 1990),. womit er natürlich selber repräsentiert, und repräsentieren muss er als drittheitliche Kategorie, weil diese ja das Zeichen selbst, als das Repräsentationsschema, darstellt.

Wir stellen den durch den Interpretanten präsentierten Objektbezug wie folgt dar:

(2.b) ← (3.a)

Wie gesagt, geht es uns hier aber polykontexturale Kompatibilität der monokontexturalen Semiotik. In anderen Worten: Der von Bense sehr richtig als "relativ" bezeichnete Objektbezug wird ergänzt durch das ontologische Objekt, das als kategoriales nun in die Zeichenrelation eingebettet wird:

(3.a 2.b 1.c ∦ 0.d),

wobei das Zeichen ∦ die Durchbrechung der Kontexturengrenze zwischen dem monokontexturalen Zeichen und seinem in der Monokontextur transzendenten Objekt bedeutet. Der relative Objektbezug wird also ergänzt um den absoluten kategorialen Objektbegriff, was wir wie folgt darstellen können:

$$\begin{array}{l} (0.d) \\ \ \downarrow \\ (2.b) \leftarrow (3.a). \end{array}$$

Es stellt sich hier allerdings die Frage, ob das richtig ist. So, wie die Relationen gezeichnet sind, würde das bedeuten, dass der Interpretant erst auf die vollzogene Abbildung (0.d) → (2.b) "einwirken", also erst (0.d) → (2.b) als Ganzes präsentieren kann. Alternativ könnte man schreiben:

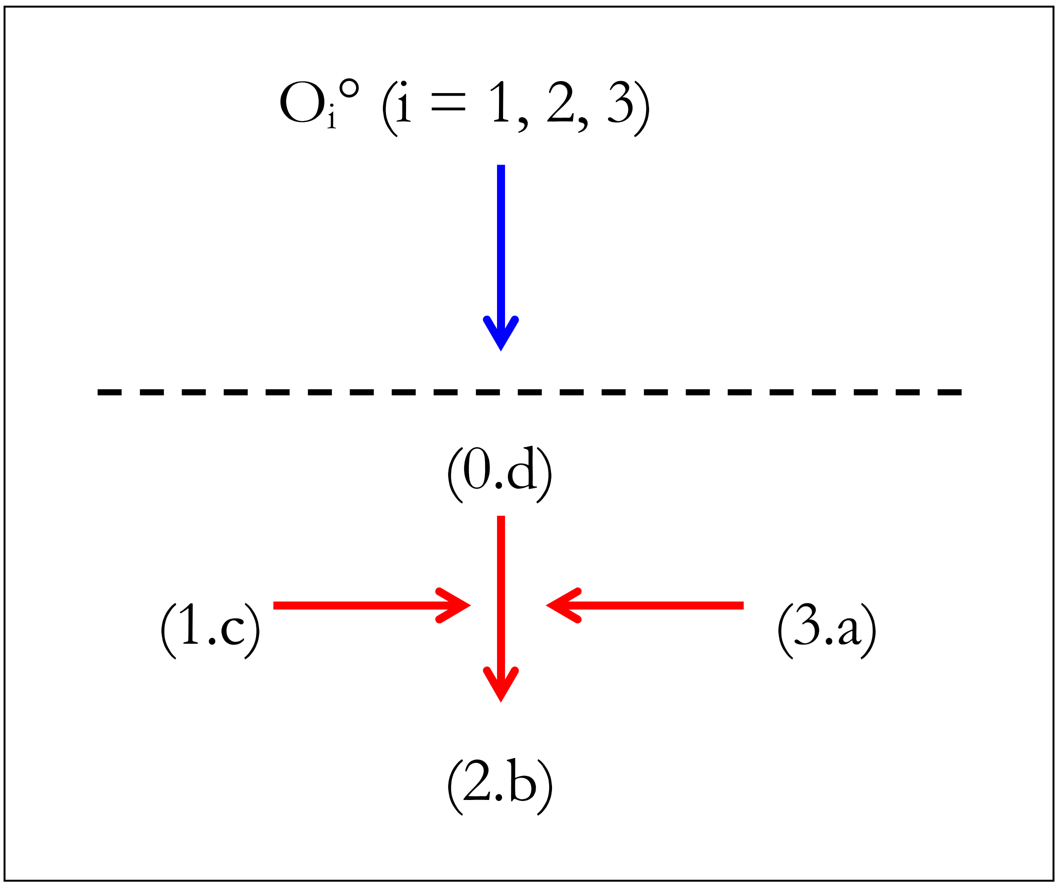
$$\begin{array}{ll} (0.d) & \\ \ \downarrow & \leftarrow (3.a). \\ (2.b) & \end{array}$$

Bense macht nämlich nicht klar, ob der "kontextlich objekt-präsentierende Interpretantenbezug" auf das Objekt oder den Objektbezug abhebt. Man könnte einwenden, das kategoriale Objekt spiele in Benses monokontextureller Semiotik ja gar keine Rolle. Das ist allerdings nicht korrekt, insofern Bezüge immer repräsentiert, und nur Objekte präsentiert werden. Es spricht also einiges für das 2. Schema.

Nun stellt sich die Frage der Positionierung des "repertoiriellen Mittels". Wird dieses für das kategoriale Objekt (0.d) oder für den relativen Objektbezug (2.b) verwendet? Die Antwort muss hier sicher lauten: Ein Mittel kann erst dann im Sinne eines Mittelbezuges auf ein Objekt referieren, nachdem die Bezeichnungsfunktion (M→O) etabliert ist. Trotzdem steht und fällt die Relation (0.d) → (2.b) mit der Präsenz des repräsentierenden Mittels, d.h. wir bekommen

$$\begin{array}{ccc} & (0.d) & \\ (1.c) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.a). \\ & (2.b) & \end{array}$$

Bemerkenswerterweise ist dies nun im Gegensatz zu mehreren früheren Modellen der Semiose ein symmetrisches Schema (vgl. Toth 2008, Bd.1 u. 2, passim). Zu einem wirklichen Semiosemodell ergänzt, bekommen wir folgendes Schema, bei dem die horizontale gestrichelte Linie die Grenze zwischen ontologischem und semiotischem Raum darstellt (vgl. Bense 1975, S. 45 f., 65 ff.).



3. Wir können nun die nicht-redundanten (vgl. Toth 2009b) 67 tetradisch-tetratomischen Zeichenklassen wie folgt nach dem erarbeiteten semiosischen Schema darstellen:

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.9) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.c) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.0) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.0) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.0) \\ & (2.3) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.1) & \\ (1.1) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.1) \\ & (2.1) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.2) & \\ (1.2) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.2) \\ & (2.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.3) \\ & (2.3) & \end{array}$$

Einer weiteren Arbeit wird es vorbehalten sein, eine Eigenschaft innerhalb der Semiotik zu untersuchen, die ihre Premiere dort noch nicht hatte; die "Interaktion". Nicht nur wurden Interaktionen zwischen Zeichen kaum (oder unter vielfältigen Namen und unsystematisch) untersucht, sondern niemand hat sich bisher die Mühe gemacht, etwa die eingezeichneten und weitere Interaktionen zu untersuchen

$$\begin{array}{ccc} & (0.3) & \\ (1.3) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.3) \\ & (2.3) & \end{array}$$

Auch der Begriff der Interaktion ist natürlich auf Benses Feststellung basiert, dass der Interpretant den Objektbezug bestimmt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2009)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Redundanzfreie Herstellung tetradisch-tetratomischer Zeichenklassen durch Abbildung tetradisch-dyadischer Relationen und ihrer Konversen auf das 4-kontexturale Trito-Zahlensystem. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009a)

Toth, Alfred, Objektsqualitäten und Semiose. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009b)

Interaktionen zwischen tiefsten Fundierungen

1. Einer der wichtigsten Begriffe, die erst kürzlich in die Semiotik eingeführt worden sind, ist die Interaktion zwischen Subzeichen, Zeichenklassen, Realitätsthematiken, allgemein zwischen Zeichenrelationen (vgl. Kaehr 2009). In der klassischen Peirce-Bense-Semiotik beschränkte man sich auf die Erforschung der statischen Zeichenzusammenhänge (vgl. Toth 1993, S. 135-175), und auch wo von dynamischen Zusammenhängen (Semiosen, Morphismen) die Rede war, da wurde doch zumeist von der triadischen Zeichenrelation als "kleinstem" Zeichengebilde ausgegangen.

2. Nun hatte ich aber in meinem Aufsatz "Über tiefste semiotische Fundierungen" (Toth 2009), dessen Titel bewusst einer Kapitelüberschrift Benses (1986, S. 64 ff.) nachgebildet war, darauf hingewiesen, dass nach Bense (1986, S. 64) innerhalb der triadischen Zeichenrelation der Interpretant eine "kontextlich objekt-präsentierende" Funktion ist. Das bedeutet also, dass das Objekt, welches durch das Zeichen bezeichnet wird, als "relativer Objektbezug" (Bense 1986, S. 64) nicht nur interpretiert und damit repräsentiert, sondern auch präsentiert wird. Diese ganz erstaunliche späte Formulierung Benses widerspricht denn auch im Grunde der semiotischen Basistheorie, stellt aber eine Annäherung an ihre polykontexturale Interpretation durch Ditterich (1990) dar. Formal bedeutet Benses Feststellung der Objekt-präsentierenden Funktion des repräsentierenden Interpretanten, dass wir nicht von dem folgenden Modell

(2.b) ← (3.a).

auszugehen haben, sondern von einem Modell, das etwa wie folgt aussieht:

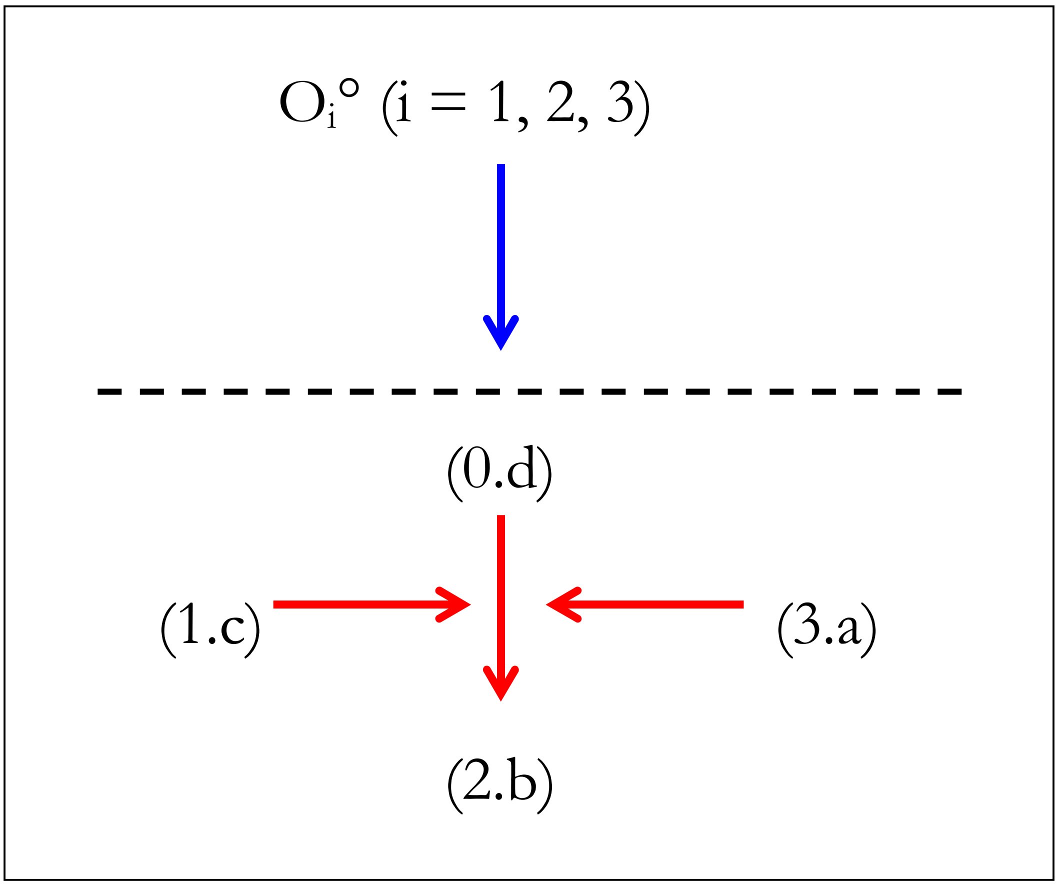
(0.d)
 ↓   ← (3.a).
(2.b)

Präsentation setzt immer ein Objekt voraus; Repräsentation ist dagegen immer an Zeichen gebunden. Auch wenn Bense hier nichts weiteres sagt, so bezieht er sich wohl auf zwei Kapitel seines früheren Buches "Semiotische Prozesse und Systems" (1975, S. 45 f., 65 ff.), wo er ausdrücklich zwei präsemiotische Ebenen zwischem dem "ontologischen" und dem "semiotischen Raum" sowie eine Kategorie der "Nullheit" eingeführt hatte, die später teilweise in der Semiotik aufgegriffen wurde.

Zusammen mit dem repertoiriellen Mittel bekommen wir dann aber ein tetradisches Zeichenmodell, das in Toth (2009) wie folgt skizziert wurde:

$$\begin{array}{ccc} & (0.d) & \\ (1.c) \rightarrow & \downarrow & \leftarrow (3.a). \\ & (2.b) & \end{array}$$

bzw. ein elementares Modell der Zeichengenese (Semiose), das wie folgt gegeben werden kann:



Wenn wir vom Kontexturübertritt zwischen dem disponiblen Objekt (O_i°) und dem tetradischen 4-kontexturalen Zeichenmodell absehen, können also 4 Kategorien in diesem Zeichenmodell miteinander interagieren:

$$\begin{array}{lll} (0.d) \leftrightarrow (1.c) & & \\ (0.d) \leftrightarrow (2.b) & (1.c) \leftrightarrow (2.b) & \\ (0.d) \leftrightarrow (3.a) & (1.c) \leftrightarrow (3.a) & (2.b) \leftrightarrow (3.a) \end{array}$$

Wir haben also 6 Interaktionen zwischen den Fundamentalkategorien eines tetradischen Zeichenschemas.

Wenn wir zwei Zeichenschemata i, j nehmen, ergeben sich die folgenden 10 Interaktionen (oder "Interplays"?):

$(0.d)_i \leftrightarrow (0.d)_j$			
$(0.d)_i \leftrightarrow (1.c_j$	$(1.c)_i \leftrightarrow (1.c)_j$		
$(0.d_i \leftrightarrow (2.b)_j$	$(1.c)_i \leftrightarrow (2.b)_j$	$(2.b)_i \leftrightarrow (2.b)_j$	
$(0.d)_i \leftrightarrow (3.a)_j$	$(1.c)_i \leftrightarrow (3.a_j)$	$(2.b)_i \leftrightarrow (3.a)_j$	$(3.a)_i \leftrightarrow (3.a)_j$

Diese können mit Hilfe der dynamischen semiotischen Kategorien mühelos berechnet werden (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.)

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986
Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierung. Klagenurt 1990
Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009)
Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Eigenrealität als Realitätsidentität

1. Max Bense spricht an einer Stelle seines Buches "Repräsentation und Fundierung der Realitäten ausdrücklich von der "dual invarianten bzw. realitätsidentischen Zeichenklasse des 'Zeichens' selbst" (1986, S. 99). Die Eigenschaft der "Eigenrealität" (Bense 1992) wird deshalb durch die Tatsache definiert, dass sich die Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) als einzige der 10 Peirceschen Zeichenklassen bei der Dualisierung nicht verändert:

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

2. Damit wird aber auch behauptet, dass die in der folgenden Figur miteinander verbundenen Subzeichen identisch sind:

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

Das ist jedoch klarerweise falsch, denn natürlich ist

$(3.1)° = (1.3)$
$(2.2)° = (2.2)$
$(1.3)° = (3.1)$

Die "eigenreale" Zeichenklasse verhält sich somit genau gleich wie die übrigen 9 Zeichenklassen, z.B.

$\times(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 1.2\ 1.3)$

3. Für die Semiotik Peircescher Prägung ist "eine absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' [...] einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979,

S. 59). Dennoch wird das Bewusstsein verstanden als “ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor” (Bense 1976, S. 27), denn Peirce hält “den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet” (Walther 1989, S. 76). Genauer gesagt, gibt “der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse auch das erkenntnistheoretische Subjekt, der Realisationszusammenhang der Objektthematik auch das erkenntnistheoretische Objekt” an (Gfesser 1990, S. 133).

Wenn man sich nun bewusst macht, dass bei der Dualisierung die Primzeichenordnung der Dyaden umgekehrt wird, kann man eine Zeichenklasse abstrakt wie folgt aufschreiben:

Zkl = [[S, O], [S, O], [S, O]]

und eine Realitätsthematik entsprechend als

Rth = [[O, S], [O, S], [O, S]],

denn

Zkl × Rth = [[S, O], [S, O], [S, O]] × [[O, S], [O, S], [O, S]].

Auch von dieser “erkenntnistheoretischen” Notation her wird klar, dass bei der “eigenrealen” Zeichenklasse keine Realitätsidentität der Zeichenklasse bzw. Zeichenidentität der Realitätsklasse vorliegt, denn:

[[S, O], [S, O], [S, O]] × [[O, S], [O, S], [O, S]]
[[3, 1], [2, 2], [1, 3]] × [[3, 1], [2, 2], [1, 3]],

that is

[3, 1] (sign class) = [S, O] ↔ [3, 1] (reality thematic) = [O, S]
[2, 2] (sign class) = [S, O] ↔ [2, 2] (reality thematic) = [O, S]
[1, 3] (sign class) = [S, O] ↔ [1, 3] (reality thematic) = [O, S]

However, this kind of writing also discloses that [2, 2] is **not self-identical**, i.e. not even if you dualize the genuine sub-signs, they stay the same.

The consequences of this insight are an earthquake: Since

× [a, a] ≠ [a, a],

there are **no identitive morphisms**. Since there are no identitive morphisms, **theoretical semiotics is not an identity system**. Since it is not an identity system, it is not based on Aristotelian logic.

4. Another interesting feature we have in the following case

($\underline{3.1}$ 2.1 $\underline{1.3}$) × ($\underline{\underline{3.1}}$ 1.2 $\underline{\underline{1.3}}$)

both ($\underline{3.1}$) and ($\underline{1.3}$) are [SO],
both ($\underline{\underline{3.1}}$) and ($\underline{\underline{1.3}}$) are [OS],

so that we can induce **that every sub-sign can appear as representative of the subject and of the object pole of a semiotic epistemological relation**. However, from that it follows, that we need from now on two matrices: a semiotic matrix for the subject relation and a semiotic matrix for the object relation:

	O	O	O
S	SO	SO	SO
S	SO	SO	SO
S	SO	SO	SO

	S	S	S
O	OS	OS	OS
O	OS	OS	OS
O	OS	OS	OS

Note that the <O, O, O> sequence = <.1, .2, .3>, but ≠ <1., 2., 3.> = <S, S, S>! Thus, we obtain

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

	1.	2.	3.
.1	1.1	1.2	1.3
.2	2.1	2.2	2.3
.3	3.1	3.2	3.3

Now, we are at the crucial point of our whole story. Remember that we have treated semiotics so far a purely monocontextural system. However, we have found that it is no identity system and thus not based on Aristotelian logic. The answer, on which logic semiotic is based, we get by finding that the following pair of matrices of the inner semiotic environments (Kaehr 2008) is equivalent to the two groups of pairs of semiotic matrices given above:

	.1	.2	.3
1.	1,3	1	3
2.	1	1,2	2
3.	3	2	2.3

	1.	2.	3.
.1	3.1	1’	3’
.2	1’	2.1	2’
.3	3’	2’	3.2

However, as we have already shown in the contextural matrix to the right, we have even to go one step beyond 3-contextural semiotics, since for 3-contextural semiotics, we have, f.ex.

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$; $\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$; $= (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$,

where the non-identity is not shown in the 6 non-genuine (degenerate) sub-signs, so that in the above expressions, we have, of course,

$(3.1)_3 \neq (3.1)_3$,
$(1.3)_3 \neq (1.3)_3$.

It has to be pointed out here another time that the polycontexturality of Peirce-Bensean semiotics results already from the concept that each dyad of a sign class and each dyad of a reality thematic are a combination of a subjective and an objective relation. For that is follows, that the contextural border between subject and object is abolished in each dyad that constitutes both the subject and the object pole of the epistemological semiotic relation. The big mistake that has been made in the past is to confuse dualization and conversion. A sub-sign and its converse relation belong to the same matrix, i.e. either the matrix of the sign class or of the reality thematic. However, the dualized respective sub-sign and its conversion belong to another matrix, i.e. either the matrix of the reality thematic or of the sign class. The reason for this confusion, however, is the formal “identity” of

conversion: $(a.b)^\circ = (b.a)$

and

dualization: $\times$(a.b) = (b.a),

This is also the deepest reason why Bense came to the mistaken idea that there is something like eigenreality in the sense that a sign class is reality-identical or a reality thematic is sign-identical.

Literature

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Gfesser, Karl, Bemerkungen zum 'Zeichenband'. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo. (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008
Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce, Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Was sind eigentlich Realitätsthematiken?

1. Das Verhältnis zwischen Zeichenklasse und Realitätsthematik ist nie völlig klar herausgearbeitet worden. Zunächst ist auch der Begriff "Zeichenthematik" anstatt "Zeichenklasse" gebräuchlich (z.B. Bense 1979, S. 37 ff.). Allerdings wird niemals "Realitätsklasse" anstatt "Realitätsthematik" gesagt. Darüber, was eine Zeichenklasse ist, habe ich bereits gehandelt (Toth 2009). Es handelt sich im Gegensatz zu einer mengentheoretischen Klasse nicht um eine besondere Menge von Zeichen, sondern um eines von genau 10 abstrakten Schemata, durch die effektiv auftretende (oder manifestierte) Zeichen repräsentiert oder erfüllt werden können. Eine Zeichenklasse ist also keine Menge, sondern eine modelltheoretische Erfüllungsrelation. Das ist ebenfalls nie gesagt worden. Damit gehörte die Semiotik eigentlich in die Logik bzw. Metamathematik.

2. Es stellt sich hernach die Frage, warum semiotische Repräsentationen immer in Form von "Dualsystemen" auftreten müssen (z.B. Walther 1982, wo das ganze durch Dualität verdoppelte Peircesche 10er System von Zeichenklassen aus der "eigenrealen" Zeichenklasse im Sinne eines durch sie "determinierten Dualitätssystems" abgeleitet wird). Es ist auch so, dass noch bis ca. in die Mitte der 70er Jahre nur von Zeichen und Zeichenklassen, nicht aber von Dualisierung oder Realitätsthematiken die Rede war. Im "Lexikon der Semotik" heisst es s.v. "Zeichenthematik": "Thematisierung des Gegebenen, der Welt, der Objekte, des Darstellbaren u. dgl. unter dem Aspekt der Realitionalität im Unterschied zur Seinsthematik, die das Gegebene, die Welt, die Objekte, das Darstellbare u. dgl. unter dem Aspekt der Substantialität entwickelt" (Bense und Walther 1973, S. 136). Da die "Realitätsthematik" (trotz ihres Namens) natürlich unmöglich die Seinsthematik thematisieren kann, da dies ja die ganze Idee der nur repräsentierend-zeichenvermittelt wahrnehmbaren und darstellbaren Welt aufheben würde, stellt sich die Frage nach dem Ursprung dieser weder bei Peirce noch in der früheren Stuttgart Schule existierenden "2. Zeichenthematik".

3. Bei Bense (1979, S. 38) wird das (später als "Dualsystem" bezeichnete Schema) Zkl (3.2 2.2 1.2) × Rth: (2.1 2.2 2.3) wie folgt erläutert: "Man erkennt: links steht die 'Zeichenklasse', rechts die 'Bezugsklasse', d.h. die 'Realitätsthematik' des durch die 'Zeichenklasse' bezeichneten 'Objekts', das Kreuzchen steht für die Opration der 'Dualisierung'. In diesem Falle ist also die 'Realitätsthematik' des bezeichneten 'Objekts' eine vollständige, weil jede 'vollständige Realitätsthematik' des bezeichneten 'Objekts' eine vollständige, weil jede 'vollständige Realitätsthematik' durch die Vollständigkeit mit der Trichotomie einer der drei 'Zeichenbezüge' ('M' oder 'O' oder 'I' definitorisch gegeben ist". Hier ist es also so, dass die Realitätsthematik eine formale Struktur ist, die aus der Zeichenklasse durch Dualisierung, d.h. durch Umkehr sowohl der Ordnung der Subzeichen als auch der Primzeichen hergestellt wird. Das wirklich Besondere ist aber,

wie aus Benses Formulierung leicht abzulesen ist, dass Realitätsthematiken forma-inhaltliche Strukturen zeigen, die aus ihren dualen Zeichenklassen (ohne Dualisierung) nicht abgelesen werden können. Dass etwa ein "vollständiges Objekt" den Nachweis aller drei Objektbezüge bedingt, ist ja voll und ganz unklar, wenn man sieht, dass es in der "Zeichenklasse" oder eben "Zeichenthematik" nur mit dem indexikalischen Objektzeug (2.2) repräsentiert wird. Man hat hier nachgerade den Eindruck, dass nicht die Zeichenklasse, sondern die Realitätsthematik die ideale Repräsentation eines "vollständigen Objekts" ist, d.h. (2.1 2.2 2.3), eine semiotische Klasse, die weder über einen Interpretanten- noch über einen Mittelbezug verfügt. Solche Klassen widersprechen aber dem semiotischen Gesetz der triadischen Differenziertheit, wonach jede triadische Relation, um ein Zeichen zu sein, aller drei Zeichenbezüge bedarf.

4. Sehr schnell geht Bense dann aber dazu über, Realitätsthematiken als relativ eigenständige Repräsentationen zu etablieren. Im selben Buch, aus dem die Zitate im letzten Abchnitt stammen, lesen wir: Für die Semiotik Peircescher Prägung ist "eine absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' […] einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979, S. 59). Dennoch wird das Bewußtsein verstanden als "ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor" (Bense 1976, S. 27), denn Peirce hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet" (Walther 1989, S 76). Genauer gesagt, gibt "der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse auch das erkenntnistheoretische Subjekt, der Realisationszusammenhang der Objektthematik auch das erkenntnistheoretische Objekt" an (Gfesser 1990, S. 133): "Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) 'Welt' und (erkennendem) 'Bewußtsein' zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die 'Erkenntnisrelation', herzustellen" (Bense 1976: 91). Kurz gesagt, dienen also die Realitätsthematiken dazu, zusammen mit den Zeichenthematiken, denen sie engstesn d.h. durch Dualisation verbunden sind, "die Disjunktion zwischen Welt und Bewussesein" (aufzuheben), wie es schon relativ früh bei Bense (1975, S. 16) heisst.

5. Das Zeichen ist also eine Manifestation bzw. eine aktuale Instanz einer Zeichenklasse, welche nach Peirce die allgemeine Form

(3.a 2.b 1.c)

hat und durch Dualisation

×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

in eine Realitätsthematik transformiert wird, wobei wir die folgenden erkenntnistheoretisch-semiotischen Korrespondenzen haben:

(3.a 2.b 1.c) = Subjekt
(c.1 b.2 a.3) = Objekt

Nun ist es aber so, dass zwischen Subjekt und Objekt eine Kontexturgrenze verläuft, deren Überschreitung die Möglichkeiten der zweiwertigen aristotelischen Logik überschreitet (vgl. z.B. Kronthaler 1992). Damit ergeben sich zwei Möglichkeiten:

1. Die Semiotik, wie sie hier anhand von Zeichenklasse und Realitätsthematik dargestellt wurde, ist polykontextural, denn die Dualisationsoperation fungiert als "Trans-Operator" zwischen "Bewusstsein" und "Welt" bzw. zwischen "Subjekt" und Objekt".

2. Die Semiotik ist, wie Kaehr (2008) hervorgehoben hat, an den logischen Satz der Identität gebunden und damit trotz der "verdoppelten Zeichen-Realitäts-Repräsentation" nicht polykontextural. Um sie zu polykontexturalisieren, muss sie daher analog zur klassischen Logik umgebaut werden.

Tatsächlich ist es so, dass (2.) gilt. In einer Reihe von Arbeiten, die man in Kaehr's Webseiten und in meinem "Electronic Journal for Mathematical Semiotics" findet, wurde im Detail aufgezeigt, warum die Semiotik monokontextural ist und mit welchen Mitteln sie polykontextualisiert werden kann. Wenn dies aber so, ist dann stellt sich wieder – wie am Anfange dieser Arbeit, jedoch unter verschobenem Blickpunkt – die Frage, was denn eigentlich die durch Dualisation verdoppelte Zeichenthematik, genannt Realitätsthematik, eigentlich soll.
6. Der bereits von Bense weiter oben erwähnten monokontexturalen Zeichenklasse

(3.2 2.2 1.2)

entspricht die 3-kontexturale Zeichenklasse

(3.2_2 $2.2_{1,2}$ 1.2_1).

Wie nun Kaehr gezeigt hat, unterscheidet sich die Dualisation dieser Zeichenklasse

(2.1_1 $2.2_{2,1}$ 2.3_2)

nicht nur in der Ordnung der Sub- und Primzeichen von der Dualisaion der monokontexturalen Ausgangs-Zeichenklasse

(2.1 2.2 2.3),

sondern zusätzlich in der Umkehrung der Ordnung der Kontexturen. Dies steht im Einklang damit, dass in

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

Zeichen- und Realitätstematik ausser dem Index, weil er monokontextural gesehen selbst-identisch ist, auch kein weiteres Subzeichen gemein haben. Das mag man sich merken bei anderen Zeichenklassen wie

(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3),

wo man auf die Täuschung hineinfallen könnte, dass Zeichen- und Realitätsthematik (2.1) und (1.2) gemeinsam haben, obwohl in Wahrheit das (2.1) der Zeichenklasse gerade das (1.2) der Realitätsthematik ist, und umgekehrt. Im 3-kontexturalen Fall haben wir also

$(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{2}) \times (2.1_{2'}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2'})$
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1'}\ 1.2_{1'}\ 1.3_{3'})$.

Hier wurden also die einfachen Indizes zur Unterscheidung von Zeichen- und Realitätsthematik mit "Apostrophen" markiert, denn beim Übergang zu höheren Kontexturen, wo sie als Paare, Tripel, ... auftreten, würde sich diese Nicht-Identität der scheinbaren Identität von $(2.1)_1$ und $(2.1)_1$, $(1.2)_1$ und $(1.2)_1$ etc. durch weitere Indizes und nach der Dualisierung durch die Ordnung der Paare, Tripel, etc. zeigen.

Mit anderen Worten: Wir haben also sowohl im monokontexturalen Fall, d.h. z.B. bei

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)

zwei völlig verschiedene Repräsentationsschemata vor uns. Im monokontexturalen Fall können die Realitätsthematiken deshalb nicht zu den Zeichenklassen gehören, weil die Subjekt- und Objektgrenze durch das monokontexturale Zeichen nicht überschritten werden kann, also können die Realitätsthematiken auch nicht die Objektpole einer semiotischen Erkenntisrelation repräsentieren, nämlich deshalb nicht, weil hier das logische Identitätsgesetz gültig ist. Im 3-, und allgemein: polykontexturalen Fall können die Realitätsthematiken deshalb nicht zu den Zeichenklassen gehören, weil die Zeichenklassen selbst ja durch die Indizierungen kontextuiert werden. Bei ihnen spielen sich somit die Subjekt- oder Zeichen-Objekt-Transgressionen innerhalb der Zeichenklassen ab, und die Annahme eines separaten Repräsentationsschema ist deshalb ganz überflüssig.

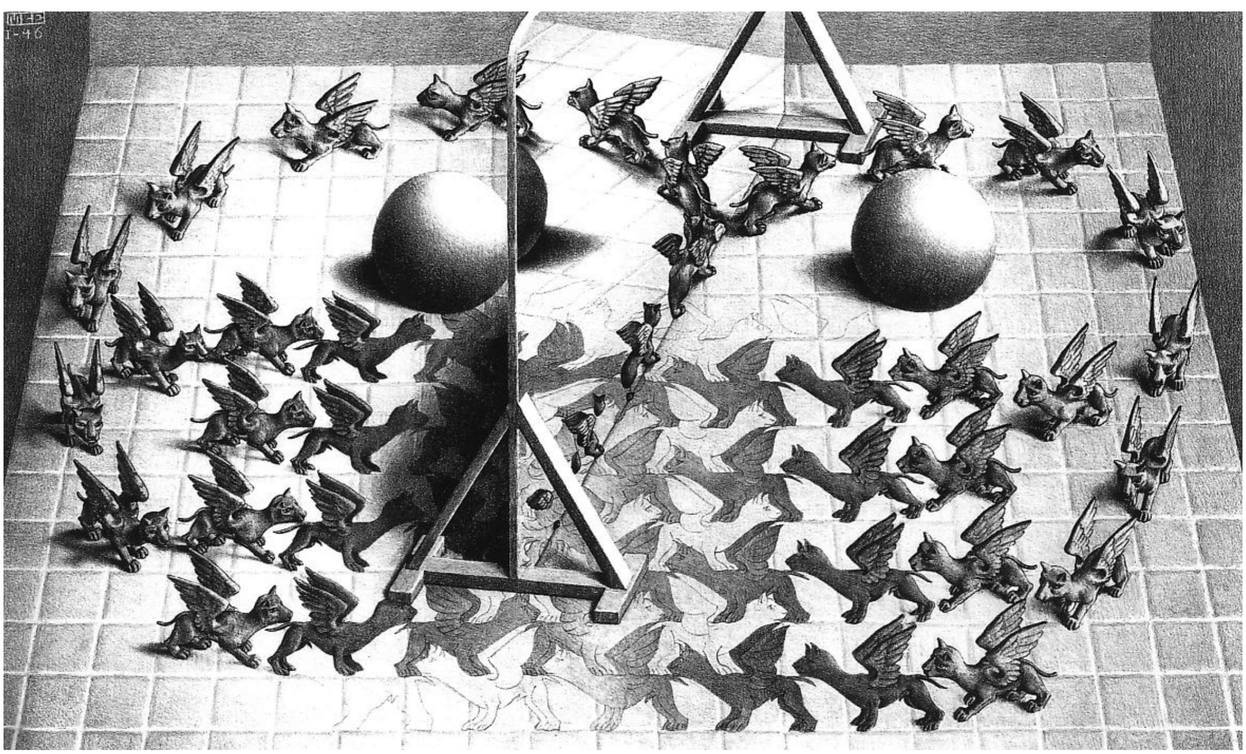
7. Trotzdem sollte man nicht auf "Realitätsthematiken" verzichten .- ausser vielleicht auf ihren Namen, denn wie meine eigenen Arbeiten zur mathematischen Semiotik gezeigt haben, ist die Einführung bzw. Entdeckung neuer formaler Strukturen in der Semiotik ausnahmslos sehr fruchtvoll gewesen, um das "mysteriöse" Innere der "geheimnisvollen" Zeichenwelt auf die angeblich kalte Mathematik zu fundamentieren. Wenn es erlaubt ist, ohen vorherige ausführliche Begrüdungen (die sich allerdings in meinem Arbeiten verstreut finden lassen) einen Vergleich zwischen der Dualisation und einem Mechanismus eines Gemäldes zu wagen, dann vergleiche man die abstrakten Strukturen von

$(3.a\ 2.b\ 1.c) \times (c.1\ b.2\ a.3)$ (monokontextural)

bzw.

$(3.a_{i,j}\ 2.b_{k,l,m}\ 1.c_{n,o}) \times (c.1_{o,n}\ b.2_{m,l,k}\ a.3_{j,i})$ (4- bzw. polykontextural)

mit der bekannten Graphik "Zauberspiegel" von M.C. Escher (1946)



Mit den geflügelten Hunden geschieht hier im Grunde genau dasselbe wie mit den Subzeichen bei der Dualisierung: es ist eine *zweifache* Spiegelung, was Escher vielleicht mit der "realen" zweiten Kugel hinter (oder vor?) dem Spiegel andeuten wollte. Die Aussage, dass jede Welt die zugehörige duale, oder vielleicht besser komplementäre Welt hätte, klingt angesichts des Anklanges der romantischen "Gegenwelt" reichlich unexakt, aber genau das scheint die Dualisierung und scheinen die Realitätsthematiken zu leisten: sie sind eine verdoppelte bzw. 2. Seinsthematik, deren Funktion im übrigen ganz genau der klassischen logischen Negation entspricht:

NNp = p

××(3.a 2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c)

Es scheint also alles dafür die sprechen, dass Realitätsthematiken einfach die "negativen" Zeichenthematiken darstellen, wobei die logische Negationsoperation der semiotischen Dualisationsoperaton entspricht.

Wenn man sich die semiotischen Strukturen der "Realitätsthematiken" anschaut:

×(3.1 2.1 1.1) = (1.1 1.2 1.3)
×(3.1 2.1 1.2) = (2.1 1.2 1.3)
×(3.1 2.1 1.3) = (3.1 1.2 1.3)
×(3.1 2.2 1.2) = (2.1 2.2 1.3)
×(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3)
×(3.1 2.3 1.3) = (3.1 3.2 1.3)
×(3.2 2.2 1.2) = (2.1 2.2 2.3)
×(3.2 2.2 1.3) = (3.1 2.2 2.3)
×(3.2 2.3 1.3) = (3.1 3.2 2.3)
×(3.3 2.3 1.3) = (3.1 3.2 3.3),

so haben wir 3 semiotische Relationen mit nur 1 Fundamentalkategorie:

(**1**.1 **1**.2 **1**.3)
(**2**.1 **2**.2 **2**.3)
(**3**.1 **3**.2 **3**.3).

6 semiotische Relationen mit nur 2 Fundamentalkategorien (identische hervorgehoben):

(2.1 **1**.2 **1**.3)
(3.1 **1**.2 **1**.3)
(**2**.1 **2**.2 1.3)
(**3**.1 **3**.2 1.3)
(3.1 **2**.2 **2**.3)
(**3**.1 **3**.2 2.3)

sowie eine einzige (1) semiotische Relation mit allen 3 Fundamentalkategorien

(3.1 2.1 1.3)

Dieser Sachverhalt zwingt uns also, für das Negativsystem der Zeichen die Restriktion der paarweisen Verscheidenheit der 3 Fundamentalkategorien aufzuheben. Wie man ausserdem sieht, kommt die triadische Ordnung ($3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$) nur ein einziges Mal vor, weshalb diese Restriktion ebenfalls aufgehoben werden muss. Ein kurzer Blick auf negative semiotische Strukturen wie

(2.1 1.2 1.3) = (2.a 1.b 1.c) mit $a < b < c$,

zeigt, dass hier offenbar das zu ($a \leq b \leq c$) inverse Gesetz gilt. Ein Blick in tetradische und höhere Strukturen semiotischer Negativität (Toth 2007, S. 216 ff.) zeigt ferner, dass wir es hier mit Anfängen einer sehr komplexen Struktur semiotischer Negativität zu tun haben. Dasselbe gilt für die in Abhängigkeit davon stehende Thematisationsstruktur der "Realitätsthematiken". Es gibt sicher sehr viele weitere strukturelle Eigenschaften der semiotischen Negativität, die bisher deshalb nicht ans Licht gekommen ist, weil man sich auf die Untersuchung der Zeichenklassen bschränkt und die Realitätsthematiken quasi als side kicks verstanden hatte. Wie überall in der mathematischen Semiotik gilt also auch hier: Es ist unheimlich viel zu tun.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth/ Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 129-141
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zeichen und Zeichenklasse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichen%20u.%20Zkl.pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27 (1982), S. 15-20

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Zu Kaehrs semiotischer Interaktion zwischen Sem_2 und Sem_1

1. Gegeben seien die folgenden beiden semiotischen Matrizen Sem1 und Sem2 (vgl. Kaehr 2009, S. 19):

$$Sem^1 = \begin{bmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{bmatrix}, \quad Sem^2 = \begin{bmatrix} 3.3_2 & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4.3_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5.3_2 & 5.4_2 & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

Diese beiden triadischen Matrizen können zu einer pentadischen Matrix komponiert werden, indem das einzige Sem1 und Sem2 gemeinsame Subzeichen, (3.3), das in Sem1 in der Kontextur 1, in Sem2 in der Kontextur 2 auftritt, in seinen kontexturellen Formen konkateniert wird:

$$\begin{array}{llllll} 1.1 & 1.2 & 1.3 & & & \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & & & \\ 3.1 & 3.2 & 3.3_1 \equiv & 3.3_1 & 3.4 & 3.5 \\ & & & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ & & & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{array}$$

Um eine vollständige pentadische Matrix zu erreichen, müssen nun die fehlenden Subzeichen (in der folgenden Matrix fett markiert) ergänzt werden:

$$\left(\begin{array}{llllll} 1.1 & 1.2 & 1.3 & & \mathbf{1.4} & \mathbf{1.5} \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & & \mathbf{2.4} & \mathbf{2.5} \\ 3.1 & 3.2 & 3.3_1 \equiv & 3.3_2 & 3.4 & 3.5 \\ \mathbf{4.1.} & \mathbf{4.2} & & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ \mathbf{5.1} & \mathbf{5.2} & & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{lllll} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 & 1.5 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 & 2.5 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3_{1,2} & 3.4 & 3.5 \\ 4.1. & 4.2 & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ 5.1 & 5.2 & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{array}\right)$$

2. Ganz anders aber schaut Kaehrs Interaktionsmatrix zwischen Sem1 und Sem2 aus (Kaehr 2009, S. 22):

$$\mathrm{inter}\left(\mathrm{Sem}^{(5,3,2)}\right) = \begin{bmatrix} \mathrm{MM} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1.1_1 & 3.4_2 & 3.5_2 & 1.4 & 1.5 \\ 2 & 3.4_2 & 2.2_1 & 2.3_1 & 2.4 & 2.5 \\ 3 & 3.5_2 & 3.2_1 & 3.3_{1.2} & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4 & 4.1 & 4.2 & 3.4_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5 & 5.1 & 5.2 & 3.5_2 & 5.4_s & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

Hier fehlen also (1.2), (2.1), (1.3), (3.1) sowie (4.3) und (5.3); dafür treten (3.4), (3.5) dreimal (zweimal horizontal und einmal vertikal) auf.

Falls solche Matrizen existieren, haben sie enorme Konsequenzen für die Basistheorie der mathematischen Semiotik:

Die Reihen der Matrizen enthalten triadische Sprünge und Wiederholungen (1-3-3-4-5), (3-2-3-4-4), (3-2-3-3-3), etc. Anders ausgedrückt: Nachdem Triaden einer Zeichenrelation in der klassischen Semiotik durch die von unten nach oben gelesenen Reihen der Peirceschen 3×3-Matrix definiert sind:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3, \end{pmatrix}$$

wären die Pentaden der Kaehr-Matrix also so definiert, dass 1. das Prinzip der pentadischen Vollständigkeit der pentadischen Zeichenklasse wegfiele; dass 2. das Prinzip der paarweisen Verschiedenheit der fünf Subzeichen wegfiele, und dass 3. keine ersichtliche lienare Nachfolgerordnung in den Pentatomien der Pentaden mehr vorhanden wäre (z.B. 5.1 → 4.1, aber 2.2 → 3.4; 3.5 → 3.4, aber 2.3 → 3.5, etc.).

3. Kaehrs komponierte pentadische Matrix suggeriert grösstmögliche Arbitrariät bei der Kompositionen n-adischer und m-adischer zu (n+m-1)-adischer Matrizen und umgekehrt zur Dekomposition (n+m)-adischer Matrizen in (n-1-m)-adische und/oder (n-m-1)-adische Matrizen. Die einzige Anforderung an die "Richtigkeit" der komponierten Matrix wäre dann, dass die zueinander inversen Subzeichen die gleichen kontexturellen Indizes bekommen (z.B. (2.3) und (3.2), (1.5) und (5.1), etc.). In letzter Instanz führt diese Arbitrarität also dazu, dass in Übereinstimmung mit einer obigen Festellung die abstrakte Form einer pentadischen Zeichenklasse als

5-Zkl = (a.b c.d e.f g.h i.j)

mit a, ..., j ∈ {1, ..., 5}

anzusetzen ist. Da ferner die triadischen Hauptwerte a, c, e, g, i nicht mehr paarweise verschieden sein müssen, kann jede x-beliebige Folge von 6 Ziffern natürlicher Zahlen als pentadische Zeichenklasse interpretiert werden.

4. Eine Einschränkung für diese völlig verwilderte Menge von Zeichenklassen könnte man daraus entnehmen, dass man wie bei der triadischen Matrix die Reihen der pentadischen Matrix als "Haupt-Zeichenklassen" interpretiert und aus den pentatomischen Pentaden der dyadischen Subzeichen Regeln zur Komposition von Zeichenklassen ableitet. Und zwar so:

1. Die pentadischen Haupt-Zkln (Reihenvektoren) sind:

5.1	5.2	3.5	5.4	5.5
4.1	4.2	3.4	4.4	4.5
3.5	3.2	3.3	3.4	3.5
3.4	2.2	2.3	2.4	2.5
1.1	3.4	3.5	1.4	1.5

2. Die daraus abzuleitenden Regeln zum Bau von "Neben-Zkln" lauten:

2.1. 5-Zkl = (5.a 4.b 3.c 3.d 1.e):

(a = 1) → b = 1, c = 5, d = 4, e = 1
(a = 2) → b = c = d= 2, e = 4
(a = 5) → b = c = d = e = 5

2.2. (5-Zkl = (3.a 3.b 3.c 2.d 3.e)) → a = e = 5, b = 4, c = d = 3

Aus diesen etwas komplizierten Konstruktionsregeln für Zeichenklassen folgt jedenfalls, dass auch die Inklusionsordnung für Trichotomien (a ≤ b ≤ c) bei Pentatomien nur noch eingeschränkt gilt.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Monokontexturale und polykontexturale Replizierung

1. Im Rahmen der monokontexturalen Semiotik spielen Replicas eine bedeutende Rolle bei der lokalen und temporalen Bestimmung von Zeichen, denn es "ist jede Realisierung eines Legizeichens immer eine Konkretisierung oder Individualisierung. Anders ausgedrückt: Jedes realisierte Legizeichen ist hinsichtlich seines Auftretens oder Vorkommens 'hier und jetzt' ein Sinzeichen" (Walther 1979, S. 88). Weil damit im Grunde Drittheiten auf Zweitheiten zurückgeführt werden, könnte man Replizierung auch als Singularisierung bezeichnen. Karl Hermann hat im Anschluss an Walther folgende Darstellung der 10 Zeichenklassen mit ihren zugehörigen Replicaklassen gefunden (Herrmann 1990, S. 97):

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.1 1.2) ←(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2) ←(3.1 2.2 1.3) ←(3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.2) ← (3.2 2.2 1.3) ←(3.2 2.3 1.3) ← (3.3 2.3 1.3)

Mit der in Toth (2008, S. 159 ff.) entwickelten Methode der dynamisch-kategorietheoretischen Analyse ist es nun möglich, nicht nur die Replica-Klassen statisch, sondern auch die Prozesse der Replizierung dynamisch zu erfassen:

$$[[\beta°, id1], [\alpha°, id1]]$$

$$[[\beta°, id1], [\alpha°, \alpha]] \leftarrow [[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]]$$

$$[[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \leftarrow [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \leftarrow [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, id3]]$$

$$[[\beta°, id2], [\alpha°, id2]] \leftarrow [[\beta°, id2], [\alpha°, \beta]] \leftarrow [[\beta°, \beta], [\alpha°, id3]] \leftarrow [[\beta°, id3], [\alpha°, id3]]$$

Im System der 10 Zeichenklassen gibt es somit die folgenden Replizierungstypen in kategorietheoretischer Notation:

$[\alpha \leftarrow \beta\alpha]$
$<[id2 \leftarrow \beta], <[\alpha \leftarrow \beta\alpha], [\beta \leftarrow id3]>>$
$<[id2 \leftarrow \beta], <<[id2 \leftarrow \beta], [\beta \leftarrow id3]>, [\beta \leftarrow id3]>>$,

sowie in numerisch-kategorialer Notation:

(2.1) ← (1.3)
<(2.2) ← (2.3), <(2.1) ← (1.3), (2.3) ← (3.3)>>
< (2.2) ← (2.3), <<(2.2) ← (2.3), (2.3) ← (3.3)>, (2.3) ← (3.3)>>.

2. Wenn wir von der monokontexturalen zur polykontexturalen Semiotik übergehen, stellt sich zunächst die Frage, ob sich Replizierung nur auf die Trichotomien der Subzeichen beschränkt oder auch die Kontexturen affiziert, in denen sich die Subzeichen befinden. Es sind also zwei Möglichkeiten denkbar:

1. (2.3)i → (2.2)i
2. (2.3)i → (2.2)j

Kaehr (2009, S. 8) ist offenbar der Ansicht, dass Singularisierung von semiotischen Prozessen einen Kontexturenwechsel impliziert. Er gibt folgendes Beispiel für die Replikation einer semiotischen Matrix:

$$\mathrm{repl}_{1.1\ .1\ .1}: \begin{pmatrix} S_1 & \square & \square \\ \square & S_2 & \square \\ \square & \square & S_3 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} S_1 & \square & \square \\ S_1 & S_2 & \square \\ S_{1.1} & \square & S_3 \end{pmatrix}$$

Werden die beiden triadischen semiotischen Systeme

$$\mathrm{Sem}^1 = \begin{bmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{bmatrix},\ \mathrm{Sem}^2 = \begin{bmatrix} 3.3_2 & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4.3_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5.3_2 & 5.4_2 & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

zum folgenden pentadischen semiotischen System zusammengefasst:

$$Sem^{(5,3,2)} = \begin{array}{cc} MM & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 & 1.5 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 & 2.5 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.4 & 3.5 \\ 4.1 & 4.2 & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ 5.1 & 5.2 & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{bmatrix} \end{array}$$

so erscheint in der folgenden replikativen semiotischen Matrix die eingebettete triadische Matrix Sem1 repliziert als Sem11, und die "Schaltstelle" der Einbettung der zwei Matrizen, das Subzeichen (3.3), bekommt nun zuzüglich zu seinem kontexturellen Index 1, der es mit der Matix Sem1 verbindet, und seinem kontexturellen Index 2, der mit es mit der Matirx Sem2 verbindet, eine zweite 1 als Zeichen der Replikation:

Replication of Sem $_1$ to Sem$_{1.1}$

$$repl(Sem^{(5,3,2)}) = \begin{array}{cc} MM & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{bmatrix} 1.1_{1.1} & 1.2_{1.1} & 1.3_{1.1} & 1.4 & 1.5 \\ 2.1_{1.1} & 2.2_{1.1} & 2.3_{1.1} & 2.4 & 2.5 \\ 3.1_{1,1} & 3.2_{1.1} & 3.3_{1.1.2} & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4.1 & 4.2 & 4.3_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5.1 & 5.2 & 5.3_2 & 5.4_2 & 5.5_2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Damit haben wir nun das nötige formale Instrumentarium beieinander, um polykontexturale Replizierungen zu konstruieren bzw. zu rekonstruieren:

1. Nicht-eingebettete 3-kontexturale Replikation

(3.13 2.11 1.11,3)

(3.13 2.11 1.21) ← (3.13 2.11 1.33)

(3.13 2.21,2 1.21) ← (3.13 2.21,2 1.33) ←(3.13 2.32 1.33)

(3.22 2.21,2 1.21) ← (3.22 2.21,2 1.33) ←(3.22 2.32 1.33) ← (3.32,3 2.32 1.33)

2. In Sem1 eingebettete 3-kontexturale Replikation

(3.11,1 2.11,1 1.11,1)

(3.11,1 2.11,1 1.21,1) ← (3.11,1,3 2.11,1,1 1.31,1,3)

(3.11,1 2.21,1 1.21,1) ← (3.11,1,3 2.21,1 1.31,1,3) ← (3.11,1,3 2.31,1,2 1.31,1,3)

(3.21,1 2.21,1 1.21,1) ← (3.21,1 2.21,1 1.31,1,3) ← (3.21,1 2.31,1,2 1.31,1,3)
← (3.31,1,2,3 2.31,1,2 1.31,1,3)

3. **Singularisierung/Aktualisierung impliziert also Kontexturenwechsel.** Das ist wohl das erstaunlichste Ergebnis dieser Studie. Nun sind Ich und Du nach Günther (1975) qualitativ ebenso geschieden wie Diesseits und Jenseits. Man darf sich also fragen, ob die hier dargestellte polykontexturale Replikationstheorie Anwendung im Bereich der linguistischen Deixis finden könnte, also dort, wo es darum geht, etwas oder jemand im Hier, Jetzt und als Ich/Du/Er sprachlich zu etablieren.

In Toth (1997, S. 83 ff.) hatte ich auf mehrere Typen von verletzter Deixis hingewiesen, die möglicherweise mit der hier vorgelegten Theorie untersucht werden können:

1. Verletzte Lokal-Deixis: *Ich bin dort in Mexiko.

2. Verletzte Temporal-Deixis: Bist du noch da? – *Nein ich bin schon weg.

3. Verletzte Personal-Deixis: Diese Nacht ist herrlich, mein Kind.
dein Freund/*Ihre Schwester.

4. Verletzte epistemische Deixis: *Ottokar weiss nicht, dass der Mond quadratisch ist.

5. Verletzte situative Deixis: Ich sehe, Du hast das Abendblatt in der Hand. *Hol es mir doch mal mehr.
6. Verletzte Deixis mit honoricis: *Hallo, hast Du Ihren Hut liegen lassen

(usw.)

Literatur

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009)
Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101
Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Semiotische Prozesse und Systeme. Klagenfurt 2008
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Polykontexturale Superoperatoren in der Semiotik

1. Der Bergiff des semiotischen "Superoperators" (Kaehr) setzt den Begriff der semiotischen Kontextur voraus, denn er vermittelt zwischen und nicht innherhalb von semiotischen Systemen. Nach Kaehr (2009) sind die wichtigsten Superoperatoren Identität, Permutation, Reduktion, Bifurkation und Replikation (Figur aus Kaehr 2009, S. 9):

Super – operators for the mapping of logical systems onto the matrix

$$\mathrm{Logic}^{(m)}: \left[\mathrm{Logic}^{(m)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}} \xrightarrow[\mathrm{sops}]{} \left[\mathrm{Logic}^{(m)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}}$$

$$\mathrm{sops} = \{\mathrm{id},\ \mathrm{perm},\ \mathrm{red},\ \mathrm{bif},\ \mathrm{repl}\}$$

$$\mathbf{id}: \forall\, i, j \in s(m): \quad \left(\mathrm{Logic}^{i,j}\right) \xrightarrow[\mathrm{id}]{} \left(\mathrm{Logic}^{i,j}\right)$$

$$\mathbf{perm}(i, j): \forall\, i, j \in s(m): \left(\mathrm{Logic}^{i}, \mathrm{Logic}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{perm}]{} \left(\mathrm{Logic}^{j}, \mathrm{Logic}^{i}\right)$$

$$\mathbf{red}(i, j): \forall\, i, j \in s(m): \left(\mathrm{Logic}^{i}, \mathrm{Logic}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{red}]{} \left(\mathrm{Logic}^{i}, \mathrm{Logic}^{i}\right)$$

$$\mathbf{bif}(i, j): \forall\, i, j \in s(m): \left(\mathrm{Logic}^{i}, \mathrm{Logic}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{bif}]{} \left(\left(\mathrm{Logic}^{i} \,\|\, \mathrm{Logic}^{j}\right), \mathrm{Logic}^{j}\right)$$

$$\mathbf{repl}(i, j): \forall\, i, j \in s(m): \left(\mathrm{Logic}^{i}, \mathrm{Logic}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{repl}]{} \left(\left(\mathrm{Logic}^{i} \,|\, \mathrm{Logic}^{i}\right), \mathrm{Logic}^{j}\right)$$

Als einziger dieser semiotischen Trans-Operatoren (wie man auch sagen könnte) wurde die Replikation, bereits von Peirce eingeführt, benutzt, womit die drittheitlichen trichotomischen Werte einer Zeichenklassen schrittweise vom Mittel- bis zum Interpretantenbezug abgebaut werden, bis überall nur noch zweiteitliche Bezüge aufscheinen, z.B.

(3.2 2.2 1.2)← (3.3 2.2 1.2) ← (3.3 2.3 1.2) ← (3.3 2.3 1.3) ≡
RRR(3.3 2.3 1.3) = (3.2 2.2 1.2)

Mit Hilfe von R oder der Replikation werden also Zeichenklassen in andere Zeichenklassen überführt, d.h. semiotische Transoperationen durchgeführt.

Unter semiotischen Identitätsoperatoren kann man Operatoren $\iota_1, \iota_2, \iota_3, ..., \iota_n$ (im Falle der 10 Peirceschen Zeichenklassen ist n = 10) verstehen, welche die Zeichenklassen auf sich selbst abbilden, z.B. ι_1(3.1 2.1 1.1) = (3.1 2.1 1.1).

Die bereits in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführten Permutationsoperatoren π_1, π_2, π_3, ..., π_n (im Falle von triadischen Zeichenklassen ist n = 6, da 3! = 6) sind eine spezielle Form der identischen Abbildungen von Zeichenklassen, da sie streng genommen nicht aus diesen Zeichenklassen hinausführen, z.B. $\pi_{1\text{-}6}$ (3.1 2.1 1.3) = {(3.1 2.1 1.3), (3.1 1.3 2.1), (2.1 1.3 3.1), (2.1 3.1 1.3, (1.3 2.13.1), (1.3 3.1 2.1)}

Reduktionsoperatoren, bisher unbekannt in der Semiotik, könnten z.B. dazu verwendet werden, um triadische Peircesche Zeichenklassen auf dyadische Saussuresche Zeichengebilde zurückzuführen, z.B. ρ(3.1 2.1 1.3) = {(3.1, 2.1), (3.1, 1.3), (3.1 1.3)}.

2. Im Gegensatz zu den Indentitäts-, Permutations- und Reduktions-Operationen wirken Bifurkation und Replikation primär an den kontexturellen Indizes:

3 – contextural semiotic matrix [repl, id, id]

$$\mathrm{Sem}^{(3,2,2)}_{(repl,\,id,\,id)} = \begin{pmatrix} MM & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.1.3}} & \mathbf{1.2_{1.1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1.1}} & \mathbf{2.2_{1.1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

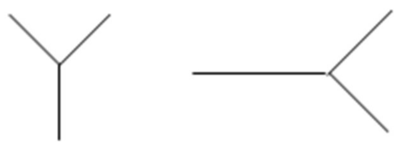
Wie man sieht, ist die Replikation eine Operation der Form $\mathcal{R}(a.b)_{i,j} = (a.b)_{i,ik}$. Das bedeutet aber, dass der erste kontexturelle Wert zum zweiten wird, indem eine Kopie seiner selbst an die erste Stelle gesetzt wird. Replikation wirkt also retrograd. In Übereinstimmung mit Peirce haben wir zusätzlich (a.3) → (a.2) (vgl. Walther 1979, S. 88 ff.). Allerdings bleibt, dann, wie die folgende Figur zeigt, mindestens 1 Zeichenklasse nicht ableitbar:

(3.1 2.1 1.1)
(3.1 2.1 1.2) ← (3.1 2.1 1.3)
(3.1 2.2 1.2) ← (3.1 2.2 1.3) ← (3.1 2.3 1.3)
(3.2 2.2 1.2) ← (3.2 2.2 1.3) ← (3.2 2.3 1.3) ← (3.3 2.3 1.3)

Wir wollen darum hier vorschlagen, unter Replikation die zusätzliche semiotische Ableitung (a.2) → (a.1) zu verstehen, d.h. Replikation ist wie folgt definiert:

$\mathcal{R}(a.b')_{i,j} := (a.b)_{i,ik}$. b' ∈ {3, 2}, b ∈ {1, 2}

3. Auch Bifurkation ist eine Operation von Kontexturenwechsel. Es ist interessant, dass eines der ersten Peireceschen Zeichenmodelle bifurkativ ist: “A point upon which three lines of identity abut is a graph expressing relation of Teridentity” (Peirce ap. Brunning 1997, S. 257):



Teridentität beruht hier aber im Grunde darauf, dass die 3 äusseren Ecken des Graphen in der inneren, also einer 4. Ecke, zusammenfallen. Wird dann die 4. Ecke nicht gezählt (woraus sich ein tetradisches Zeichenmodell ergäbe), dann folgt, **dass Teridentität nichts anderes ist als Bifurkation.**

Bisher völlig unberücksichtigt blieb, dass es möglich ist, sämtliche 6 Permutationen einer Zeichenrelation in Form von Bifurkationen (Teridentitäten) darzustellen:

$$\pi_1(3.a\ 2.b\ 1.c) = (3.a) \begin{array}{l} \nearrow\ (2.b) \\ \\ \searrow\ (1.c) \end{array}$$

$$\pi_2(3.a\ 2.b\ 1.c) = (3.a) \begin{array}{l} \nearrow\ (1.c) \\ \\ \searrow\ (2.b) \end{array}$$

$$\pi_3(3.a\ 2.b\ 1.c) = (2.b) \begin{array}{l} \nearrow\ (3.a) \\ \\ \searrow\ (1.c) \end{array}$$

$$\pi_4(3.a\ 2.b\ 1.c) = (2.b) \begin{array}{l} \nearrow\ (1.c) \\ \\ \searrow\ (3.a) \end{array}$$

↗ (3.a)

π_5(3.a 2.b 1.c) = (1.c)

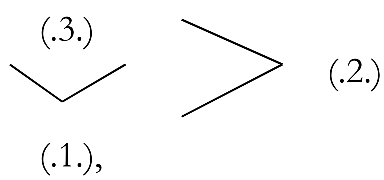
↘ (2.b)

↗ (2.b)

π_6(3.a 2.b 1.c) = (1.c)

↘ (3.a)

Eine **inverse Bifurkation** dürfte dem Peircesche Kreationsschema zurunde liegen:



“das ein Zusammenwirken der ‘Erstheit’ und der ‘Drittheit’ zur Generierung der ‘Zweitheit’ verlangt” (Bense 1976, S. 107). Es wird hier ja gerade postuliert, dass nicht ein Objekt (.2.) durch einen Interpretanten (.3.) mit einem Mittel (.1.) bezeichnet wird, sondern dass ein Interpretant (.3.) ein Mittel (.1.) selektiert, um ein Objekt (bzw. einen Objektbezug (.2.)) zu generieren, der also relativ zu (.3.) und (.1.) etwas Neues darstellt, also aus folgenden zwei inversen Bifurkationen hergestellt werden kann:

↙ (.3.)		↙ (.1.)
(.2.)	(.2.)	
↖ (.1.)		↖ (.3.)

Nun ergibt sich aber eine überraschende Gemeinsamkeit zwischen einigen Typen von Bifurkation und inverser Bifurkation zur Replikation, die wir ja als retrograd (retrosemiosisch, degenerativ) bestimmt hatten: All jene Typen von Bifurkationen, die das folgende abstrakte Schema

↗ (c.d)

π_i(3.a 2.b 1.c) = (a.b)

↘ (e.f)

mit a < c und/oder a < e erfüllen, sind zugleich replikativ. Das sind also 4 der 6 möglichen Permutationen, nämlich π_3 bis und mit π_6.

4. Damit ergibt sich, die Frage, ob es tatsächlich korrekt ist, (1) die Permutationen der Zeichenklasse $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$ wie bisher (in der linken Kolonne) zu schreiben, oder ob sie nicht korrekter wie in der rechten Kolonne notiert werden müssen:

$$\begin{array}{lcl}
\pi_1(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) & = & (3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \\
\pi_2(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) & = & (3.1_3\ 1.3_{1,3}\ 2.1_{1,1}) \\
\pi_3(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) & = & (2.1_{1,1}\ 3.1_{1,3}\ 1.3_{1,3}) \\
\pi_4(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) & = & (2.1_{1,1}\ 1.3_{1,3}\ 3.1_{1,3}) \\
\pi_5(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) & = & (1.3_{1,3}\ 3.1_{1,3}\ 2.1_{1,1}) \\
\pi_i(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) & = & (1.3_{1,3}\ 2.1_{1,1}\ 3.1_{1,3})
\end{array}$$

(2) ergeben sich aus diesen Permutationstypen die folgenden Bifurkationstypen:

$$\begin{array}{lcl}
 & & \{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)\} \\
 & & \{(3.1_3\ 1.3_3\ 2.1_1), (3.1_3\ 1.3_1\ 2.1_1), (3.1_1\ 1.3_3\ 2.1_1)\} \\
 & & \{(2.1_3\ 3.1_1\ 1.3_3), (2.1_1\ 3.1_1\ 1.3_1),\ ((2.1_1\ 3.1_1\ 1.3_1), ...\} \\
\mathcal{B}\ \pi_i(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) & = & \{(2.1_3\ 1.3_1\ 3.1_3), (2.1_1\ 1.3_1\ 3.1_1), \\
 & & (2.1_1\ 1.3_3\ 3.1_{1,}), ...\} \\
 & & \{(1.3_3\ 3.1_1\ 2.1_3), (1.3_3\ 3.1_1\ \ 2.1_1), \\
 & & (1.3_1\ 3.1_1\ 2.1_1)\} \\
 & & \{(1.3_3\ 2.1_1\ \ 3.1_3), (1.3_{1,3}\ 2.1_{1,1}\ 3.1_{1,3}), ...\}
\end{array}$$

Mit Hilfe der Einführung polykontexturaler Superoperatoren in die Semiotik ergeben sich überraschende Einsichten in die Semiosis und den Bau bekannter (aber monokontextural nicht genügend differenzierter) Zeichenschemata wie demjenigen der semiotischen Kreation. Speziell für die semiotischen Permutationssysteme wird hierdurch ein äusserst komplexer Ausschnitt aus dem Netz der semiotischen Kontexturen konstruierbar bzw. analysierbar, das enorme weitere Formalisierbarkeit erlaubt.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Toth, Alfred, Semiotische Prozesse und Systeme. Klagenfurt 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Das Zeichenschema als Erkenntnisschema

1. Die Semiotik vermöge – so Bense – "die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren" (1975, S. 16). Eine interessante verwandte Konzeption findet man ein Jahr später, wenn Bense schreibt: "Diese triadische Relation des Bewusstseins kann auch wie folgt eingeführt

$$x \xrightarrow{R} y$$

und wie folgt erfüllt, belegt bzw. realisiert werden

$$\text{Ich} \xleftrightarrow{\text{Bw}} \text{Welt}\text{"} \ (1976, \text{S. } 39).$$

Gemäss der ersten Konzeption gilt also

Z = f (Welt, Bewusstsein),

gemäss der zweiten Konzeption gilt jedoch

Z = f (Welt, Ich, Bewusstsein),

also wäre das Zeichen eine tetradische Relation im Widerspruch zu Benses Annahme.

Übrigens hatte bereits Bense (1971, S. 39) das Zeichenschema als Kommunikationsschema bestimmt und als die triadischen Glieder Expedient, Kanal und Perzipient bestimmt. Daraus folgt natürlich

Z = f (Welt, Ich, Du, Bewusstsein),

auch wenn man mit einem bekannten Trick einwenden könnten, vom Standpunkt der statistischen Informationstheorie sei eine Unterscheidung zwischen Ich und Du im Grunde unmöglich. Und auch wenn man einwenden wollte, die semiotische Bewusstseinkonzeption lasse eben im Gegensatz zur klassischen Logik neben dem Ich ein Du zu, führt uns dies nur wieder zurück zu

Z = f (Objekt, Ich, Du),

d.h. die Zeichenrelation ist eine Relation, die mit der zweiwertigen aristotelischen Logik nicht vereinbar ist. Daran ändert auch nichts, dass das Bewusstsein verstanden wird als "ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor" (Bense 1976, S. 27), so dass also die Zeichenthematik den Subjektpol und die Realitätsthematik den Objektpol der Erkenntnisrelation repräsentierte. Denn auch aus dieser Konzeption würde folgen, dass das Zeichen imstande ist, die Kontexturgrenzen zwischen Subjekt (Ich, Du, Bewusstsein) und Objekt (Welt) zu überbrücken – und zwar qua Dualisation als Transoperation, was aber wiederum mit der zweiwertigen Logik unvereinbar ist.

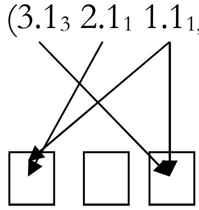
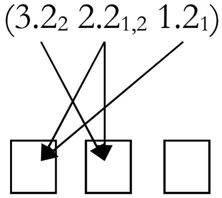
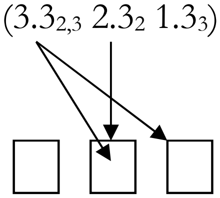
2. Es ist nicht einzusehen, weshalb das Zeichen, auch wenn es eine Vermittlungsfunktion zwischen Welt und Bewusstsein ist, zwei verschiedene Repräsentationsschemata (Zeichen- und Realitätsthematik) benötigte. So wird etwa auch der Unterschied zwischen Bezeichnung und Bedeutung innerhalb derselben triadischen einen Zeichenrelation mitrepräsentiert. Vom polykontexturalen Standpunkt aus gesehen sind Ich, Du, Es, Wir Erkenntnissubjekte und Erkenntnisobjekte, die paarweise jeweils durch eine Kontexturgrenze voneinander geschieden sind, aber deswegen werden keine eigenen Sublogiken für Ich, Du, Es, Wir konstruiert, sondern die 4 Pole werden in 4 Kontexturen distruibuiert, die innerhalb der einen mehrwertigen Logik zugleich miteinander verbunden sind. Ein solcher Ansatz ist daher auch für die Semiotik vorzuziehen.

Wir gehen daher aus von der 3-kontexturalen 3-adischen semiotischen Matrix, wie sie von Kaehr (2008) eingeführt worden war:

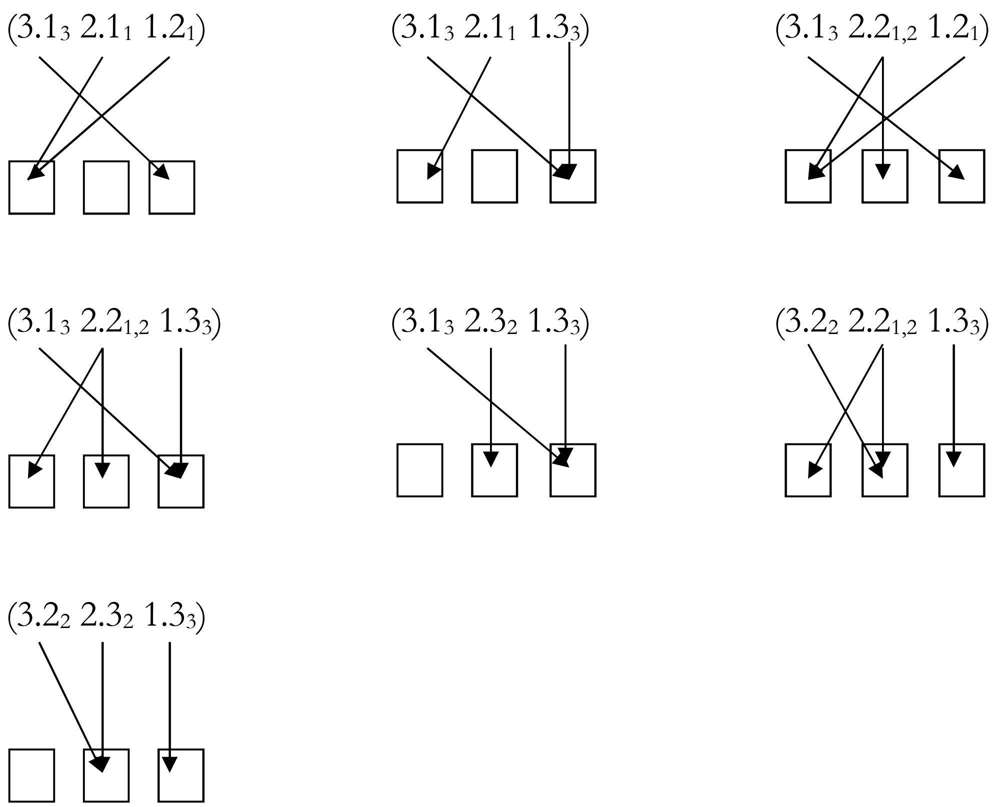
$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Betrachten wir zunächst die Hauptzeichenklassen, d.h. die Haupttriaden:

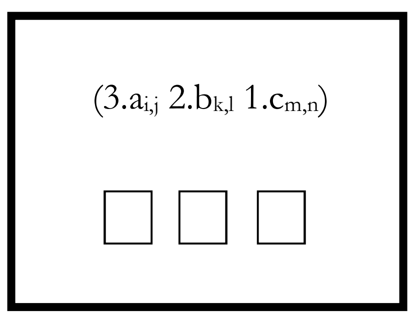
$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3})$ $(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1})$ $(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$

Wie man erkennt, liegen die 3 Hauptzeichenklassen in nur 2 Kontexturen, während die übrigen, gemischten Zeichenklassen in 2 oder 3 Kontexturen liegen:



Das Zeichen als Vermittlungs- und Erkenntnisrelation hat also die folgende abstrakte Form



wobei die n-Kontexturen n ontologischen Plätzen bzw. Subjekten zugeschrieben werden können. In einer 3-wertigen Logik sind die 3 Kontexturen etwa

1 = Ich = Mittelbezug

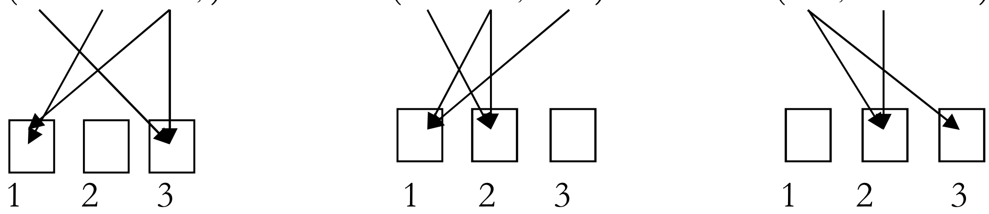
2 = Es = Objektbezug

3 = Du = Interpretantenbezug

(cf. Günther 1976, S. 336 ff., Toth 2008, S. 64 ff.)

Für die 3 Hauptzeichenklassen haben wir dann

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$ $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$ $(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$



Z = f(Ich, Du) Z = f(Ich, Es) Z =f (Es, Du)

In 3 Kontexturen liegen nur die 3 Zeichenklassen

$$\left.\begin{array}{l}(3.1\ 2.2\ 1.2)\\(3.1\ 2.2\ 1.3)\\(3.2\ 2.2\ 1.3)\end{array}\right\}\quad Z = f(\text{Ich, Du, Es})$$

Nur sie haben also eine triadische Zeichenfunktion, die zwischen allen 3 Polen der 3-kontextural möglichen drei semiotischen Erkenntnisrelationen vermittelt. Dass es keine Zeichenfunktion über nur 1 Pol gibt, bestätigt natürlich den prinzipiellen Vermittlungscharakter des Zeichens, wie er von Bense hervorgehoben worden war. Nur muss betont werden: Das Zeichen als Vermittlungsfunktion von Welt und Bewusstsein ist wegen der prinzipiellen irreduziben Pluralität des Bewusstseins mindestens als Ich- und als Du-Bewusstsein eine polykontexturale Zeichenfunktion. Das Zeichen vermittelt nicht zwischen Zeichenthematik und Realitätsthematik im Sinne von Subjekt- und Objektpol einer dyadischen Erkenntnisrelation, sondern, dem triadischen Zeichen angemessener, zwischen Zeichenthematik und polykontextural disseminierter Seinsthematik im Sinne von n-1 möglichen Subjekten und 1 Objekt einer n-adischen Erkenntnisrelation.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Günther, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Der präsemiotisch-semiotische Übergang und der Aufbau der kontexturellen semiotischen Matrix

1. In meinen zwei Bänden "Semiotics und Pre-Semiotics" (Toth 2008) sowie in zahlreichen weiteren Arbeiten habe ich ohne semiotische Kontexturen zur Hilfe zu nehmen den präsemiotisch-semiotischen Übergang, den Max Bense als Adjazenzraum von ontologischem und semiotischem Raum (1975, S. 65 f.) bzw. von Nullheit zur Erstheit (1975, S. 45 f.) gekennzeichnet hatte, mit Hilfe der mathematischen Vererbungstheorie (vgl. Touretzky 1984) erklärt. Seit Rudolf Kaehr die kontexturellen semiotischen Matrizen (2008) sowie neuerdings Superopertoren (Transoperatoren) auch in die Semiotik eingeführt hat (2009), mag ich einen weiteren Erklärungsversuch der Erzeugung der semiotischen Matrix aus der präsemiotischen Triade von Sekanz, Semanz und Selektanz (vgl. Götz 1982, S. 4, 28).

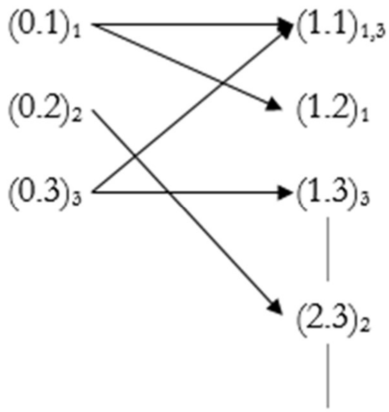
2. Den Fundamentalkategorien werden nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2008) die kontexturellen Indizes der entsprechenden genuinen Subzeichen (im Sinne von iterierten Primzeichen) zugeschrieben

PZR = ((.1.)1,3, (.2.)1,2, (.3.)2,3),

so dass man den drei trichotomischen Glieder der präsemiotischen Zeroness im Sinne Benses (1975, S. 65 f.) genuine kontextuelle Indizes zuschreiben dürfen wird

PZR = ((0.1)1, (0.2)2, (0.3)3)

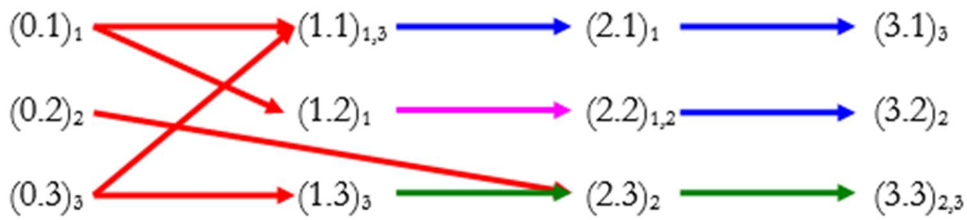
3. Nun gibt es aber eine Überraschung, denn nicht nur durchkreuzen die kontexturellen Abbildung vom präsemiotischen in den semiotischen Raum sämtliche auf der Vererbungstheorie basierenden Vorhersagen, sondern (0.2)2 kann gar nicht wie alle übrigen Trichotomien von der Nullheit auf die Erstheit abgebildet werden:



In der unten stehenden Figur sind identische kontexturelle Abbildungen in rot, und Bifurkationen in blau. Grün ist die inverse Bifurkation. Lediglich

$(1.2)_1 \rightarrow (2.2)_{1,2}$

ist ein Fall von Touretzky-Vererbung.



Das ist nun also ein mit den Ergebnissen der polykontexturalen Logik kompatibles Schema der Semiose von der präsemiotischen Nullheit zur semiotischen Drittheit der Drittheit und damit die vollständige Rekonstruktion von Zeichengenese.

Da die von Kaehr beigebrachten Superoperationen der Identitätsabbildung und Reduktion einigermassen klar sein dürften und da die Bifurkation bereits in mehreren Arbeiten behandelt wurde, führe ich abschliessend die Unterscheidung von linker und rechter Replikation ein. Im Falle, dass bereits auf präsemiotischer Ebene mit Replikation gerechnet werden darf, fallen beide Typen, wie natürlich auch bei den semiotischen Fällen mit Monoindizierung, zusammen.

1. Replikation von links

$\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,3}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,1,3}$
$\mathcal{R}(1.2)_{1} = (1.2)_{1,1}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_{1} = (1.1)_{1,1,1}$
$\mathcal{R}(1.3)_{3} = (1.3)_{3,3}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_{3} = (1.1)_{3,3.3}$
$\mathcal{R}(2.1)_{1} = (2.1)_{1,1}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_{1} = (2.1)_{1,1,1}$
$\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,2}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,1,2}$
$\mathcal{R}(2.3)_{2} = (2.3)_{2,2}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_{2} = (2.3)_{2,2,2}$
$\mathcal{R}(3.1)_{3} = (3.1)_{3,3}$	$\mathcal{R}(3.1)_{3} = (3.1)_{3,3,3}$
$\mathcal{R}(3.2)_{2} = (3.2)_{2,2}$	$\mathcal{R}(3.2)_{2} = (3.2)_{2,2,2}$
$\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,3}$	$\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,2,3}$

2. Replikation von rechts

$$
\begin{array}{ll}
\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3} & \mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3,3} \\
\mathcal{R}(1.2)_{1} = (1.2)_{1,1} & \mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_{1} = (1.1)_{1,1,1} \\
\mathcal{R}(1.3)_{3} = (1.3)_{3,3} & \mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_{3} = (1.1)_{3,3,3} \\
 & \\
\mathcal{R}(2.1)_{1} = (2.1)_{1,1} & \mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_{1} = (2.1)_{1,1,1} \\
\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2} & \mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2,2} \\
\mathcal{R}(2.3)_{2} = (2.3)_{2,2} & \mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_{2} = (2.3)_{2,2,2} \\
 & \\
\mathcal{R}(3.1)_{3} = (3.1)_{3,3} & \mathcal{R}(3.1)_{3} = (3.1)_{3,3,3} \\
\mathcal{R}(3.2)_{2} = (3.2)_{2,2} & \mathcal{R}(3.2)_{2} = (3.2)_{2,2,2} \\
\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3} & \mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3,3}
\end{array}
$$

Besonders wenn mit Hilfe des Bifurkationsoperators gearbeitet wird, lassen sich kontexturelle Strukturen von enormer Komplexität generieren.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Touretzky, David, The Mathematics of Inheritence Systems. London 1984

Kontexturale Polysemie

Im folgenden soll kurz angedeutet werden, dass von den 4 von Kaehr (2009) eingeführten sog. Superoperatoren (da sie Kontexturgrenzen überschreiten, könnte man sie auch Inter- oder Trans-Operatoren nennen), vor allem durch Replikation und Bifurkation eine sehr grosse Zahl von semiotischen Strukturen mit kontexturaler Polysemie geschaffen wird. Wir gehen wie üblich aus von der 3-kontexturalen 3-adischen semiotischen Matrix, wo die (für diese Matrix) "kanonisierten" Indizes (eineindeutige Abbildung kontexturaler Indizes auf Subzeichen; gleiche Indizes für konverse, aber nicht für duale Suzeichen) abgelesen werden und mit den Polysemien in den unten stehenden Listen verglichen werden können.

1. Replikation von links

1. Replikation von links

$\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,3}$
$\mathcal{R}(1.2)_{1} = (1.2)_{1,1}$
$\mathcal{R}(1.3)_{3} = (1.3)_{3,3}$

$\mathcal{R}(2.1)_{1} = (2.1)_{1,1}$
$\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,2}$
$\mathcal{R}(2.3)_{2} = (2.3)_{2,2}$

$\mathcal{R}(3.1)_{3} = (3.1)_{3,3}$
$\mathcal{R}(3.2)_{2} = (3.2)_{2,2}$
$\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,3}$

$\mathcal{RR}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,1,3}$
$\mathcal{RR}(1.2)_{1} = (1.1)_{1,1,1}$
$\mathcal{RR}(1.3)_{3} = (1.1)_{3,3.3}$

$\mathcal{RR}(2.1)_{1} = (2.1)_{1,1,1}$
$\mathcal{RR}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,1,2}$
$\mathcal{RR}(2.3)_{2} = (2.3)_{2,2,2}$

$\mathcal{R}(3.1)_{3} = (3.1)_{3,3,3}$
$\mathcal{R}(3.2)_{2} = (3.2)_{2,2,2}$
$\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,2,3}$

2. Replikation von rechts

$\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3}$
$\mathcal{R}(1.2)_{1} = (1.2)_{1,1}$
$\mathcal{R}(1.3)_{3} = (1.3)_{3,3}$

$\mathcal{RR}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3,3}$
$\mathcal{RR}(1.2)_{1} = (1.2)_{1,1,1}$
$\mathcal{RR}(1.3)_{3} = (1.3)_{3,3,3}$

$\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1}$
$\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2}$
$\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2}$

$\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3}$
$\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2}$
$\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3}$

$\mathcal{RR}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1,1}$
$\mathcal{RR}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2,2}$
$\mathcal{RR}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2,2}$

$\mathcal{RR}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3,3}$
$\mathcal{RR}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2,2}$
$\mathcal{RR}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3,3}$

3. Einige Bifurkationen

$\mathcal{B}(1.1)_{1,1,1,3} \quad \rightarrow (1.1)_1 [(1.2)_1], (1.1)_{1.1.3}, (1.1)_{1,1}, (1.1)_{1,3}, (1.1)_{1,1,1}, (1.1)_3 [(1.3)_3]$
$\mathcal{B}(1.2)_{1,1,1} \quad \rightarrow (1.2)_1, (1.2)_{1,1}$
$\mathcal{B}(1.3)_{3,3,3} \quad \rightarrow (1.3)_3, (1.3)_{3,3}$

$\mathcal{B}(2.1)_{1,1,1} \quad \rightarrow (2.1)_1, (2.1)_{1,1}$
$\mathcal{B}(2.2)_{1,1,1,2} \quad \rightarrow (2.2)_1 [(1.2)_{1,2}], (2.2)_{1.1.2}, (2.2)_{1,1}, (2.2)_{1,2}, (2.2)_{1,1,1}, (2.2)_2 [(2.3)_2]$
$\mathcal{B}(2.3)_{2,2,2} \quad \rightarrow (2.3)_2, (2.3)_{2,2}$

$\mathcal{B}(3.1)_{3,3,3} \quad \rightarrow (3.1)_3, (3.1)_{3,3}$
$\mathcal{B}(3.2)_{2,2,2} \quad \rightarrow (3.2)_2, (3.2)_{2,2}$
$\mathcal{B}(3.3)_{2,2,2,3} \quad \rightarrow (3.3_2, (3.3)_{2.2.3}, (3.3)_{2,2}, (3.3)_{2,3}, (3.3)_{2,2,2}, (3.3)_3$

Wie man erkennt, sind aus genuinen Subzeichen durch Replikation und Bifurkation alle kontexturellen Werte herstellbar.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Das vierfache Anfangen in der Semiotik

> "Aristoteles beginnt, wie fast alle nach ihm, mit der Eins.
> Platon setzt auf die Zwei.
> Hegel, Heidegger und Peirce versuchen es mit der Drei.
> Pythagoras, Heidegger, Günther, Derrida halten es mit der Vier
> Es gibt keinen Ursprung; es gibt Vielheiten des Anfang(en)s."
>
> Rudolf Kaehr (2004, s.p.)

1. Übergänge erzeugen Orte, so wie sich zwischen Orten notwendigerweise Übergänge (Transitionen) ergeben. Nach polykontexturaler Auffassung verbindet eine Brücke nicht nur zwei Orte A und B über einen Abgrund, sondern der Abgrund ermöglicht erst die Verbindung von A und B, d.h. seine Überbrückung. Es geht also um das aus der klassischen Logik ausgeschlossene Zusammenspiel von Operatoren und Operanden, die sich nach polykontexturaler Sicht gegenseitig beeinflussen. Orte erzeugende Übergänge heissen hier Wiederholungen. Es gibt Wiederholungen des Alten und Wiederholungen des Neuen. Mit einem etwas gewöhnungsbedürftigen Terminus spricht Rudolf Kaehr von "kenomischen Disremptionen": "Diese Widerholungen sind jedoch nicht nur in der Dimension der Generierung von Neuem, also der Evolution zu explizieren, sondern müssen zusätzlich bestimmt werden durch ihre komplementären Bestimmungen als 'emanative' Ausdifferenzierung mit ihren zwei Modi der Reduktion und der Komplikation auf einer jeweiligen Stufe der Evolution" (Kaehr 2004, s.p.).

Kaehr unterscheidet die folgenden 4 Möglichkeiten "doppelter Doppelbetimmung der Übergänge":

- Komplexitäts-aufbauend, durch Konstruktoren: evolutiv
- Komplexitäts-abbauend, durch Destruktoren: Monomorphienbildung
- Komplikations-aufbauend: Ausdifferenzierung durch Selbstabbildung
- Komplikations-abbauend: Reduktionen durch Selbstüberlagerungen

2. Auch wenn es keine semiotische Kenogrammatik geben kann, erweist sich, wie in diesem Artikel gezeigt werden soll, die Kaehrsche Unterscheidung der doppelten Doppelbestimmung der Übergänge als fruchtbar. Wir können o.B.d.A. in dem folgenden Kaehrschen Diagramm

$$
\begin{array}{ccccc}
 & \downarrow & & \downarrow & \\
\leftrightarrow & \text{Objekt} & \leftrightarrow & \text{Objekt} & \leftrightarrow \\
 & \downarrow & & \downarrow &
\end{array}
$$

"Objekt" durch "Zeichen" ersetzen und damit von doppelten Doppelbestimmungen in der Semiotik ausgehen.

2.1. Semiotische Konstruktoren

Als semiotische Konstruktoren fungieren prinzipiell die meisten der in Toth (2008, S. 11-19) angegebenen semiotischen Operatoren, speziell die bereits von Bense (1971) eingeführten drei basalen Operationen der Adjunktion, Superisation und Iteration.

2.2. Semiotische Destruktoren

Semiotische Destruktoren wurden zwar bisher nicht eingeführt worden, aber die Mechanismen des Zefalls von Zeichen sind aufgrund eines Kapitels in Arins Dissertation (Arin 1981, S. 328 ff.) rekonstruierbar und ausdifferenzierbar. Ebenfalls zu den Destruktoren gehören die in Toth (2008, S. 19) eingeführten Zerteilungen, vgl.

Zeichen: $Z_{mi,j} = Z(\cap_i \cap_j)$: Zerteilung in zwei Teile der Länge i und j; i + j = m

Beispiel: $Z_{2,4}$ (3.1 2.2 1.3) = (3.1); (2.2 1.3)

$Z_{2,4}$ (□□■ □■□ ■□□) = (□□■ □□□ □□□); (□□□ □■□ ■□□)

Z_m ist der Zerfall in lauter Einzelteile der Länge 1.

Beispiel: Z_6 (3.1 2.2 1.3) = 3; 1; 2; 2; 1; 3

Z_6 (■■ ■■ ■■) = ($■_3$); ($■_1$); ($■_2$); ($■_2$); ($■_1$); ($■_3$)

2.3. Semiotische Selbstabbildung

Auch was es bedeutet, wenn ein Zeichen ganz oder teilweise auf sich selbst abgebildet wird, ist bisher in der Semiotik unklar geblieben. Da ein Zeichen eine triadische Relation ist, können wir folgende Basis-Typen semiotischer Selbstabbildung unterscheiden:

- TR → TR ≡ (3.a 2.b 1.c) → (3.a 2.b 1.c)
(3.a 2.b 1.c) → (3.a 1.c 2.b)
(3.a 2.b 1.c) → (2.b 3.a 1.c)
(3.a 2.b 1.c) → (2.b 1.c 3.a)
(3.a 2.b 1.c) → (1.c 3.a 2.b)

(3.a 2.b 1.c) → (1.c 2.b 3.a), sowie Kombinationen.

- TR → DR ≡ (3.a 2.b 1.c) → {(3.a 1.c), (3.a 2.b), (2.b 3.a), (2.b 1.c), (1.c 3.a), (1.c 2.b)}

- TR → MR ≡ (3.a 2.b 1.c) ≡ {(3.a), (2.b), (1.c)}

- DR → DR ≡ {(3.a 1.c), (3.a 2.b), (2.b 3.a), (2.b 1.c), (1.c 3.a), (1.c 2.b)} → {(3.a 1.c), (3.a 2.b), (2.b 3.a), (2.b 1.c), (1.c 3.a), (1.c 2.b)}

- DR → MR ≡ {(3.a 1.c), (3.a 2.b), (2.b 3.a), (2.b 1.c), (1.c 3.a), (1.c 2.b)} → {(3.a), (2.b), (1.c)}

- MR → MR ≡ {(3.a), (2.b), (1.c)} → {(3.a), (2.b), (1.c)}

Auch hier bleiben allerdings zahlreiche Möglichkeiten offen, die untersucht werden müssten; vgl. etwa bei DR → MR

(3.a 1.c) → {(3.a), (2.b), (1.c)} ≡

$$\begin{tikzcd}
 & (3.a) \\
(3.a) \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & (2.b) \\
(1.c) & (1.c)
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
 & (3.a) \\
(3.a) & (2.b) \\
(1.c) \arrow[uur] \arrow[ur] \arrow[r] & (1.c)
\end{tikzcd}$$

Ferner gibt es natürlich Dreier, Vierer- usw. Kombinationen.

2.4. Semiotische Selbstüberlagerung

Ebenfalls bisher undefiniert ist innerhalb der Semiotik der Begriff der Selbstüberlagerung von Zeichen. Wir können folgende fundamentale Typen unterscheiden:

$\Cap(1) \equiv \{\Cap(1, 1), \Cap(1, 2), \Cap(1, 3), \Cap(2, 1), \Cap(3, 1)\}$

$\Cap(2) \equiv \{\Cap(2, 2), \Cap(2, 3), \Cap(3, 2)\}$

$\Cap(3) \equiv \{\Cap(3, 3)\}$,

mit kategorialen Indizes:

$⋒(1) \equiv \{ZR_{id1}, ZR_{\alpha}, ZR_{\beta\alpha}, ZR_{\alpha°}, ZR_{\alpha°\beta°}\}$

$⋒(2) \equiv \{ZR_{id2}, ZR_{\beta}, ZR_{\beta°}\}$

$⋒(3) \equiv \{ZR_{id3}\}$.

wobei $ZR \in \{MR, DR, TR\}$.

Auch hier gibt es natürlich mehrfache Selbstüberlagerungen. Durch Selbstüberlagerung könnte der bisher eher obsolete Begriff der semiotischen Absorption definiert werden, wobei offen ist, ob auch kürzere Relationen längere absorbieren können, wie dies bei den polykontexturalen Transoperatoren, die Kronthaler als "pathologisch" bezeichnete, der Fall ist (vgl. Kronthaler 1986, S. 65 ff.).

Literatur

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, Entwurf einer Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2004

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt 1986

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Linguistische Rekonstruktion und die Zeichennatur der Sprache

1. Seit Saussure (1916) und Bühler (1934/82, S. 33 ff.) herrscht innerhalb der Linguistik kein Zweifel mehr daran, dass den sprachlichen Zeichen allgemeinere abstrakte Zeichen zugrunde liegen. Ein triviales Beispiel ist die Feststellung, dass jedes Wort aus Form, Inhalt und deren Zuordnung besteht. Nur mittels der Erkenntnis der semiotischen Natur von Sprache kann man etwa Homonymien und Synonymien erklären. Im ersten Fall werden einem Inhalt zwei Formen, im zweiten Fall wird zwei Inhalten eine Form zugeordnet.

2. Von besonderem Interesse war die Semiotik für die historisch-vergleichende Sprachwissenschaft, denn vor der Einführung des abstrakten Zeichenbegriffs in die Linguistik waren der spekulativen Rekonstruktion Türen und Tore geöffnet. Deshalb könnte man vielleicht sogar behaupten, dass die rigorosen Lautgesetze der Junggrammatiker die Entdeckung der Zeichennatur der Sprache beförderten, denn deren Mechanismen benötigten eine Fundierung, die abstrakter ist als die Linguistik. Saussures Kapitel "Linguistique diachronique" ist denn auch rund einen Drittel umfangreicher als das Kapitel "Linguistique synchronique", und Karl Bühler spricht im Zusammenhang mit den von ihm referierten Resultaten der vergleichenden indogermanischen Sprachwissenschaft ausdrücklich von der Notwendigkeit einer "Tieferlegung der Fundamente" (1982, S. 20).

3. Seit Saussure wird, von wenigen Ausnahmen abgesehen, die Zuordnung von Form und Inhalt als den zwei Komponenten des dyadischen Zeichenmodells als arbiträr angesehen. Es besteht keine Notwendigkeit, dass das Signfikiat "Baum" durch den Signifikanten /baum/ bezeichnet wird. Nach Ausweis anderer Sprachen kann er auch durch /arbor/, /tree/, /planta/, /fa/, etc. bezeichnet werden. Dieses Arbitraritätgesetz wird nun von der vergleichenden Sprachwissenschaft als Basisaxiom für Rekonstruktion genommen. Es wird argumentiert, dass zwei oder mehr beliebige Sprachen, die gleiche Wörter, d.h. Zeichen mit entweder gleicher Form und/oder gleichem Inhalt aufweisen, miteinander genetisch verwandt sein können, weil sich hier die Konvention ohne Motivation durch das Zeichen selbst zur Wahl des gleichen Zeichens entschieden hat. Es ist allerdings unklar, wie viele gleiche Zeichen zwei oder mehr Sprachen aufweisen müssen. Ferner ist vor allem unklar, was "gleich" hier bedeutet. So sind nach Ausweis der Indogermanistik griech. deíknymi "zeigen" und dt. "zeigen" miteinander verwandt, obwohl sie nur den Stammdiphthong der Form sowie den Inhalt miteinander gemein haben. Dagegen sind nach Ausweis der Finno-Ugristik ung. ház "Haus" und dt. "Haus" nicht miteinander verwandt, obwohl sie in ihren Formen "ähnlich" und in ihrem Inhalt identisch sind. Andererseits werden griech. gynē, böot. banā, Toch. B śana, Slaw. žena, Engl. queen, Schwed. kona "Frau" mit gleichem Inhalt, aber trotz der grossen Variation der Initialkonsonanten als verwandt angesehen.

Es stellt sich daher die Frage, warum z.B. dt. Kanne, Wanne, franz. bagn-ole, die ja alle etwas Gefässartiges bezeichnen und sich lautlich "ähnlich" sind, nicht miteinander verwandt sind. Vor allem werden von den indogermanistischen oder auf ihnen basierenden Schulen "long-range comparisons", d.h. Verwandtschaften von Wörtern in geographisch entlegenen Sprachen gerne geläugnet, vgl. z.B. sumer. kili "Gesamtheit", schweizerdt. Chile "Kirche, Gemeinde", hebr. k-h-l "Gemeinde". Dass schweizerdt. Chile aus dt. Kirche und dieses aus lat ecclesia stammt, liegt wegen der geringeren formalen Übereinstimmung des schweizerdt. mit griech. statt dem sumer. Wort keineswegs auf der Hand.

4. Bei der Feststellung, dass das semiotische Arbitraritätsprinzip gerade die linguistische Konvention erfordere und die bloss zufällige Ähnlichkeit von Sprachen, die gleiche oder ähnliche Wörter enthalten, zugunsten einer genetischen Sprachverwandtschaft falle, lassen es historischen Sprachwissenschafter auch bewenden. Mehr scheinen sie von der "Zeichennatur" der Sprache nicht zu brauchen. Wirklich nicht?

4.1. Zunächst stellt sich die Frage, wann zwei Zeichen einander gleich sind. Für die Sprachwissenschaftler überraschenderweise lässt sich diese Frage präzise beantworten: Zwei Zeichen sind genau dann gleich, wenn sie die gleiche Form und den gleichen Inhalt aufweisen. In diesem Fall wären zwei Sprachen also nur dann miteinander verwandt, wenn sie Paare von Wörtern mit identischer Form und identischem Inhalt enthalten, die nicht entlehnt sind. Meines Wissens gibt es keine solchen Sprachen.

4.2. Schwieriger ist die Frage zu beantworten, wann zwei Zeichen einander ähnlich sind. Eine minimale Definition könnte lauten: Wenn sie entweder in ihrer Form oder in ihrem Inhalt gemeinsame Merkmale aufweisen. Wie wir aber sehen, reicht nicht einmal diese minimale Definition aus, um irgend etwas aus der Ähnlichkeit zweier Zeichen auf deren Verwantschaft zu schliessen: "Balz" und "Salz" sind lautlich ähnlich, "frei" und "ungebunden" sind inhaltlich ähnlich, doch würde niemand auf die Idee kommen diese Wörter als verwandt zu behaupten.

Die Folgerung ist also: Weil es keine zwei Sprachen mit identischen Wörtern gibt, fällt das Kriterium gleicher Zeichen als Erkennungsstrategie für Sprachverwandtschaft weg. Weil ferner der Ähnlichkeitsbegriff zweier Zeichen in jedem Fall zu eng oder zu weit ist, fällt auch er als Erkennungsstrategie für Sprachverwandtschaft weg.

4.3. Diese Folgerungen decken sich mit den zwei Grundprinzipien der allgemeinen Semiotik: dem Invarianzprinzip und dem Prinzip der Zeichenkonstanz.

4.3.1 Das **Invarianzprinzip** besagt, "dass ein Objekt, das in eine Semiose eingeführt und bezeichnet oder bedeutet wird, durch einen solchen präsentierenden, repräsentierenden und interpretierenden Prozess nicht verändert wird" (Bense 1975, S. 40). Wie aber verhält es sich bei den sprachlichen Zeichen im Bedeutungswandel? Griech. gynē bedeutet "Frau", engl. queen bedeutet "Königin". Wie man sieht, gibt es z.B. im Deutschen hierfür zwei Wörter, d.h. Zeichen. Offenbar hat sich hier im Laufe der Jahrhunderte zwar nicht das Objekt "Frau", das mittels des griech. Wortes gynē bezeichnet wurde, wohl aber der Objektbezug, d.h. die Relation des Siginfikats zum Signifikaten, also das Saussuresche "Band" geändert. Das Wortpaar [gynē, queen] verstösst also gegen das semiotische Invarianzprinzip. (Man erinnere sich, dass zwei Zeichen einander nur dann gleich sind, wenn sie sowohl formal als auch inhaltlich gleich sind.) Mit anderen Worten: Vom semiotischen Standpunkt handelt es sich hier um zwei (verschiedene) Zeichen, woraus natürlich folgt, dass gynē und queen nicht verwandt sein können.

4.3.2. Das **Prinzip der Zeichenkonstanz** lautet: "Zeichen/Bezeichnetes gehören genazuso wie Urbild/Abbild, Traum/Wachen verschiedenen Kontexturen an. Deshalb ist zum Erkennen ihrer Bedeutung unbedingt Zeichenkonstanz erforderlich" (Kronthaler 1992, S. 291 f.). Ein Zeichen, das ein Objekt bezeichnet, erreicht ja dieses Objekt selber nie, sonst würden Zeichen und Objekt zusammenfallen. Um also den Unterschied von Zeichen und Objekt zu garantieren, muss nicht nur das Objekt, sondern auch das Zeichen als Mittel, d.h. als Signifikant invariant sein. Dem verstösst jedoch gerade der Lautwandel von Sprachzeichen, der ja eine historische Rekonstruktion erst nötig macht. Gäbe es keinen Lautwandel, wäre historische Rekonstruktion ja unnötig. Wenn wir uns nun die Reihe gynē, banā, śana, žena, queen, kona "Frau" ansehen, folgt, dass es sich hiernum sechs (verschiedene) Zeichen handelt.

Fazit: Die beiden grundlegendsten Invarianzprinzipien der Semiotik, die Invarianz des Signifikanten und die Invarianz des Signifikats, schliessen sowohl Bedeutungs- wie Lautwandel von Zeichen aus und verhindern darum eine linguistische Rekonstruktion a priori.

Daraus wiederum folgt, dass es mittels der Semiotik nicht nur unmöglich ist, ein tiefer gelegtes Fundament für die historische Sprachvergleichung zu liefern, sondern dass die Semiotik eine solche geradezu zum vornherein ausschliesst.

5. Sind wir damit am Ende? Mit der klassischen Semiotik ja, und diese ist ja die einzige, welche die Sprachwissenschaftler, wenn überhaupt kennen. Trotzdem gibt es eine Lösung. Bisher haben wir unter Rekonstruktion die abstrakte Rückbildung von "Urformen", also von Formen, die zwei oder mehr lebendigen Wörtern gemeinsam sind, verstanden. So rekonstruierte man etwa aus dt. "zeigen", griech. deíknymi und weiteren Wörtern ein indogerm. "Urwort" mit den Wurzeln *deik'-, *dik'-:

Indogermanisch: Wz. *deik'-, *dik'-

Hethitisch:	tekuššai- “zeigen”
Ailtindisch:	diśáti “zeigt, weist”
Altgriechisch:	δείκνυμι “zeigen”
Lateinisch:	dīcere “sagen”
	dicare “verkünden, weihen”
Altirisch:	dodecha “er sage”
Gotisch:	ga-teihan “anzeigen, verkündigen”
Althochdeutsch:	zīhan “zeihen, anschuldigen”
	zeigōn “zeigen”

Nun ist es zwar so, dass die gestirnten Wurzeln erschlossen, d.h. hypothetisch sind, aber die nicht-gestirnten Wörter sind es nicht, d.h. sie sind bezeugt, und sie sind im selben Masse bezeugt, wie die “Urwörter” von franz. roi und loi, nämlich lat. rex (regem) und lex (legem) bezeugt sind. Und genauso wie es möglich ist, den Übergang von regem/legem > *rei/*lei > roi/loi zu bestimmen mit einer Regel: Betontes Ē > *ei > wa in offener Silbe, so kann man man die Übergänge zwischen den obigen heth., altind., altgriech., etc. Wörtern durch Regeln bestimmen. Stellt sich nun heraus, dass lat. lautlich ähnliche Wörter, d.h. Wörter mit betontem Ē oder Ĭ in offener Silbe, im Franz. durch lautlich ähnliche Wörter, d.h. durch tonigen Stammdiphthong [wá] repräsentiert sind, haben wir ein Lautgesetz vor uns. Mit dem modernen Reflex und dem Lautgesetz aber können wir nicht nur, sondern dürfen wir “Urwörter” rekonstruieren, weil Regel mathematisch gesehen eine Abbildung ist. Streng genommen rechtfertigen Regeln aber Rekonstruktionen nur dort, wo die Wörter der Ursprachen bekannt sind, wie etwa im Lateinischen im Verhältnis zu den romanischen Sprachen. Würde man nämlich als Experiment das “Lateinische” einzig aus den romanischen Sprachen rekonstruieren, man würde nicht das Latein erhalten, das wir aus der überlieferten Literatur kennen. Somit könnte man etwas überspitzt sagen: Regeln zur Rekonstruktion von “Urwörtern” sind nur dort gesichert, wo die “Urwörter” bekannt sind, d.h. dort, wo die Regeln nichts nützen. Dennoch ist es ein Unterschied, ob aus bekannten Wörtern lebender Sprachen direkt “Urwörter” rekonstruiert und dann Regeln abgeleitet werden oder ob Wörter lebender Sprachen mit mutmasslich verwandten Wörtern bezeugte toter Sprachen verglichen und ihre lautlichen und inhaltlichen Veränderungen mittels Transformationsregeln festgehalten werden. Obwohl nämlich im zweiten Fall die Rekonstruktion von Regeln nicht viel nützt (da die “Urwörter” ja nicht mehr rekonstruiert werden müssen), liegt im ersten Fall ein Zirkelschluss vor: Man rekonstruiert “Urwörter”, um aus ihrem Vergleich mit den modernen Reflexen die Regeln abzuleiten, aber anderseits bräuchte man die Regeln, um die “Urwörter” zu rekonstruieren.

6. Wie steht es aber bei dieser methodisch "erlaubten" Form sprachlicher Rekonstruktion und den immer noch verletzten zwei semiotischen Invarianzprinzipien aus? Die Zeit ist kein Bestandteil der Definition eines Zeichens; dieses wird von Peirce schlicht als triadische Relation

$Z = (M, O, I)$

und nicht als

$Z^* = (M, O, I, t)$

bestimmt. Was wir aber zur Rekonstruktion sprachlicher Zeichen brauchen, und was das weitere Bestehen der Invarianzprinzipien für jedes t_0 garantiert, ist ein durch einen Zeitparamter **kontextuiertes Zeichen**, d.h. ein Zeichen, das als Funktion von der Zeit **polykontextural** ist (vgl. Günther 1967). Ein solches Zeichen kann idealerweise in vier Kontexturen als "Minimalbedingungen" für ein Ich-Subjekt, ein Du-Subjekt, ein Wir-Subjekt und ein Objekt liegen, vgl. Kaehr (2008). Wir können also schreiben

$Z^* = (M, O, I, t) \rightarrow (M_{i,j,k}, O_{l.m,n}, I_{o,p,q})$ mit i, ..., q $\in \{\varnothing, 1, 2, 4\}$

Für K = 4 erhalten wir folgende kontextuierte Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

und folgende kontextuierten 10 Peirceschen Zeichenklassen:

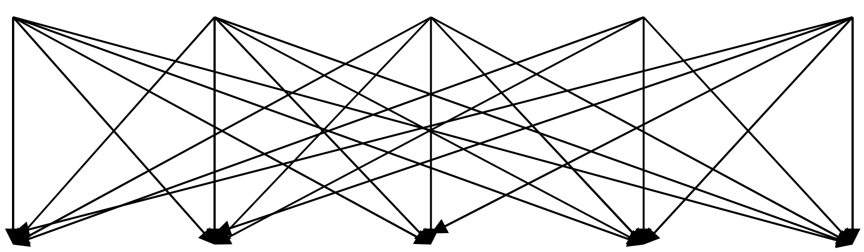
1. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4})$
2. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4})$
3. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$
4. $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$
5. $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$
6. $(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,3,4}\ 1.3_{3,4})$
7. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$
8. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$
9. $(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})$
10. $(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})$

Da wir als Kontextur die Zeit, d.h. t_i, bestimmt hatten, ergeben sich also folgende eindeutigen Mehrmöglichkeiten der Rekonstruktion von Zeichen in Form abstrakter Zeichenklassen, z.B.

$Z(t_0) = (3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) \rightarrow (3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_1) = Z(t_1)$
$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_3) = Z(t_2)$
$(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_1) = Z(t_3)$
$(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_3) = Z(t_4)$
$(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_4) = Z(t_5)$
$(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_1) = Z(t_6)$
$(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_3) = Z(t_7)$
$(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_4) = Z(t_8)$
$(3.1_4\ 2.1_4\ 1.1_3) = Z(t_9)$
$(3.1_4\ 2.1_4\ 1.1_4) = Z(t_{10})$

Wie bereits gesagt, gelten das Prinzip der Zeichenkonstanz und das Prinzip der Objektinvarianz zu allen t_i. $Z(t_0)$ kann bestimmt werden als "Urform" eines sprachlichen Zeichens, das sozusagen alle lautlich-semantischen Entwicklungen in Form der "eingefalteten" zeitlichen Kontexturen in sich birgt. Falls $Z(t_{10})$ der moderne Reflex ist, stellen $Z(t_1)$, ..., $Z(t_9)$ die Zwischenstufen dar, wie sie in verschiedenenen, dadurch als miteinander verwandt erwiesenen Sprachen bezeugt sind. Die konkrete Rekonstruktion läuft, wie oben skizziert, indem man die Transitionen zwischen Paaren $(Z(t_i), Z(t_{i+1}))$ bestimmt. Idealerweise ergibt sich dann ein Netzwerk von miteinander durch lautliche und oder semantische Transformationsregeln zusammenhängenden bezeugten und nicht-bezeugte, d.h. erschlossenen oder rekonstruierten Wörtern:

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_1)$ $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_3)$ $(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_1)$ $(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_3)$ $(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_4)$



$(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_1)$ $(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_3)$ $(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_4)$ $(3.1_4\ 2.1_4\ 1.1_3)$ $(3.1_4\ 2.1_4\ 1.1_4)$

Ein solches vollständiges Netz ist natürlich praktisch nie zu erreichen, allein deshalb weil bei Sprachfamilien die Einzelsprachen zu meist denkbar verschiedenen Zeiten datiert sind. Zum Beispiel ist innerhalb der indogermanischen Sprachfamilie das Mykenische seit dem 16. Jh., das Albanische erst ab dem 15. Jh. bezeugt. Ein anderer Grund ist, dass praktisch nie alle Sprachen einer Sprachfamilie gleich gut überliefert sind. Innerhalb der Finno-Ugrischen Sprachfamilie ist das Ung. seit dem 12. Jh., das

Finnische erst seit dem 16. Jh. und als lebendige Sprache nicht vor dem Ende des 20. Jh. bezeugt. Bis zu den linguistischen Forschungsexpeditionen gar nicht bezeugt waren bis ins 19. Jh. die obugrischen Sprachen Vogulisch und Ostjakisch. Ferner sind zahlreiche (permische u.a.) Sprachen lange ausgestorben, bevor ihr Wortschatz und ihre Grammatik aufgenommen werden konnten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1934, Neudruck Stuttgart 1982

de Saussure, Ferdinand, Cours de linguistique générale. Paris 1916

Günther, Gotthard, Time, timeless logic and self-referential systems. In: Annals of the New York Academy Sciences 138, 1967, S. 396-406

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kronthaler, Engelbert, Zeichen - Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Kontextuelle Affinität nicht-affiner Zeichenklassen

1. Nach Bense ist "jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik vielfach bestimmend (poly-repräsentativ), so dass, wenn eine bestimmte triadische Zeichenrelation […] eines gewissen vorgegebenen Sachverhaltes (z.B. des „Verkehrszeichens") feststeht, auf die entsprechend äquivalente Zeichenrelation eines entsprechend affinen Sachverhaltes (z.B. der ‚Regel') geschlossen werden darf" (Bense 1983, S. 45).

In diesem Aufsatz soll gezeigt werden, dass eine zweite Art von Affinität (neben der „repräsentativen Affinität") bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken vorkommt, die Affinität, die dadurch entsteht, dass Zeichenklassen in gleiche Kontexturen bzw. gleiche Mengen von Kontexturen gelangen.

2. Eine Zeichenklasse der Kontextur K = 4 hat folgende allgemeine Struktur

4-Zkl = $(3.a_{a,b,c}\ 2.b_{d,e,f}\ 1.c_{g,h,i})$ mit a, ...,i ∈ {∅, 1, 2, 3, 4}

Die 10 Peirceschen Zeichenklassen lassen sich in K = 4 z.B. wie folgt darstellen (vgl. Kaehr 2008):

1. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4})$
2. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4})$
3. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$
4. $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$
5. $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$
6. $(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,3,4}\ 1.3_{3,4})$
7. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$
8. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$
9. $(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})$
10. $(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})$

Wie man erkennt, enthält jedes Subzeichen der 10 Zeichenklassen mindestens 2 kontexturelle Indizes, d.h. liegt in mindestens 2 Kontexturen. Ein Versuch der Interpretation mit Zeitkontexturen wurde in Toth (2008) gezeigt. Damit wird jede Zeichenklasse zu einer Menge von kontexturell "eingefalteten" Zeichenklassen:

1.	$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) \rightarrow$	
	$\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_1), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_3), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_4),$	311, 313, 314
	$(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_1), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_3), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_4),$	411, 413, 414
	$(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_3), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_4),$	343, 344
	$(3.1_4\ 2.1_4\ 1.1_4)\}$	444
2.	$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}) \rightarrow$	
	$\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_4), (3.1_4\ 2.1_4\ 1.2_4),$	314, 444
	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.2_4),$	311, 344
	$(3.1_4\ 2.1_1\ 1.2_1), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.2_4),$	411, 414
	$(3.1_4\ 2.1_4\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.2_1)\}$	441, 341
3.	$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow$	
	$\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.3_4),$	313, 344
	$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_4), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.3_3),$	314, 343
	$(3.1_4\ 2.1_1\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.1_4\ 1.3_4),$	413, 444
	$(3.1_4\ 2.1_4\ 1.3_3)\}$	443
4.	$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) \rightarrow$	
	$\{(3.1_3\ 2.2_1\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.2_4),$	311, 314
	$(3.1_3\ 2.2_2\ 1.2_4), (3.1_3\ 2.2_4\ 1.2_4),$	324, 344
	$(3.1_4\ 2.2_1\ 1.2_1), (3.1_4\ 2.2_2\ 1.2_1),$	411, 421
	$(3.1_4\ 2.2_2\ 1.2_4), (3.1_4\ 2.2_4\ 1.2_1),$	424, 441
	$(3.1_3\ 2.2_4\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.2_2\ 1.2_1)\}$	341, 321
5.	$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow$	
	$\{(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_4),$	313, 314
	$(3.1_3\ 2.2_4\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.2_2\ 1.3_4),$	343, 324
	$(3.1_4\ 2.2_1\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.2_1\ 1.3_4),$	443, 414
	$(3.1_4\ 2.2_2\ 1.3_4)\ (3.1_4\ 2.2_4\ 1.3_4),$	424, 444
	$(3.1_4\ 2.2_1\ 1.3_3)\}$	413
6.	$(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,3,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow$	
	$\{(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_4),$	323, 324
	$(3.1_3\ 2.3_3\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.3_3\ 1.3_4),$	333, 334
	$(3.1_4\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.3_2\ 1.3_4),$	423, 424
	$(3.1_4\ 2.3_3\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.3_3\ 1.3_4),$	433, 434
	$(3.1_4\ 2.3_4\ 1.3_3)\}$	443

7. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) \rightarrow$

$\{(3.2_2\ 2.2_1\ 1.2_1), (3.2_2\ 2.2_1\ 1.2_4),$	211, 214
$(3.2_2\ 2.2_2\ 1.2_1), (3.2_2\ 2.2_2\ 1.2_4),$	221, 224
$(3.2_4\ 2.2_1\ 1.2_1), (3.2_4\ 2.2_1\ 1.2_4),$	411, 414
$(3.2_4\ 2.2_2\ 1.2_1), (3.2_4\ 2.2_2\ 1.2_4),$	421, 424
$(3.2_2\ 2.2_4\ 1.2_1)\}$	241

8. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow$

$\{(3.2_2\ 2.2_1\ 1.3_3), (3.2_2\ 2.2_2\ 1.3_3),$	213, 223
$(3.2_2\ 2.2_4\ 1.3_3), (3.2_2\ 2.2_4\ 1.3_4),$	243, 244
$(3.2_4\ 2.2_1\ 1.3_3), (3.2_4\ 2.2_2\ 1.3_3),$	413, 423
$(3.2_4\ 2.2_4\ 1.3_3), (3.2_4\ 2.2_4\ 1.3_4),$	443, 444
$(3.2_2\ 2.2_2\ 1.3_4), (3.2_4\ 2.2_1\ 1.3_4),$	224, 414}

9. $(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow$

$\{(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_4),$	223, 224
$(3.2_2\ 2.3_4\ 1.3_3), (3.2_2\ 2.3_4\ 1.3_4),$	243, 244
$(3.2_4\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.2_4\ 2.3_2\ 1.3_4),$	423, 424
$(3.2_4\ 2.3_4\ 1.3_3), (3.2_4\ 2.3_4\ 1.3_4)\}$	443, 444

10. $(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow$

$\{(3.3_2\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.3_2\ 2.3_4\ 1.3_4),$	223, 244
$(3.3_3\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.3_3\ 2.3_4\ 1.3_4),$	323, 344
$(3.3_4\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.3_4\ 2.3_4\ 1.3_4),$	423, 444
$(3.3_4\ 2.3_2\ 1.3_4), (3.3_3\ 2.3_4\ 1.3_3),$	424, 343
$(3.3_2\ 2.3_4\ 1.3_3), (3.3_2\ 2.3_2\ 1.3_4),$	243, 224
$(3.3_3\ 2.3_2\ 1.3_4), (3.3_4\ 2.3_4\ 1.3_3)\}$	324, 443

3. Damit können wir die kontextuell-affinen, repräsentativ nicht-affinen Zeichenklassen wie folgt in Gruppen zu 1, 3, 4, 5, 6 Mengen von Zeichenklassen gliedern:

$\mathcal{M}_{211} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_1\ 1.2_1)\}$

$\mathcal{M}_{214} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_1\ 1.2_4)\}$

$\mathcal{M}_{221} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_2\ 1.2_1)\}$

$\mathcal{M}_{223} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_2\ 1.3_3), (3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3), (3.3_2\ 2.3_2\ 1.3_3)\}$

$\mathcal{M}_{224} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_2\ 1.2_4), (3.2_2\ 2.2_2\ 1.3_4), (3.3_2\ 2.3_2\ 1.3_4)\}$

$\mathcal{M}_{241} \equiv \{3.2_2\ 2.2_4\ 1.2_1)\}$

$\mathcal{M}_{311} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_1), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.2_1)\}$

$\mathcal{M}_{313} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_3), \{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_3)\}$

$\mathcal{M}_{314} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_4), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_4), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_4), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.2_4),$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_4)\}$

$\mathcal{M}_{341} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_4\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.2_4\ 1.2_1)\}$

$\mathcal{M}_{334} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.3_3\ 1.3_4)\}$

$\mathcal{M}_{343} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_3), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.2_4\ 1.3_3), (3.3_3\ 2.3_4\ 1.3_3)\}$

$\mathcal{M}_{344} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_4), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.2_4), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.3_4), (3.1_3\ 2.2_4\ 1.2_4)\}$

$\mathcal{M}_{411} \equiv$ $\{(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_1), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.2_1), (3.1_4\ 2.2_1\ 1.2_1), (3.2_4\ 2.2_1\ 1.2_1)\}$

$\mathcal{M}_{413} \equiv$ $\{(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_3), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_3), (3.1_4\ 2.2_1\ 1.3_3)\}$

$\mathcal{M}_{414} \equiv$ $\{(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_4), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.2_4), (3.1_4\ 2.2_1\ 1.3_4), (3.2_4\ 2.2_1\ 1.2_4),$
$(3.2_4\ 2.2_1\ 1.3_4)\}$
$(3.3_3\ 2.3_4\ 1.3_4)\}$

$\mathcal{M}_{434} \equiv$ $\{(3.1_4\ 2.3_3\ 1.3_4)\}$

$\mathcal{M}_{441} \equiv$ $(3.1_4\ 2.1_4\ 1.2_1), (3.1_4\ 2.2_4\ 1.2_1)\}$

$\mathcal{M}_{443} \equiv$ $\{(3.1_4\ 2.1_4\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.2_1\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.3_4\ 1.3_3), (3.2_4\ 2.2_4\ 1.3_3),$
$(3.2_4\ 2.3_4\ 1.3_3), (3.3_4\ 2.3_4\ 1.3_3)\}$

$\mathcal{M}_{444} \equiv$ $(3.1_4\ 2.1_4\ 1.1_4), (3.1_4\ 2.1_4\ 1.2_4), (3.1_4\ 2.1_4\ 1.3_4), (3.1_4\ 2.2_4\ 1.3_4),$
$(3.2_4\ 2.2_4\ 1.3_4), (3.2_4\ 2.3_4\ 1.3_4)\}$

Mit anderen Worten: Alle Elemente eines M_{ijk} liegen in der gleichen Kontextur (bei i = j = k) bzw. in der gleichen Menge von Kontexturen, was trotz repräsentativer Nicht-Affinität den gleichen Disseminationsort einer Zeichenklasse bedeutet.

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Dissemination 4-kontexturaler Zeichenklassen in Intervallräumen von Repräsentationswerten

1. Jeder der 10 Peirceschen Zeichenklassen kann ein Repräsentationswert in Form einer Kardinalzahl in einem abgeschlossenen Intervall von 9 bis 15 zugeordnet werden; diese Zuordnung ist nicht eindeutig, aber man kann dadurch repräsentationstheoretisch affine Zeichenklassen zusammenstellen. Im Gegensatz dazu ist die Abbildung von Kontexturwerten auf die Subzeichen von Zeichenklassen eindeutig; allerdings gibt es sehr viele verschiedene Verfahren dafür (vgl. Toth 2008). In dieser Arbeit gehen wir aus von der folgenden kontexturellen Belegung, die R. Kaehr (2008) vorgeschlagen hatte:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Wie in Toth (2009) gezeigt, kann man nun aus Zeichenklassen, deren Subzeichen mehr als einen kontexturellen Index haben, mittels Kombinationen weitere Zeichenklassen bilden, deren Subzeichen nur je einen kontexturellen Index haben und anschliessend die Merkmalsmengen bestimmen, d.h. all diejenigen Zeichenklassen zu Mengen zusammenfassen, deren Subzeichen die gleichen kontexturellen Indizes in der gleichen Reihenfolge haben. Dadurch erhält man Gruppen von Mengen mit 1, 2, 3, 4, 5 und 6 Elementen, d.h. Zeichenklassen. Damit entsteht also neben der auf Repräsentationswerten basierenden Affinität eine zweite, kontexturelle Affinität, insofern repräsentationstheoretisch nicht-affine Zeichenklassen in der gleichen oder in gleichen Kontexturen disseminiert werden. Wir zeigen diese Disseminationen im folgenden mit einem Graphen in Form der 4 semiotischen Kontexturen in Abhängigkeit von den Repräsentationswerten. Die letzteren werden hier als Intervalle aufgefasst.

2. Die einzelnen Gruppen von Merkmalsmengen und ihre Disseminationsgraphen

2.1. Einergruppen

$\mathcal{M}_{211} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_1\ 1.2_1)\}$ Rpw = 12

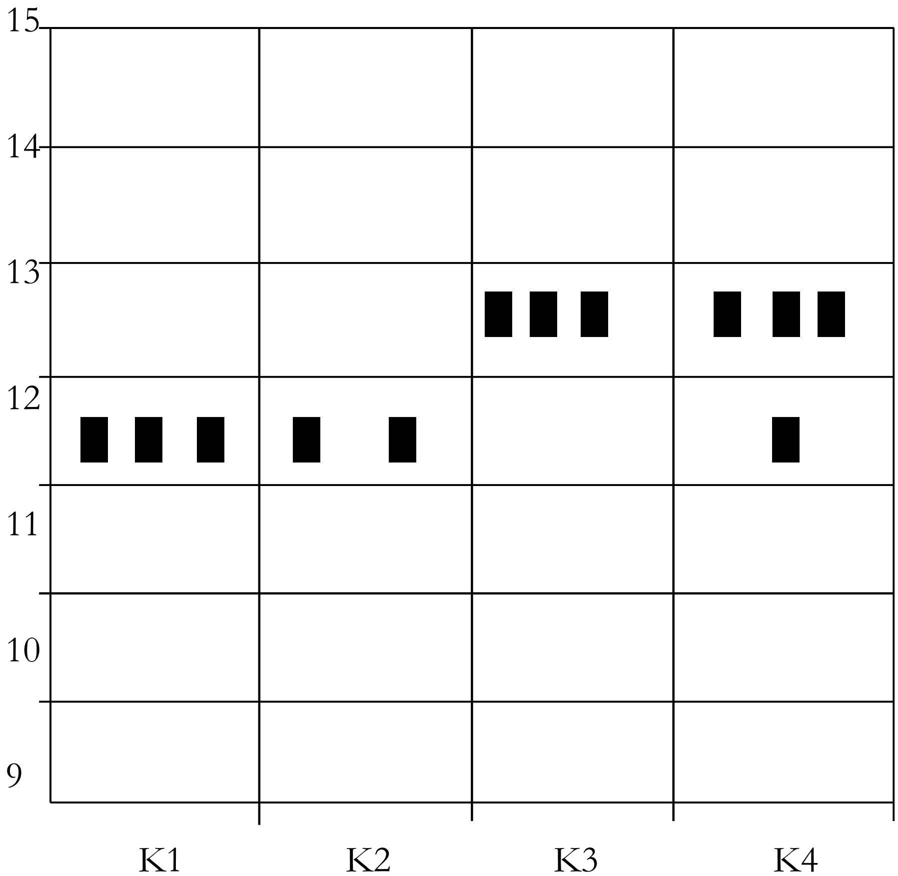
$\mathcal{M}_{214} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_1\ 1.2_4)\}$ Rpw = 12

$\mathcal{M}_{221} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_2\ 1.2_1)\}$ Rpw = 12

$\mathcal{M}_{241} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_4\ 1.2_1)\}$ Rpw = 12

$\mathcal{M}_{334} \equiv \{(3.1_3\ 2.3_3\ 1.3_4)\}$ Rpw = 13

$\mathcal{M}_{434} \equiv \{(3.1_4\ 2.3_3\ 1.3_4)\}$ Rpw = 13

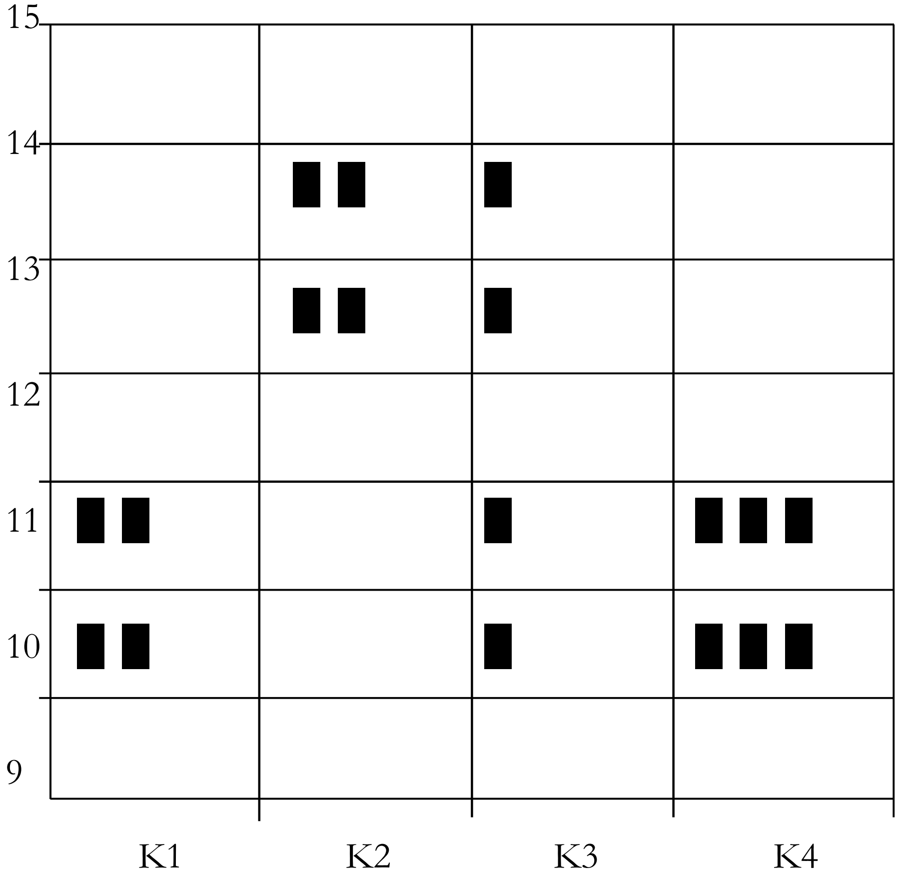


2.2. Zweiergruppen

$\mathcal{M}_{223} \equiv \{(3.2_2\ 2.2_2\ 1.3_3), (3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)\}$ Rpw = 14/13

$\mathcal{M}_{341} \equiv \{(3.1_3\ 2.1_4\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.2_4\ 1.2_1)\}$ Rpw = 10/11

$\mathcal{M}_{441} \equiv \{(3.1_4\ 2.1_4\ 1.2_1), (3.1_4\ 2.2_4\ 1.2_1)\}$ Rpw = 10/11



2.3. Dreiergruppen

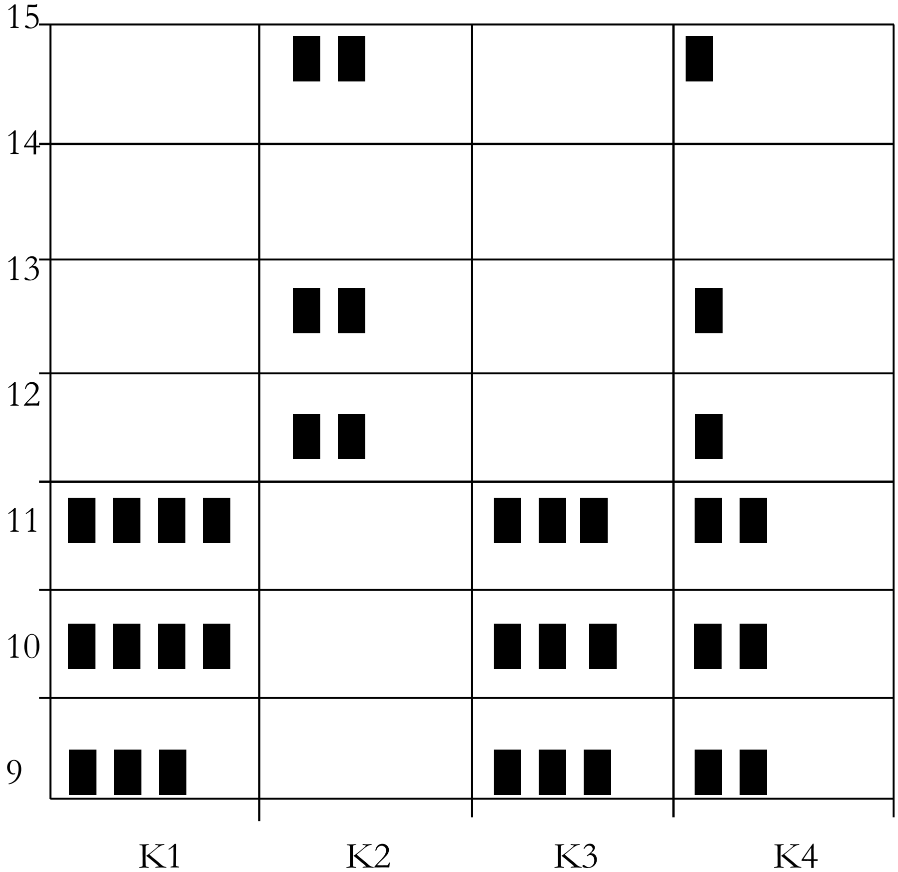
$\mathcal{M}_{224} \equiv$ $\{(3.2_2\ 2.2_2\ 1.2_4), (3.2_2\ 2.2_2\ 1.3_4), (3.3_2\ 2.3_2\ 1.3_4)\}$ Rpw = 12/13/15

$\mathcal{M}_{311} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_1), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.2_1)\}$ Rpw = 9/10/11

$\mathcal{M}_{313} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_3), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_3)\}$ Rpw = 9/11/12

$\mathcal{M}_{411} \equiv$ $\{(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_1), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.2_1), (3.1_4\ 2.2_1\ 1.2_1)\}$ Rpw = 9/10/11

$\mathcal{M}_{413} \equiv$ $\{(3.1_4\ 2.1_1\ 1.1_3), (3.1_4\ 2.1_1\ 1.3_3), (3.1_4\ 2.2_1\ 1.3_3)\}$ Rpw = 9/11/12



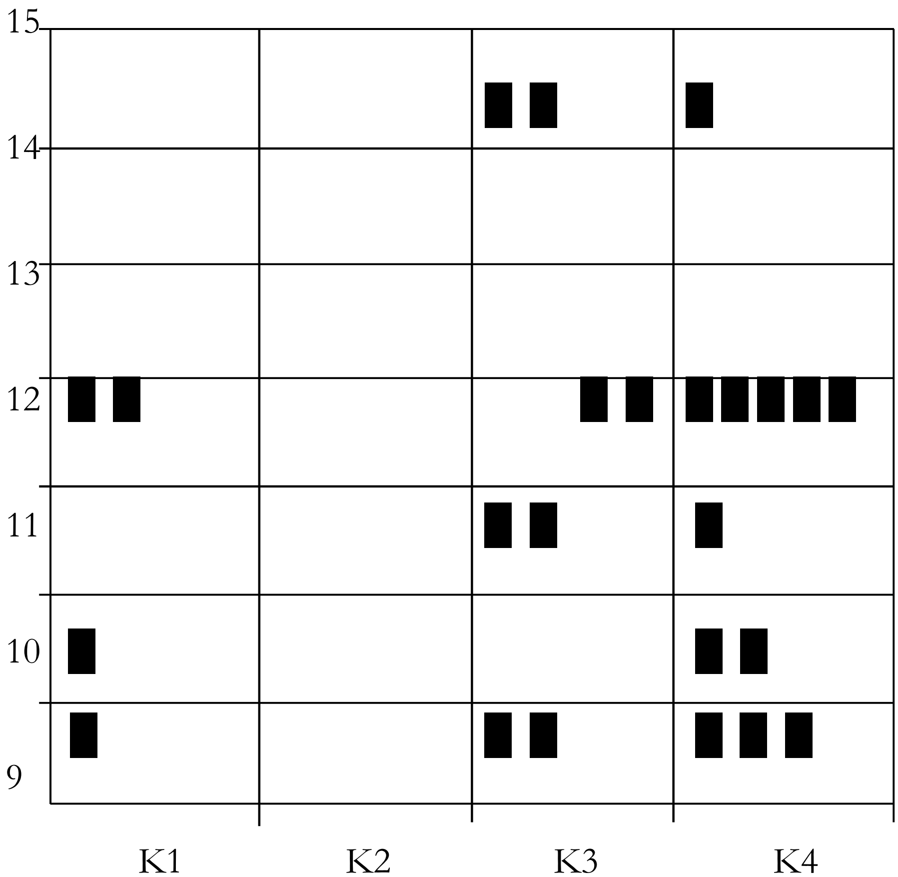
2.4. Vierergruppen

$\mathcal{M}_{343} \equiv$ {(3.1$_3$ 2.1$_4$ 1.1$_3$), (3.1$_3$ 2.1$_4$ 1.3$_3$), (3.1$_3$ 2.2$_4$ 1.3$_3$), (3.3$_3$ 2.3$_4$ 1.3$_3$)

Rpw = 9/11/12/15

$\mathcal{M}_{414} \equiv$ {(3.1$_4$ 2.1$_1$ 1.1$_4$), (3.1$_4$ 2.1$_1$ 1.2$_4$), (3.1$_4$ 2.2$_1$ 1.3$_4$), (3.2$_4$ 2.2$_1$ 1.2$_4$)}

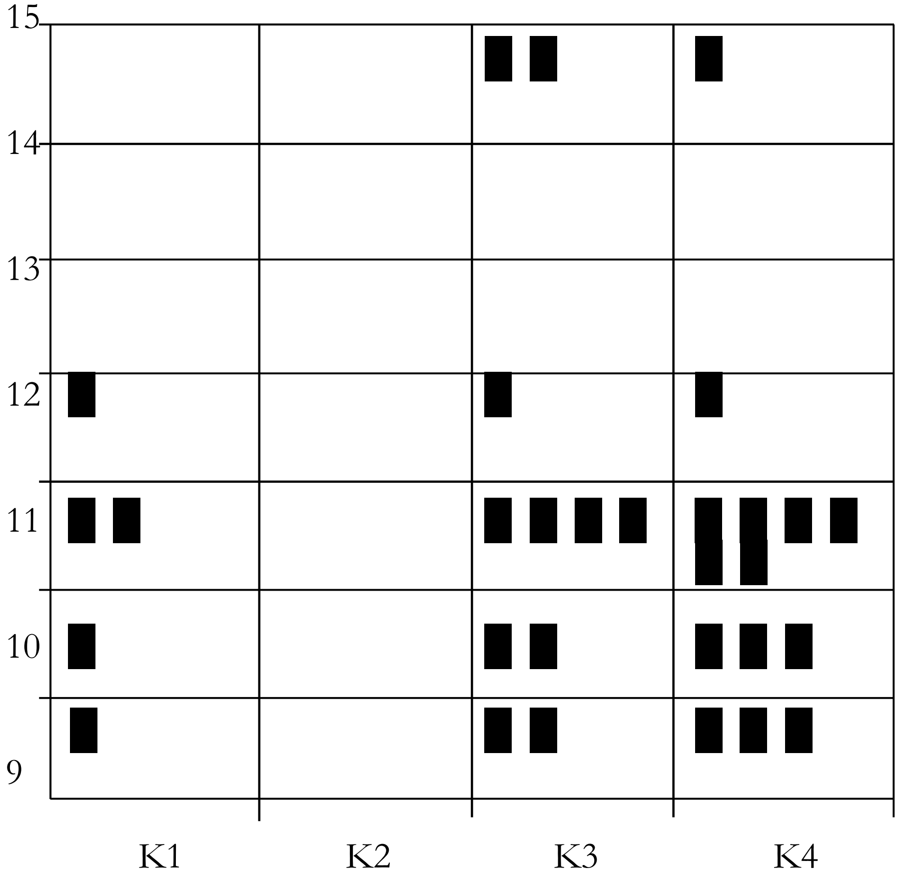
Rpw = 9/10/12/12



2.5. Fünfergruppen

$\mathcal{M}_{314} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_4), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_4), (3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_4), (3.1_3\ 2.2_1\ 1.2_4),$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_4)\}$ Rpw = 9/10/11/11/12

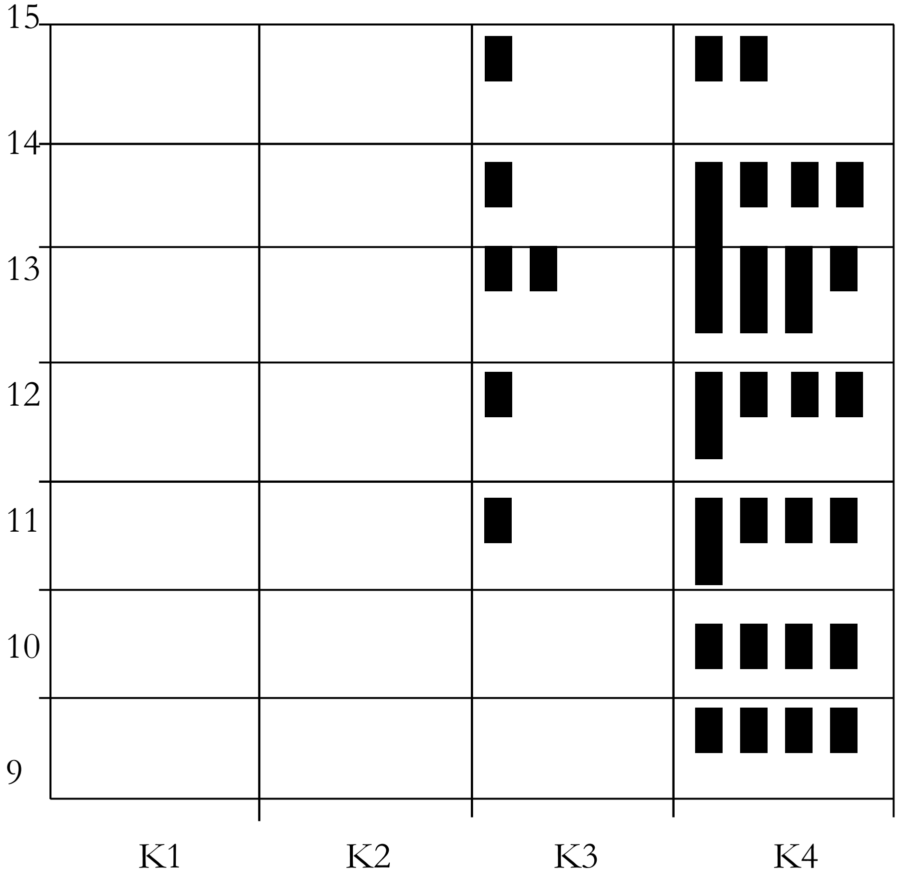
$\mathcal{M}_{344} \equiv$ $\{(3.1_3\ 2.1_4\ 1.1_4), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.2_4), (3.1_3\ 2.1_4\ 1.3_4), (3.1_3\ 2.2_4\ 1.2_4),$
$(3.3_3\ 2.3_4\ 1.3_4)\}$ Rpw = 9/10/11/11/15



2.6. Sechsergruppen

$\mathcal{M}_{443} \equiv$ {(3.1_4 2.1_4 1.3_3), (3.1_4 2.2_4 1.3_3), (3.1_4 2.3_4 1.3_3), (3.2_4 2.2_4 1.3_3), (3.2_4 2.3_4 1.3_3), (3.3_4 2.3_4 1.3_3)} Rpw = 11/12/13/13/14/15

$\mathcal{M}_{444} \equiv$ (3.1_4 2.1_4 1.1_4), (3.1_4 2.1_4 1.2_4), (3.1_4 2.1_4 1.3_4), (3.1_4 2.2_4 1.3_4), (3.2_4 2.2_4 1.3_4), (3.2_4 2.3_4 1.3_4)} Rpw = 9/10/11/12/13/14



Es ist also möglich, Zeichenklassen, die in mehr als 3 Kontexturen liegen, kontexturell "auseinanderzufalten", so dass jedes ihrer Subzeichen nur noch in einer Kontextur liegt und anschliessend diese Zeichenklassen zu kontexturellen Merkmalsmengen aufgrund gleicher kontextureller Werte in gleicher Ordnung zusammenzufassen und sei dann in Intervallräumen von Repräsentationswerten zu disseminieren, so dass jede der 6 Gruppen von Zeichenklassen auf einen spezifischen eigenen Verteilungsgraph abgebildet werden kann.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009c)

Toth, Alfred, The 10 semiotic dual systems in 4 contextures and 3 number structures. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/10%20Sign%20Cl%201-4%20cont.pdf (2009)

Toth, Alfred, Kontextuelle Affinität nicht-affiner Zeichenklassen. In: In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Sender und Empfänger im semiotischen Kommunikationsschema

1. Bei E. Walther heisst es: "Wenn das Kommunikationsschema selbst ein triadisches Zeichen ist, wie wir sagten, so ist das Zeichen als Zeichen selbstverständlich bereits ein Kommunikationsschema. Wir können es im Unterschied zum externen ein 'internes Kommunikationsschema' nennen, in dem der Objektbezug als ein 'Quasi-Sender' und der Interpretantenbezug als ein 'Quasi-Empfänger" fungieren, worauf auch Peirce hingewiesen hat" (Walther 1979, S. 143). Aus dieser Konzeption folgt also:

Zeicheninternes Kommunikationsschema:

(2.b)	→	(1.c)	→	(3.a)
Sender	→	Kanal	→	Empfänger

Das Problem liegt hier darin, warum nicht der Interpretant als Sender bestimmt wird, das Objekt als Nachricht und das Mittel als Kanal bestimmt wird – so möchte es die natürliche Erklärung, denn wenn ein Zeichen kommunikativ benutzt werden soll, liegt die Kommunikationsabsicht ja beim Interpretanten und nicht beim Objekt. Streng genommen führt der von Walther referierte Peircesche Standpunkt dazu, dem Objekt vor seinem Eingang in seine Semiose kommunikative, nämlich senderische, Fähigkeiten zuzusprechen, eine Vorstellung, die wohl aus der eidyllion-Theorie der Auffassung des Zeichens physei stammt, allerdings auch gewisse Beziehungen zur Präsemiotik hat, wo allerdings den Objekt eine präsemiotische Trichotomie erst nach deren Perzeption zugestanden wird (Toth 2008a).

2. Eine zweite Möglichkeit, zeicheninterne Kommunkationsschemata zu konstruieren, die allerdings bisher nie für die semiotische Kommunikationstheorie genutzt wurde, geht aus den folgenden Zitaten hervor:

> Für die Semiotik Peircescher Prägung ist "eine absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' […] einem Bewußtsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979, S. 59). Dennoch wird das Bewußtsein verstanden als "ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor" (Bense 1976, S. 27), denn Peirce hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet" (Walther 1989, S. 76). Genauer gesagt, gibt "der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse auch das erkenntnistheoretische Subjekt, der Realisationszusammenhang der Objektthematik auch das erkenntnistheoretische Objekt" an (Gfesser 1990, S. 133): "Wir setzen damit einen eigentlichen

(d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) 'Welt' und (erkennendem) 'Bewußtsein' zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die 'Erkenntnisrelation', herzustellen" (Bense 1976: 91).

Danach wird also im Rahmen der zeicheninternen Kommunikation einfach die Zeichenklasse als Subjekt und damit als Sender und ihre duale Realitätsthematik als Objekt und damit als Empfänger bestimmt. Wie im folgenden zu zeigen ist, ist hier zwischen ein-, zwei- und dreifacher Übereinstimmung zwischen Zeichenklassen und Realitätsthematiken sowie bei mehrfacher zwischen adjazenten und nicht-adjazenten Tupeln zu unterscheiden:

(3.1 2.1 **1.1**) × (**1.1** 1.2 1.3)	S ∩ E = {1.1}
(3.1 **2.1 1.2**) × (**2.1 1.2** 1.3)	S ∩ E = {2.1, 1.2}
(**3.1** 2.1 **1.3**) × (**3.1** 1.2 **1.3**)	S ∩ E = {3.1, ..., 1.3}
(3.1 **2.2** 1.2) × (2.1 **2.2** 1.3)	S ∩ E = {2.2}
(**3.1 2.2 1.3**) × (**3.1 2.2 1.3**)	S ∩ E = {3.1, 2.2, 1.3}
(**3.1** 2.3 **1.3**) × (**3.1** 3.2 **1.3**)	S ∩ E = {3.1, 1.3}
(3.2 **2.2** 1.2) × (2.1 **2.2** 2.3)	S ∩ E = {2.2}
(3.2 **2.2** 1.3) × (3.1 **2.2** 2.3)	S ∩ E = {2.2}
(**3.2 2.3** 1.3) × (3.1 **3.2 2.3**)	S ∩ E = {3.2 2.3}
(**3.3** 2.3 1.3) × (3.1 3.2 **3.3**)	S ∩ E = {3.3}

Weil Realitätsthematiken ja nichts anderes als duale Zeichenklassen sind bzw. umgekehrt, wird hier also im Grunde nur zwischen Pseudo-Sendern und Pseudo-Empfängern unterschieden. Eigenartigerweise hat dies bereits Peirce gesehen, obwohl ihm die Realitätsthematiken ja unbekannt waren: "Zeichen [erfordern] mindestens zwei Quasi-Geister: einen Quasi-Sender und einen Quasi-Empfänger; und obwohl diese beiden im Zeichen vereint sind (das heisst ein Geist *sind*), müssen sie dennoch unterschieden sein. Im Zeichen sind sie sozusagen verschmolzen" (Peirce ap. Walther 1979, S. 143). D.h. Sender und Empfänger sind hier zwar geschieden, aber dennoch im Rahmen des durch den Interpretanten gesetzten Zeichens identisch, also etwa eine Situation, wie wenn ich mit meinem Spiegelbild spreche und etwas wissenschaftlicher am besten vergleichbar mit dem Pseudo-Kommunikationsschema, das der generativen Grammatik zugrundeliegt, deren Modelle sich "neutral zu Sprecher und Hörer verhalten" (Helbig 1983, S. 107).

3. Ein wirkliches semiotisches Kommunikationsschema – und zwar ein internes ebenso wie ein externes – gelingt erst mit den von R. Kaehr (2008) und in seinem Anschluss

Toth (2008b) eingeführten kontextuierten Zeichenklassen. Eine konkextuierte Zeichenklasse hat die allgemeine Form

$Zkl_{kont} = ((3.a)_{i,j,k}\ (2.b)_{l,m,n}\ (1.c)_{o,p,q})$ mit i, ..., q $\in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$

Bei der Dualisierung werden in den Realitätsthematiken auch die kontexturellen Indizes invertiert:

$\times(3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q}) = (c.1_{q,p,o}\ b.2_{n,m,l}\ a.3_{k,j,i})$,

so dass also in Sonderheit zu beachten ist

$\times(id_x)_{i,j,k} = (ix_x)_{k,j,i}$, d.h. $(id_x) \neq x(id_x)$.

Aus diesem Grunde verschiebt sich erstens das in 2. dargestellte zeicheninterne Kommunikationsschema, denn Realitätsthematik bzw. Objektpol des Zeichens und Zeichenklasse bzw. Subjektpol sind nun keine Spiegelungen voneinander mehr, sondern individuell, qua Kontexturen, differenzierbar, da ja die Kontexturen den logischen Satz der Identität aufheben.

Zweitens aber folgt, dass ein und dieselbe Zeichenklasse – und zwar unabhängig von ihrer Realitätsthematik – nun für verschiedene logische Subjekte kontexturiert werden kann. Man kann also beispielsweise die Kontextur K = 1 für "Ich" (subjektives Subjekt), die Kontextur K = 2 für "Du" (objektives Subjekt), weitere Kontexturen für mehrere Subjekte, für subjektive Objekte usw. setzen, denn grundsätzlich ist ja jedes polykontexturale Dualsystem der Form

$\times(3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q}) = (c.1_{q,p,o}\ b.2_{n,m,l}\ a.3_{k,j,i})$

eine Menge von kontexturierten Zeichenklassen der Formen

$(3.a_i\ 2.b_l\ 1.c_o)$
$(3.a_j\ 2.b_m\ 1.c_p)$
$(3.a_k\ 2.b_n\ 1.c_q)$
$(3.a_i\ 2.b_l\ 1.c_p)$
$(3.a_i\ 2.b_l\ 1.c_q)$
$(3.a_i\ 2.b_m\ 1.c_o)$
$\vdots$

die alle nur denkbaren Kombinationen von Subjekten und Objekten semiotisch repräsentieren können. So wie eine n-wertige Logik Platz für (n-1) Subjekte hat, hat eine m-kontexturelle Semiotik Platz für (m-1) Subjekte, die je nachdem als Objekte oder Kombinationen auftreten können, so dass erst in einer derart polykontexturalen Semiotik mit der Peirce-Benseschen Idee eines semiotischen Kommunikationsschemas Ernst gemacht werden kann.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. 1990, Baden-Baden: Agis, S. 129-141

Helbig, Gerhard, Geschichte der neueren Sprachwissenschaft. 8. Aufl. Opladen 1983

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf (2008b)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Kontexturierte semiotische Kategorien

1. R. Kaehr (2008) hatte gezeigt, wie man Zeichenklassen kontexturiert, indem man ihre Subzeichen kontexturiert. Damit ist es natürlich möglich, auch die für die Subzeichen stehenden semiotischen Morphismen (Semiosen) zu kontextuieren. Da sich aufgrund der in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten dynamischen semiotischen Kategorientheorie allerhand Schwierigkeiten einstellen können, soll die Funktionsweise kontexturierter semiotischer Kategorien anhand von 3- und 4-kontexturalen Semiosen dargestellt werden.

2. Zunächst kann man die kontexturierte semiotische Subzeichenmatrix in die kontexturierte semiotische Kategorienmatrix transformieren, indem man die Subzeichen durch die entsprechenden Kategorien ersetzt (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.):

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix} \longrightarrow$$

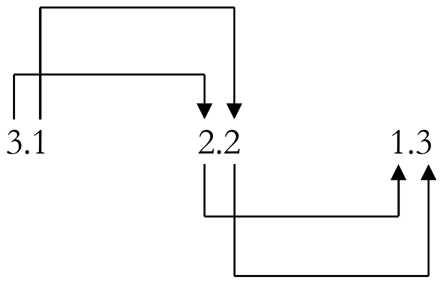
$$\begin{pmatrix} id_{1,3} & \alpha_{1} & \beta\alpha_{3} \\ \alpha°_{1} & id_{1,2} & \beta_{2} \\ \alpha°\beta°_{3} & \beta°_{2} & id_{2,3} \end{pmatrix}$$

Nun besteht die Essenz der in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten dynamischen Kategorien darin, dass in Zeichenrelationen nicht die Subzeichen 1:1 durch Kategorien ersetzt werden, wie dies zuvor der Fall war, sondern dass der Tatsache Rechnung getragen wird, dass die triadische Zeichenrelation eine Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, d.h. eine Relation über Relationen bzw. eine "verschachtelte" Relation ist.

Wenn wir also z.B. die Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) nehmen, werden wir sie nicht statisch durch [α°β°, id2, βα] kategorial darstellen, sondern nach dem folgenden Muster:

(3.1 2.2 1.3) → [[3.2, 1.2], [2.1, 2.3]],

d.h.



Da die Kontexturenwerte jedes Subzeichens in keiner Beziehung zu den Kontexturwerten ihrer Primzeichen stehen, müssen die Kontexturenwerte der dynamisch zusammengesetzten Morphismen (Semiosen, Subzeichen) aus der obigen kategorialen Matrix bestimmt werden. Für das obige Beispiel bekommen wir also für die entsprechende 3-kontexturale Zeichenklasse:

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow [[3.2_2, 1.2_1], [2.1_1, 2.3_2]]$

Und für die entsprechende 4-kontexturale Zeichenklasse:

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow [[3.2_{2,4}, 1.2_{1,4}], [2.1_{1,4}, 2.3_{2,4}]]$

Demzufolge können wir paarweise Transformationen (vgl. Toth 2009) wie folgt darstellen:

$$\begin{array}{l}
(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3}) \\
\qquad\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow \\
\underbrace{(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})}
\end{array}$$

$(2.1_{1,4} \rightarrow 2.2_{1,2,4}) \rightarrow [2.2_{1,2,4}, 1.2_{1,4}] = [id_{1,2,4}, \alpha_{1,4}]$

$$\begin{array}{l}
(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) \times (1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3}) \\
\qquad\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow \\
\underbrace{(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})}
\end{array}$$

$[(2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) \rightarrow (1.1_{1,3,4}\ 1.3_{3,4})] \rightarrow [[[2.1_{1,4}, 1.1_{1,3,4}], [2.1_{1,4}, 1.3_{3,4}]], [[1.1_{1,3,4}], [1.3_{3,4}]]] = [[[\alpha°_{1,4}, id1_{1,3,4}], [\alpha°_{1,4}, \beta\alpha_{3,4}]], [[id1_{1,3,4}, \beta\alpha_{3,4}]]]$

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Untersuchungen zu Zeichenobjekten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, im Erscheinen (2009)

Vom Nutzen und Nachteil der Zeichen

1. Wozu nützen Zeichen? Nach Bense (1967, S. 9) sind Zeichen Meta-Objekte, die Antwort auf die Frage ergibt sich daher aus den Objektbezügen der Zeichen. Im Falle eines Icons bildet ein Zeichen das Objekt ab, d.h. es substituiert es. Im Falle eines Symbols substituiert das Zeichen ein Objekt ebenfalls, allerdings nicht aufgrund gemeinsamer Merkmale mit seinem Objekt, sondern rein konventionell oder arbiträr, wie Saussure betonte. Allerdings lässt sich die Funktion der Substitution für den Index nicht anwenden, denn man wird schwerlich behaupten können, ein in die Richtung einer Stadt weisender Wegweiser würde die Stadt ersetzen. Was also macht der Index? Er ersetzt nicht ein Objekt, sondern eine sprachliche Aussage über ein Objekt – etwa die Antwort auf die Frage, wo die betreffende Stadt liege. Dennoch wird man aber den Index nicht als meta-semiotisches, d.h. sprachliches Zeichen bezeichnen dürfen, denn er bedarf ja der Sprache nicht, um wirksam zu sein. Allerdings folgt aus dem Vergleich von Icon, Index und Symbol, dass wir eine neue, und zwar allen drei Objektbezügen gemeinsame, Funktion von Zeichen benötigen. Und zwar möchte ich hier den Begriff der "**Vermittlung**" vorschlagen: Ein Icon **vermittelt** z.B. eine lebende Person in einem Bild oder eine Statue, ein Index **vermittelt** Orientierungen, z.B. den Weg in eine Stadt, und ein Symbol **vermittelt** abstrakte Begriffe, indem es konventionell festgesetzte Begriffe für sie einsetzt.

2. Zwischen was vermittelt ein Zeichen? Der Begriff der Vermittlung setzt mindestens zwei Dinge voraus, zwischen denen vermittelt wird. Bense hatte wiederholt darauf hingewiesen, dass das Zeichen zwischen "Welt" und "Bewusstsein" vermittle. Das Zeichen ist dabei das Dritte. In meinem Buch "Grundlegung einer mathematischen Semiotik" (Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008) hatte ich einige Zitate hierzu aus der Stuttgarter Schule zusammengestellt:

> Für die Semiotik Peircescher Prägung ist "eine absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' […] einem Bewußtsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979, S. 59). Dennoch wird das Bewußtsein verstanden als "ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor" (Bense 1976, S. 27), denn Peirce hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet" (Walther 1989, S. 76). Genauer gesagt, gibt "der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse auch das erkenntnistheoretische Subjekt, der Realisationszusammenhang der Objektthematik auch das erkenntnistheoretische Objekt" an (Gfesser 1990, S. 133): "Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) 'Welt' und (erkennendem) 'Bewußtsein' zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die 'Erkenntnisrelation', herzustellen" (Bense 1976, S. 91).

Aus den genannten Textstellen folgt, dass das Zeichen zwei Transzendenzen besitzt: Die Transzendenz des Objektes und die Transzendenz des Interpretanten, die man mit Günther vielleicht besser als "Introszendenz" bezeichnete. Jedenfalls sind vom Zeichen als Vermittlungsfunktion zwischen Welt und Bewusstsein her beide unerreichbar, und zwar deshalb, weil sie vom Zeichen durch Kontexturgrenzen geschieden sind. Wie steht es aber um den Mittelbezug? Da wenigstens das realisierte, konkrete Zeichen mit dem Mittel seines Mittelbezugs in der Welt der Objekte verankert ist, ist die Beziehung zwischen dem Zeichen und seinem Träger immanent. Von hier ergibt sich also die Sonderstellung der Zeichen zwischen Immanenz und Transzendenz (sowie Introszendenz). Zeichen werden also benötigt, um etwas Abwesendes abzubilden, auf etwas Fernes hinzuweisen, um Begriffe, die sich sowohl des Bildes als auch des Hinweises entziehen, mit Namen zu versehen. Ohne Zeichen gäbe es nicht nur keine Kommunikation, sondern Kommunikation ohne Zeichen, d.h. allein mit Objekten ist unmöglich.

3. Und damit kommen wir zum Nachteil der Zeichen. Zeichen sind begrenzt durch das ihnen ewig transzendente Objekt und das ihnen ebenfalls ewig introszendente Bewusstsein. Niemals gelingt es, mit einem Zauberspruch das Photo der Geliebten in die Geliebte selbst zu verwandeln bzw. umgekehrt. Niemals wird sich durch ein Simsalabim an der Stelle des Wegweisers die verwiesene Stadt einfinden bzw. umgekehrt, und niemals wird der Begriff "Liebe" fühlbar durch Aussprechen des Wortes "Liebe" bzw. umgekehrt. Niemals können aber auch durch Zeichen keine Rückschlüsse auf den Interpretanten gewonnen werden, da Zeichen von allen benutzt werden können (bzw. sollen) und daher überindividuell sind.

Streng genommen ist all dies auch völlig unnötig, denn die Zeichen wurden ja dazu geschaffen, um Objekte, wenigstens im oben abgesteckten begrenzten Rahmen, zu ersetzen und das Sich-Beklagen über die metaphysischen Limitationen des Zeichens ist also ein Hysteron-Proteron. Will man daher die Objekte, greift man auf diese zurück und lässt die Zeichen Zeichen sein. Wer so argumentiert, vergisst allerdings eines: Zeichen sind aus einer gewissen Not geschaffen, das Abwende anwesend, das Ferne nah und das Nichtfassbare fassbar zu machen. Als solche erfüllen sie eminent praktische (Icon und Index) als auch eminent theoretische Funktionen (Symbol). Der Mensch, der eine Sprache lernt, lernt mit den Zeichen bzw. ihren Objektbezügen unter Umständen auch von Objekten, die er nie real wahrgenommen hat und daher wahrnehmen können möchte. Und wenn die Objekte schlichtweg nicht da sind, haben wir zwar noch die Zeichen, aber diese sind durch ihren Weder-Fisch-noch-Vogel-Status als Vermittlungsfunktion eben kein wirklicher Ersatz für das anwesende, konkrete und greifbare Objekt. Man entsinne sich des liebeskranken Soldaten auf seiner Pritsche in der Kaserne, das Photo oder die Haarlocke der fernen Geliebten küssend. Oder man erkläre sich die Tausenden von Touristen, die als "Spurenjäger" die Wohnhäuser berühmter verstorbener Personen besuchen, als würde noch der "Geist" dieser Berühmten darin hausen. In Doris Dörries Film "Kirschblüten – Hanami" (2008) geht das soweit, dass der Mann der Frau, die stirbt, bevor sie ihren Wunsch, den Fudschijama zu sehen, angetan mit den Kleidern seiner Frau unter den seinen und ihren Photos im Gepäck nach Japan reist und dabei völlig überzeugt ist, er hole die ersehnte Reise für die Verstorbene nach.

4. In all diesen Beispielen zeigt sich die dem Menschen offenbar immanente oder sogar innative Sehnsucht, die Transzendenz aufzuheben und über eine Brücke ein jeweiliges Jenseits zu betreten. Gotthard Günther sagte in seinem "Selbstbildnis im Spiegel Amerikas" (Hamburg 1975) sehr richtig, dass die Abgründe, die das irdische Diesseits vom himmlischen Jenseits trennen nicht grösser und nicht kleiner sind als der Abgrund, den ein Ich von einem Du trennt. Er zeigte ferner in seinen übrigen Schriften eindrücklich, wie man einen Zählprozess im Diesseits beginnen und im Jenseits weiterführen kann. Ferner wies er nach, dass es nicht nur ein, sondern unendlich viele Jenseitse gibt. Diese können dadurch ermittelt werden, dass man Grenzen findet, die Kontexturengrenzen sind und nicht nur Grenzen, die zwei Teile des Diesseits voneinander trennen. Mit Hilfe der von Günther im Anschluss an Natorps platonische Zahlkonzeption zuerst so bezeichneten "Mathematik der Qualitäten" ist es also möglich, die Grenzen zwischen Diesseits und Jenseits zu überwinden.

Und damit kommen wir wieder auf das Zeichen zurück: Zeichen evozieren Sehnsüchte nach ihren Objekten, und diese Sehnsüchte können nur dadurch überwunden werden, dass die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt abgebrochen werden. Gibt es also eine "Semiotik der Qualitäten"? Oder ist Semiotik nicht schon per se eine Wissenschaft der Qualität? Doch bevor wir auf diese Fragen kommen, eine wichtigere Frage zunächst: Die von Peirce eingeführte Semiotik ist auf die mathematisch-logische Relationentheorie gegründet. Wenn aber danach die Semiotik ein Teil der Mathematik ist, müsste es dann nicht ebenfalls möglich sein, dass die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben werden können? Nun aber zurück zur Frage: Was für Gebilde sich eigentlich Zeichenklassen und Realitätsthematiken? Die triviale Antwort lautet: Da es keine quantitativen Gebilde sind, müssen es qualitative sein. Daraus aber folgt ein Paradox: Wenn die Semiotik also eine Theorie qualitativer Zeichen ist, sind dann nicht schon die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekten aufgehoben? Schliesslich vermittelt das Zeichen ja zwischen Welt und Bewusstsein, und obwohl sie diese nie erreicht, steht ja in einem semiotischen Erkenntnisschema nach einem obigen Zitat die Zeichenklasse für den Subjektpol und die Realitätsthematik für den Objektpol der Erkenntnisrelation.

Nun ist es eine Tatsache, dass ein Photo ein Photo und nicht das darauf abgebildete Objekt ist, und entsprechend vermittelt das Photo als Zeichen zwischen mir und der abgebildeten Person. Wenn ich also via Photo zur Person gelangen will, muss ich die Kontexturgrenzen zwischen dem Photo und der Person aufheben. Was passiert aber dann mit dem ohnehin qualitativen Zeichen? Offenbar etwas anderes als mit der ursprünglich quantitativen Zahl, welche durch Öffnung der Kontexturgrenzen qualitativ bzw. quanti-qualitativ/quali-quantitativ wird.

5. Ich denke, dass genau hier ein immens wichtiger Punkt erreicht ist. In meinen bisherigen Arbeiten wird nämlich der Übergang von der monokontexturalen zur polykontexturalen Zeichenrelation durch Kontexturierung der die Zeichenrelation konstituierenden Subzeichen erreicht:

$(3.a\ 2.b\ 1.c\ ) \rightarrow (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q})$ mit i, ..., q $\in \{\varnothing, 1, 2, 3\}$ und K = 4

R. Kaehr hat in seinem jüngsten Aufsatz "Polycontexturality of Signs" die Existenz polykontexturaler Zeichen in Frage gestellt. In teilweiser Übereinstimmung mit der Ansicht Kaehrs möchte ich hier wie folgt argumentieren: Polykontexturale Systeme müssen disseminiert sein, und zwar über der kenomischen Matrix. Nun gibt es natürlich keine "Keno-Zeichen", wie sie Kronthaler sich einmal ausgedacht hatte, denn das Zeichen als Relation basiert auf der Peanoschen Nachfolgerelation und diese ist in der Kenogrammatik aufgehoben. Ausserdem könnte ein "leeres" Zeichen weder etwas abbilden, noch auf etwas hinweisen, noch etwas ersetzen, denn ein Kenogramm ist ja nur ein Platzhalter. Trotzdem ist die Idee, die Kontexturengrenzen, die das Zeichen in seinem semiotischen Raum von den Objekten in deren ontologischem Raum trennen, keineswegs absurd.

Ich hatte schon in meinen zwei Bänden "Semiotics and Pre-Semiotics" und in dem Prodromus "Der sympathische Abgrund" (alle Klagenfurt 2008) vorgeschlagen, das Problem dadurch zu lösen, dass das Objekt des Zeichens als kategoriales (und 0-relationales) Objekt in die triadische Zeichenrelation eingebettet wird, welche dadurch zu einer tetradischen Zeichenrelation wird:

$(3.a\ 2.b\ 1.c)\ \|\ (0.d) \quad \rightarrow \quad (3.a\ 2.b\ 1.c\ \nparallel\ 0.d)$

Das Zeichen " ‖ " bezeichnet die Kontexturengrenze zwischen der Zeichenrelation und dem kategorialen Objekt, und das Zeichen "╫" damit deren Aufhebung.

Da das Zeichen selbst eine qualitative Grösse ist, genügt im Prinzip die Inkorporation des kategorialen Objektes, um es zu einer mehr-kontexturalen Grösse zu machen, d.h. einer Grösse, die Platz für die Kontextur des Zeichens und des Objektes hat.

Man kann nun einen Schritt weitergehen und sich fragen, was die folgende Transformation bedeute:

$(3.a\ 2.b\ 1.c \nparallel 0.d) \rightarrow (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q} \nparallel 0.d_{r,s,t})$ mit i, ..., t $\in \{\varnothing, 1, 2, 3\}$ und K = 4

Davon abgesehen, dass hiermit das logische Identitätsgesetz aufgehoben wird, garantiert diese Schreibung im Grunde nur, dass die linke Seite der Transformationsbeziehung sozusagen ein statischer Ausschnitt aus dem dynamischen Vermittlungssystem polykontexturaler Zeichenklassen ist.

6. Damit kommen wir zu der weiteren entscheidenden Frage, was es eigentlich für ein Zeichen bedeutet, wenn das Identitätsgesetz aufgehoben ist. Nach Bense ist das Zeichen an sich eigenreal, d.h. es bezieht sich nur auf sich selbst und nicht auf eine nicht-zeichenhafte Realität. Wie er in seinem letzten Buch "Die Eigenrealität des Zeichens" (Baden-Baden 1992) gezeigt hatte, können konkrete Zeichen nur deshalb ein thematisch Anderes, d.h. ein Objekt bezeichnen, weil sie zunächst als abstrakte Zeichen selbst-identisch sind. Dies wird ausgedrückt in Benses berühmter Formel von der "Eigenrealität der Zeichen" in Form der dualinversen Identität von Zeichenrelation und Realitätsthematik der Zeichenklasse

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$ bzw.
$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

Weiter hat Bense gezeigt, dass der semiotische Fundamentalsatz von Peirce, dass kein Zeichen alleine auftreten kann und dass daher Zeichen immer in Konnexen gebunden sind, an diese Eigenschaft der Eigenrealität gebunden ist, indem diese erst die Autoreproduktivität des Zeichens ermöglicht. Nun hat aber Kaehr gezeigt, dass bereits für K = 3 gilt

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$ bzw.
$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

D.h. es gibt schon in einer 3-kontexturalen Semiotik keine Eigenrealität und damit keine Zeichenkonnexe mehr, denn die 3-kontexturale Zeichenklasse $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$ hängt im Gegensatz zur 1-kontexturalen Zeichen nicht mehr in mindestens 1 Subzeichen mit jeder der 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realiätsthematiken zusammen, wie dies innerhalb des von Elisabeth Walther formalisierten determinantensymmetrischen

Dualsystems gefordert wird (Semiosis 27, 1982). Damit fällt aber im Grunde der Begriff des Zeichens dahin.

7. Ist aber darum ein Ausdruck wie

$(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3})$

a priori sinnlos? Ich denke, nein, denn alles hängt ab von der Interpretation des Begriffes "(semiotische) Kontextur". Z.B. ist es ja möglich, die Zeit kontexturell zu gliedern, wie dies bereits Günther in einem New Yorker Vortrag in den 60er Jahren aufgezeigt hatte. Kaehr hatte in einer rezenten Publikation auf die Verteilung deiktischer Pronomina bzw. epistemischer Relationen (subjektives/objektives Subjekt und Objekt) hingewiesen. Gerade der wie in der traditionellen Logik so auch in der klassischen Semiotik fehlende Zeitbegriff könnte durch Kontexturierung der Zeichenklassen in die Semiotik eingeführt werden. Ausserdem könnte man mit Kaehrs Vorschlag Sprachen auf die semiotischen Basistheorie zurückführen, deren Verbalkonstruktionen nicht nur wie üblich Subjekte, sondern zugleich Objekte kodieren (vgl. ungarisch szeretek "ich liebe/ich liebe etw." vs. szeretem "ich liebe ihn/sie" vs. szeretlek "ich liebe Dich"). Im Mordwinischen etwa kann die ganze Palette von "ich", "du, "er/sie", "wir", "ihr", "sie" mit und ohne direktes Objekt (= logisches objektives Objekt) paradigmatisch durchgespielt werden, vgl. auch die noch komplizierteren Verhältnisse im Grönländischen. Auf ein besonders interessantes Anwendungsgebiet semiotischer Kontexturen weise ich nur am Rande hin: Die 10 Peirceschen Realitätsthematiken präsentieren jeweils zwei Typen thematisierter und thematisierenden Realitäten, die folgende Form haben:

1. $\times(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 1.2\ 1.3) \rightarrow (X \leftarrow (AB))$
2. $\times(3.1\ 2.3\ 1.3) = (3.1\ 3.2\ 1.3) \rightarrow ((AB) \rightarrow (X))$

Nur in der Differenzmenge der 27-10 = 17 "irregulären" Zeichenklassen treten von mir so genannte Sandwich-Thematisationen der folgenden Form auf:

3. $\times(3.1\ 2.2\ 1.1) = (1.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (A \rightarrow X \leftarrow B)$,

wobei in allen Fällen A und B zur gleichen Trichotomie gehören (und daher als thematisierend angesehen werden).

In allen diesen sowie noch mehr verzwickten Fällen (die alle von tetradischen Zeichenklassen an auftreten) könnten mit Hilfe semiotischer Kontexturen thematische

Prioritätenhierarchien definiert werden. Dies wäre deswegen von Interesse, weil wir bei Permutationen z.B. folgende Strukturen vorfinden:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.2\ 1.3}) = (X \leftarrow (AB))$
$(2.1\ 3.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.3\ 1.2}) = (X \leftarrow (BA))$
$(3.1\ 1.3\ 2.1) \times (\underline{1.2}\ 3.1\ \underline{1.3}) = (A \rightarrow X \leftarrow B)$
$(2.1\ 1.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.1\ \underline{1.2}) = (B \rightarrow X \leftarrow A)$
$(1.3\ 3.1\ 2.1) \times (\underline{1.2\ 1.3}\ 3.1) = ((AB) \rightarrow X)$
$(1.3\ 2.1\ 3.1) \times (\underline{1.3\ 1.2}\ 3.1) = ((BA) \rightarrow X)$.

8. Eine ganz kurze Zusammenfassung könnte wie folgt lauten: Die Auffassung der Stuttgarter Schule, das Peircesche Zeichen sei a priori polykontextural, ist nicht ganz von der Hand zu weisen. So thematisieren die 10 Zeichenklassen 10 Realitäten, was sowohl der monokontexturalen Ontologie wie Logik widerspricht. Ausserdem ist der Zeichenbegriff ebenfalls a priori qualitativ, und die quantitative (numerische) Fassung der Zeichenrelationen, wenigstens in dem Rahmen, als sie Peirce gegeben hatte, benutzt lediglich einige Elemente der Sprache der Mathematik und nicht mehr. Trotzdem ist es richtig, dass auch beim System der 10 Realitäten die logische Identität gewahrt bleibt. Ausserdem folgt die Definition der Zeichenrelation als Relation über Relationen der Peanoschen Induktion und ist natürlich auch von hier aus monokontextural. Kontexturiert man aber diese Zeichenrelationen, eröffnen sich einem ungeahnte Anwendungsmöglichkeiten, von denen die Semiotik bisher nur träumen konnte. Es ist R. Kaehrs Verdienst, darauf hingewiesen zu haben. Der Zeichenbegriff selbst entspringt wohl dem dem Menschen an- und eingeborenen Bedürfnis, sich auszudrücken und mitzuteilen, indem es abwesende, ferne und abstrakte Objekte auf der Basis von Abbildung, Hinweis und Konvention verfügbar macht. Von hier aus kann sich in der Form eines Hysteron-Proterons das Bedürfnis des Menschen an die hinter den Zeichen steckenden Objekte zu kommen in der magischen Form bemerkbar gemacht haben, die Zeichen selbst in die von ihnen bezeichneten Objekten zu transformieren und also eine polykontexturale Operation durch Aufhebung der Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt vorzunehmen. Deshalb ist es trotz der von Kaehr wohl zu Recht geäusserten Bedenken sinnvoll, Zeichenklassen zu kontexturieren, zumal es von der Interpretation der semiotischen Kontexturen abhängt, welche Anwendungen für die Semiotik daraus resultieren.

Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation

1. Bekanntlich kann man Zeichenklassen und Realitätsthematiken auf drei Arten schreiben:

1.1. Mit den Namen der Subzeichen, aus denen sie zusammengesetzt sind, z.B. rhematisch iconisches Legizeichen.

1.2. Unter Verwendung der semiotischen Modalitäten, z.B. (NM WM MN).

1.3. Unter Verwendung der semiotischen Kategorien (3.1 2.1 1.3).

Besonders die numerische Notation von Zeichenklassen und Realitätsthematiken ist nun geeignet zu verschleiern, dass es sich bei semiotischen Ausdrücken nicht um quantitative, sondern um qualitative Relationen handelt. Da spätestens seit Hegel die Quantität als eine Qualität anerkannt wird, sind damit semiotische Ausdrücke insofern den Kenogrammen und Morphogrammen der Polykontexturalitätstheorie vergleichbar, als auch diese als quanti-qualitative bzw. quali-quantitative Ausdrücke ausgewiesen werden (Kronthaler 1986, S. 131 ff.).

2. Der grundlegende Unterschied zwischen semiotischen Repräsentationsschemata und kenogrammatischen Präsentationsschemata besteht jedoch darin, dass erstere die monadischen und dyadischen Subzeichen der Logik und der Mathematik zu triadischen Zeichenrelationen komplettieren, während letztere sie auf eine rein formale Abstraktionsstufe zurückführen, wo es keinen Platz für Bezeichnung und Bedeutung mehr hat. Die Zeichen der Semiotik sind daher Repräsentationsschemata, in denen Qualitäten tatsächlich repräsentiert **werden**, während die Kenos der Polykontexturalitätstheorie Strukturen des Nichts sind, in denen sowohl Qualitäten als auch Quantitäten präsentiert **werden können**. Wenn also behauptet wird, die "Mathematik der Qualitäten" sei insofern mächtiger als die "Mathematik der Quantitäten", als jene diese als (monokontexturalen) Sonderfall enthalte, so ist das nicht richtig, denn die qualitative Arithmetik rechnet mit reinen Formen, die so abstrakt sind, dass noch nicht einmal die grundlegenden Ansprüche an mathematische Gebilde (wie z.B. ein Gruppoid zu sein) erfüllt sind. Auf der anderen Seite kann die Semiotik weitgehend mit Hilfe der "quantitativen Mathematik" formalisiert werden, so dass wegen des qualitativen Charakters semiotischer Repräsentationsschemata also **mit Bedeutung und Sinn gerechnet werden kann**, was erst eine wirkliche **qualitative Mathematik** ausmacht, nämlich eine **semiotische Mathematik**. Will man also Gebiete, die traditionell als der Mathematik nicht zugänglich gelten, der Mathematik

zugänglich machen, sollte man nicht auf die alles Mathematischen und Logischen entleerte Keno- und Morphogrammatik zurückgreifen, sondern die Mathematik in die Semiotik einbetten. Die Semiotik als Teil der Mathematik formalisiert die klassische Semiotik, während die Mathematik als Teil der Semiotik die Mathematik um die Berechenbarkeit des Qualitativen bereichert.

3. Bense (1975, S. 168 ff. und 1983, S. 192 ff.) hatte gezeigt, dass die Einführung der Primzeichen der Peanoschen Induktion bzw. den Peirceschen "Axioms of Numbers" entspricht. Damit wird also die Generation der Fundamentalkategorien (.1.), (.2.), (.3.) oder "Erstheit", "Zweitheit", "Drittheit" explizit mit der Nachfolgerelation der ersten drei Ordnungszahlen verglichen. Allerdings hatte Bense bereits in (1979, S. 60) – was von den Anhängern einer "quantitativen" Semiotik gerne übersehen wird – darauf aufmerksam gemacht, dass "nicht nur die ordinale Posteriorität, sondern auch die Selektivität" für die Ordnung der Primzeichen bzw. Fundamentalkategorien massgebend sei, was Bense wie folgt formalisierte:

Kat > Mod > Rpr

Ohne Selektion wäre es also kein Problem, die Ordnung der ersten drei Ordinalzahlen

$1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.$

mit der Ordnung der drei Fundamentalkategorien

$.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.$

gleichzusetzen und eine quantitative Semiotik aufzubauen. Die Selektion ist es, welche die Qualitäten in diese Ordnungsrelation hineinbringt. Selektion heisst jedoch, dass aus einer Menge eine besimmte Anzahl von Elementen herausgenommen wird und alle übrigen Elemente in der Menge belassen werden. Sich FÜR jemanden entscheiden, bedeutet gleichzeitig, sich GEGEN alle übrigen entscheiden. Daher ist also, mengentheoretisch gesehen, die Erstheit grösser als die Zweit- und Drittheit und die Zweitheit grösser als die Drittheit. Wenn man daher festlegt, dass im quantitativen Ausdruck der Ordnungsrelation

$x \rightarrow y$

$x < y$, d.h. die Kleiner-als-Beziehung gilt, während im qualitativen Ausdruck der Selektionsrelation x < y

x > y, d.h. die Grösser-als-Beziehung gilt, kann man die Primzeichenrelation wie folgt darstellen:

PZR = (.1.) $\lessgtr$ (.2.) $\lessgtr$ (.3.),

wobei also der untere Pfeil die quantitative Ordnungsrelation und der obere Pfeil die qualitative Selektionsordnung bezeichnet. Zwischen jeder Fundamentalkategorie verläuft also zugleich eine quantitative und eine qualitative Relation.

4. Nun stellt allerdings jedes der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix eine eigene Qualität dar, d.h. jede Zeichenklasse und Realitätsthematik sowie jede andere Zeichenrelation ist im Sinne ihrer Ordnungsrelationen eine "Qualität über Qualitäten" wie sie ja auch eine "Relation über Relationen" (Bense 1979, S. 53) ist. Wenn nun die Subzeichen durch kartesische Multiplikation aus der Primzeichen gebildet werden, so entstehen horizontal Subzeichen des Typs

(a.1), (a.2), (a.3), d.h. a $\in$ {1., 2., 3.} = constant

und vertkal Subzeichen des Typs

(1.a), (2.a), (3.a), d.h a $\in$ {.1, .2, .3} = constant

Aus dem universellen ordinal-selektiven Schema

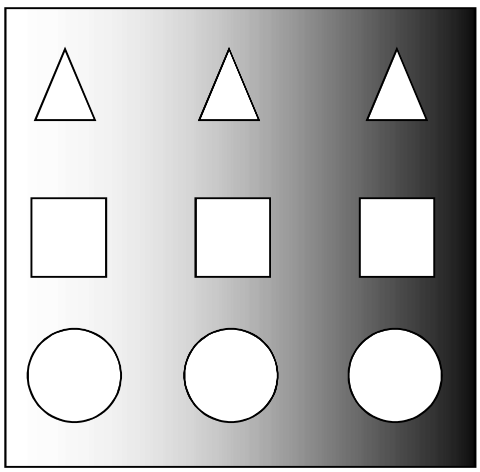
Kat > Mod > Rpr

modifizieren also die ersten Typen, die Triaden, ihren STELLENWERT hinsichtlich dieses Schemas, und die zweiten Typen, die Trichotomien, ihren HAUPTWERT. In der numerischen Schreibung besteht daher ein Unterschied zwischen (1.3) und (3.1), der sich nicht in der rein quantitativen Dualisationsbeziehung erschöpft, sondern zusätlich mit einem Quantitätswechsel verbunden ist. Es ist daher besser, wenn wir die semiotische Matrix mit Hilfe von frei gewählten Symbolen schreiben:

$$\begin{pmatrix} \triangle & ◭ & \blacktriangle \\ \square & ◨ & \blacksquare \\ \bigcirc & ◑ & \bullet \end{pmatrix}$$

Dabei deutet also in jeder Zeile von links nach Rechts die zunehmende Füllung der Leerzeichen die zunehmende (qualitative) Selektionrelation an, und in jeder Reihe von oben nach unten deutet die Vervollkommnung der Formen vom Dreieck über das Quadrat zum Kreis die zunehmende (quantitative) Ordnungsrelation an. Wenn man die triadischen Hauptwerte als Themata und die trichotomischen Stellenwerte als Hintergründe auffasst, kann man diesen Sachverhalt auch wie folgt darstellen:

Vordergrund konstant, Hintergrund wechselnd



Vordergrund wechselnd, Hintergrund konstant

Obwohl man natürlich die 9 Qualitäten der semiotischen Matrix mithilfe des universalen Benseschen Schemas Kat > Mod > Rpr wie folgt charakterisieren könnte:

$$\begin{pmatrix} \text{KatKat} & \text{KatMod} & \text{KatRpr} \\ \text{ModKat} & \text{ModMod} & \text{ModRpr} \\ \text{RprKat} & \text{RprMod} & \text{RprRpr} \end{pmatrix}$$

nehmen sie aufgrund der qualitativen Übersummativität eigene Charakterisitiken an, die Bense (1979, S. 61) in der folgenden universalen qualitativen Matrix wie folgt bestimmte:

$$\begin{pmatrix} \text{Qualität} & \text{Quantität} & \text{Essenz} \\ \text{Abstraktion} & \text{Relation} & \text{Komprehension} \\ \text{Konnexion} & \text{Limitation} & \text{Komplettierung} \end{pmatrix}$$

Wie man also hier an den Triaden nochmals sieht, nimmt zwar die quantitative Ordnungsrelation jeweils von Qualität bis zu Essenz, von Abstraktion bis zu Komprehension und von Konnexion bis zu Komplettierung stufenweise zu, aber es nimmt auch die die qualitative Selektion zwischen den genannten Begriffen jeweils zu, so dass die Qualität allgemeiner ist als die Quantität, und beide allgemeiner als die Essenz, insofern die Quantität selektiv aus der Qualität gewonnen ist, und die Essenz eine spezifische Form aus beiden, die in ihr qualitativ involviert sind, darstellt. Dasselbe gilt natürlich für alle drei Triaden. In den Trichotomien steht dagegen die quantitative Ordnungsrelation im Vordergrund. Um nur ein Beispiel herauszunehmen, besteht eine Nachfolgebeziehung bzw. im Benseschen Sinne eine Relation der "Posteriorität" zwischen Quantität, Relation und Limitation, insofern die Relation einen Spezialfall der Quantität darstellt (z.B. die Relationenlogik als Spezialfall der Klassenlogik), und die Limitation einen Spezialfall der Relation darstellt (z.B. die in ihrem Vor- und/oder Nachbereich eingeschränkten Relationen).

5. Wie im folgenden erstmals gezeigt wird, stellt die Semiotik trotz ihres qualitativen Status keine vollständig polykontexturale Theorie dar, insofern ihre Qualitäten beim Wechsel vom Subjekt- zum Objektpol der Erkenntnis nicht bzw. nur teilweise erhalten bleiben. Auf der anderen Seite formulierte Bense einen quantitativen Erhaltungssatz: "Insbesondere muss in diesem Zusammenhang das duale Symmetrieverhältnis zwischen den einzelnen Zeichenklassen und ihren entsprechenden Realitätsthematiken hervorgehoben werden. Dieses Symmetrieverhältnis besagt, dass man im Prinzip nur die 'Realität' bzw. die Realitätsverhältnisse metasemiotisch präsentieren kann, die man semiotisch zu repräsentieren vermag. Daher sind die Repräsentationswerte (d.h. die Summen der fundamentalen Primzeichen-Zahlen) einer Zeichenklasse invariant gegenüber der dualen Transformation der Zeichenklasse in ihre Realitätsthematik. Dieser semiotische 'Erhaltungssatz' kann dementsprechend als eine Folge des schon in *Vermittlung der Realitäten* (1976, p. 60 u. 62) ausgesprochenen Satzes [angesehen werden], dass mit der wachsenden Semiotizität der Repräsentativität in gleichem Masse auch ihre Ontizität ansteigt" (Bense 1981, S. 259).

Das Nicht-Bestehen eines qualitativen Erhaltungssatzes kann man nun am besten dadurch aufzeigen, dass man die oben eingeführten Symbole für die Subzeichen wählt und den mit ihrer Hilfe notierten Zeichenklassen ihre Realitätsthematiken gegenüberstellt:

(○ □ △)	×	(△ ◭ ▲)	Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
(○ □ ◭)	×	(□ ◭ ▲)	Qual. Erhaltung 2/3, Position ungleich
(○ □ ▲)	×	(○ ◭ ▲)	Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich

(○ ◨ ◭) × (□ ◨ ▲) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
(○ ◨ ▲) × (○ ◨ ▲) Qual. Erhaltung 3/3, Positionen gleich
(○ ■ ▲) × (○ ◑ ▲) Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich
(◑ ◨ ◭) × (□ ◨ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
(◑ ◨ ▲) × (○ ◨ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
(◑ ■ ▲) × (○ ◑ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich
(● ■ ▲) × (○ ◑ ●) Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich

Besonders die drei Fälle mit qualitativer Erhaltung, aber Nicht-Erhaltung der Position wären auf ihre erkenntnistheoretische Relevanz zu untersuchen.

In den Realitätsthematiken finden wir also entsprechend der Dualisierung von Zeichenklassen **duale Qualitäten**:

Δ(△) = △ Δ(△) = ◑ Δ(●) = ●
Δ(◭) = □ Δ(▲) = ○ Δ(■) = ◑

Vollständige qualitative Erhaltung findet sich also nur bei

(○ ◨ ▲) × (○ ◨ ▲) ≡ (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3),

also bei der sowohl quantitativ als auch qualitativ eigenrealen Zeichenklasse. Nachdem Walther (1982) gezeigt hatte, dass im Rahmen des "determinansymmetrischen Dualitätssystems" die eigenreale Zeichenklasse in mindestens einem Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik zusammenhängt, können wir schliessen, dass die partielle qualitative Erhaltung in den übrigen neun semiotischen Dualitätssystemen auf dem von Walther entdeckten Gesetz basiert. Nun hatte ich in Toth (2008) gezeigt, dass Eigenrealität nur in der monokontexturalen Semiotik existieren kann. Daraus folgt also paradoxerseise, dass vollständige semiotische Erhaltung das Weiterbestehen des logischen Identitätssatzes voraussetzt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung der einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20
Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf (2008)

Transzendentale Semiotiken

1. Von ihrer ganzen Konzeption her ist die Peircesche Semiotik nicht-transzendental: Eine "absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' ist einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979, S. 59), aber Peirce hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet" (Walther 1989, S. 76). Bense fasste wie folgt zusammen: "Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) 'Welt' und (erkennendem) 'Bewusstsein' zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die 'Erkenntnisrelation', herzustellen" (Bense 1976, S. 91).

In ihrem Geiste erweist sich damit die Peirce-Semiotik durch und durch als ein amerikanisches Produkt, "denn transzendentale Probleme des Himmels und des ewigen Lebens sind ‚un-American'" (Günther 2000, S. 240, Fn. 22), oder, sehr schön ausgedrückt: „Erlkönigs Töchter tanzen nicht am Rande der Highways, und Libussa und ihre Gefährtinnen wiegen sich nicht in den Baumwipfeln der riesigen Wälder der Neuen Welt" (2000, S. 217), denn es ist die Intuition des Pragmatismus, „zu ignorieren, dass der Mensch in früheren Kulturen schon gedacht hat" (2000, S. 241). Dies liegt daran, „dass nichts in Amerika, was aus der spirituellen Tradition der Alten Welt stammt, mit grösserer Verständnislosigkeit registriert wird, als die metaphysische Entwertung des Diesseits" (2000, S. 149).

2. Bense fasst denn das Zeichen auch explizit als Funktion auf, um die „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein" zu überbrücken (1975, S. 16). Von diesem pragmatistischen Standpunkt auch kommt also streng genommen die Frage nach den von Zeichen bezeichneten oder sie substituierenden Objekten gar nicht auf, denn „Seinsthematik [kann] letztlich nicht anders als durch Zeichenthematik motiviert und legitimiert werden" (Bense 1981, S. 16), so dass "Objektbegriffe nur hinsichtlich einer Zeichenklasse relevant sind und nur relativ zu dieser Zeichenklasse eine semiotische Realitätsthematik besitzen, die als ihr Realitätszusammenhang diskutierbar und beurteilbar ist" (Bense 1976, S. 109). Bense (1981, S. 11) brachte dies auf die Formel: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist". Von diesem nicht-transzendentalen Standpunkt aus sind also Zeichen schlicht und einfach deswegen notwendig, weil wir ohne sie die Welt der Objekte gar nicht wahrnehmen könnten. Anderseits kommt, wie gesagt, bei dieser Konzeption niemand auf die Idee, nach den bezeichneten Objekten zu fragen, denn durch die Definition des Zeichens ist zum vornherein klar, dass wir diese nie erreichen können: sie erreichen uns nur durch die Filter unserer Perzeption und Apperzeption, d.h. immer interpretiert und damit als Zeichen. Die Sehnsucht des Soldaten, der allein in der Kaserne sitzt und das Photo seiner Geliebten küsst, im Stillen

hoffend, es möge sich doch in die reale Person verwandeln, ist also in einer Peirce-Benseschen Semiotik gänzlich ausgeschlossen. Trotzdem findet sich das Motiv, die Brücke zwischen dem Diesseits der Zeichen und dem Jenseits ihrer Objekte zu überschreiten, in der Weltliteratur zu allen Zeiten bis in die Gegenwart.

3. In Toth (2009a) wurde eine nicht-transzendentale Semiotik auf der Basis einer qualitativen Zahlenrelation vorgeschlagen. Die grundlegende Überlegung ist dabei, dass die Primzeichenrelation

PZR = (.1., .2., .3.)

sowohl die quantitative Nachfolgerelation der Ordnungsrelation

(.1.) → (.2.) → (.3.)

als auch die qualitative Vorgängerrelation der Selektionsrelation

(.1) > (.2.) > (.3.)

in sich vereinigt, d.h. zugleich quantitativ und qualitativ ist:

PZR = (.1.) $\lessgtr$ (.2.) $\lessgtr$ (.3.).

Damit kann die quantitative semiotische Matrix durch eine qualitative ersetzt werden:

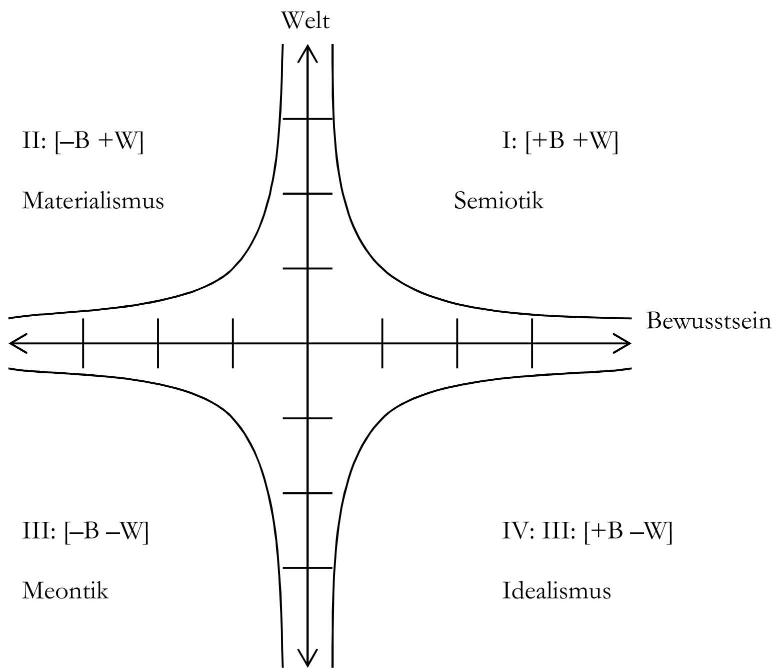
$$\begin{pmatrix} (1.1) & (1.2) & (1.3) \\ (2.1) & (2.2) & (2.3) \\ (3.1) & (3.2) & (3.3) \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} \triangle & \text{◭} & \blacktriangle \\ \square & \text{◨} & \blacksquare \\ \circ & \text{◑} & \bullet \end{pmatrix}$$

Hier werden also die Grenzen zwischen Quantität und Qualität, aber keine eigentlichen semiotischen Kontexturen unterschieden.

4. Der erste Versuch einer "polykontexturalen" Semiotik geht auf Toth (2000) zurück und wurde in Toth (2008b) vollständig präsentiert. Sie geht davon aus, dass die Primzeichenrelation parametrisierbar ist:

PZR = (±3.±a ±2.±b ±1.±c)

Der grundlegende Gedanke dahinter ist Benses Definition des Zeichens als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein, d.h. zwischen Objekt und Subjekt. Wenn man nun die Objektspositionen der Zeichenrelation negativ parametrisiert, erhält man idealistische, wenn man die Subjektspositionen negativ parametrisiert, materialistische und wenn man sowohl die Subjekts- als auch die Objektspositionen negativ parametrisiert, meontische Zeichenklassen. Das Peircesche Zeichen wird damit zum Spezialfall des durchwegs positiv parametrisierten Zeichens, d.h. eines Zeichens, bei dem sowohl die Subjekts- als auch die Objektspositionen positiv parametrisiert sind. Trägt man nun diese 4 Zeichenfunktionen in ein kartesisches Koordinatensystem ein, so erhält man eine Hyperbel mit 4 Ästen, die entweder zur Welt-Achse, zur Bewusstseins-Achse, zu beiden oder zu keinen von beiden asymptotisch ist:



Es ist nun einfach, Zeichenklassen (bzw. Realitätsthematiken) zu konstruieren, die in Bezug auf die Parametrisierung der Sub- bzw. Primzeichen inhomogen sind, z.B.

(+3.-a +2.+b –1.-c).

Hat nur ein einziges Primzeichen ein anderes Vorzeichen als die übrigen Primzeichen einer Zeichenrelation, so liegt die entsprechende Zeichenfunktion in mindestens 2 Quadranten. Diese Quadranten können als "semiotische Kontexturen" definiert werden, weil die parametrisch inhomogenen Zeichenfunktionen jeweils die "Niemandslandbereiche" zwischen den asymptotischen Hyperbelästen und Ordinate/Abszisse durchschneiden, d.h. durch mathematisch und semiotisch undefiniertes Gebiet führen. Solche Zeichenklassen weisen damit Mischformen semiotischer (im engeren Sinne), idealistischer, materialistischer oder meontischer Zeichenfunktionen auf.

5. Während dies bisherigen Versuche einer transzendentalen Semiotik entweder von den Qualitäten oder den Kontexturen ausgingen, geht der folgende Versuch, dem in Toth (2008c, d) drei Bände gewidmet wurden, von der Benseschen Unterscheidung zwischen ontologischem und semiotischem Raum aus (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.). Der Grundgedanke ist, dass bereits die Objekte, sobald sie wahrgenommen werden, in Bezug auf ihre Form, Gestalt oder Funktion wahrgenommen werden. Dies bedeutet, dass es eine Ebene der Präsemiotik gibt, die der eigentlichen Semiose, d.h. der Transformation eines Objektes in ein Zeichen vorangeht und deren Trichotomie von Götz (1982, S. 5, 28) mit "Sekanz – Semanz – Selektanz" bezeichnet wurde und die sich bei der Zeichengenese auf die semiotischen Trichotomien, wie sie durch die Subzeichen und ihre Semiosen repräsentiert werden, vererbt. Bense setzt daher zwischen dem ontologischen Raum der Objekte und dem semiotischen Raum der Zeichen einen Zwischenraum an der "disponiblen" Objekte an und charakterisiert ihn kategoriell mit "Nullheit". Diese Nullheit ergänzt nun die Peirce Triade von Erst-, Zweit- und Drittheit zu einer Tetrade, in die das Objekt als kategorielles Objekt in die präsemiotische Zeichenrelation eingebettet ist:

PrZR = (3.a 2.b 1.c 0.d)

Während also (3.a), (2.b) und (1.c) nicht-transzendente Kategorien sind, ist (0.d) das ursprünglich dem Zeichen transzendente Objekte, dessen Transzendenz in dieser Einbettung freilich aufgehoben ist:

$$\text{PrZR} = (3.a\ 2.b\ 1.c\ \| \ 0.d) \rightarrow \text{PrZR} = (3.a\ 2.b\ 1.c \nparallel 0.d),$$

wobei das Zeichen $\|$ für die Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt und das Zeichen $\nparallel$ für deren Durchbrechung steht.

6. Während die bisherigen Versuche vom Standpunkt der Polykontexturalitätstheorie nicht als polykontextural eingestuft werden, weil der logische Identitätssatz in allen diesen transzendentalen Semiotiken immer noch Gültigkeit hat, geht der Versuch einer "echten" Polykontexturalisierung der Semiotik auf einige jüngste Arbeiten von Rudolf Kaehr zurück (z.B. Kaehr 2008). Hier wird davon ausgegangen, dass die (monokontexturale) Peircesche Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

ein 1-kontexturaler Sonderfall der n-kontextural disseminierten Semiotiken ist. Die Kontexturen, in denen sich eine Zeichenklasse befinden kann, werden als Indizes den Subzeichen zugewiesen, d.h. nicht die ganze Zeichenklasse, sondern ihre Subzeichen werden kontexturell markiert. Damit kann eine Zeichenklasse natürlich in mehreren Kontexturen gleichzeitig erscheinen, was sogar der Normalfall ist. Grundsätzlich ist nach Günther (1979, S. 229 ff.) die Zuweisung von Kontexturen zu Subzeichen weitgehend frei. Es muss lediglich beachtet werden, dass genuine Subzeichen, d.h. identitive semiotische Morphismen immer in mindestens 2 Kontexturen stehen, weil die Kontexturen auf der Basis quadratischer Matrizen verteilt werden und sich deren Blöcke in den Hauptdiagonalen schneiden. Zum Beispiel könnte eine 4-kontexturale Zeichenklasse wie folgt aussehen:

$ZR = (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q})$,

wobei i, ..., q $\in$ {$\varnothing$, 1, 2, 3, 4}. $\varnothing$ besagt dabei lediglich, dass ein j $\in$ {i, ..., q} auch unbesetzt sein kann, wie etwa im Falle der folgenden Zeichenklassen:

$3\text{-}ZR = (3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1})$
$4\text{-}ZR = (3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$

Bei der 4-kontexturalen Zeichenklasse liegen also die nicht-genuinen Subzeichen in 2 und das genuine Subzeichen in 3 Kontexturen, wobei die 4. Kontextur allen Subzeichen gemein ist. Bei der 3-kontexturalen Zeichenklasse gibt es dagegen keine Kontextur, in der alle Subzeichen liegen.

Bei dieser echt-polykontexturalen Semiotik ist nun das logische Identitätsgesetz wahrhaft aufgehoben, was am besten am Verhalten von Subzeichen, die mehr als einen kontexturalen Index tragen, bei Dualisierung sieht:

$\times(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$.

Es gibt hier also wegen $(2.2_{1,2}) \neq (2.2_{2,1})$ keine Eigenrealität mehr. Dies bedeutet im Einklang mit Bense (1992), dass wesentlichste Teile der Semiotik zusammenbrechen. Ferner sind in Kaehr's Semiotik die Theoreme der Objekttranszendenz des Zeichens und der Zeichenkonstanz, die nach Kronthaler (1992) eine monokontexturale Semiotik limitieren, immer noch gültig, so dass also auch diese Semiotik trotz der entfallenden Identität der Zeichen zwischen Zeichen- und Realitätsthematik (bzw. der Irresistibilität der Zeichen durch die Dualisation) nicht wirklich polykontextural ist.

7. Als kleinen Einschub wollen wir hier kurz reflektieren, was Polykontexturalität im Zusammenhang mit Semiotik überhaupt bedeutet. Ein Zeichen, in dem die Zeichenkonstanz aufgehoben und durch Strukturkonstanz ersetzt ist, ist ein Morphogramm. In dieser Form können zwar problemlos Zeichenklassen und Realitätsthematiken notiert (vgl. Toth 2003), aber keine konkreten Zeichen verwendet werden. Ein verknotetes Taschentuch, das sich über Nacht verwandelt, kann keine Zeichenfunktion haben. Zeichen, die der Kommunikation mit der Gesellschaft, d.h. nicht nur zum privaten Gebrauch dienen, müssen wiedererkennbar sein, d.h. an materiale Konstanz gebunden sein. Ohne Materialkonstanz keine Zeichenkonstanz und ohne Zeichenkonstanz keine Zeichen. Was man also immer unter einer polykontexturalen Semiotik versteht: das Limitationstheorem der Zeichenkonstanz kann man nicht ausser Kraft setzen ohne die gesamte Pragmatik der Zeichenverwendung zu zerstören.

Dagegen ist, es wie an den obigen Modellen mit Ausnahme desjenigen von Kaehr gezeigt, möglich, nur das Limitationstheorem der Objekttranszendenz ausser Kraft zu setzen. Damit darf aber nicht gemeint sein, dass Zeichen und Objekt ununterscheidbar werden. Ununterscheidbar sind sie genau dann, wenn der logische Identitätssatz aufgehoben ist. Wie wir aber gesehen haben, ist dieser Satz nirgendwo ausser in der Kaehrschen Konzeption aufgehoben. Das Bestehenbleiben des Identitätssatzes garantiert damit die Unterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt und macht sozusagen nicht ihre metaphysische Identität, sondern nur ihre Positionen austauschbar, etwa so, wie es im "Bildnis des Dorian Gray" von Oscar Wilde geschildert ist. Dort verändert sich ja das Bild, d.h. das Zeichen, statt des Objektes, d.h. statt Dorian. Der Vorgang ist allerdings erstens reversibel, denn am Ende des Romans erscheint das Bild verändert und nicht Dorian, und zweitens können die Diener sehr wohl zwischen dem Bild und dem vor ihm liegenden Leiche Dorian's unterscheiden. Wie gezeigt wurde, kann man in der Semiotik die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt aufheben, indem man

1. die quantitativen Subzeichen durch qualitative Subzeichen ersetzt,

2. die Subzeichen parametrisiert und die Zeichenfunktion vom 1. Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems in allen 4 Quadranten einzeichnet, was sich in natürlicher Weise aus der Benseschen Konzeption der Zeichenfunktion als einer hyperbolischen Funktion ergibt, die sowohl zur Welt- als auch zur Bewusstseins-Achse asymptotisch ist,

3. das Objekt des ontologischen Raumes als kategoriales Objekt in die triadische Zeichenrelation des semiotischen Raumes einbettet und dadurch einen Zwischenbereich erhält, der die Nullheit im Sinne Benses als vierte Fundamentalkategorie innerhalb einer tetradischen präsemiotischen Zeichenrelation enthält.

Bei der Kaehrschen Konzeption wird, wie bereits mehrfach gesagt, zwar die Identitätsrelation zwischen Zeichenklasse und Reaitätsthematik aufgehoben, aber nicht die Transzendenz des Objektes eines Zeichens. Es ist ferner nicht klar, welchen Status die Realitätsthematiken in der Kaehrschen Semiotik haben. Auf jeden Fall können sie nicht mehr den Objektpol der Erkenntnisrelation thematisieren und so den Subjektpol der Zeichenthematik komplementieren, wie dies in der Peirceschen Semiotik der Fall ist (vgl. Gfesser 1990, S. 133). Statt sich zu fragen: "Are there signs anyway?", wie es Kaehr in einer neuen Arbeit tut (Kaehr 2009), sollte man hier vielleicht besser fragen: "Are there objects anyway?". Denn wo sind in der polykontexturalen Ontologie die Objekte? Subjekt und Objekt sind ja austauschbar, und wenn hier der Begriff Objekt, an dem Günther festhält, noch irgendwelchen Sinn macht, dann ganz sicher nicht im Sinne des Gegen-standes, dem be-geg-net werden kann. Da das Kenogramm per definitionem immateriell ist, kann es auf kenogrammatischer Ebene auf jeden Fall keine Objekte geben. Es fragt sich daher nur, ob es dann Subjekte gibt, nicht nur deshalb, weil die beiden Begriffe einander ja voraussetzen, sondern weil der Begriff des Subjektes aus Sinn und Bedeutung, genauer: der Fähigkeit zur Interpreation definiert ist. Und da es Interpretation nur durch Zeichen gibt, müssten also Kenogramme der Interpretation und damit der Repräsentation fähig sein – aber gerade das sind sie ja per definitionem nicht. Statt Objekten würde man also auf kenogrammatischer Ebene Zeichen erwarten, aber Zeichen setzen, wie weiter oben bemerkt, das Prinzip der Induktion der Ordinalzahlen und das Prinzip der reversen Induktion der selektiven Kategorien voraus und können daher keine Kenogramme sein. Während das Zeichen die Gruppenaxiome erfüllt (Toth 2008a, S. 37 ff.), erfüllen die Kenogramme nicht einmal die Anforderung an ein Gruppoid. Will man zusätzlich zu den formalen Theorie der Quantität eine formale Theorie der Qualitäten errichten, dann ist es also der falsche Weg, die Quantitäten noch von ihrem letzten Rest an Zeichenhaftigkeit (oder Subzeichenhaftigkeit) zu befreien, sondern man sollte ihnen die Fähigkeit zur Interpretation geben, denn Qualitäten können nur durch Zeichen unterschieden werden – die Frage, was 1 Apfel und 1 Birne gäbe, ist, wie sattsam bekannt ist, in einer Theorie der Quantitäten eben nicht beantwortbar. Eine "Mathematik der Qualitäten" (Kronthaler 1986) muss daher eine qualitativ interpretierbare und das heisst eine semiotische Mathematik und keine Keno- oder Morphogrammatik sein, denn diese mag wohl die tiefsten formalen Strukturen sowohl von Quantitäten als auch von Qualitäten thematisieren, aber sie zu repräsentieren und mit ihnen tatsächlich zu RECHNEN, vermag sie nicht.

8. In diesem abschliessenden Kapitel wollen wir uns fragen, ob es sinnvoll wäre, die vier transzendentalen Semiotiken, d.h. die drei von uns begründeten und die eine von Kaehr begründete, miteinander zu kombinieren. Bei vier Modellen ergeben sich also sechs mögliche Kombinationen:

8.1. Qualitative Semiotik und parametrisierte Semiotik

$$\left.\begin{array}{l} \text{PZR} = (.1.) \lessgtr (.2.) \lessgtr (.3.) \\ \text{SZR} = \{\triangle, ◭, \blacktriangle, \square, ◨, \blacksquare, \circ, ◑, \bullet\} \\ \text{PZR} = (\pm 3.\pm a\ \pm 2.\pm b\ \pm 1.\pm c) \end{array}\right\} \rightarrow$$

SZR = {±△, ±◭, ±▲, ±□, ±◨, ±■, ±○, ±◑, ±●}

Mit dieser Definition der Subzeichenrelation können die Qualitäten des Zeichens, wie ihre entsprechenden Quantitäten, in verschiedenen Kontexturen aufscheinen. Dies ist eine Konsequenz aus der Theorie der parametrisierten Zeichen, bringt aber nichts grundsätzlich Neues.

8.2. Qualitative Semiotik und Einbettungstheorie

SZR = {△, ◭, ▲, □, ◨, ■, ○, ◑, ●}
PrZR = {3.a 2.b 1.c 0.d)

Es bleibt, die kategoriale Nullheit durch drei Qualitäten (d ∈ {.1, .2, .3}) zu repräsentieren. Nach Toth (2009b) sind das

(⊓), (⊔), (⊏) bzw. (⊓*), (⊔*), (⊏*),

wobei die gestirnten nur bei Realitätsthematiken entsprechend dem zwar tetradischen, aber trichotomischen Zeichenmodell vorkommen.

Bei der Kombination bekommen wir also

SZR = {△, ◭, ▲, □, ◨, ■, ○, ◑, ●, ⊓, ⊔, ⊏}

Diese Relation ist allerdings insofern heterogen, als die ersten neun Qualitäten für Relationen, die letzten drei Qualitäten aber für eine Kategorie stehen. In Toth (2008e) wurde daher argumentiert, dass es nicht nur die Objekttranszendenz, sondern auch eine Transzendenz (oder Introszendenz) des Interpretanten und eine Transzendenz (oder Ultraszendenz) des Mittels gibt und dass eine vollständige transzendentale Zeichenrelation daher aus 6 Glieder besteht:

TrZR = {3.a 2.b 1.c 0.d ◎.e ⊙.f},

worin also (0.d) das 0-relationale kategoriale Objekt, (◎.e) den 0-relationalen kategorialen Interpreten und (⦿.f) das 0-relationale kategoriale Mittel bezeichnen. Genauso wie die letzten zwei, ist also bereits (0.d) eine Qualität, so dass die Ersetzung der präsemiotischen Trichotomie durch ⊓, ⊔, ⊏ nichts mehr als eine Schreibkonvention ist.

8.3. Qualitative Semiotik und Kaehrsche Semiotik

Sie bestünde einfach darin, dass man SZR durch Kontexturen indiziert, also etwa im Falle einer 3-kontexturalen Semiotik:

K-SZR = SZR = {△$_{1,3}$, ◭$_{1}$, ▲$_{3}$, □$_{1}$, ◨$_{1,2}$, ■$_{2}$, ○$_{3}$, ◑$_{2}$, ●$_{2,3}$}

8.4. Parametrisierte Semiotik und Einbettungstheorie

ZR = (±3.±a ±2.±b ±1.±c)

Diese im 2. Band von Toth (2008d) bereits behandelte Semiotik geht aus von

Pr-ZR = (±3.±a ±2.±b ±1.±c ±0.±d)

8.5. Parametrisierte Semiotik und Kaehr-Semiotik

Ausgangdefinition wäre im 3-kontexturalen Fall eine Zeichendefinition der folgenden Form

K-ZR = $((\pm 3.\pm a)_{i,j,k}\ (\pm 2.\pm b)_{l,m,n}\ (\pm 1.\pm c)_{o,p,q})$ mit i, ..., 1 $\in$ {∅, 1, 2, 3}

8.6. Einbettungstheorie und Kaehr-Semiotik

Ausgangsdefinition der Zeichenrelation wäre im 4-kontexturalen Fall, der in diesem Fall wegen der Tetradizität der Zeichenklassen minimal ist:

K-Pr-ZR = $(3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q}\ 0.d_{r,s,t})$ mit i, ..., t $\in$ {∅, 0, 1, 2, 3}

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Kombinationen 8.1 bis 8.6 gegenüber den Haupttypen transzendentaler Semiotik, die durch Elimination des Theorems der Objekttranszendenz ausgezeichnet sind, zwar Verfeinerungen des formalen semiotischen Apparates, aber keine metaphysischen Neurungen erbringen.

Abschliessend sei denjenigen, die keinen Nutzen in einer transzendentalen Semiotik sehen oder für die dieses Thema in den Bereich der Magie gehört, mit Günther zugerufen: "Das neue Thema der Philosophie ist die Theorie der Kontexturalgrenzen, die die Wirklichkeit durchschneiden" (Günther, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie, hrsg. von Rudolf Kaehr, S. 47).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141.

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Günther, Gotthard, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie. Undat. Fragm., hrsg. von Rudolf Kaehr: http://www.thinkartlab.com/pkl/tod-ideal.htm

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, S. 117-134 (= Applied Semiotics, vol. 18)

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44, 2003, S. 139-149

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2. Aufl. 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008d)

Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Wie%20viele%20Kont.gr..pdf (2009e)

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2009a)

Toth, Alfred, Die qualitativen polykontextural-semiotischen Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2009b)

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Zu einer semiotischen Texttheorie

1. Der Begriff der Theorie der Texte geht auf Bense (1962) zurück. Benses Anliegen war es, mit Hilfe der Informationstheorie, der Semiotik und der Ästhetik eine "materiale Betrachtung" von Texten zu modellieren, d.h. "eine Betrachtung, die nur auf das Material des Textes, nicht auf die Bedeutung des Materials eingeht" (1962, S. 9). Benses Werk war nicht nur vom Ansatz der Verabschiedung einer Gefallens-Ästhetik, sondern vor allem auch in der Verwischung der Grenzen von Linguistik und Literaturwissenschaft eine Pioniertat, welche bereits sehr früh die Textlinguistik vorbereitet hatte. Allerdings muss gesagt werden, dass von der später von Bense entwickelten Semiotik in der "Theorie der Texte" (1962) aufgrund ihres frühen Erscheinens erst wenige Rudimente vorhanden sind, die praktisch alle nicht direkt auf Peirce, sondern auf Morris zurückgehen (Bense 1962, S. 34 ff.). In anderen Worten bedeutet dies, dass die von Bense und seinem Kreis der numerischen und generativen Ästhetik entwickelte Texttheorie eine mehr oder weniger rein mathematische, genauer statistische Theorie war (vgl. Gunzenhäuser 1962/75; Maser 1971). Merkwürdigerweise wurde die später ausgearbeitete Semiotik nie mehr systematisch auf die Texttheorie angewandt. Selbst in der 3. Auflage von Benses "Aesthetica" (1982) finden sich lediglich einige semiotische Begriffe im Anhang (1982, S. 369 ff.). Die so benannte texttheoretische Teildisziplin der "Textsemiotik" ist nicht über die elementarsten Grundlagen hinausgekommen (Bense 1969, S. 91-96).

2. Einen ganz neuen Ansatz einer semiotischen Texttheorie hat nun R. Kaehr geliefert (Kaehr 2009a, b), und zwar geht er auf die von ihm in einer Reihe von Aufsätzen entwickelte polykontexturale Semiotik zurück (vgl. z.B. Kaehr 2008). Sehr vereinfacht gesagt, handelt es sich hierbei um die Vorstellung, dass eine (monadische, dyadische oder triadische) Zeichenrelation nicht nur in einem, sondern in mehreren Bereichen der logischen Zweiwertigkeit, in sogenannten Kontexturen liegen kann. Die bekannte Peirce-Bense-Semiotik ist somit monokontextural, weil unterstellt wird, dass alle drei Zeichenbezüge einer Zeichenklasse oder Realitätsthematik in ein und derselben – nämlich der einzigen – Kontextur liegen.

Geht man hingegen, wie dies Kaehr (2008) tat, von einer 4-kontexturalen Semiotik aus, die nicht nur genügend "Spielraum" für die Kontexturen der drei Fundamentalkategorien hat, sondern über eine zusätzliche logisch-ontologisch-semiotische Position verfügt, so kann man die 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken wie folgt schreiben:

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) \times \quad (1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}) \times \quad (2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) \times \quad (3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) \times \quad (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \times \quad (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \times \quad (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 1.3_{4,3})$
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) \times \quad (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \times \quad (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$
$(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \times \quad (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 2.3_{4,2})$
$(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \times \quad (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 3.3_{4,3,2})$

3. Die Kontexturierung von Zeichenklassen ist nun eine notwendige Bedingung dafür, dass das Zeichen als semiotischer Diamant aufgefasst werden kann: “A sign is a semiotic diamond, depraved from its environment” (Kaehr 2009b, S. 7). Unter der (äusseren) Umgebung eines Zeichens wird dabei im Falle der Komposition $(M \rightarrow O) \Diamond (O \rightarrow I)$ die kontexturierte Gebrauchsfunktion eines Zeichens verstanden. Das folgende Diamentenmodell ist aus Kaehr (2009, S. 3) nachgezeichnet:

$$\begin{tikzcd}
 & \omega_4 \arrow[d, leftrightarrow] & & \alpha_4 \arrow[ll, "1"'] \arrow[d, leftrightarrow] & & \mathrm{env}_{ext} \\
\alpha_1 \arrow[r, "f"] \arrow[dr, dash] & \omega_1 & \Diamond & \alpha_2 \arrow[r, "g"] & \omega_2 \arrow[dl, dash] & \mathrm{kernel} \\
 & \alpha_3 \arrow[rr, "fg"] & & \omega_3 & & \mathrm{env}_{int}
\end{tikzcd}$$

wobei die “matching conditions” sind:

$\alpha_1 \equiv \alpha_3$
$\alpha_2 \equiv \alpha_4$
$\omega_1 \equiv \omega_4$
$\omega_2 \equiv \omega_3$
Wenn wir nun als Beispiel die kontexturierte Zeichenklasse

$ZR = (3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$

nehmen, haben wir also

$\alpha_1 = (1.3_{3,4}),\ \omega_1 = \alpha_2 = (2.1_{1,4}),\ \omega_2 = (3.1_{3,4})$

Damit bekommen wir den folgenden semiotischen Diamanten

$$(1.3_{4,3}) \xleftarrow{1} (3.1_{4,3}) \qquad \text{env}_{\text{ext}}$$

$$(1.3_{3,4}) \rightarrow_f (2.1_{1,4}) \quad \Diamond \quad (2.1_{1,4}) \rightarrow_g (3.1_{3,4}) \qquad \text{kernel}$$

$$(1.3_{3,4}) \rightarrow_{fg} (3.1_{3,4}) \qquad \text{env}_{\text{int}}$$

Hieraus folgt also:

$(\text{env}_{\text{ext}}) = \times(\text{env}_{\text{int}})$.

Ferner gilt natürlich

Diamant = ZR + $(\text{env}_{\text{ext}})$ = ZR + $\times(\text{env}_{\text{int}})$.

Aus der letzteren Gleichung folgt aber (in Übereinstimmung mit Kaehr 2009b, S. 6), dass es entsprechend der Dreigliedrigkeit von ZR auch 6 Arten von Kompositionen und daher 6 innere und 6 äussere Umgebungen gibt. Mit unserem Beispiel:

1.a. $(3.1_{3,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) \Diamond (1.3_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4})$ $(I \rightarrow M) \Diamond (M \rightarrow O)$
1.b. $(2.1_{1,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) \Diamond (1.3_{3,4} \rightarrow 3.1_{3,4})$ $(O \rightarrow M) \Diamond (M \rightarrow I)$

2.a. $(3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) \Diamond (2.1_{1,4} \rightarrow 1.3_{3,4})$ $(I \rightarrow O) \Diamond (O \rightarrow M)$
2.b. $(1.3_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) \Diamond (2.1_{1,4} \rightarrow 3.1_{3,4})$ $(I \rightarrow O) \Diamond (O \rightarrow M)$

3.a. $(1.3_{3,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) \Diamond (3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4})$ $(M \rightarrow I) \Diamond (I \rightarrow O)$
3.b. $(2.1_{1,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) \Diamond (3.1_{3,4} \rightarrow 1.3_{3,4})$ $(O \rightarrow I) \Diamond (I \rightarrow M)$

Das vollständige System der äusseren Umgebungen, die also ein Zeichen zu einem Diamanten machen, ist also

1.a. $(3.1_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$
1.b. $(2.1_{4,1} \leftarrow 3.1_{4,3})$
2.a. $(3.1_{4,3} \leftarrow 1.3_{4,3})$
2.b. $(1.3_{4,3} \leftarrow 3.1_{4,3})$

3.a. $(1.3_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$
3.b. $(2.1_{4,1} \leftarrow 1.3_{4,3})$

Die Inversion der kontexturalen Indizes hebt also die Identität zwischen Zeichen- und Realitätsthematiken auf und unterscheidet die Typen 1.a bis 3.b gleichzeitig von einfachen Retrosemiosen mit nicht-invertierten Indizes.

4. Die nächst grössere Einheiten nach Zeichen und Diamant ist nach Kaehr das "Bi-Zeichen": "A semiotic diamond is a bi-sign, de-rooted from its anchor" (2009b, S. 7). Der Anker garantiert die "uniqueness" des kontexturierten Zeichens. Im monokontexturalen Fall kann der Anker "1" daher weggelassen werden, auch wenn Kaehr (2009a, S. 5) recht hat, dass sich die monokontexturale Semiotik ihrer Verankerung nicht bewusst ist.

Ein isoliertes Bi-Zeichen hat nach Kaehr folgende Form:

M
↓ ↘
O ← I | I ← I
↘ ↙
[1, 1],

wobei (I ← I) im monokontexturalen Fall eine simple Retrosemiose ist.

Im Normalfall treten aber Bi-Zeichen nicht allein auf, sondern sind via ihre äusseren Umgebungen zu Paaren, Tripel, Quadrupeln, allgemein: n-Tupeln konkateniert, wobei diese Konkatenationen wiederum über die "matching conditions" laufen (Kaehr 2009, S. 7):

M M I
↓ ↘ ↓ ↘ ↓ ↘
O ← I | I ← I | I → O | O ⇆ | O ← M |

Zeichen_1 $\text{env}_{1,2}$ Zeichen_1 $\text{env}_{2,2}$ Zeichen_3

Das folgende Beispiel ist beliebig gewählt:

$(1.3_{3,4})$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $(1.2_{1,4})$ $\qquad\qquad$ ...

$\downarrow \quad \searrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\downarrow \quad \searrow$

$(2.1_{1,4}) \leftarrow (3.1_{3,4})$ | $(3.1_{4,3} \leftarrow 3.2_{4,2})$ | $(3.2_{2,4} \rightarrow (2.2_{1,2,4})$ | $(3.2_{4,2}) \leftarrow (2.2_{4,2,1})$| ...

Zeichen$_1$ $\qquad$ env$_{1,2}$ $\qquad$ Zeichen$_1$ $\qquad$ env$_{2,2}$

5. Sind in einem n-Tupel von Bi-Zeichen auch die chiastischen Relationen sichtbar gemacht, so liegt nach Kaehr (2009a, S. 8) ein Textem vor. Im einfachsten Fall ist also ein Textem ein Paar von Bi-Zeichen mit ihren entsprechenden chiastischen Relationen:

$(1.3_{3,4})$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $(1.2_{1,4})$

$\downarrow \quad \searrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\downarrow \quad \searrow$

$(2.1_{1,4}) \leftarrow (3.1_{3,4})$ | $(3.1_{4,3} \leftarrow (3.2_{4,2})$ | $(3.2_{2,4}) \rightarrow (2.2_{1,2,4})$

$\searrow \quad \swarrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\searrow \quad \swarrow$

[1, 1] $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ [1, 1]

Natürlich gelten auch hier die 6 möglichen Kompositionen, so dass sich also jede kontexturierte Zeichenklasse und jede kontexturierte Realitätsthematik in Form von je 6 Textemen darstellen lassen. Erlaubt man die Verknüpfung gleicher Zeichenklassen (was auf Grund von linguistischer Erfahrung sicher sinnvoll ist), dass kann also jede Zeichenklasse und jede Realitätsthematik in Form von 36 Bi-Zeichen und also Textemen dargestellt werden.

Danach hat also ein kontextural-semiotisches Textem folgende abstrakte Form:

$(e.f_{\eta,\theta,\iota})$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $(k.l_{\pi,\varrho,\sigma})$

$\downarrow \quad \searrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\downarrow \quad \searrow$

$(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) \leftarrow (a.b_{\alpha,\beta,\gamma})$ | $(a.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (g.h_{o,\xi,\nu})$ | $(g.h_{\nu,\xi,o}) \rightarrow (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu})$

$\searrow \quad \swarrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\searrow \quad \swarrow$

[1, 1] $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ [1, 1]

mit $\alpha, \beta, \gamma, ..., \sigma \in \{\varnothing, 1, 2, 3, 4\}$, wobei also 1, ..., 4 die 4 Kontexturen sind und die leere Kontextur für alle nicht-genuinen Subzeichen d.h. nicht für die semiotischen identitiven Morphismen gilt. $(a, ..., l) \in \{1, 2, 3\}$, d.h. in den Hauptwerten $\{1., .2, 3.\}$

und in den Stellenwerten {.1, .2, .3}. Wir gehen also von einer Zeichenrelation ZR = (a.b c.d e.f) anstatt von ZR = (3.a 2.b 1.c) aus, um die triadischen Hauptwerte nicht zum vornherein festzulegeln, so dass alle 6 Kompositionstypen in der allgemeinen Form des kontextural-semiotischen Textems möglich sind.

6. Sehr einfach ausgedrückt, ist ein kontexturiertes semiotisches Textem also nichts anderes als ein Spezialfall der in Toth (2008) dargestellten Zeichenverbindungen, wobei als kleinste Einheit zwei Zeichen durch ihre je 6 möglichen "matching conditions" als miteinander verknüpft nachgewiesen werden. Daraus würde also folgen, dass man lieber die in Toth (2008) vorgelegte "Allgemeine Zeichengrammatik" zur Hand nähme und sie für weitere Verfeinerungen einfach kontexturiere. Das ist jedoch nur die Hälfte der Wahrheit.

Wie Kaehr in (2009b) gezeigt hatte, ist es mit Hilfe der Unterscheidung zwischen homogenen und inhomogenen Textemen möglich, sehr vereinfacht ausgedrückt, sogar solche Bi-Zeichen miteinander zu verknüpfen, deren Schnittmengen von Subzeichen leer ist, und zwar also mit Hilfe ihrer gemeinsamen Kontexturen. Ich gebe zunächst die beiden Kaehrschen Schemata für homogene und für inhomogene Texteme:

$$\frac{\left[\left(M_{\alpha} \longrightarrow I_{\omega}\right) \diamond \left(I_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)\right]^{(1,1)} \odot \left[\left(M_{\alpha} \longrightarrow I_{\omega}\right) \diamond \left(I_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)\right]^{(1,2)}}{\left(M_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)^{(1,1)} \Big| \; {}^{(2)}\left(\tilde{I_{\omega}} \rightleftarrows \tilde{I_{\alpha}}\right)^{(1)} \Big| \left(M_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)^{(1,2)}}$$

Diamond composition rule for homogeneous semiotic texteme

$$\frac{\left[\left(M_{\alpha} \longrightarrow I_{\omega}\right) \diamond \left(I_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)\right]^{(1,1)} \odot \left[\left(I_{\alpha} \longrightarrow M_{\omega}\right) \diamond \left(M_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)\right]^{(1,2)}}{\left(M_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)^{(1,1)} \left\| \begin{pmatrix} \tilde{I_{\omega}} \leftarrow \tilde{I_{\alpha}} & (1) \\ \tilde{M_{\omega}} \leftarrow \tilde{M_{\alpha}} & (2) \end{pmatrix} \right\| \left(I_{\alpha} \longrightarrow O_{\omega}\right)^{(1,2)}}$$

Diamond composition rule for heterogeneous semiotic texteme

Da wir mit Zeichenklassen in 4 Kontexturen operieren, haben wir z.B.

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \rightarrow$

$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_3)$
$(3.1_4\ 2.2_2\ 1.3_4)$
$(3.1_3\ 2.2_2\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_4\ 1.3_3)$, etc.,

was ich einmal als “kontexturale Auffaltung” bezeichnet hatte. Dadurch lassen sich also z.B. bei Zeichenklassen wie (3.1 2.1 1.1) und (3.2 2.2 1.2), die kein gemeinsames Subzeichen haben, semiotische Verbindungen via gemeinsame Kontexturen herstellen. Kaehr (2009b, S. 15) gibt folgendes Schema der matching conditions:

$$\boxed{\mathrm{Sem}^{(4,1)} = \begin{pmatrix} M_{1,3,4} & \Longrightarrow & O_{1,3}/M_2 \\ \downarrow & x & \downarrow \\ I_{2,3,4} & \Longrightarrow & I_1/O_{2,4} \end{pmatrix}}$$

with:

$\mathrm{sem}_i = (M, O, I)_i,\ i = 1, 2, 3, 4$

and the matching conditions:

$$\boxed{\begin{array}{l} M_1 \cong M_3 \cong M_4 \\ O_1 \cong M_2 \cong O_3 \\ I_1 \cong O_2 \cong O_4 \\ I_2 \cong I_3 \cong I_4 \end{array}}$$

Insofern geht also das Kaehrsche Textem-Modell bei weitem über meine Allgemeine Zeichengrammatik hinaus. Im Idealfall müssten natürlich beide Modelle miteinander kombiniert werden, was eine interessante Aufgabe für einen Doktoranden wäre. Jedenfalls muss man sich bewusst sein, dass die auf der kontexturierten Semiotik basierende Texttheorie keineswegs mehr, wie von Bense (1962) ursprünglich intendiert, eine rein materiale Theorie ist, sondern es wird hier einerseits wegen des triadischen Zeichenbegriffs mit Bedeutung und Sinn “gerechnet”, anderseits von der Modellierung der Semiotik durch die Polykontexturaltitätstheorie profitiert, was einen Strukturreichtum produziert, welche die monokontexturale Semiotik nicht zu liefern vermag.

Literatur

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962
Bense, Max, Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969
Bense, Max, Aesthetica. 3. Aufl. 1989
Gunzenhäuser, Rul, Mass und Information als ästhetische Kategorien. 1. Aufl. Quickborn 1962, 2. erweiterte Aufl. Baden-Baden 1975
Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)
Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)
Maser, Siegfried, Numerische Ästhetik. Stuttgart 1971
Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Vermittlung von semiotischen Textemen

1. Die drei Hauptbegriffe der von Rudolf Kaehr (2009a, b) begründeten sowie für die Semiotik präparierten (Toth 2009) kontextural-semiotischen Textem-Theorie können rekursiv wie folgt definiert werden (Kaehr 2009b, S. 10):

$$\begin{aligned}
&\textbf{texteme}:\\
&\textit{diamond} = (\text{sign} + \text{environment})\\
&\textit{bi}-\textit{sign} = (\text{diamond} + 2-\text{anchor})\\
&\textit{texteme} = (\text{composed bi}-\text{signs} + \text{chiasm}).
\end{aligned}$$

2. Für eine semiotische Textem-Theorie wird zunächst ein Kontexturierungssystem der 10 Peirceschen Zeichenklassen und ihrer dualen Realitätsthematiken benötigt. Ein solches basiert auf der Kontexturierung der einzelnen Subzeichen. Für eine 4-kontexturale Semiotik folgen wir dem Vorschlag Kaehrs (2008):

$$\begin{array}{lcl}
(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) & \times & (1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})\\
(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}) & \times & (2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})\\
(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})\\
(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) & \times & (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})\\
(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})\\
(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 1.3_{4,3})\\
(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) & \times & (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})\\
(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})\\
(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 2.3_{4,2})\\
(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) & \times & (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 3.3_{4,3,2})
\end{array}$$

3. Ein Diamant ist definiert als ein Zeichen mit Umgebung. Semiotisch kann zwischen äusserer und innerer Umgebung unterschieden werden. Das folgende Modell stammt aus Kaehr (2009a):

$$\begin{array}{ccccccc}
 & \omega_{4\,1} & \leftarrow & \alpha_4 & & & \text{env}_{\text{ext}}\\
\swarrow\!\!\nearrow & & & & \nwarrow\!\!\searrow & & \\
\alpha_1 \xrightarrow{f} \omega_1 & & \Diamond & \alpha_2 \xrightarrow{g} \omega_2 & & & \text{kernel}\\
\diagdown & & & & \diagup & & \\
 & \alpha_3 & \xrightarrow{fg} & \omega_3 & & & \text{env}_{\text{int}}
\end{array}$$

wobei die “matching conditions” sind:

$\alpha_1 \equiv \alpha_3$
$\alpha_2 \equiv \alpha_4$
$\omega_1 \equiv \omega_4$
$\omega_2 \equiv \omega_3$

Dazu das folgende semiotische Beispiel:

$$
\begin{array}{lll}
 & (1.3_{4,3}) \; {}_1\!\leftarrow (3.1_{4,3}) & \mathrm{env}_{ext} \\
(1.3_{3,4}) \rightarrow_f (2.1_{1,4}) & \Diamond \quad (2.1_{1,4}) \rightarrow_g (3.1_{3,4}) & \mathrm{kernel} \\
 & (1.3_{3,4}) \rightarrow_{fg} (3.1_{3,4}) & \mathrm{env}_{int}
\end{array}
$$

$(1.3_{3,4}) \equiv (1.3_{3,4})$
$(2.1_{1,4}) \equiv (3.1_{4,3})$
$(2.1_{1,4}) \equiv (1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}) \equiv (3.1_{3,4})$

Zur Bestimmung der äusseren Umgebungen, welche erst ein Zeichen zu einem Diamanten machen, ist es nötig, die Kompositionstypen zu bestimmen. Wie man erkennt, gibt es pro Fundamentalkategorie zwei Typen:

1.a. $(3.1_{3,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) \Diamond (1.3_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4})$ $(I \rightarrow M) \Diamond (M \rightarrow O)$
1.b. $(2.1_{1,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) \Diamond (1.3_{3,4} \rightarrow 3.1_{3,4})$ $(O \rightarrow M) \Diamond (M \rightarrow I)$

2.a. $(3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) \Diamond (2.1_{1,4} \rightarrow 1.3_{3,4})$ $(I \rightarrow O) \Diamond (O \rightarrow M)$
2.b. $(1.3_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) \Diamond (2.1_{1,4} \rightarrow 3.1_{3,4})$ $(I \rightarrow O) \Diamond (O \rightarrow M)$

3.a. $(1.3_{3,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) \Diamond (3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4})$ $(M \rightarrow I) \Diamond (I \rightarrow O)$
3.b. $(2.1_{1,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) \Diamond (3.1_{3,4} \rightarrow 1.3_{3,4})$ $(O \rightarrow I) \Diamond (I \rightarrow M)$,

d.h. Zeichen können innerhalb von Diamanten in M, O und I je zweifach zusammenhängen. Danach können wir die äusseren Zeichenumgebungen wie folgt bestimmen:

1.a. $(3.1_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$
1.b. $(2.1_{4,1} \leftarrow 3.1_{4,3})$
2.a. $(3.1_{4,3} \leftarrow 1.3_{4,3})$
2.b. $(1.3_{4,3} \leftarrow 3.1_{4,3})$
3.a. $(1.3_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$
3.b. $(2.1_{4,1} \leftarrow 1.3_{4,3})$

4. Ein Bi-Zeichen ist nach Kaehr ein Diamant, der doppelt verankert ist, d.h. in Bezug auf das Zeichen selber und seine (äussere) Umgebung. Da mir unklar ist, welche formalen Konsequenzen das Konzept des "anchoring" hat, begnüge ich mich hier damit, die einschlägigen konzeptuellen Zitate Kaehrs beizubringen: "Classical texts are anchored in uniqueness, hence the unique anchor can be lifted and omitted (...). A procedure which is producing specific speculations, illusions and phantasm about otherness, void and omnipotence (...). The concept of *anchored* semiotics, diamonds and textemes offers a simple but radical mechanism of epistemic localizations of documents. (Kaehr 2009a,. S. 3). "Anchors don't exist in semiotics. The only classical reason could be found in the *"Satz vom zureichenden Grund"* (Leibniz) or the *"causa (forma) teleologica"* (Aristotle) of ontology and epistemology. But, because there is one and only one metaphysical reason for existence and truth postulated by classical thinking, its notation simply can be omitted. Anchors are getting more interesting if a multitude of autonomous semiotics and their environments, i.e. textemes, are accepted. Textemes might be anchored for themselves or by others. The same for environments, they might be anchored together with their semiotics or by anchors of other semiotics. This could be called the *architectonics* of anchors. But there is also dynamics involved. *Metamorphosis* between textemes might involve anchors. Hence, an anchor of one system might function as a system of another texteme. For reasons of introduction, such complex metamorphosis of anchors shall be omitted too (Kaehr 2009a, S. 11).

5. Ein (minimales) Textem ist nach der obigen Kaehrschen Definition ein Paar komponierter Bi-Zeichen unter Einschluss ihrer chiastischen Relationen. Wenn man die abstrakte triadische 4-kontexturale Zeichenrelation wie folgt definiert:

$4\text{-ZR} = (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}\ c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}\ e.f_{\eta,\theta,\iota})$

mit $a, ..., f \in \{1, 2, 3\}$ und $\alpha, ...\iota \in \{\varnothing, 1, 2, 3\}$, wobei
$\alpha, ..., \iota = \varnothing$ gdw in (a.b) oder (c.d) oder (e.f) $a \neq b$ oder $c \neq d$ oder $e \neq f$

dann kann die allgemeine Form eines semiotischen Textems wie in Toth (2009) gegeben werden:

$$\begin{array}{ccccccccc}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & | & \boxed{(a.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (g.h_{o,\xi,\nu})} & | & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\
\searrow & & \swarrow & & & & \searrow & & \swarrow \\
 & [1, 1] & & & & & & [1, 1] &
\end{array}$$

Als Beispiel sei die textematische Komposition der beiden kontexturierten Zeichenklassen $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$ und $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})$ gegeben:

$$\begin{array}{ccccccccc}
(1.3_{3,4}) & & & & & & (1.2_{1,4}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & & & \downarrow & \searrow & \\
(2.1_{1,4}) & \leftarrow & (3.1_{3,4}) & | & (3.1_{4,3} \leftarrow (3.2_{4,2}) & | & (3.2_{2,4}) & \rightarrow & (2.2_{1,2,4}) \\
\searrow & & \swarrow & & & & \searrow & & \swarrow \\
 & [1, 1] & & & & & & [1, 1] &
\end{array}$$

Haben zwei Texteme die semiotische Struktur

1. $[(a.b \rightarrow c.d) \lozenge (c.d \rightarrow e.f)]$ □ $[(a.g \rightarrow c.h) \lozenge (c.i \rightarrow e.j)]$,

so nennen wir ihre Komposition nach Kaehr "homogen". Haben sie jedoch die semiotische Struktur

2. $[(a.b \rightarrow c.d) \lozenge (c.d \rightarrow e.f)]$ □ $[(g.h \rightarrow i.j) \lozenge (i.j \rightarrow k.l)]$,

so heisst ihre Komposition heterogen. Die beiden folgenden Modelle stammen aus Kaehr (2009b):

$$\frac{\left[\left(M_\alpha \longrightarrow I_\omega\right)\diamond\left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,1)} \odot \left[\left(M_\alpha \longrightarrow I_\omega\right)\diamond\left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,2)}}{\left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,1)} \,\Big|\, {}^{(2)}\left(\tilde{I}_\omega \rightleftharpoons \tilde{I}_\alpha\right)^{(1)} \,\Big|\, \left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,2)}}$$

Diamond composition rule for homogeneous semiotic texteme

$$\frac{\left[\left(M_\alpha \longrightarrow I_\omega\right)\diamond\left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,1)} \odot \left[\left(I_\alpha \longrightarrow M_\omega\right)\diamond\left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,2)}}{\left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,1)} \left\| \begin{pmatrix} \tilde{I_\omega} \longleftarrow \tilde{I_\alpha} & (1) \\ \tilde{M_\omega} \longleftarrow \tilde{M_\alpha} & (2)\end{pmatrix} \right\| \left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,2)}}$$

Diamond composition rule for heterogeneous semiotic texteme

6. Bei heterogenen semiotischen Textemen werden also die Kompositionen nicht wie gemeinsame Subzeichen, sondern via gemeinsame Kontexturen etabliert. Dazu muss man sich bewusst sein, dass ein kontexturiertes Subzeichen der Form

$(a.b)_{\alpha,\beta,\gamma}$

sich in die Subzeichen

$(a.b)_{\alpha}$, $(a.b)_{\beta}$, $(a.b)_{\gamma}$, $(a.b)_{\alpha,\beta}$, $(a.b)_{\beta,\gamma}$ und $(a.b)_{\alpha\gamma}$

“auffalten” lässt. Nachdem nun eine 4-kontexturale Zeichenklasse immer eine der folgenden drei allgemeinen Formen hat

4-ZR(1) = $(a.b_{\alpha,\beta}\ c.d_{\gamma,\delta}\ e.f_{\varepsilon,\zeta,\eta})$
4-ZR(2) = $(a.b_{\alpha,\beta}\ c.d_{\gamma,\delta,\varepsilon}\ e.f_{\zeta,\eta})$
4-ZR(3) = $(a.b_{\alpha,\beta,\gamma}\ c.d_{\delta,\varepsilon}\ e.f_{\zeta,\eta})$

wobei gilt:

4-ZR(1): $(e.f) = id_1 = (1.1)$
4-ZR(2): $(c.d) = id_2 = (2.2)$
4-ZR(3): $(a.b) = (c.d)$) $(e.f)$ id_x und $id(a.b) = id_3$, $id(c.d) = id_2$, $id(e.f) = id_3$

und zwar natürlich wegen der semiotischen Inklusionsordnung

$(b \geq d \geq f)$ auf $(a.b\ c.d\ e.f)$, kann also in einer 4-ZR jedes Subzeichen $(x.y)_{\alpha,\beta,\gamma}$ mit jedem anderen Subzeichen $(w.z)_{\delta,\varepsilon,\zeta}$ qua α, ..., ζ, d.h. qua Kontexturen "gematcht" werden. Dem folgenden Modell von "matching conditions" aus Kaehr (2009b, S. 15)

$$
\boxed{\mathrm{Sem}^{(4,1)} = \begin{pmatrix} M_{1,3,4} & \Longrightarrow & O_{1,3}/M_2 \\ \downarrow & x & \downarrow \\ I_{2,3,4} & \Longrightarrow & I_1/O_{2,4} \end{pmatrix}}
$$

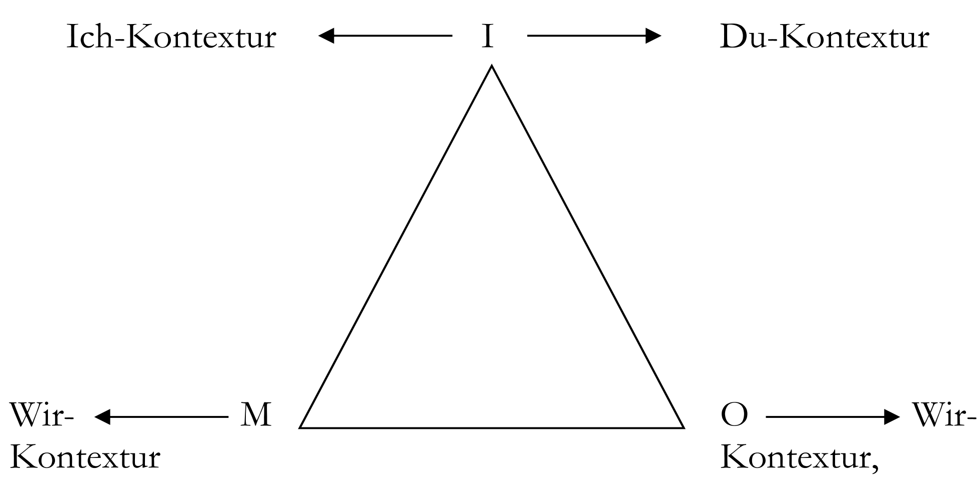
with:

$sem_i = (M,\ O,\ I)_i,\ i = 1, 2, 3, 4$

and the matching conditions:

$$
\boxed{\begin{array}{l} M_1 \cong M_3 \cong M_4 \\ O_1 \cong M_2 \cong O_3 \\ I_1 \cong O_2 \cong O_4 \\ I_2 \cong I_3 \cong I_4 \end{array}}
$$

dem wir uns im folgenden anschliessen wollen, liegt die folgende höchst interessante semiotische Interpretation der Kontexturen vor:



d.h. der triadisch geordnete Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

entspricht die folgende triadisch geordnete logisch-epistemologische Relation

ZR = (Ich/Du, Wir, Wir)

Da die Wir-Kontextur generell für das "Andere" steht, könnte man also auch sagen, dass in der logisch-epistemologischen Zeichenrelation sich ein Ich- oder Du-Interpretant vom Anderen, aufgefasst als Dyade (Bezeichnungsfunktion) abgrenzt, was somit eine Parallele zur Auffasung des Peirceschen Zeichens als kontextueller Interpretation des Saussureschen Zeichens darstellt (Toth 2008). Das "Andere" des Zeichens ist also niemals der Interpretant, der entweder subjektives oder objektives Subjekt ist, sondern das Objekt, welches das Zeichen ja ersetzen soll, und seine repertoi-rielle Bezeichnung (Bild aus Kaehr 2009b):

An interpretation of a 4 – contextural semiotics

$$\mathrm{Sem}^{(4,1)} = \begin{pmatrix} M_{1,3,4} & \Longrightarrow & O_{1,3}/M_2 \\ \downarrow & x & \downarrow \\ I_{2,3,4} & \Longrightarrow & I_1/O_{2,4} \end{pmatrix},$$

$[M_{1,3,4}]$ as our – *medium* in $\mathrm{Sem}^{(4,1)}$

$[I_1/O_{2,4}]$ as you – *interpretant* in $\mathrm{Sem}^{(4,1)}$

$[O_{1,3}/M_2]$ as our – *object* in $\mathrm{Sem}^{(4,1)}$

$[I_{2,3,4}]$ as me – *interpretant* in $\mathrm{Sem}^{(4,1)}$

7. Wenn wir also von den folgenden beiden semiotisch-logisch-epistemologischen Relationen ausgehen

4-ZRI = (M, O/M, I)
4-ZRII = (M, O/M, I/O),

dann können wir unter Heranziehung des eingangs dieser Arbeit gegebenen Systems der kontexturierten Peirceschen Dualsysteme die 9 Subzeichen wie folgt notieren:

(1.1) = $M_{1,3,4}$	(2.1) = $O_{1,4}$	(3.1) = $I_{3,4}$
(1.2) = $M_{1,4}$	(2.2) = $O_{1,2,4}$	(3.2) = $I_{2,4}$
(1.3) = $M_{3,4}$	(2.3) = $O_{2,4}$	(3.3) = $I_{2,3,4}$

Damit erhalten wir also die folgenden matching-conditions innerhalb der betreffenden Subzeichen selbst:

M1 ≌ M3	O1 ≌ O2	I2 ≌ I3
M3 ≌ M4	O2 ≌ M4	I3 ≌ I4
M1 ≌ M4	O1 ≌ O4	I1 ≌ I4

Für 4-ZRI = (M, O/M, I) können wir also nun die O/M's spezifizieren:

O1 ≌ M1	O1 ≌ M3	O1 ≌ M4
O2 ≌ M1	O2 ≌ M3	O2 ≌ M4
O4 ≌ M1	O4 ≌ M3	O4 ≌ M4,

und für 4-ZRII = (M, O/M, I/O) zusätzlich die I/O's:

I2 ≌ O1	I2 ≌ O2	I2 ≌ O4
I3 ≌ O1	I3 ≌ O2	I3 ≌ O4
I4 ≌ O1	I4 ≌ O2	I4 ≌ O4,

total also 27 "matches", wobei hier die self-matches oder nicht-gematchten Subzeichen nicht mitgezählt sind (4-ZRI enthält 2 und 4-ZRII 2 1 nicht-gematchte Subzeichen), so dass sich also bei sehr grober Schätzung, wenn aus je einem 27-er-Block je ein Match mit je einem anderen zu einem triadischen Relation von Matchen kombiniert wird, sich bereits 9^3 = 729 mögliche Kombinationen ergeben, wobei bei Matchen von Kontexturen die semiotische Inklusionsbeschränkung für Subzeichen natürlich ausser Kraft gesetzt ist. Ferner werden ja, wie aus Kaehrs oben reproduziertem Bild klar ersichtlich ist, nicht nur Einzelmatche miteinander kombiniert, sondern bereits doppelt oder dreifach gematchte Matche. Da es keinen Sinn hat, die genaue Anzahl aller Matche auszurechnen, sei nur daraus hingewiesen, dass bei 5- und höher kontexturellen Semiotiken die Anzahl von Matchen massiv ansteigt. Für die Möglichkeit höher-kontexturierter Semiotiken sollte bedacht werden, dass eine 4-kontexturelle Semiotik ja bloss eine elementare Ich/Du-Semiotik ist, der das nightmare des undifferenzierten Anderen gegenübersteht. Lässt man also das n einer n-wertigen Logik steigen, steigen auch die Matches der entsprechenden (n+1)-kontexturellen Semiotik fast astronomisch an. Im Ganzen lässt sich daher leicht ermessen, dass eine Texttheorie, die auf der kontexturierten Semiotik gegründet ist, die theoretischen und praktischen Möglichkeiten rein logischer (z.B. Kummer 1975) und pseudo-semiotisch-linguistischer (Coseriu 2006) ebenso wie der ursprünglichen informationstheoretischen Texttheorien (Bense 1962, 1969) massivst übersteigen.

Literatur

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max, Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Coseriu, Eugenio/Albrecht, Jörn, Textlinguistik. 4. Aufl. Tübingen 2006

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.blogger.com/http//:www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)

Kummer, Werner, Grundlagen der Texttheorie. Reinbek 1975

Toth, Alfred, Die Zeichen und das Andere. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Die%20Zeichen%20u.%20das%20Andere.pdf (2008)

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Texttheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Triadische und tetradische Bi-Zeichen

1. Wie man seit Kaehr (2009a, b) weiss, ist ein Bi-Zeichen ein doppelt verankerter semiotischer Diamant, wobei sich die Verankerung auf das Zeichen- und das Umgebungssystem des Bi-Zeichens bezieht. Ein semiotischer Diamant ist ein Zeichen zuzüglich seiner externen semiotischen Umgebung (die folgenden rekursiven Definitionen aus Kaehr 2009b):

texteme:
$$\begin{aligned} &\mathit{diamond} = (\text{sign} + \text{environment}) \\ &\mathit{bi-sign} = (\text{diamond} + 2 - \text{anchor}) \\ &\mathit{texteme} = (\text{composed bi} - \text{signs} + \text{chiasm}). \end{aligned}$$

Wie in Toth (2009b) gezeigt wurde, kann bzw. muss ein Bi-Zeichen eine der folgenden externen semiotischen Umgebungen haben:

$Env_{ext1} = (3.1_{4,3} \leftarrow 1.3_{4,3})$
$Env_{ext2} = (2.1_{4,1} \leftarrow 1.3_{4,3})$

$Env_{ext3} = (3.1_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$
$Env_{ext4} = (1.3_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$

$Env_{ext5} = (2.1_{4,1} \leftarrow 3.1_{4,3})$
$Env_{ext61} = (1.3_{4,3} \leftarrow 3.1_{4,3})$

Dabei sind die Paare (Extn, Ext(n+1)) zugleich die gemeinsamen Umgebungen von zwei Diamanten bzw. Bi-Zeichen in einem minimalen Textem, das folgende allgemeine Struktur hat (Toth 2009a):

$$\boxed{\begin{array}{ccccccc} (e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\ \downarrow & \searrow & & & \downarrow & \searrow & \\ (c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & \mid \boxed{(a.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (g.h_{o,\xi,\nu})} \mid & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\ \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow \\ & [1, 1] & & & & [1, 1] & \end{array}}$$

Die Übergänge zwischen je zwei Paaren ((Extn, Ext(n+1)), (Extm, (Ext(m+1))) zeigen dabei die von Kaehr von den homogenen unterschiedenen heterogenen Textem-Kompositionen an.

2. Wie ebenfalls in Kaehr (2009a, b) sowie in Toth (2009a, b) gezeigt, können Bi-Zeichen in Textemen nicht nur via gemeinsame Subzeichen, d.h. wie in der klassischen Peirceschen Semiotik (vgl. Toth 1993, S. 135 ff., 2008a), sondern auch durch "matches" von n-Tupeln von kontexturierten Subzeichen zusammenhängen. Das sozusagen kanonische Beispiele kontexturaler Matche wurde in Kaehr (2009b) gegeben:

An interpretation of a 4 – contextural semiotics

$$Sem^{(4,1)} = \begin{pmatrix} M_{1,3,4} & \Longrightarrow & O_{1,3}/M_2 \\ \downarrow & x & \downarrow \\ I_{2,3,4} & \Longrightarrow & I_1/O_{2,4} \end{pmatrix},$$

$[M_{1,3,4}]$ as our – *medium* in $Sem^{(4,1)}$

$[I_1/O_{2,4}]$ as you – *interpretant* in $Sem^{(4,1)}$

$[O_{1,3}/M_2]$ as our – *object* in $Sem^{(4,1)}$

$[I_{2,3,4}]$ as me – *interpretant* in $Sem^{(4,1)}$

Wie man erkennt, gibt es in der dem Kaehrschen Schema zugrunde liegenden Zeichenmodell ZR zwei Interpretanten. Ferner ist einer der beiden Interpretanten und das Objekt durch ein Paar von gematchted Subzeichen statt durch ein kontexturiertes Subzeichen allein determiniert. Lediglich das Mittel und einer der Interpretanten sind 1-Tupel kontexturierter Subzeichen. Das 4-kontexturale Kaehrsche Zeichen ZR lässt damit zwei Interpretationen zu, eine triadische und eine tetradische, und innerhalb der triadischen Interpretation zwei Varianten:

4-ZR(tr1) = (I, O/M, M)
4-ZR(tr2) = (I/O, O/M, M)

4-ZR(tetr) = (I, I/O, O/M, M)

3. Was nun die möglichen Matches bestrifft, so gibt es zunächst 9 triviale Matches von gleichen Fundamentalkategorien mit unterschiedlicher Kontexturierung:

M1 ≅ M3	O1 ≅ O2	I2 ≅ I3
M3 ≅ M4	O2 ≅ O4	I3 ≅ I4
M1 ≅ M4	O1 ≅ O4	I1 ≅ I4

Sodann gibt es die Matches von M ≅ O bzw. O ≅ M, O ≅ I bzw. I ≅ O und M ≅ I bzw. I ≅ M:

O1 ≅ M1	O1 ≅ M3	O1 ≅ M4
O2 ≅ M1	O2 ≅ M3	O2 ≅ M4
O4 ≅ M1	O4 ≅ M3	O4 ≅ M4,

I2 ≅ O1	I2 ≅ O2	I2 ≅ O4
I3 ≅ O1	I3 ≅ O2	I3 ≅ O4
I4 ≅ O1	I4 ≅ O2	I4 ≅ O4.

I2 ≅ M1	I2 ≅ M3	I2 ≅ M4
I3 ≅ M1	I3 ≅ M3	I3 ≅ M4
I4 ≅ M1	I4 ≅ M3	I4 ≅ M4.

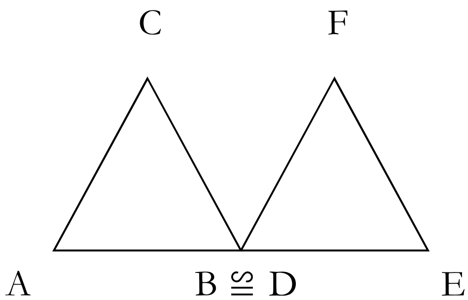
Somit ist es bei geeigneter logisch-epistemologischer Interpretation der triadischen bzw. tetradischen Fundamentalkategorien bzw. deren Matches möglich, auch andere als die von Kaehr gewählten Matches und darüber hinaus sogar Tripel oder allgemein n-Tupel zu bestimmen.

I → {I, I/O, I/M}, {I/O, O/I, MI, ...}, {I/O/M, I/M/O, M/O/I, ...}, ...
O → {O, O/M, O/I}, {O/M, M/O, M/I, ...}, {O/M/I, I/M/O, M/O/I, ...}, ...
M → {M, M/O, M/I}, {M/I, M/O, I/M, ...}, (M/O/I, I/O/M, O/M/I, ...}, ...,

wobei hier M, O, I Abkürzung sind für (M1, M3, M4), (O1, O2, O4), (I2, I3, I4).

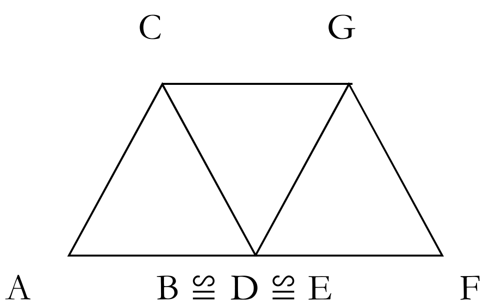
Eine mögliche Einschränkung dieser theoretisch möglichen Ersetzung von Subzeichen durch Matches in semiotischen Textemkompositionen ergibt sich allerdings durch die allen Zeichenverbindungen, d.h. sowohl den auf Subzeichen bzw. Semiosen als auch den auf Kontexturen gegründeten geometrischen Zeichenmodellen (vgl. Toth 2008a, S. 20 ff.).

4. Im Falle eines **triadischen Zeichenmodells** bedeutet ein **gematchtes Paar**, dass **zwei** Ecken **zweier** triadischer Zeichenrelationen zusammenhängen:



Dabei können können also B und D ∈ {M, O, I} sein und sind nur dann bestimmt, wenn A und C sowie E und F bestimmt sind.

Ein gematchtes **Tripel** setzt daher voraus, dass **drei** Ecken **dreier** triadischer Zeichenrelationen zusammenhängen:

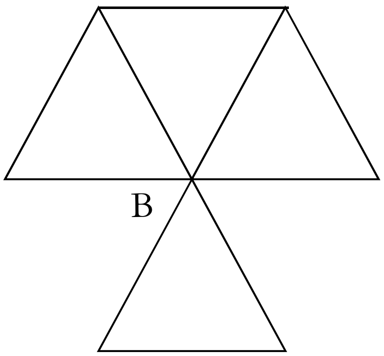


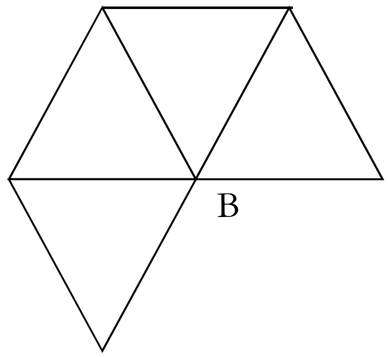
Falls also

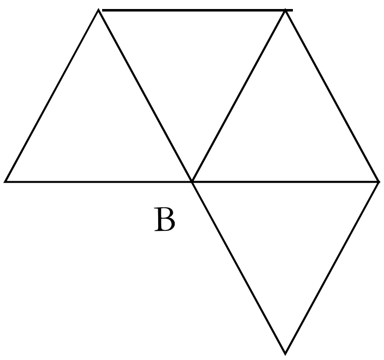
(A = M) → B = O ∨ B = I. Falls (B = O) → C = I und falls (B = I) → C = O.

Falls also A = M, B = O und C = I, dann ist D = M oder D = I. Falls D = M, haben wir also den Match O ≅ M', dann gibt es für E die Möglichkeiten O ≅ M' ≅ M'', O ≅ M' ≅ O'' oder O ≅ M' ≅ I''', usw. Alle diese Möglichkeiten sind in Toth (2008a, S. 20 ff.) erschöpfend formal und graphisch behandelt.

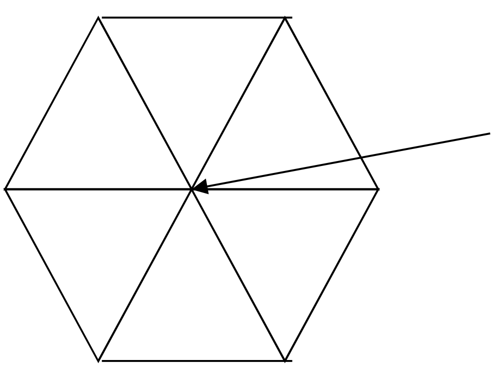
Ein gematchtes **Quadrupel** setzt voraus, dass **vier** Ecken **vierer** triadischer Zeichenrelationen zusammenhängen. Hier gibt es erstmals geometrisch mehr als eine Möglichkeit:





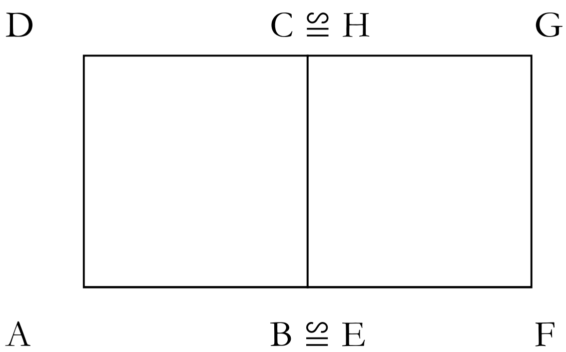


Ohne weitere Bestimmung gilt natürlich: $(B \cong M) \vee (B \cong O) \vee (B \cong I)$. Wie man also leicht erkennt, liegt bei **zweidimensionaler** Darstellung triadischer Relationen die **maximale Anzahl von Matches bei 6**, dann nämlich, wenn die andernorts eingehend dargestellte "semiotische Windrose" (Toth 2008b) erreicht ist:

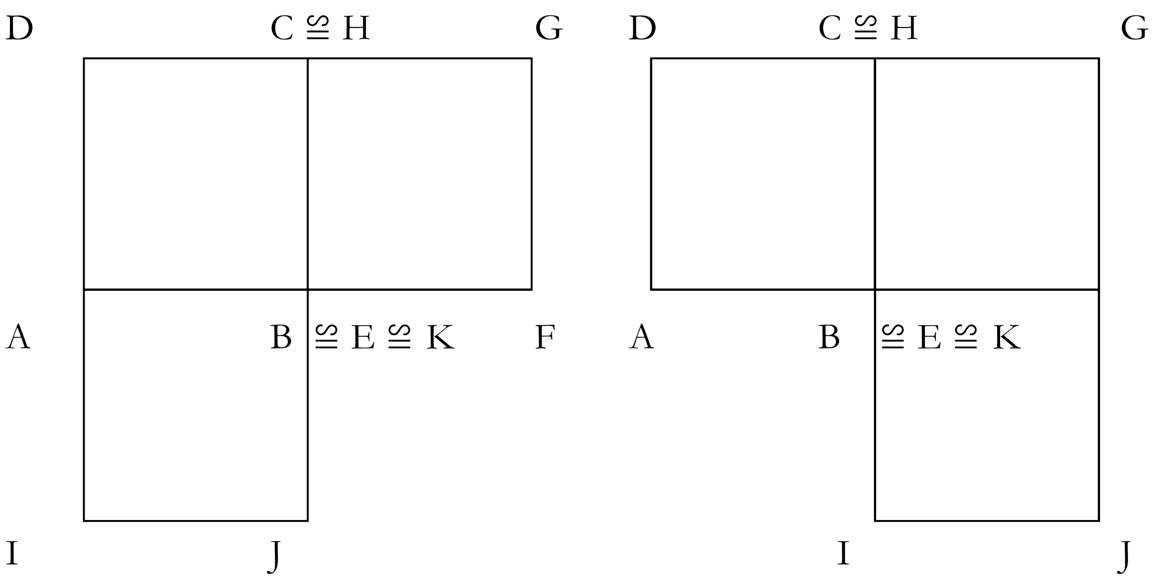


z.B. in fundamentalkategorialer Rotation im Uhrzeigersinn:
$(O \cong M' \cong I'' \cong M''' \cong O'''' \cong I''''')$

5. Im Falle eines **tetradischen Zeichenmodells** bedeutet ein **gematchtes Paar**, dass **zwei** Ecken **zweier** tetradischer Zeichenrelationen z.B. wie folgt zusammenhängen:

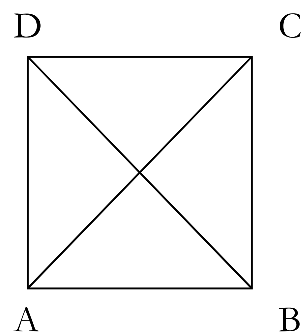


Bei drei zusammenhängenden Ecken gibt es im tetradischen Fall die folgenden beiden Möglichkeiten:



mit A, ... J ∈ {M, O, I1, I2} im Falle von 2 Interpretanten wie im Kaehrschen Modell.

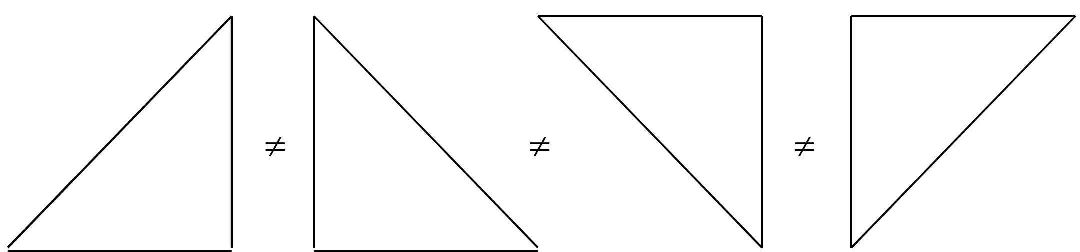
Wir wir gesehen haben, ist also das tetradische Zeichenmodell die Maximalform einer tetradischen Semiotik, und deren Minimum ist ein Paar von triadischen Zeichenmodellen. Geometrisch kommt dies natürlich durch die beiden Diagonaldreiecke des Quadrats zum Ausdruck:



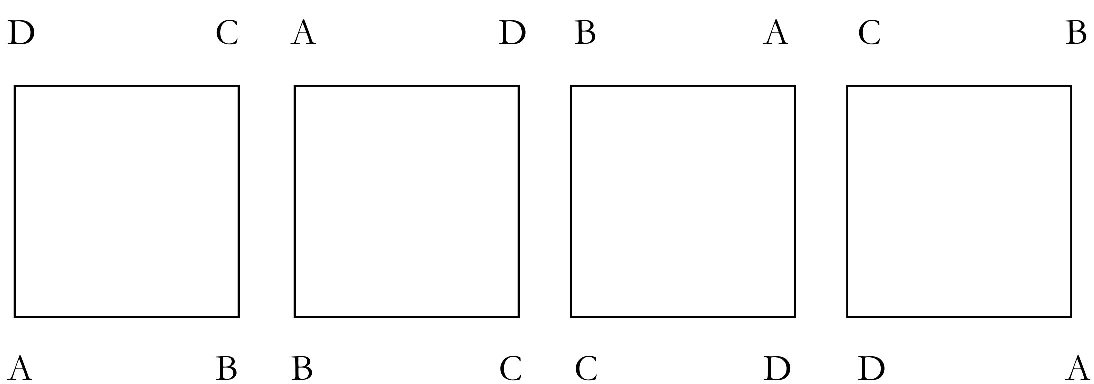
(Die Aufteilung des Quadrats in die 4 sich im Mittelpunkt schneidenden Dreiecke zählt semiotisch gesehen nicht, da der Mittelpunkt semiotisch nicht definiert ist.) Wenn man nun o.B.d.A. setzt: A = M, B = O, C = I1, D = I2, dann bekommt man

(M; O, I1), (M, O, I2), (M, I1, I2), (O, I1, I2), (O, I1, I2), etc.,

also wie man sieht neben vollständigen triadischen Relationen auch alle Partialrelationen. Gesteht man diesen ihre Existenz kraft einer möglichen semiotischen Interpretation zu, dann erhöhen sich damit natürlich auch die Quantität und die Qualität der Matches, ferner wird **Ausrichtung** der geometrischen Dreiecksmodelle semiotisch relevant, denn wie man sieht, gilt:



Dasselbe gilt praemissis praemittendis für die Quadratmodelle der tetradischen Relationen:



Geht man zu n-adischen Zeichenrelationen mit n > 4 über, so setzt bereits ein pentadisches Zeichenmodell 3 Interpretanten voraus, wobei man rein theoretisch natürlich auch die Zahl der Objekte und der Mittel erhöhen könnte, sofern dafür eine semiotische Interpretation gefunden werden kann.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.blogger.com/http//:www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (2008a)

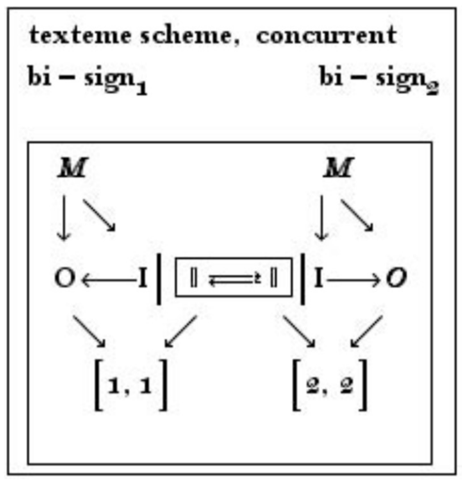
Toth, Alfred, The semiotic wind rose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Windrose.pdf (2008b)

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Texttheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Vermittlung von semiotischen Textemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Der Zusammenhang von Bi-Zeichen mit ihren Realitätsthematiken

1. Wie aus Kaehr (2009a, b) bekannt, versteht man unter einem Bi-Zeichen ein geankertes Zeichen mitsamt seiner externen semiotischen Umgebung. Je ein Paar von Bi-Zeichen können nun zu einem Textem komponiert werden, sofern ihre chiastischen Relationen berücksichtigt werden (das folgende Modell stammt aus Kaehr 2009b):



Uns interessiert in dieser Arbeit vor allem die im obigen Diagramm eingerahmte binäre Relation I ⇌ I. Wie in Toth (2009a, b) gezeigt, kann hierfür auch M ⇌ M sowie O ⇌ O eingesetzt werden, so dass sich genau 6 kompositionelle Typen ergeben:

$Env_{ext1} = (3.1_{4,3} \leftarrow 1.3_{4,3})$
$Env_{ext2} = (2.1_{4,1} \leftarrow 1.3_{4,3})$

$Env_{ext3} = (3.1_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$
$Env_{ext4} = (1.3_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$

$Env_{ext5} = (2.1_{4,1} \leftarrow 3.1_{4,3})$
$Env_{ext61} = (1.3_{4,3} \leftarrow 3.1_{4,3})$

Entsprechend hat man als abstraktes Schema eines Textems mit der Komposition eines Paars von Bi-Zeichen (Toth 2009a):

$$\boxed{\begin{array}{ccccccc}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & \;|\; \boxed{(a.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (g.h_{o,\xi,\nu})} \;|\; & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\
\searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow \\
 & [1, 1] & & & & [1, 1] &
\end{array}}$$

2. Wenn wir von der allgemeinen abstrakten Grundform einer kontexturierten triadischen Zeichenklasse mit K = 4 ausgehen

4-ZR = $(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$ mit $\alpha, ..., \iota \in \{\varnothing, 1, 2, 3, 4\}$,

dann stehen der Zeichenklasse folgende Realitätsthematiken gegenüber:

$(c.1_{\iota,\theta,\iota}\ b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ a.3_{\gamma,\beta,\alpha})$
$(c.1_{\eta,\theta,\iota}\ b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ a.3_{\alpha,\beta,\gamma})$

Ferner ist ja die externe semiotische Umgebung von $(a.b)_{\alpha,\beta}$

$Env_{ext}((a.b)_{\alpha,\beta})) = (a.b)_{\beta,\alpha}$,

d.h. wir haben also auch

$(3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta})$
$(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$

sowie die Permutationen der Zeichenklassen

$(3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta})$	$(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta})$
$(2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta})$	$(2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$
$(2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha})$	$(2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma})$
$(1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta})$	$(1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta})$
$(1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha})$	$(1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma})$

und die entsprechenden Permutationen der Realitätsthematiken

$(c.1_{\eta,\theta,\iota}\ a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta})$ $\quad$ $(c.1_{\iota,\theta,\eta}\ a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta})$
$(a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ c.1_{\eta,\theta,\iota}\ b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta})$ $\quad$ $(a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ c.1_{\iota,\theta,\eta}\ b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta})$
$(a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ c.1_{\eta,\theta,\iota})$ $\quad$ $(a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ c.1_{\iota,\theta,\eta})$
$(b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ c.1_{\eta,\theta,\iota}\ a.3_{\alpha,\beta,\gamma})$ $\quad$ $(b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ c.1_{\iota,\theta,\eta}\ a.3_{\gamma,\beta,\alpha})$
$(b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ c.1_{\eta,\theta,\iota})$ $\quad$ $(b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ c.1_{\iota,\theta,\eta})$,

Das sind also total 24 Relationen pro Zeichenklasse, die untereinander als Paare von Bi-Zeichen zu je einem Textem komponiert werden können. Man kann schon hieran die enorme Komplexität ermessen, welche die Kaehrsche Textem-Theorie für die Semiotik bringt. Allerdings sind wir damit noch nicht am Ende, denn bislang haben wir zwar alle Subzeichen permutiert, aber von den kontexturellen Indizes erst die Spiegelfunktionen betrachtet. Natürlich gibt es aber neben α, β, γ und γ, β, α auch

α, γ, β
β, α, γ
β, γ, α
γ, α, β,

d.h. jedes Subzeichen lässt sich nochmals 6mal permutieren und ferner mit den je 6 Permutationen der übrigen zwei Subzeichen innerhalb einer triadischen Zeichen- und Realitätsrelation kombinieren. Damit ergeben sich also theoretisch 6 mal 24 = 144 Texteme aus einer einzigen der 10 Peirceschen Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken. Eine gewisse Verminderung ist allerdings dadurch bedingt, dass in einer 4-kontexturalen Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik nur die genuinen Subzeichen bzw. identitiven Morphismen 3 kontexturelle Indizes haben, alle anderen dagegen 2:

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) \times (1.1_{4,3,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 1.3_{4,3})$
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$
$(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$
$(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 2.3_{4,2})$
$(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 3.3_{4,3,2})$.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.blogger.com/http//:www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)

Toth , Alfred, Vermittlung von semiotischen Textemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Triadische und tetradische Bi-Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Intermediäre semiotische Texteme

1. Nach Kaehr gibt es keine isolierten Zeichen. Dies deckt sich mit der Feststellung von Peirce, dass kein Zeichen alleine auftreten kann, sondern dass Zeichen immer nur als interpretierte vorkommen und die Interpretation selbst ein Zeichen darstellt. Bense formulierte diese Erkenntnis als Prinzip der iterativ-katalytischen Selbstreproduktion von Zeichen (1976, S. 163), und Walther (1982) bewies, dass innerhalb des Peirceschen Dualsystems jede Zeichenklasse und jede Realitätsthematik in mindestens einem Subzeichen mit der eigenrealen, dualinvarianten Zeichenklasse/Realitätsthematik des „Zeichens" selbst zusammenhängt.

2. Kaehrs Ansatz entfernt sich enorm von der klassischen Semiotik. In seinem Modell einer kontexturierten Semiotik können Zeichen nicht nur über gemeinsame Subzeichen, d.h. nichtleere Schnittmengen, sondern auch über nichtleere Mengen von kontexturellen Indizes zusammenhängen. Da zwei Zeichen, die sich nur durch die Inversion ihrer kontexturellen Indizes in mindestens einem Subzeichen unterscheiden, als Bi-Zeichen bezeichnet werden und da diese Bi-Zeichen und also nicht die einfachen Zeichen zum Aufbau eines semiotischen Diamaneten nötig sind, welche zusammen mit ihren chiastischen Relationen ein sogenanntes Textem konstituieren, nimmt Kaehr dieses Textem als kleinste Einheit einer „Zeichentheorie" an. In der Kaehrschen kontextruierten Semiotik sind es somit Texteme, die durch ihre externen semiotischen Umgebungen miteinander zusammenhängen und nicht die Zeichen – und streng genommen auch nicht die Bi-Zeichen selbst. Nichtleere Schnittmengen von Subzeichen (bzw. Semiosen) spielen in der Kaehrschen Semiotik nur insofern eine Rolle, als sie den Spezialfall der homogenen Texteme bilden, wo also zwei Texteme nicht nur über gemeinsame kontexturelle Umgebungen, sondern zusätzlich durch gemeinsame Subzeichen miteinander zusammenhängen. Bei Textemen (bzw. Bi-Zeichen), wo dies nicht der Fall ist, spricht Kaehr entsprechend von inhomogenen Textem-Zusammenhängen (Kaehr 2009a, 2009b).

3. Das formale Modell der Mediation von Textemen ist nach Kaehr (2009b, S. 13):

$$\text{elementary texteme} = \left[\left[\left[S^1,\ s^1\right]; \left[S^2,\ s^2\right]\right]: q\right],\ \left(s^1 \simeq s^2\right)$$

$$\text{texteme}^{(2,1)} = \left[\left[\left[\text{Sem}^1 \mid \text{env}^1\right]; \left[\text{Sem}^2 \mid \text{env}^2\right]\right]: < \text{anch} >\right], \left(\text{env}^1 \simeq \text{env}^2\right)$$

elementary texteme

$$\text{texteme}^{(2,n)} = \left[\left[\left[\text{Sem}^1 \mid \text{env}^1\right]; \left[\text{Sem}^2 \mid \text{env}^2\right]; \ldots; \left[\text{Sem}^n \mid \text{env}^n\right]\right]: < \text{anch} >\right], \left(\text{env}^i \simeq \text{env}^j\right),\ 1 \leqq i \neq j \leqq n,\ n \in \mathbb{N}$$

composition of textemes

$$\text{texteme}^{(m,1)} = \left[\begin{bmatrix} \left[\text{Sem}^1 \mid \text{env}^1\right] \\ \left[\text{Sem}^2 \mid \text{env}^2\right] \\ \cdots \\ \left[\text{Sem}^m \mid \text{env}^m\right] \end{bmatrix}; < \text{anch} >\right] \left(\text{env}^i \simeq \text{env}^j\right),\ 1 \leqq i \neq j \leqq m,\ m \in \mathbb{N}$$

mediation of textemes

In dieser Arbeit interessieren uns die intermediären Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die sozusagen den Spielraum angeben, wie zwei Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken entweder durch ihre gemeinsamen Subzeichen bzw. Semiosen und/oder durch ihre gemeinsamen kontexturellen Umgebungen via „matching conditions“ zusammenhängen.

Im Falle von dydischen kontexturellen Indizes gibt es die folgenden 3 Fälle (wenn wir von der Selbstabbildung $(a.b)_{\alpha,\beta} \rightarrow (a.b)_{\alpha,\beta}$ absehen):

$(a.b)_{\alpha,\beta} \rightarrow (a.b)_{\beta,\alpha}$
$(a.b)_{\alpha,\beta} \rightarrow (b.a)_{\beta,\alpha}$
$(a.b)_{\alpha,\beta} \rightarrow (b.a)_{\alpha,\beta}$

Im Falle von triadischen Indizes kommen je 6 Permutationen dazu. Es gibt also die folgenden 18 Fälle:

$(a.b)_{\alpha,\beta,\gamma} \rightarrow (a.b)_{\gamma,\beta,\alpha}$	$(a.b)_{\alpha,\beta,\gamma} \rightarrow (b.a)_{\alpha,\beta,\gamma}$	$(a.b)_{\alpha,\beta,\gamma} \rightarrow (b.a)_{\gamma,\beta,\alpha}$
$(a.b)_{\alpha,\gamma,\beta} \rightarrow (a.b)_{\beta,\gamma,\alpha}$	$(a.b)_{\alpha,\gamma,\beta} \rightarrow (b.a)_{\beta,\gamma,\alpha}$	$(a.b)_{\alpha,\gamma,\beta} \rightarrow (b.a)_{\beta,\gamma,\alpha}$
$(a.b)_{\beta,\alpha,\gamma} \rightarrow (a.b)_{\gamma,\alpha,\beta}$	$(a.b)_{\beta,\alpha,\gamma} \rightarrow (b.a)_{\gamma,\alpha,\beta}$	$(a.b)_{\beta,\alpha,\gamma} \rightarrow (b.a)_{\gamma,\alpha,\beta}$
$(a.b)_{\beta,\gamma,\alpha} \rightarrow (a.b)_{\alpha,\gamma,\beta}$	$(a.b)_{\beta,\gamma,\alpha} \rightarrow (b.a)_{\alpha,\gamma,\beta}$	$(a.b)_{\beta,\gamma,\alpha} \rightarrow (b.a)_{\alpha,\gamma,\beta}$
$(a.b)_{\gamma,\alpha,\beta} \rightarrow (a.b)_{\beta,\alpha,\gamma}$	$(a.b)_{\gamma,\alpha,\beta} \rightarrow (b.a)_{\beta,\alpha,\gamma}$	$(a.b)_{\gamma,\alpha,\beta} \rightarrow (b.a)_{\beta,\alpha,\gamma}$
$(a.b)_{\gamma,\beta,\alpha} \rightarrow (a.b)_{\alpha,\beta,\gamma}$	$(a.b)_{\gamma,\beta,\alpha} \rightarrow (b.a)_{\alpha,\beta,\gamma}$	$(a.b)_{\gamma,\beta,\alpha} \rightarrow (b.a)_{\alpha,\beta,\gamma}$

Nun besteht jede Zeichenklasse und jede Realitätsthematik aus drei Subzeichen und drei Mengen von kontexturellen Indizes. Im Teilsystem der Zeichenklassen erhalten wir somit zunächst folgende 12 Kombinationen:

$(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$	$(3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta})$
$(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta})$	$(3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta})$
$(2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$	$(2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta})$
$(2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma})$	$(2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha})$
$(1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta})$	$(1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta})$
$(1.c_{\eta,\theta,\iota}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 3.a_{\alpha,\beta,\gamma})$	$(1.c_{\iota,\theta,\eta}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 3.a_{\gamma,\beta,\alpha})$

und im Teilsystem der Realitätsthematiken folgende weiteren 12 Kombinationen:

$(c.1_{\iota,\theta,\eta}\ a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta})$	$(c.1_{\eta,\theta,\iota}\ a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta})$
$(a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ c.1_{\iota,\theta,\eta}\ b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta})$	$(a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ c.1_{\eta,\theta,\iota}\ b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta})$

$(a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ c.1_{\iota,\theta,\eta})$ $(a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ c.1_{\eta,\theta,\iota})$
$(b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ c.1_{\iota,\theta,\eta}\ a.3_{\gamma,\beta,\alpha})$ $(b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ c.1_{\eta,\theta,\iota}\ a.3_{\alpha,\beta,\gamma})$
$(b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ a.3_{\gamma,\beta,\alpha}\ c.1_{\iota,\theta,\eta})$ $(b.2_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ a.3_{\alpha,\beta,\gamma}\ c.1_{\eta,\theta,\iota})$

Schliesslich können nun alle dieser 24 Permutationen wieder miteinander kombiniert werden:

$(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$ $(3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta})$
$(3.a_{\alpha,\gamma,\beta}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$ $(3.a_{\beta,\gamma,\alpha}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta})$
...
$(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\zeta,\varepsilon}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$ $(3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 2.b_{\varepsilon,\zeta,\delta}\ 1.c_{\iota,\theta,\eta})$
...
$(3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ 2.b_{\delta,\varepsilon.\zeta}\ 1.c_{\eta,\iota,\theta})$ $(3.a_{\gamma,\beta,\alpha}\ 2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}\ 1.c_{\theta,\iota,\eta})$
...

was total 576 Zeichenklassen und Realitätsthematiken ergibt, die wir intermediäre Zeichenrelationen nennen wollen. Da zu jedem Subzeichen dieser 576 Zeichenrelationen natürlich wieder die externen semiotischen Umgebungen gebildet werden können, haben wir also auch 576 intermediäre Bi-Zeichen und damit 576 intermediäre semiotische Texteme vor uns. Die effektive Anzahl wird allerdings kleiner sein, da nur genuine Subzeichen (identitive Morphismen) triadische Indizes haben bei 4-kontexturalen semiotischen Dualsystemen. Geht man allerdings zu höheren kontexturalen Semiotiken über, steigt entsprechend auch die Anzahl der intermediären Texteme massiv an.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.blogger.com/http//:www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Topicstruktur, Satz und Text

1. In Toth (1989) hatte ich als erster im Rahmen der Peirce-Bense-Semiotik jenen Satztypus zu beschreiben versucht, welcher einzig dazu dient, ein Topic im Satz als solches zu etablieren:

(1) Es war einmal ein alter König, der/*∅ ... hatte eine schöne Tochter.
(2) War ein Schneider zu Breslau, der/∅ ass immer Karpfen zum Frühstück.
(3) Am Brunnen vor dem Tore, da/∅ steht ein Lindenbaum.

Solche Topic-Introduktionen verhalten sich in mehrfacher Hinsicht auffällig; z.B. haben sie appositive Relativsätze hinter sich, wobei das korrelative Pronomen dann wegfallen kann, wenn kein Dummy („es“) im übergeordneten Satz steht. Einen besonderen Typus stellen die Topik-Introduktionen mit „Settings“ dar, welche das einzuführende Topik zusätzlich lokalisieren; rein theoretisch braucht dieses nicht räumlich zu sein, sondern kann auch zeitlich auftreten:

(4) Abends vor dem Tore, da/∅ treff ich meine Braut.

2. Im Gegensatz zu den folgenden Satz-Varianten

(1‘) Ein alter König hatte eine Tochter.
(2‘) Ein Schneider zu Breslau ass immer Krapfen zum Frühstück.
(3‘) Am Brunnen vor dem Tore steht ein Lindenbaum.
(4‘) Abends vor dem Tore treff ich meine Braut.,

die logisch gesehen im Prinzip beurteilbar sind und daher semiotisch abgeschlossene Konnexe darstellen und deshalb als dicentische Zeichenklassen

Zkl(Satz) = (3.2 2.3 1.3)

fungieren, sind die obigen Sätze (1) bis (4) logisch nicht beurteilbar und stellen semiotisch offene Konnexe dar und fungieren als rhematische Zeichenklassen

Zkl(Top) = (3.1 2.1 1.3).

Der Grund für den iconischen Objektbezug liegt, wie bereits in Toth (1989) ausgeführt, darin, dass diese Topik-Introduktionen die Abfolge realer Prozesse sprachlich imitieren; vgl. z.B.

Es klopft (I). Ich schaue zur Tür (III), und herein kommt – der Briefträger (IV).

Die Reihenfolge I-IV entspricht hier der Reihenfolge, in welcher ich den beschriebenen Vorgang tatsächlich wahrnehme., eingeschlossen die Umkehrung der im Deutschen unmarkierten Reihenfolge Subjekt – Verb in (IV) zur inversen, d.h. markierten Folge Verb – Subjekt.

Texte, worunter der Einfachheit halber all das verstanden werde soll, was über den Satz, d.h. sowohl über Topik-Introduktionen als auch über beurteilbare Sätze hinausgeht, müssen semiotisch nach Walther (1979, S. 101) in ihrem Interpretantenbezug als Argumente aufgefasst werden und fallen damit unter die einzige argumentische Zeichenklassen

Zkl(Tex) = (3.3 2.3 1.3)

3. Die „stratifikationelle“ Hierarchie (vgl. Toth 2009) der drei behandelten diskursiven Einheiten kann also semiotisch wie folgt dargestellt werden:

Topik-Introduktion > Satz > Text

(3.1 2.1 1.3) > (3.2 2.3 1.3) > (3.3 2.3 1.3)

Würde man die Interrelationen dieser drei Einheiten mit Hilfe der Peirceschen Semiotik darstellen, so erhielte man

- generative Semiosen im Interpretantenbezug: (3.1) > (3.2) > (3.2)
- eine generative Semiose über 2 Subzeichen im Objektbezug: (2.1) > (2.3), d.h. unter „Überspringung“ von (2.2)
- eine konstante Semiose (1.3), d.h. Selbstabbildung

Eine solche Beschreibung sagt aber semiotisch fast genauso wenig aus wie linguistisch. Versuchen wir es deshalb mit der von Kaehr (2009a, b) eingeführten kontextural-semiotischen Texttheorie. Da die Peircesche Semiotik triadisch ist, geben wir den Fundamentalkategorien sozusagen etwas logischen „Spielraum“ und setzen eine 4-kontexturale Semiotik voraus, wie sie in Kaehr (2008a) eingeführt und von mir in einer Reihe von Arbeiten weiterentwickelt wurde. Dann bekommen wir folgende kontexturierte Zeichenklassen für die drei diskursiven Einheiten:

Zkl(Top)* = ($3.1_{3,4}$ $2.1_{1,4}$ $1.3_{3,4}$)
Zkl(Satz)* = ($3.2_{2,4}$ $2.2_{1,2,4}$ $1.3_{3,4}$)
Zkl(Tex)* = ($3.3_{2,3,4}$ $2.3_{2,4}$ $1.3_{3,4}$)

Damit ergeben sich die folgenden homogenen "matching conditions" für die einzelnen Subzeichen:

$(3.1)_3 \cong (3.1)_4$	$(2.1)_1 \cong (2.1)_4$	$(1.3)_3 \cong (1.3)_4$
$(3.2)_2 \cong (3.2)_4$	$(2.2)_1 \cong (2.2)_2$	
$(3.3)_2 \cong (3.3)_3$	$(2.2)_1 \cong (2.2)_4$	
$(3.3)_2 \cong (3.3)_4$	$(2.2)2_3 \cong (2.2)_4$	
$(3.3)_3 \cong (3.3)_4$	$(2.3)_2 \cong (2.3)_4$	

Ferner ergeben sich 11 + 10 + 9 + ... + 1 = 66 inhomogene „matching conditions", wie etwa

$(3.1)_3 \cong (2.1)_4$

$(2.2)_1 \cong (2.3)_4$

$(3.3)_3 \cong (1.3)_3$, etc.,

insgesamt also 77 matching conditions. Wenn man sich nun das elementare Textem-Modell nach Kaehr (2009a, b) vor Augen führt

$$\boxed{\begin{array}{ccccccc}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & \Big| \; \boxed{(a.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (g.h_{o,\xi,\nu})} \; \Big| & & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) & \\
\searrow & \swarrow & & & \searrow & \swarrow & \\
[1, 1] & & & & [1, 1] & &
\end{array}}$$

dann erkennt man, dass die 77 matching conditions genau die Schaltstelle der von mir so genannten „kontexturellen Retrosemiosen" im inneren Quadrat ausmachen. Kontexturelle Retrosemiosen haben dabei die Form

$(a.b)_{\alpha,\beta,\gamma} \leftarrow (c.d)_{\gamma,\beta,\alpha}$,

wobei $\alpha, \beta, \gamma \in \{\varnothing, 1, 2, 3, 4\}$ (im 4-kontexturellen Falle), d.h. entweder α oder β oder γ (aber nicht zwei oder drei) können unbesetzt sein, und zwar ist dies genau dann der

Fall, wenn keine genuinen Subzeichen, d.h. keine identitiven Morphismen (Semiosen) vorliegen. Wichtig ist, dass in homogenen Fall a = c gilt, d.h. die Subzeichen haben die gleichen triadischen Hauptwerte. (c.d) ist aber niemals = (b.a), d.h. es findet keine Inversion der Subzeichen (Retrosemiose ((a→b) → (b→a)), sondern eben nur eine der kontexturellen Indizes statt. Diese kontexturellen Retrosemiosen garantieren dabei die Aufhebung des logischen Identitätssatzes für die Semiotik, vgl.

(I) $(3.1)_{3,4} \leftarrow (3.1)_{4,3}$

(II) $(1.3)_{3,4} \leftarrow (3.1)_{3,4}$

In (I) gilt daher $(3.1)_{3,4} \neq (3.1)_{4,3}$, nicht aber in (II), denn dort gilt die im monokontexturalen Falle identische Kontexturierung zueinander dualer Subzeichen. Dies ist auch der Grund, weshalb eine auf Subzeichen basierende Retrosemiose nicht funktioniert.

Da es nun 77 matching conditions gibt und da diese erst ein Zeichen zu einem Bi-Zeichen („bi-signs" nach Kaehr) machen und damit zum Zentrum dessen, was Kaehr (2008b) einen „semiotischen Diamanten" nennt, gibt es also auch 77 Texteme, mit Hilfe derer die Übergänge zwischen den drei diskursiven Entitäten Topikintroduktion, Satz und Text darstellbar sind. Selbstverständlich können wiederum die semiotischen, d.h. subzeichenhaften/semiosischen und/oder kontexturellen Interrelationen zwischen diesen 77 Textemen bestimmt werden, was bereits im Falle paarweiser Interrelationen 77 + 76 + 75 + ... 1 = 3'003 Möglichkeiten ergibt, usw. Es ist also keineswegs so, wie einige frühe Textlinguisten gemeint haben, dass das reduktionistische Modell der Peirceschen Semiotik notwendig mit einem Rückgang beschreibungsadäquater Komplexität verbunden ist.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008a)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008b)

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.blogger.com/http//:www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Ansätze zur Thematisierung der iconischen Serialisierung in der Textlinguistik. In: Semiosis 54, 1989, S. 27-38
Toth, Alfred, Semiotische Stratifizierung und Planifizierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Inversionen

1. In monokontexturalen Zeichenrelationen ist die Dualisation definiert als Umkehrung sowohl der Reihenfolge der Subzeichen als auch deren konstitutiven Primzeichen:

Dualisation: ×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3).

Demgegenüber hatte ich die Spiegelung eingeführt, um die Reihenfolge der Subzeichen allein zu invertieren:

Spiegelung: ¤(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a),

d.h. die Spiegelung ist eine der 6 auf triadischen Zeichenrelationen operierenden Permutationsoperationen.

Man kann nun als dritte monokontexturalen Inversions-Operation die Reflexion einführen, welche nur die Primzeichen umkehren, die Reihenfolge ihrer Subzeichen aber belassen soll:

Reflexion: ®(3.a 2.b 1.c) = (a.3 b.2 c.1).

2. Wenn man nun von kontexturierten Zeichenrelationenen ausgeht (vgl. Kaehr 2008), ergibt sich als zusätzliche Operation die Inversion der Ordnung der kontexturellen Indizes. Wir wollen sie als Notbehelf Conversion nennen:

Conversion: ©($3.a_{\alpha,\beta,\gamma}$ $2.b_{\delta,\varepsilon,\zeta}$ $1.c_{\eta,\theta,\iota}$) = ($3.a_{\gamma,\beta,\alpha}$ $2.b_{\zeta,\varepsilon,\delta}$ $1.c_{\iota,\theta,\eta}$)

Man kann nun natürlich die vier Inversions-Operationen ×, ¤, ®, © miteinander kombinieren bzw. aus einander definieren. Die interessantesten Kombinationen sind:

Condualization: ×©($3.a_{\alpha,\beta,\gamma}$ $2.b_{\delta,\varepsilon,\zeta}$ $1.c_{\eta,\theta,\iota}$) = ($c.1_{\iota,\theta,\eta}$ $b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}$ $a.3_{\gamma,\beta,\alpha}$)

×© unterscheidet sich also von der monokontexturalen Dualisation dadurch, dass zusätzlich die Reihenfolge der Indizes jedes Subzeichens invertiert wird.

Conreflexion: ®©($3.a_{\alpha,\beta,\gamma}$ $2.b_{\delta,\varepsilon,\zeta}$ $1.c_{\eta,\theta,\iota}$) = ($a.3_{\gamma,\beta,\alpha}$ $b.2_{\zeta,\varepsilon,\delta}$ $c.1_{\iota,\theta,\eta}$)

„Conspiegelung“ ist identisch mit (einfacher) Conversion. Obwohl durch all jene Operationen, welche die Reihenfolge der kontexturellen Indizes verändern, der logische

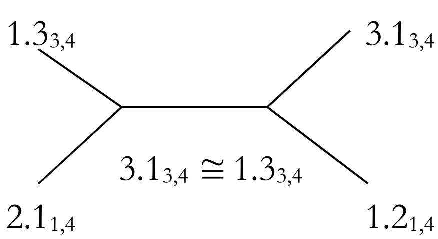
Identitätssatz aufgehoben wird, sind die Operationen selbst monokontextural, da doppelte Anwendung wieder zur ursprünglichen Position zurückführt.

2. Die 6 kontextural-semiotischen Operationen Dualisation, Spiegelung, Reflexion, Conversion, Condualization und Conreflexion sind nun genau diejenigen Operationen, die an der „Schaltstelle“ zwischen den Bi-Zeichen eines semiotischen Textems (vgl. Kaehr 2009) zum Zuge kommen, d.h. welche die verschiedenen Typen von „Kohärenz“ oder „Kohäsion“ (und wie die anderen Typen von Textzusammenhängen im Rahmen der Textlinguistiken genannt werden) semiotisch fundieren:

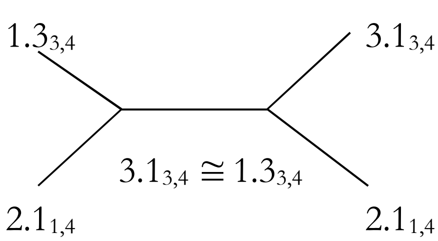
$$\boxed{\begin{array}{ccccccccc}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & \mid & \boxed{(a.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (g.h_{o,\xi,\nu})} \mid & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\
& \searrow & \swarrow & & & \searrow & \swarrow & \\
& [1, 1] & & & & & [1, 1] &
\end{array}}$$

Nehmen wir als Beispiel die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3). Dann können wir die durch die sechs Operationen erzeugten sechs Hauptzusammenhänge in einem konkreten elementaren semiotischen Textem wie folgt darstellen;:

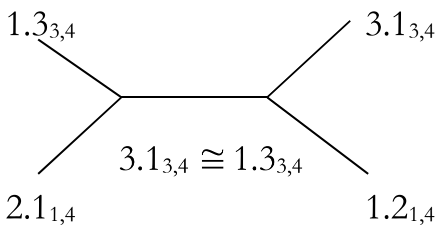
Dualisation:



Spiegelung:

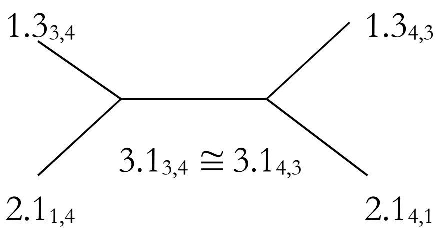


Reflexion:

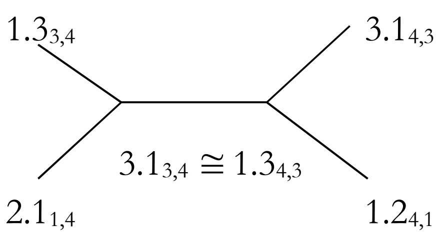


Die Reflexion fällt in allen Zeichenklassen, deren Interpretanten- und Mittelbezug zu einander invers sind, mit der Dualisation zusammen. Wie man erkennt, ist in allen bisherigen 3 Fällen die Reihenfolge der Kontexturen nicht berührt.

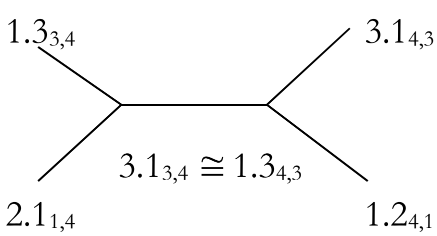
Conversion:



Condualization:



Conreflexion



Natürlich fällt auch die Conreflexion in allen Zeichenklassen, deren Interpretanten- und Mittelbezug zu einander invers sind, mit der Condualisation zusammen. In allen letzten 3 Fällen ist die Reihenfolge der Kontexturen invertiert.

3. Weitere semiotische Differenzierungen der textlinguistischen Konnexion, Kohärenz und/oder Kohäsion (cf. Halliday and Hasan 1976) können dadurch erreicht werden, dass bei den 3 Fällen, in denen die Reihenfolge der Kontexturen invertiert wird, auch die allenfalls weiteren Permutationen der kontexturellen Indizes berücksichtigt werden. Dies ist genau dann der Fall, wenn ein Subzeichen die Struktur

$Sz = (a.b)_{\alpha,\beta,\gamma,...,n}$

mit $|n| \geq 2$ hat. Dann können die Indizes also auf $2! = 2$, $3! = 6$, $4! = 24$ usw., allgemein auf n! verschiedene Weisen angeordnet werden und so eine beträchtliche Zahl weiterer differenzierender textematischer Schemata konstruiert bzw. analysiert werden. Die vorgeblich grosse Menge an Strukturen wird allerdings dadurch eingeschränkt, dass in n-kontexturalen Semiotiken die maximale Anzahl von (n-1) Kontexturen pro Subzeichen nur von genuinen Subzeichen (identitiven Morphismen/Semiosen) erreicht wird. Da aber diese „selbstdual“ sind, d.h. mit ihren Inversionen identisch, reduziert sich mit dem Ansteigen der durch die letzten 3 Fälle bedingten Strukturen die Anzahl der durch die ersten 3 Fälle bedingten.

Literatur

Halliday; Michael A.K./Hasan, Ruqaiya, Cohesion in English. London 1976
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)
Kaehr, Rudolf, Diamond text theory.
http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009)

Textematische Struktur kreativer Autoreproduktion

1. In dieser kurzen Notiz soll eine neue Darstellungsweise der von Angelika Karger (1986, S. 86) eingeführten formalen Struktur kreativer Autoreproduktion, basierend auf der von R. Kaehr eingeführten kontexturellen Semiotik (vgl. z.B. Kaehr 2008) eingeführt werden. Kargers originales Schema sieht wie folgt aus (Formalisierung der Zeichenbezüge durch mich):

(a.b)
$\wedge$ $\gg$ (e.f)
(c.d) .... n

(g.h)
$\wedge$ $\gg$ (i.j)
(e.f) .... (n−1)

(k.l)
$\wedge$ $\gg$ (m.n)
(i.j) .... (n−2)

(o.p)
$\wedge$ $\gg$ (q.r)
(m.n), ... (n−3)

wobei die gestrichelten Pfeile Degenerationen darstellen. Die Formalisierung macht die Feststellung Kargers transparent, „dass die kreierten Zweitheiten zum Austeigen einer neuen Zweitheit erst zum neuen Repertoire, d.h. zur Erstheit degenerieren müssen. Erst dann gelangen sie zur Anwendung eines neuen drittheitlichen bzw. kontextlichen Repräsentationsschemas“ (1986, S. 85).

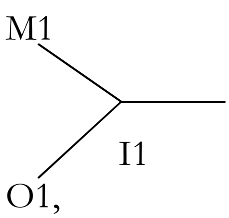
2. Kontexte kann es nur dort geben, wo es auch Texte sind, und obwohl eine semiotische Texttheorie, die über die blosse Basistheorie bzw. die in Bense (1962) referierte Morris'sche Semiotik hinausgeht, seit Kaehr (2009a, 2009b) und einigen Arbeiten von mir erst im Entstehen ist, soll im folgenden ein formal-struktureller Bezug zwischen autoreproduktiven Kreationsschemata und semiotischen Textemen

hergestellt werden. In die Erinnerung gerufen sei, dass ein semiotisches Textem im minimalen Falle aus zwei Bi-Zeichen zusammen mit ihren Verankerungen und chiastischen Relationen besteht (Kaehr 2009a, b) und wie folgt skizziert werden kann:

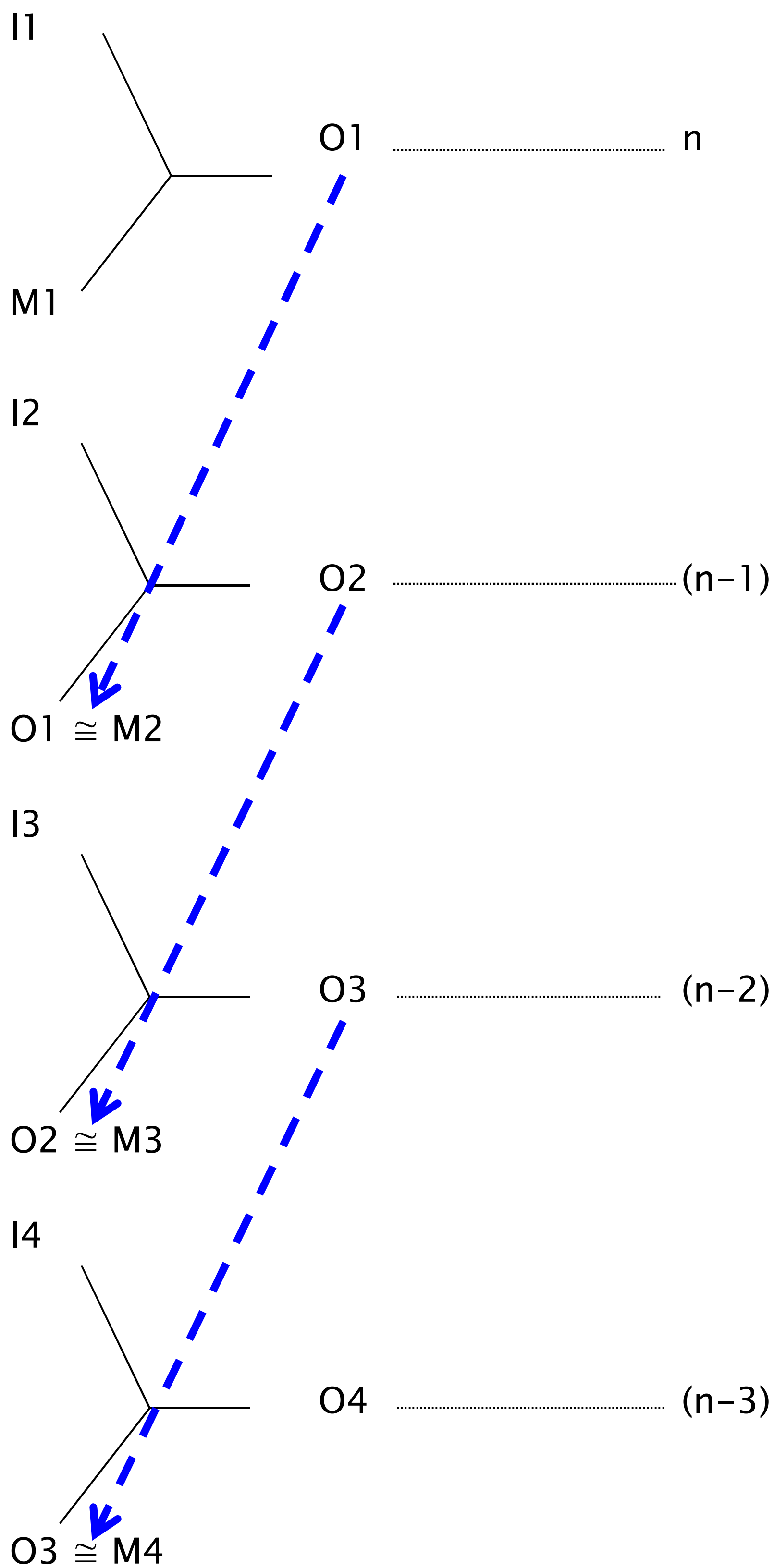
$$\begin{array}{ccccccccc} (e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\ \downarrow & \searrow & & & & & \downarrow & \searrow & \\ (c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & | & \boxed{(a.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (g.h_{o,\xi,\nu})} & | & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\ \searrow & & \swarrow & & & & \searrow & & \swarrow \\ & [1, 1] & & & & & & [1, 1] & \end{array}$$

Der rot umrandete Bereich ist der Interrelationsraum der entweder durch Subzeichen allein (im monokontexturalen Fall) oder durch Kontexturen und/oder Subzeichen (im polykontexturalen Fall) gematchen „kontexturellen Retrosemiosen“, bei denen also nur die kontexturellen Indizes der betreffenden Subzeichen, nicht jedoch diese selbst, invertiert werden.

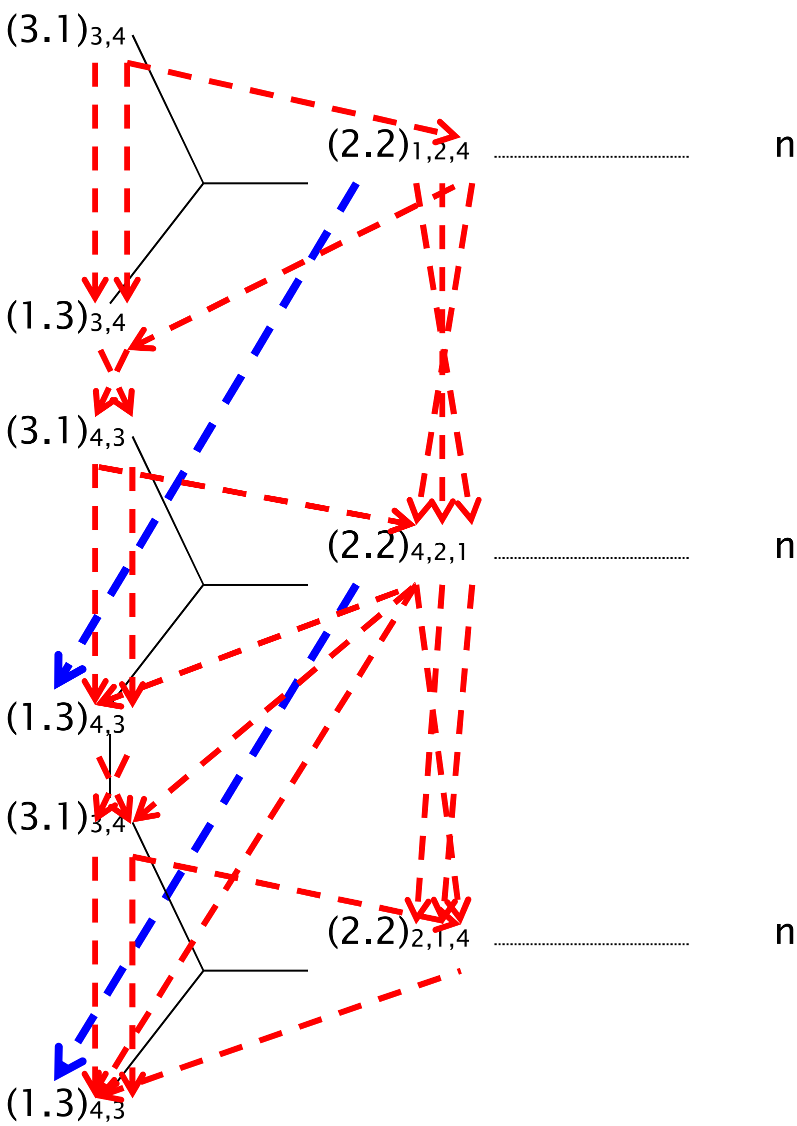
Wenn wir zur Darstellung der Bi-Zeichen von einem Modell ausgehen, das Peirce gegeben hatte (vgl. Brunning 1997, S. 257) und das wir liegend zeichnen:



dann ist leicht zu sehen, dass der Kargerschen kreativen Hierarchie eine abwärtsgerichtete textematische Kaskade von ab der (n-1)-ten Stufe horizontal gespiegelten Peirceschen Tri-Graphen entspricht:


I1
O1
n
M1
I2
O2
(n−1)
O1 ≅ M2
I3
O3
(n−2)
O2 ≅ M3
I4
O4
(n−3)
O3 ≅ M4

Für die M(n), O(n) und I(n) können nun erstens Subzeichen der 10 Peirceschen Zeichenklassen eingesetzt werden, und zweitens können die Zeichenklassen und Realitätsthematiken kontexturiert werden. Durch die Kontexturierung ergibt sich sozusagen eine **Hintergrundshierarchie** der Autoreproduktion im Gegensatz zur **Vordergrundshierarchie** der Kreations- bzw. Textem-Kaskaden. Diese Differenzierung ist notwendig, denn wie sonst sollte man die Autoreproduktion der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) erklären, die sich ohne kontexturelle Inversion durch Dualistion im Teilsystem ihrer Realitätsthematik sonst einfach im Kreise drehte? Wir schauen uns deshalb eine der möglichen eigenrealen textematischen Autoreproduktionshierarchien an, basierend auf den verschiedenen Typen von semiotischen Inversionen, wie sie in Toth (2009) dargestellt wurden:



Die roten gestrichelten Linien zeigen also die kontexturellen Hintergrundshierarchien an, welche sozusagen die autoreproduktiv-kreativ-textematischen Vordergrunds-hierarchien proömiell ermöglichen. Durch die Möglichkeit der Mehrkontexturalität eines Subzeichens sowie die kontexturellen Permutationen entsteht ein kreativer Freiraum, welcher die Kreation der Objektbezüge über verschiedene Subjekte disseminiert und dadurch also semiotische Umgebungen schafft, die in der monokontexturalen, unkontexturierten Semiotik nicht zum Ausdruck kommen. Grundgedanke ist, dass es streng genommen in einer kontexturierten Semiotik keine Eigenrealität mehr gibt, weil bei der Dualisation die Kontexturen der eigenrealen Zeichenklassen in ihrer Ordnung nicht mehr mit derjenigen der Realitätsthematik übereinstimmen:

$\times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$, d.h.

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \neq (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$.

Diese Ungleichung ist es zwar, welche den logischen Identitätssatz, der natürlich auch der klassischen Peirceschen Semiotik zugrunde liegt, aufhebt, aber dadurch wird auch ein kontextureller Spielraum geöffnet, welche die Iteration der eigenrealen Zeichenklasse sich nicht mehr im Kreise drehen lässt, sondern bildlich gesprochen die Zentren der iterierten Kreise ständig verschiebt, so dass es zwar Gleichheiten und Selbigkeiten, aber keine Identitäten mehr gibt. Wahrhafte Kreativität, könnte man in Anlehnung an Kierkegaard sagen, besteht eben nicht nur in der Wiederholung des Alten, sondern vor allem in der Wiederholung des Neuen.

Literatur

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009b)

Karger, Angelika H., Zeichen und Evolution. Köln 1986

Toth, Alfred, Semiotische Inversionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kohäsion, Isotopie und Kohärenz

1. Mittel- und Interpretantenbezug sind in der Definition des Peirceschen Zeichens insofern zwei verwandte Kategorien, als beide auf den Begriff des Repertoires abheben. Diese Tatsache erst ermöglich die Superisation, welche formal rekursiv meist als

$I^n \equiv M^{n+1}$

dargestellt wird (vgl. Walther 1979, S. 76). Danach kann ein Interpretant der Stufe n deshalb zum Mittel der Stufe (n+1) werden, weil der Interpretantenbezug nicht nur die Bedeutung über dem Mittel und der Bezeichnungsfunktion des Zeichens etabliert, sondern auch den Konnex, d.h. das Feld, in welchem die repertoiriellen Elemente ihre Bedeutung gewinnen. Somit gehört die linguistische Beschäftigung mit Text und Kontext bzw. Konnex zur Hauptsache dem drittheitlichen Zeichenbezug an. Unter Verwendung des von Kaehr (2009) eingeführten semiotischen Textem-Modells kann man diese Sachverhalt dadurch darstellen, dass man im folgenden Diagramm (a.b) = (3.b) und (g.h) = (1.h) (bzw. umgekehrt im reversen Fall $I^{n+1} \equiv M^n$) setzt:

$$\boxed{\begin{array}{cccccccc}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & | & \boxed{(3.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (1.h_{o,\xi,\nu})} & | & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) & \\
\searrow & \swarrow & & & & \searrow & \swarrow & \\
[1, 1] & & & & & [1, 1] & &
\end{array}}$$

2. Nach de Beaugrande und Dressler (1981) gibt es zwei Strategien, wie Texte (bzw. Kontexte) zusammenhängen können: Kohärenz und Kohäsion. Kohäsion kommt durch vorwiegend syntaktische Mittel wie Lexemrekurrenz, Proformen, deiktische Pronomina, Substitution etc. zustande. Kohärenz operiert dagegen auf logischer Ebene und wird der linguistischen Pragmatik zugewiesen (vgl. Kummer 1975). Dazwischen steht die von Greimas (1974) eingeführte Isotopie, welche semantisch definiert wird. Man erkennt also, dass es syntaktische, semantische und pragmatische Verfahren der Konnexion von Texten bzw. Kontexten gibt – wie nicht anders zu erwarten. Nun korrespondiert aber nach Toth (1993, S. 29 ff.) die Syntax dem semiotischen Mittelbezug, die Semantik dem Objektbezug und die Pragmatik dem Interpretantenbezug. Das bedeutet also, dass wir im semiotischen Textemmodell **kohäsive Konnexion** durch das Schema

$$\begin{array}{lllllll}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) \;|\; & \boxed{(1.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (1.h_{o,\xi,\nu})} \;|\; & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\
\searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow \\
& [1, 1] & & & & [1, 1] &
\end{array}$$

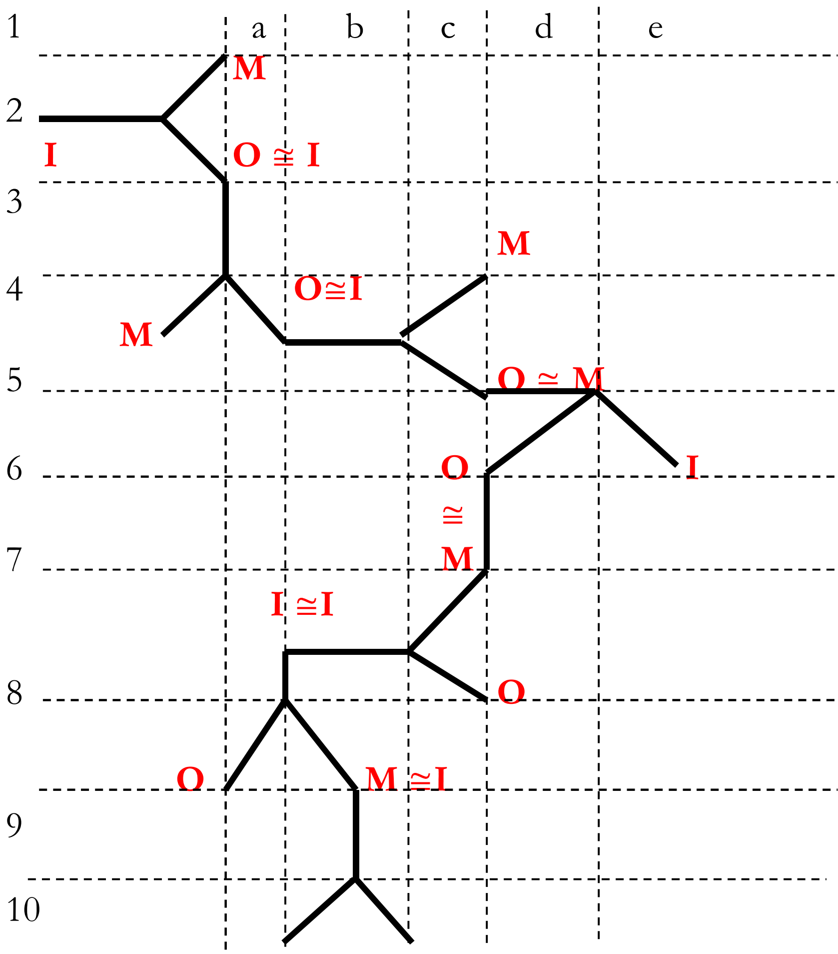
isotope Konnexion durch das Schema

$$\begin{array}{lllllll}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) \;|\; & \boxed{(2.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (2.h_{o,\xi,\nu})} \;|\; & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\
\searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow \\
& [1, 1] & & & & [1, 1] &
\end{array}$$

und **kohärente Konnexion** durch das Schema

$$\begin{array}{lllllll}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) \;|\; & \boxed{(3.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (3.h_{o,\xi,\nu})} \;|\; & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\
\searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow \\
& [1, 1] & & & & [1, 1] &
\end{array}$$

formalisieren können. Dies betrifft aber, wie aus den Schemata ersichtlich ist, nur die homogenen matching points der Bi-Zeichen in den Elementar-Textemen. Nun kann man sich aber z.B. eine Text- bzw. Kontext-Struktur vorstellen, welche die folgende semiotische "Partitur" hat:



Wie man sieht, handelt es sich hier um einen "flächigen" Text bzw. Kontext (vgl. Mon 1972a). Ausserdem scheint es so etwas wie "Texte in Zwischenräumen" (vgl. Mon 1972b) zu geben. Grundsätzlich kann man diese Partitur wie folgt interpretieren, dass überall dort, wo entweder die Horizontale durch die Vertikale abgelöst wird oder umgekehrt, ein Konnexionsbruch vorliegt, und dieser Konnexionsbruch wird durch die inhomogenen matching points der Fundamentalkategorien in der Partitur angezeigt. Obwohl dieser Partitur kein realer Text zugrunde liegt, ist es unschwer, Texte dafür zu finden. Da in der Partitur kein einziger Konnexionstyp beibehalten wird, handelt es sich bei den Texten, für welche die Partitur Modell ist, um sowohl Kohäsions-, als auch Isotopie- und Kohärenz-freie Texte. Ein Beispiel dafür könnte der folgende Ausschnitt aus dem Werk Karl Valentins sein (aus: Valentin 1990, S. 46; vgl. Toth (1997, S. 102):

> Gestern nachmittags um neun Uhr sitz ich im Restaurant "Zur derfaulten Blutorange", und weil ich am Tag vorher meine goldene Uhr zum Konditor tragn hab, zum Reparieren, hab ich einen solchen Heisshunger kriegt, dass ich mir zwei Portionen Senftgefrorenes und an gsottenen Radi als Abendessen zum Frühstück bestellt hab. Nachdem ich aber Hausbesitzer bin und in jeder Wohnung eine wanzenreiche Familie hab, hab ich trotz meines siebundachtzigjährigen Halsleidens mit den Kindern von mein Nachbarn "Fürchtet ihr den weissen Mann" gespielt (...).

Damit ist aber auch gezeigt, dass bei flächigen Texten perfekte Konnexion (Kohäsion, Isotopie, Kohärenz) eine durchgehende horizontale Textem-Adjunktion oder eine durchgehende vertikale Textem-Superisation sein müsste. Das ist indessen bei realen Texten niemals der Fall. Wie die Partitur zeigt, kommen also für Konnexionsbrüche alle theoretisch möglichen zu matchenden Zeichenbezüge in Frage, wobei im Falle von $M \cong O$ Kohäsion durch Isotopie, im Falle von $M \cong I$ Kohäsion durch Konnexion, und im Falle von $O \cong I$ Isotopie durch Konnexion abgelöst bzw. "gebrochen" wird. (Dazu kommen die reversen Brüche.) Als Verfeinerung kann man nun, wie dies schon durch das semiotische Textem-Modell vorausgesetzt wird, statt von einfachen Subzeichen wie in der obigen Partitur, von kontexturierten Subzeichen ausgehen. Diese sind im Falle einer 4-kontexturalen Semiotik (vgl. Kaehr 2008):

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Schauen wir uns also zuerst die homogenen matches an, wobei die erstlichen die kohäsiven Konnexe etablieren:

$(1.1)_1 \cong (1.1)_3$ $\quad$ $(1.2)_1 \cong (1.2)_4$ $\quad$ $(1.3)_3 \cong (1.3)_4$

$(1.1)_1 \cong (1.1)_4$

$(1.1)_3 \cong (1.1)_4$

die zweitheitlichen die isotopen Konnexe

$(2.1)_1 \cong (2.1)_4$ $\quad$ $(2.2)_1 \cong (2.2)_2$ $\quad$ $(2.3)_2 \cong (2.3)_4$

$(2.2)_1 \cong (2.2)_4$

$(2.2)_2 \cong (2.2)_4$

und die drittheitlichen die kohärenten Konnexe

$(3.1)_3 \cong (3.1)_4$ $\quad$ $(3.2)_2 \cong (3.2)_4$ $\quad$ $(3.3)_2 \cong (1.3)_3$

$(3.3)_2 \cong (1.3)_4$

$(3.3)_3 \cong (1.3)_4$.

Die entsprechenden Konnexionsbrüche (Kohäsion/Isotopie bzw. umgekehrt; Isotopie/Kohärenz bzw. umgekehrt, sowie Kohäsion/Kohärenz bzw. umgekehrt) bekommen wir also dadurch, dass wir die 15 homogenen matches zu (15 x 16)/2 = 120 inhomogenen matches paarweise kombinieren. Eine interessante Frage, die aber von der Textlinguistik abgeklärt werden müsste, ist, ob sich auch mehrfache Konnexionstypen (z.B. Kohäsion und Kohärenz, Isotopie und Kohärenz, usw.) sowie dementsprechend mehrfacher Konnexionsbruch nachweisen lässt. Fall dies zutrifft, kann man natürlich die 15 homogenen matches auch zu Tripeln, Quadrupeln, allgemein n-Tupeln kombinieren. Auf jeden Fall bietet die kontexturierte Semiotik ein über sämtliche literarischen, linguistischen und logischen Modelle hinausgehendes Organon zur Text- und Kontext-Analyse. Mit der Theorie der inhomogenen kontexturellen matches können erstmals auch sog. Unsinns-Texte unsinnslos präzise analysiert werden, oder wie Karl Valentin es im folgenden Kurz-Dialog ausdrückte (aus: Grunauer-Brug 1959, S. 9):

> Plötzlich hielt der Zug. Da ich auch nach Planegg wollte, sprach ich auf:
> "Sind wir schon da?"
> "Nein! Erst h i e r – d a sind wir erst, wenn wir d o r t sind!"

Literatur

de Beaugrande, Robert A./Dressler, Wolfgang U., Einführung in die Textlinguistik. Tübingen 1981

Greimas, Algirdas J., Die Isotopie der Rede. In: Kallmeyer, Werner et al. (Hrsg.), Lektürekolleg zur Textlinguistik. Bd. 2. Frankfurt am Main 1974, S. 126-152

Grunauer-Brug, Gusti, Passiert is was. München 1959

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Kummer, Werner, Grundlagen der Texttheorie. Reibek 1975

Mon, Franz, Zur Poesie der Fläche. In: Gomringer, Ernst (Hrsg.), konkrete poesie. Stuttgart 1972, S. 167-170 (1972a)

Mon, Franz, Texte in den Zwischenräumen. In: Gomringer, Ernst (Hrsg.), konkrete poesie. Stuttgart 1972, S. 170-173 (1972b)

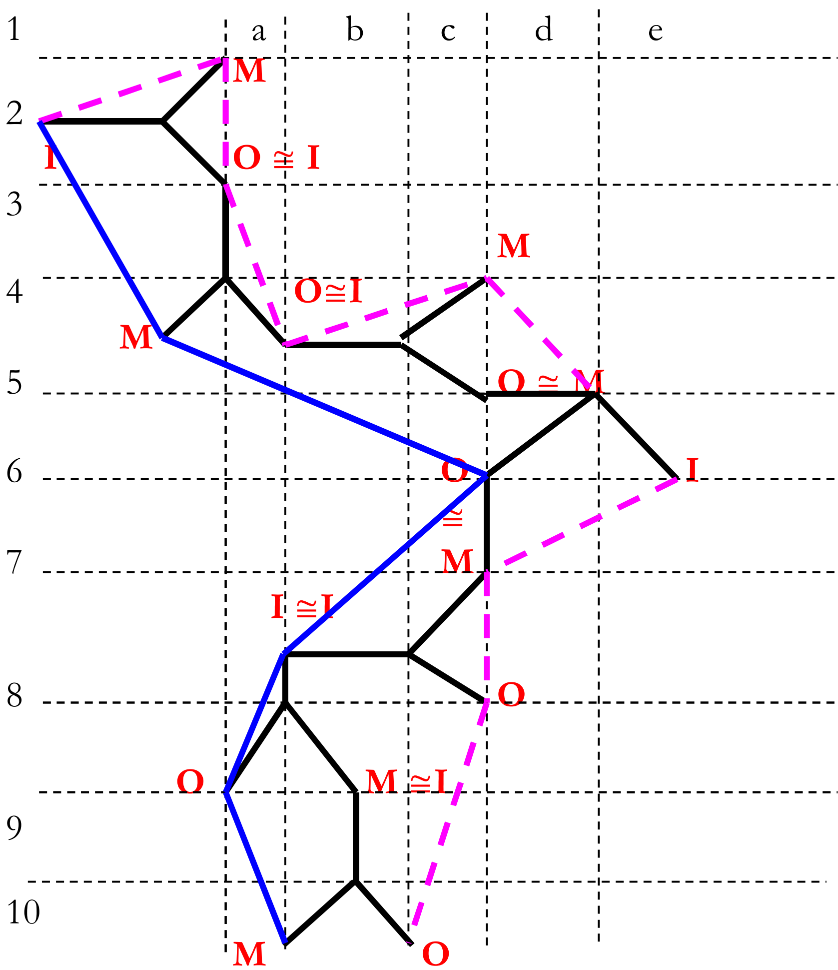
Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zwischentexte und ihre textematische Struktur

1. In seinem für die Konkrete Poesie bedeutenden Text „Texte in den Zwischenräumen“ schrieb Franz Mon, die Schriftzeichen „leisten ihre Sache am besten, wenn ihr ‚dies da‘ völlig verschwunden ist vor dem ‚sonst was‘ (in: Gomringer 1972, S. 172). Nach den Ausführungen in Toth (2009) können wir sagen: Ein Text hat je mehr Zwischenräume – und damit nach Mon Zwischentexte“, je mehr konnexale Brüche er aufweist, d.h. je weniger linear und je stärker flächig er ist, denn es ist das Kennzeichen kohäsiv, isotopisch oder kohärent homogener Texte, linear und nicht flächig zu sein. Als Beispiel für einen maximal nicht-konnexiven Text legen wir die folgende Textem-Partitur aus Toth (2009) zugrunde:



In der Partitur sind die äusseren Verbindungen der Bi-Zeichen mit einer gestrichelten violetten Linie und ihre inneren Verbidnungen mit einer ausgezogenen blauen Linie zu topologischen Räumen zusammengefasst. Dadurch entstehen zwischen der den Text als Textem-Struktur repräsentierenden schwarzen Linie und den beiden farbigen Linien zwei Zwischenräume, die wir linear wie folgt darstellen können:

1. I – M – (O ≅ M) – (I ≅ I) – O – M.

2. M – (O ≅ I) – (O ≅ I) – M – I – (O ≅ M) – O – O.

Wenn wir diese Zwischenräume berechnen wollen, müssen natürlich an der Stelle der M, O, I Subzeichen aus der semiotischen Matrix eingesetzt werden. Wenn wir zusätzlich die semiotischen Kontexturen berücksichtigen wollen, welche die sog. „Hintergrundshierarchien" der Textstrukturen angeben, müssen wir die Subzeichen kontexturieren. Im Falle einer 4-kontexturalen Semiotik (vgl. Kaehr 2008) gehen wir also von der folgende kontexturierten Matrix aus:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Nun genügt es natürlich nicht, einfach kontexturierte Subzeichen in die obigen Zwischenraumlinearisationen einzusetzen, denn diese enthalten ja „matching points". Vielmehr müssen wir also die komplexen Kontexurationen zunächst zu „matching conditions" auseinandernehmen:

$(1.1)_1 \cong (1.1)_3$	$(1.2)_1 \cong (1.2)_4$	$(1.3)_3 \cong (1.3)_4$
$(1.1)_1 \cong (1.1)_4$		
$(1.1)_3 \cong (1.1)_4$		
$(2.1)_1 \cong (2.1)_4$	$(2.2)_1 \cong (2.2)_2$	$(2.3)_2 \cong (2.3)_4$
	$(2.2)_1 \cong (2.2)_4$	
	$(2.2)_2 \cong (2.2)_4$	
$(3.1)_3 \cong (3.1)_4$	$(3.2)_2 \cong (3.2)_4$	$(3.3)_2 \cong (1.3)_3$
		$(3.3)_2 \cong (1.3)_4$
		$(3.3)_3 \cong (1.3)_4$.

Wenn wir z.B. setzen I = (3.1), O = (2.2), I = (1.3), dann bekommen wir für den 1. Zwischenraum z.B. folgende Möglichkeiten:

1a. $(3.1)_3 - (1.3)_3 - ((2.2)_1 \cong (1.3)_3) - ((3.1)_3 \cong (3.1)_4) - (2.2)_1 - (1.3)_3$.

1b. $(3.1)_4 - (1.3)_4 - ((2.2)_2 \cong (1.3)_4) - ((3.1)_4 \cong (3.1)_3) - (2.2)_2 - (1.3)_4$.

1c. $(3.1)_4 - (1.3)_4 - ((2.2)_4 \cong (1.3)_4) - ((3.1)_4 \cong (3.1)_3) - (2.2)_4 - (1.3)_4$.

und für den 2. Zwischenraum:

2a. $(1.3)_3 - ((2.2)_1 \cong (3.1)_3) - ((2.2)_1 \cong (3.1)_3) - (1.3)_3 - (3.1)_3 - ((2.2)_1 \cong (1.3)_3) - (2.2)_1 - (2.2)_2$.

2b. $(1.3)_4 - ((2.2)_2 \cong (3.1)_4) - ((2.2)_2 \cong (3.1)_4) - (1.3)_4 - (3.1)_4 - ((2.2)_2 \cong (1.3)_4) - (2.2)_1 - (2.2)_4$.

2c. $M - ((2.2)_4 \cong (3.1)_4) - ((2.2)_4 \cong (3.1)_4) - M - (3.1)_4 - ((2.2)_4 \cong M) - (2.2)_2 - (2.2)_1$.

Geht man von höheren Semiotiken als solchen mit 4 Kontexturen aus, ergeben sich schnell enorm anwachsende Komplexitäten.

Literatur

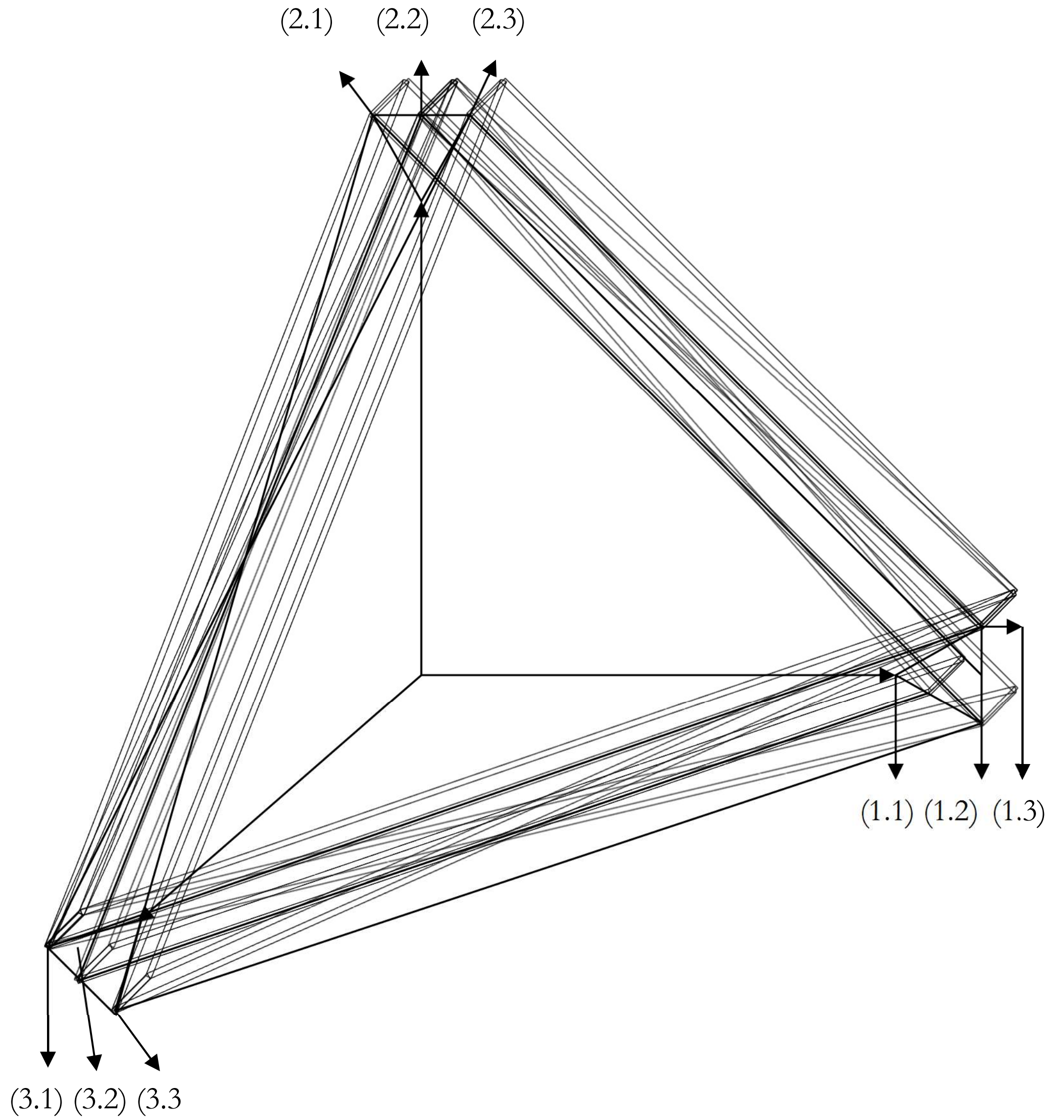
Gorminger, Eugen, konkrete poesie. Stuttgart 1972

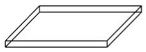
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

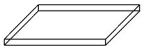
Toth, Alfred, Kohäsion, Isotopie und Kohärenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

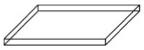
Spatiale Zeichen

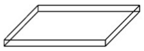
1. Ein neues 3-dimensionales Zeichenmodell wird vorgeschlagen:



 Zkl(3.1 2.2 1.3)

 Zkl(3.1 2.1 1.1)

 Zkl(3.2 2.2 1.2)

 Zkl(3.3 2.3 1.3)

$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\}$ 3 HZkln und ER

Je ein Paar von eingezeichneten (ebenso wie von den übrigen 6) Zeichenklassen genügen daher in räumlicher Hinsicht den flächigen Anforderungen der Definition eines semiotischen Textems (Kaehr 2009):

$$\begin{array}{ccccccccc}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\
\downarrow & \searrow & & & & & \downarrow & \searrow & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & | & \boxed{(3.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (1.h_{o,\xi,\nu})} & | & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\
\searrow & & \swarrow & & & & \searrow & & \swarrow \\
& [1, 1] & & & & & & [1, 1] &
\end{array}$$

Zur Differenzierung kann man entweder von erweiterten 2-deimensionalen Zeichenklassen ausgehen:

2-ZR* = ((3.a 3.b) (2.c 2.d) (1.e 1.f))
2-ZR** = ((3.a (1.b 2.c 3.d) 2.e (1.f 2.g 3.h) 1.i (1.j 2.k 3.l))

Im Falle von 2-ZR* werden je 2 Punkte der Trifurkationen jedes der drei Zeichenbezüge zu einem Paar von Subzeichen-Dyaden zusammengefasst. Im Falle von 2-ZR** genügt es, determinierte von determinierenden Zeichenklassen, z.B. durch Koloratur, zu unterscheiden.

Das hier vorgestellte Modell mag also als Ergänzung von Toth (2009) dem in der Glanzzeit der Konkreten Poesie von Pierre und Ilse Garnier formulierten Manifest des Spatialismus dienen: „Doch darf nicht vergessen werden, daß der Spatialismus im Zeitalter der Raumerforschung entstand - der Aufbruch in den Raum war von entscheidendem Einfluß auf unsere Arbeit. So wie Technik und Wissenschaft in den

Weltraum vordrangen, wollten wir den Sprach-Raum, das Sprach-Universum erschließen. Diese Beeinflussung von Kunst durch Wissenschaft ist ja nicht neu: die Möglichkeit des Fliegens bestimmte eine andere Sehweise für Apollinaire und die Kubisten, durch das Fliegen kann man die Wirklichkeit aus einer anderen Sehperspektive betrachten. Eine Bewußtseinsveränderung durch neuerschlossene Erfahrungsbereiche. Die Poesie als Parallele dessen, was zivilisatorisch an der Spitze stand: das Übernationale, Weltumspannende, das Verfügen über Energien, der Aufbruch in den Raum. Die Menschheit arbeitet seit Jahrtausenden daran, die Worte mit Leben aufzuladen. Auch die wissenschaftlichen Entdeckungen liefern zu diesem Werk ihren Beitrag. Die Worte sind so reich geworden, daß sie allein leben können. Wir sind auf dem Wege einer objektiven Poesie, d.h. wir bewegen uns auf den idealen Punkt hin, wo das Verb sich selbst schafft. Autonomie der Sprache. In der visuellen Poesie betrachten die Worte die Menschen und erwidern ihren Blick" (Garnier und Garnier 1994).

Literatur

Garnier Ilse/Garnier, Pierre, Max Bense und der Spatialismus. http://www.stuttgarter-schule.de/spatialismus.htm (1994)

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009)

Toth, Alfred, Ein semiotisches Modell für spatiale Texte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Gegenläufige Subzeichen

1. Wenn jemand von Hamburg nach Hannover fährt, nähert er sich nicht nur Hannover, sondern entfernt sich gleichzeitig von Hamburg. Diese jeder Bewegung innewohnende Doppelläufigkeit hat Rudolf Kaehr in der Einleitung seines schönen „Book of Diamond“ (vgl. jetzt Kaehr 2009) als Erklärungsmodell der „Parallax-Konstruktionen“ kontexturaler Systeme genommen. Wie ich in der vorliegenden Notiz zeige, kommt man mithilfe eines erweiterten Pro- und Antidromie-Begriffes zu interessanten Neudefinitionen der Subzeichen bereits in der klassischen (monokontexturalen) Semiotik.

2. Wir wollen festlegen, dass die Entfernung von einem Punkt A durch

$A\rightarrow$

und die Ankunft an einem Punkt B durch

$\rightarrow B$

bezeichnet werde. Ferner soll die Tatsache, dass es keine weitere Entfernung bzw. keine weitere Ankunft gibt (d.h. die simple Tatsache, dass man entweder dort bleibt, wo man ist und dort angelangt ist, wo man hin wollte) durch

$\varnothing\rightarrow$ bzw. $\rightarrow\varnothing$

ausdgedrückt werden. Nun kann man die Subzeichen der semiotischen Matrix einmal als Trichotomie und einmal als Triade betrachten, denn sie stehen jeweils in einem trichotomisch-triadischen bzw. triadisch-trichotomischen Kreuzungspunkt (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.):

$$\begin{array}{ccccc} 1.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2.1 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 2.3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3.1 & \rightarrow & 3.2 & \rightarrow & 3.3 \end{array}$$

Trichotomien

Triaden

Wir können die Subzeichen demnach wie folgt definieren:

Als Trichotomien:

$(1.1) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(1.2))$
$(1.2) = ((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(1.3))$
$(1.3) = ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)$

$(2.1) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2))$
$(2.2) = ((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3))$
$(2.3) = ((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)$

$(3.1) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2))$
$(3.2) = ((3.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3))$
$(3.3) = ((3.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)$

Als Triaden:

$(1.1) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.1))$
$(1.2) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2))$
$(1.3) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3))$

$(2.1) = ((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.1))$
$(2.2) = ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2))$
$(2.3) = ((1.3)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3))$

$(3.1) = ((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)$
$(3.2) = ((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)$
$(3.3) = ((2.3)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)$

3. Damit kann man also die Subzeichen als sowohl trichotomisch-triadische als auch triadisch-trichotomische Semiosen zusammengenommen wie folgt definieren:

$(1.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(1.2)) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.1)))$
$(1.2) = (((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(1.3)) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)))$
$(1.3) = (((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)))$

$(2.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)) \wedge ((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.1)))$
$(2.2) = (((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)) \wedge ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)))$
$(2.3) = (((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge ((1.3)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)))$

$(3.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)) \wedge ((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$

$(3.2) = (((3.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)) \wedge ((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$
$(3.3) = (((3.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge ((2.3)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$

4. Da diese Definitionen rekursiv sind, kann man – z.B. für gewünschte Verfeinerungen (vgl. Toth 2009) – Mirimanoff-Strukturen herstellen. Auf 1. Stufe (n+1) erhält man:

$(1.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(1.2)) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)) \wedge ((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.1)))))$
$(1.2) = (((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(1.3)) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)) \wedge ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)))))$
$(1.3) = (((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge ((1.3)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)))))$

$(2.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)) \wedge ((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)) \wedge ((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))))$
$(2.2) = (((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)) \wedge ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow(((3.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)) \wedge ((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))))$
$(2.3) = (((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge ((1.3)\rightarrow \wedge \rightarrow(((3.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)) \wedge ((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))))$

$(3.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(((3.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)) \wedge ((((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)) \wedge ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)))\rightarrow$
$\wedge \rightarrow\varnothing))) \wedge ((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$
$(3.2) = ((((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)) \wedge (((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)) \wedge ((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.1)))\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))\rightarrow \wedge$
$\rightarrow(3.3)) \wedge ((((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)) \wedge ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)))\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$
$(3.3) = (((((3.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)) \wedge ((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge ((2.3)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$,

usw.

5. Man kann nun zur Terminologie für trichotomische Abfahrt und Ankunft „Prodromie“ und „Antidromie“ einführen, und entsprechend für triadische Abfahrt und Ankunft „Anadromie“ und „Katadromie“ einführen. Jedes statische Subzeichen kann demnach als Erstarrung sowohl pro- wie antidromischer (trichotomischer) als auch ana- und katadromischer (triadischer) Semiosen (Prozesse) aufgefasst werden, wobei natürlich auch die Trichotomien und die Triaden selbst entsprechend der Benseschen Unterscheidung semiosischer und retrosemiosischer, generativer und degenerativer Semiosen einheitlich klassifiziert werden. Allerdings gibt es eine dritte, von Bense nicht berücksichtigte Form der paarweisen Gegenläufigkeit in semiotischen Systemen, und zwar die Diagonalität:

$$\begin{array}{ccccc}
1.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\
\downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow \\
2.1 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 2.3 \\
\downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow \\
3.1 & \rightarrow & 3.2 & \rightarrow & 3.3
\end{array}$$

Wie man ferner sieht, genügt hier die Charakterisierung der Gegenläufigkeit in ein „Vorher“ vs. „Nachher“ bzw. „Aufwärts“ bzw. „Abwärts“ nicht mehr, denn die Chiralität spielt hier eine Rolle bzw., einfacher gesagt, die Links-Rechts-Unterscheidung. Wenn wir die Nachfolgebeziehung (N) von Subzeichen als Modell heranziehen, kann man sehen, dass z.B.

N(1.2) = {(1.3), (2.2), (2.1), (2.3)}

gilt, wobei nur (1.3) und (2.2) die (unmittelbaren) trichotomischen und triadischen Nachfolger von (1.2) sind. (2.1) ist der diagonale Links- und (2.3) der diagonale Rechts-Nachfolger von (1.2). Wegen der dualen Vorgänger-Relation können wir hier z.B. von „Metadromie“ und „Paradromie“ sprechen, müssen allerdings klarmachen, ob es sich um aristero- (links-) oder dexio- (rechts-) Dromie handelt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Toth, Alfred, Ana- und katasemiotische Prozesse. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Ana-%20u.%20katasem.%20Proz..pdf (2009)

Metadromie und Paradromie

1. Wie in Toth (2009) auf der Basis von Kaehr (2009) ausgeführt, nähert sich jemand, der von St. Gallen nach Rorschach fährt, nicht nur Rorschach, sondern entfernt sich auch von St. Gallen. Obwohl die diesem Bild zugrunde liegende „Parallax-Konstruktion“ erst beim Übergang zu polykontexturalen Systemen nicht-trivial wird, wo sich Hin- und Rückweg nicht mehr decken, wurde bereits in Toth (2009) gezeigt, dass das Konzept der Gegenläufigkeit von Semiosen, die natürlich schon in Benses Unterscheidung von Semiosen und Retrosemiosen sowie Generation und Degeneration vorbereitet ist, bereits in der monokontexturalen Semiotik zu interessanten formalen Resultaten führt. In der vorliegenden Arbeit sollen die diagonalen gegenläufigen Bewegungen untersuchen, bei denen bekanntlich zwischen Links- und Rechtsbewegung (Aristero- und Dexiodromie) unterschieden werden muss.

2. In der folgenden semiotischen Matrix sind die gegenläufigen Bewegungen jeweils in Form der Nachfolger-Relation eingezeichnet:

$$
\begin{array}{ccccc}
1.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\
\downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow \\
2.1 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 2.3 \\
\downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow \\
3.1 & \rightarrow & 3.2 & \rightarrow & 3.3
\end{array}
$$

Jedes statische Subzeichen steht also im Schnittpunkt zweier Typen gegenläufiger Bewegungen, nämlich der trichotomischen Links$\leftrightarrows$Rechts-Bewegungen und der triadischen Aufwärts$\upharpoonleft\downharpoonright$Abwärts-Bewegungen. Damit erhalten wir:

$(1.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(1.2)) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.1)))$
$(1.2) = (((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(1.3)) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)))$
$(1.3) = (((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)))$

$(2.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)) \wedge ((1.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.1)))$
$(2.2) = (((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)) \wedge ((1.2)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)))$
$(2.3) = (((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge ((1.3)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)))$

$(3.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)) \wedge ((2.1)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$
$(3.2) = (((3.1)\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)) \wedge ((2.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$
$(3.3) = (((3.2)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge ((2.3)\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$

$$\begin{array}{ccccc} 1.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\ \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow \\ 2.1 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 2.3 \\ \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow & \swarrow\searrow & \downarrow \\ 3.1 & \rightarrow & 3.2 & \rightarrow & 3.3 \end{array}$$

Separat sollen hier die meta- und paradromischen Bewegungen für Links- und Rechts-Nachfolger bzw. –Vorgänger untersucht werden. Zuerst die Rechts-Nachfolger:

$(1.1) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2))$
$(1.2) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3))$
$(1.3) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)$

$(2.1) = (\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2))$
$(2.2) = (1.1\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3))$
$(2.3) = (1.2 \rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing))$

$(3.1) = (\varnothing\rightarrow \wedge \varnothing)$
$(3.2) = ((2.1)\rightarrow \wedge \varnothing)$
$(3.3) = ((2.2)\rightarrow \wedge \varnothing)$

Und nun die Links-Nachfolger:

$(1.1) = (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing)$
$(1.2) = (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.1))$
$(1.3) = (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.2))$

$(2.1) = (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(1.2))$
$(2.2) = ((3.1)\leftarrow \wedge \leftarrow(1.3))$
$(2.3) = ((3.2)\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing)$

$(3.1) = (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.2))$
$(3.2) = (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.3))$
$(3.3) = (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing)$

Wie bereits bei den Pro-/Antidromien und den Ana-Katadromien, kann man also auch hier die Definitionen der diagonalen gegenläufigen Bewegungen zusammennehmen und erhält dann:

$(1.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.2)) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing))$
$(1.2) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(2.3)) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.1))$
$(1.3) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.2)))$

$(2.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(3.2)) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(1.2)))$
$(2.2) = ((1.1\rightarrow \wedge \rightarrow(3.3)) \wedge ((3.1)\leftarrow \wedge \leftarrow(1.3)))$
$(2.3) = ((1.2 \rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)) \wedge ((3.2)\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing))$

$(3.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.2)))$
$(3.2) = (((2.1)\rightarrow \wedge \varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.3)))$
$(3.3) = (((2.2)\rightarrow \wedge \varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing))$

Und ebenfalls wie bei den übrigen gegenläufigen Paaren kann man auch hier wegen der Rekursivität der Definitionen einsetzen und erhält dadurch theoretisch unendliche Mirimanoff-artige Serien mit verschachtelten Definitionen, bei denen man die Subzeichen trotzdem nicht aus den Definientia „hinausbringt". In den folgenden absteigenden Hierarchien wurden auf einer 1. Stufe die Subzeichen durch ihre Links-Nachfolger ersetzt:

$(1.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow((3.1)\leftarrow \wedge \leftarrow(1.3))) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing))$
$(1.2) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow((3.2)\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing)) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(1.2)))$
$(1.3) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow((3.1)\leftarrow \wedge \leftarrow(1.3))))$

$(2.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow(\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.3))) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.1))))$
$(2.2) = ((\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing)\rightarrow \wedge \rightarrow(\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing)) \wedge ((\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(2.2))\leftarrow \wedge \leftarrow(\varnothing\rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)))$
$(2.3) = ((\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(1.2))) \rightarrow \wedge \rightarrow\varnothing)) \wedge ((\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow((3.2)\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing))\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing))$

$(3.1) = ((\varnothing\rightarrow \wedge \varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow((3.1)\leftarrow \wedge \leftarrow(1.3))))$
$(3.2) = (((\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow(1.2))\rightarrow \wedge \varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow((3.2)\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing)))$
$(3.3) = ((((3.1)\leftarrow \wedge \leftarrow(1.3))\rightarrow \wedge \varnothing) \wedge (\varnothing\leftarrow \wedge \leftarrow\varnothing))$

Da es nur je zwei Subzeichen gibt, deren rekursive Definitionen nicht wieder andere Subzeichen als ∅ enthalten - (1.3), (3.1) bei Rechts-Nachfolgern und (1.1) und (3.3) bei den Links-Nachfolgern -, müssten also sämtliche Subzeichen einer Definition ausschliesslich durch diese oder Kombinationen ersetzt werden, damit die Mirimanoff-Serien zu einem Stillstand kommen. Dies ist im Gegensatz zu den in Toth (2009) untersuchten gegenläufigen Bewegungen nur bei der Diagonalität der Fall, die, wie so oft, auch in dieser Hinsicht eine Sonderstellung innerhalb der Semiotik einnimmt.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Toth, Alfred, Gegenläufige Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Gegenläufige Zeichenklassen und Realitätsthematiken

1. In Toth (2009a, b) hatten wir gezeigt, dass man bereits in der monokontexturalen Semiotik zwischen gegenläufigen Bewegungen, d.h. Semiosen oder Prozessen unterscheiden kann. Dieser Gedanke liegt natürlich bereits der Benseschen Unterscheidung zwischen generativen und degenerativen bzw. semiosischen und retrosemiosischen Prozessen zugrunde:

(1.1) → (1.2) vs. (1.1) ← (1.2)
(1.1) → (2.1) vs. (1.1) ← (2.1)

Allerdings wird hier die Bensesche Unterscheidung dahingehend spezifiziert, als der semiotischen Gegenläufigkeit die von Kaehr (2009) eingeführte gleichzeitige antidromische Bewegung unterlegt wird. Wie Kaehr im Einleitungskapitel seines Buches „The Book of Diamonds“ (2009) gezeigt hat, nähert sich jemand, der von A nach B fährt, nicht nur B, sondern entfernt sich gleichzeitig auch von A. Anders ausgedrückt: Während die Benseschen Unterscheidungen entweder semiosische oder retrosemiosische, generative oder degenerative Prozesse implizieren, betrifft die Gegenläufigkeit beide Prozesse zur gleichen Zeit. Es ist klar, dass diese Unterscheidung erst in kontexturellen semiotischen Systemen zu bedeutenden semiotischen Abweichungen gegenüber der Peirceschen Basistheorie führt.

2. Wie in Toth (2009a, b), gehen wir aus von der folgenden semiotischen Matrix, in die wir die Nachfolgerelationen als Stellvertreter der entsprechenden gegenläufigen Bewegungen eingezeichnet haben und unterscheiden demnach zwischen linearen (triadischen und trichotomischen) und nicht-linearen (diagonalen) Bewegungen, innerhalb der triadischen Bewegungen zwischen pro- und antidromischen, innerhalb der trichotomischen Bewegungen zwischen ana- und katadromischen, und innerhalb der diagonalen Bewegungen zwischen para- und metadromischen (von links oben nach rechts unten bzw. umgekehrt) einerseits und zwischen links- und rechts- para- und metadromischen andererseits:

1.1 → 1.2 → 1.3
↓ ↙↘ ↓ ↙↘ ↓
2.1 → 2.2 → 2.3
↓ ↙↘ ↓ ↙↘ ↓
3.1 → 3.2 → 3.3

Jedes statische Subzeichen steht also im Schnittpunkt dreier Typen gegenläufiger Bewegungen, nämlich der trichotomischen Links⇆Rechts-Bewegungen, der triadischen Aufwärts⇅Abwärts-Bewegungen und der beiden diagonalen Bewegungen in Richtung der Haupt- oder der Nebendiagonale.

Zunächst erhalten wir für die trichotomischen und triadischen Bewegungen:

(1.1) = ((∅→ ∧ →(1.2)) ∧ (∅→ ∧ →(2.1)))
(1.2) = (((1.1)→ ∧ →(1.3)) ∧ (∅→ ∧ →(2.2)))
(1.3) = (((1.2)→ ∧ →∅) ∧ (∅→ ∧ →(2.3)))

(2.1) = ((∅→ ∧ →(2.2)) ∧ ((1.1)→ ∧ →(3.1)))
(2.2) = (((2.1)→ ∧ →(2.3)) ∧ ((1.2)→ ∧ →(3.2)))
(2.3) = (((2.2)→ ∧ →∅) ∧ ((1.3)→ ∧ →(3.3)))

(3.1) = ((∅→ ∧ →(3.2)) ∧ ((2.1)→ ∧ →∅))
(3.2) = (((3.1)→ ∧ →(3.3)) ∧ ((2.2)→ ∧ →∅))
(3.3) = (((3.2)→ ∧ →∅) ∧ ((2.3)→ ∧ →∅))

Ferner bekommen wir für die diagonalen Bewegungen:

(1.1) = ((∅→ ∧ →(2.2)) ∧ (∅← ∧ ←∅))
(1.2) = ((∅→ ∧ →(2.3)) ∧ (∅← ∧ ←(2.1))
(1.3) = ((∅→ ∧ →∅) ∧ (∅← ∧ ←(2.2)))

(2.1) = ((∅→ ∧ →(3.2)) ∧ (∅← ∧ ←(1.2)))
(2.2) = ((1.1→ ∧ →(3.3)) ∧ ((3.1)← ∧ ←(1.3)))
(2.3) = ((1.2 → ∧ →∅)) ∧ ((3.2)← ∧ ←∅))

(3.1) = ((∅→ ∧ ∅) ∧ (∅← ∧ ←(2.2)))
(3.2) = (((2.1)→ ∧ ∅) ∧ (∅← ∧ ←(2.3)))
(3.3) = (((2.2)→ ∧ ∅) ∧ (∅← ∧ ←∅))

Wie man leicht sieht, ist jedoch ein Subzeichen, da es ja in einer 2-dimensionalen Matrix steht, durch die triadisch-trichotomische Definition ODER durch die diagonale eindeutig charakterisiert.

3. Wenn man allerdings die Subzeichen zu Zeichenklassen zusammensetzt bzw. von Zeichenklassen oder ihren dualen Realitätsthematiken ausgeht, dann erhebt sich vor der Hintergrund der semiotischen Gegenläufigkeitstheorie die Frage, wie ihre Subzeichen zu interpretieren sind. Wenn wir neben den bereits früher eingeführten Symbolen → und ← noch die bereits in der obigen Matrix benutzten Symbole ↙ und ↘ verwenden, hat die allgemeine Form einer Zeichenklasse

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3)

die folgenden Interpretationen:

(3.a→ 2.b→ 1.c→)
(3.a→ 2.b→ 1.c←)
(3.a→ 2.b← 1.c→)
(3.a← 2.b→ 1.c→)

(3.a→ ←2.b ←1.c)
(3.a← ←2.b 1.c→)
(3.a← 2.b→ ←1.c)
(3.a← 2.b← ←1.c)

(3.a↘ 2.b↘ 1.c↘)
(3.a↘ 2.b↘ 1.c←)
(3.a↘ 2.b↙ 1.c↘)
(3.a↙ 2.b↘ 1.c↘)

(3.a↘ ↙2.b ↙1.c)
(3.a↙ ↙2.b 1.c↘)
(3.a↙ 2.b↘ ↙1.c)
(3.a↙ 2.b↙ ↙1.c)

sowie die Kombinationen von →, ←, ↘ und ↙, d.h. es gibt total 16 x 16 = 256 Möglichkeiten nur schon bei einer Richtung von gegenläufigen Vorwärts-/Rückwärts-, Aufwärts-/Abwärts- und haupt- und nebendiagonalen Bewegungen, insgesamt also 512 hinsichtlich der „Parallax-Konstruktionen“ geschiedene Möglichkeiten pro Zeichenklasse sowie pro Realitätsthematik. Somit lässt sich also das Peircesche System der 10 Zeichenklassen und ihrer dualen Realitätsthematiken auf 20 x 512 = 10'240 Zeichenrelationen differenzieren, und dies, wohlverstanden, allein im mokonontexturalen Fall, d.h. wenn alle Subzeichen einer Zeichenrelation, wie hier vorausgesetzt, der selben semiotischen Kontextur angehören. Eine einfache Überlegung lehrt, dass wir uns in bereits einer 4-kontexturalen (für triadische Zeichenrelationen idealen) Semiotik, wo es also 15 kontexturelle Kombinationen pro Zeichenklasse gibt, vor einer Komplexität von 153'600 kontexturell sowie im Hinblick auf Gegenläufigkeit differenzierten und differenzierbaren Zeichenrelationen konfrontiert sehen.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Toth, Alfred, Gegenläufige Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Para- und Metadromie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotik der Ready-Mades

1. Max Bense stellte fest: „Vom semiotischen Standpunkt aus gesehen, handelt es sich beim Ready-Made stets um eine Transformation des ontologischen Zustandes eines Gegenstandes in seinen semiotischen Zustand, demnach um die Überführung eines Objektzustandes in den Zeichenzustand bzw. in den Relationszustand. Ein Ready-Made ist also kein durch den Gegenstand unmittelbar determiniertes, sondern durch die Umgebung mittelbar determiniertes künstlerisches Objekt. Das Ready-Made muss demnach in einer umgebungsabhängigen und damit interpretantenbestimmten, nicht objektbestimmten Zeichensituation gesehen werden“ (in: Bense/Walther 1973, S. 80 f.).

2. In einem anderen Stichwort hatte Bense festgestellt, dass der „Zeichenträger ein triadisches Objekt“ sei (Bense/Walther 1973, S. 71; cf. Toth 2009b). Nun ist ein Ready-Made nicht nur das Referenzobjekt, sondern die Umgebung des Zeichens bestimmt. Dies impliziert, wie auch in Toth (2009a) gezeigt, in zweireihiges korrelatives Zeichenmodell, das man wie folgt skizzieren kann:

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{M} & \Omega & \mathcal{I} \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ M & O & I, \end{array}$$

worin $\mathcal{M}$ das materiale Mittel, Ω das ontische Referenzobjekt und $\mathcal{I}$ die reale Umgebung des Zeichens sind. $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ sind also vom Zeiche aus gehen transzendente Objekte. Weil somit nicht nur $\mathcal{M}$, sondern auch Ω und $\mathcal{I}$ triadische Objekte sind, erhalten wir neben den drei Basisrelationen der relationalen Semiotik

$(M \rightarrow O)$
$(O \rightarrow I)$
$(M \rightarrow I)$ und Konversen

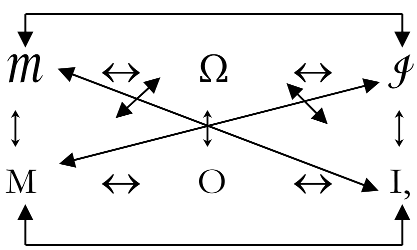
die drei Basisrelationen der kategorialen Ontologie

$(\mathcal{M} \rightarrow \Omega)$
$(\Omega \rightarrow \mathcal{I})$
$(\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I})$ und Konversen,

sowie die kombinierten semiotisch-ontologischen Relationen

$(M \rightarrow \mathcal{M})$
$(O \rightarrow \Omega)$ $\quad$ $(O \rightarrow \mathcal{M})$
$(I \rightarrow \mathcal{I})$ $\quad$ $(O \rightarrow \mathcal{I})$ $\quad$ $(I \rightarrow \mathcal{M})$,

total also die bei einer Menge von 6 Elementen zu erwartenden 12 Partialrelationen:



Man kann nun die 12 Partialrelationen und ihre Konversen als 24 Mengen von semiotischen, ontologischen oder semiotisch-ontologischen Subrelationen im Sinne von Paaren von Dyaden zu definieren:

1. $(M \rightarrow O) \quad = \{((1.c), (2.b))\}$
2. $(O \leftarrow M) \quad = \{((2.b), (1.c))\}$
3. $(O \rightarrow I) \quad = \{((2.b), (3.a))\}$
4. $(O \leftarrow I) \quad = \{((3.a), (2.b))\}$
5. $(M \rightarrow I) \quad = \{((1.c), (3.a))\}$
6. $(M \leftarrow I) \quad = \{((3.a), (1.c))\}$
7. $(\mathcal{M} \rightarrow \Omega) \quad = \{((\mathsf{1.c}), (\mathsf{2.b}))\}$
8. $(\mathcal{M} \leftarrow \Omega) \quad = \{((\mathsf{2.b}), (\mathsf{1.c}))\}$
9. $(\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I}) \quad = \{((\mathsf{1.c}), (\mathsf{3.a}))\}$
10. $(\mathcal{M} \leftarrow \mathcal{I}) \quad = \{((\mathsf{3.a}), (\mathsf{1.c}))\}$
11. $(\Omega \rightarrow \mathcal{I}) \quad = \{((\mathsf{2.b}), (\mathsf{3.a}))\}$
12. $(\Omega \leftarrow \mathcal{I}) \quad = \{((\mathsf{3.a}), (\mathsf{2.b}))\}$
13. $(M \rightarrow \mathcal{M}) \quad = \{((1.c), (\mathsf{1.c}))\}$
14. $(M \leftarrow \mathcal{M}) \quad = \{((\mathsf{1.c}), (1.c))\}$
15. $(O \rightarrow \Omega) \quad = \{((2.b), (\mathsf{2.b}))\}$
16. $(O \leftarrow \Omega) \quad = \{((\mathsf{2.b}), (2.b))\}$

17. $(O \rightarrow \mathcal{M}) = \{((2.b), (\mathsf{1.c}))\}$
18. $(O \leftarrow \mathcal{M}) = \{((\mathsf{1.c}), (2.b))\}$
19. $(O \rightarrow \mathcal{I}) = \{((2.b), (\mathsf{3.a}))\}$
20. $(O \leftarrow \mathcal{I}) = \{((\mathsf{3.a}), (2.b))\}$
21. $(I \rightarrow \mathcal{M}) = \{((3.a), (\mathsf{1.c}))\}$
22. $(I \leftarrow \mathcal{M}) = \{((\mathsf{1.c}), (3.a))\}$
23. $(I \rightarrow \mathcal{I}) = \{((3.a), (\mathsf{3.a}))\}$
24. $(I \leftarrow \mathcal{I}) = \{((\mathsf{3.a}), (3.a))\}$

Die „umgebungsabhängigen und damit interpretantenbestimmten, nicht objektbestimmten Zeichensituationen“ sind damit die folgenden, die entweder zeicheninterne oder zeicheninterne Umgebungen, d.h. I oder $\mathcal{I}$, aber weder die Fundamentalkategorie O noch die „Realkategorie“ Ω enthalten:

5. $(M \rightarrow I) = \{((1.c), (3.a))\}$
6. $(M \leftarrow I) = \{((3.a), (1.c))\}$
9. $(\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I}) = \{((\mathsf{1.c}), (\mathsf{3.a}))\}$
10. $(\mathcal{M} \leftarrow \mathcal{I}) = \{((\mathsf{3.a}), (\mathsf{1.c}))\}$
21. $(I \rightarrow \mathcal{M}) = \{((3.a), (\mathsf{1.c}))\}$
22. $(I \leftarrow \mathcal{M}) = \{((\mathsf{1.c}), (3.a))\}$
23. $(I \rightarrow \mathcal{I}) = \{((3.a), (\mathsf{3.a}))\}$
24. $(I \leftarrow \mathcal{I}) = \{((\mathsf{3.a}), (3.a))\}$

Da wir diese Partialrelationen bereits als Mengen von Dyaden-Paaren definiert haben, kann man mühelos Zeichenklassen bilden, welche die obigen 8 Partialrelationen enthalten, und zwar nach dem erweiterten allgemeinen Zeichenschema

$ZR+ = (3.a\ (b.c)\ 2.d\ (e.f)\ 1.g\ (h.i))$, mit $a, ..., i \in \{.1, .2, .3\}$

Da man problemlos eine 4-kontexturale Struktur über einer triadischen Semiotik – und damit auch über ZR+ - definieren kann (vgl. Kaehr 2008), kann man ZR+ auch in der Form

$ZR+_{cont} = (3.a_{\alpha,\beta,\gamma}\ (b.c)_{\delta,\varepsilon,\zeta}\ 2.d_{\eta,\theta,\iota}\ (e.f)_{\kappa,\lambda,\mu}\ 1.g_{\mu,\nu,\xi}\ (h.i)_{o,\pi,\varrho})$

mit $\alpha, ..., \varrho \in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$,

wobei je ein Tripel von kontexturellen Indizes durch $\emptyset$ zu einem Paar wird, wenn das betreffende indizierte Subzeichen kein genuines, d.h. kein identitiver Morphismus ist. Dann kann man alternativ – oder supplementär – die Umgebungen von Zeichen im Sinne von polykontexturalen environments auch mit Hilfe dieser kontexturellen Indizes bestimmen.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu den semiotischen Bezügen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20Bezuege.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Triadische Zeichen und triadische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Zur Struktur des Kontexturübergangs zwischen Zeichen und Objekt

1. Man kann den Kontexturübergang zwischen Zeichen und Objekt natürlich sehr einfach formal darstellen

$Z \rightarrow O$

Schwieriger wird es bereits, wenn man sich fragt, ob der konversen Relation

$O \rightarrow Z$

ein Pendant in der realen Welt entspricht. Wie man seit Günthers Arbeiten zur Polykontexturalitätstheorie weiss, entspricht der Abgrund, der Zeichen und Objekt voneinander trennt dem Abgrund zwischen Leben und Tod, und aus dem Tod ist man bisher nur im Reich der Phantasie, der Literatur, des Films und der Bildenden Kunst zurückgekommen. Also müsste man schliessen, es sei müssig, sich um das Niemandsland zwischen Z und O zu kümmern, gesetzt, es gebe überhaupt ein solches.

2. In Wahrheit sind die Verhältnisse um einiges komplexer. Zunächst muss man sich bewusst sein, dass ein Zeichen Z kein rein ideelles Gebilde ist, sondern immer eines Zeichenträgers bedarf, der naturgemäss material sein muss, da sich das Zeichen sonst nicht manifestieren könnte und also zwecklos wäre. Als materiales Objekt gehört der Zeichenträger, wir wollen ihn $\mathcal{M}$ nennen, der realen Welt an. Er ist also sozusagen das Bindeglied zwischen dem ideellen und dem materiellen Teil des Zeichens. Bedeutet dies aber nicht bereits, dass $\mathcal{M}$ in diesem Fall wie ein Schamane auf der Scheidelinie zwischen dem Diesseits und dem Jenseits, zwischen Sein (Bewusstsein) und Seiendem (Welt) steht? Wir stellen weiter fest, dass auch das vom Zeichen bezeichnete Objekt Ω, obwohl es nicht zum Zeichen selbst gehört, sondern sich das Zeichen nur auf es bezieht, Teil dieser realen Welt ist. Somit kann man schliessen, dass

$\mathcal{M} \subset \Omega$

gilt. $\mathcal{M}$ und Ω sind also die realen Korrelate der Fundamentalkategorien M, dem Mittelbezug und O, dem Objektbezug des Zeichens. Wie steht es mit dem Interpretantenbezug I? Da es in der Macht eines Zeichensetzers steht, jedes beliebige Objekt zum Zeichen zu erklären (Bense 1967, S. 9), steht der Interpretantenbezug ebenfalls in einer Inklusionsrelation zum Bewusstsein des Interpreten, d.h. wir haben

$I \subset \mathfrak{I}$.

2. Damit ist unsere obige Relation schon etwas komplexer geworden:

$(M, O, I) \rightarrow (\mathfrak{m}, \Omega, \mathfrak{I})$

Nun wird aber die Kontexturengrenze zwischen den beiden Relationen durch $(I \subset \mathfrak{I})$ durchbrochen, denn damit wird eine Verbindung zwischen beiden Seiten hergestellt. Ferner haben wir noch die Ersetzung $(\mathfrak{m} \subset \Omega)$ zu berücksichtigen, d.h. wir bekommen

$(M, O, I) \rightarrow (\mathfrak{m}, (\mathfrak{m} \subset \Omega), (I \subset \mathfrak{I}))$.

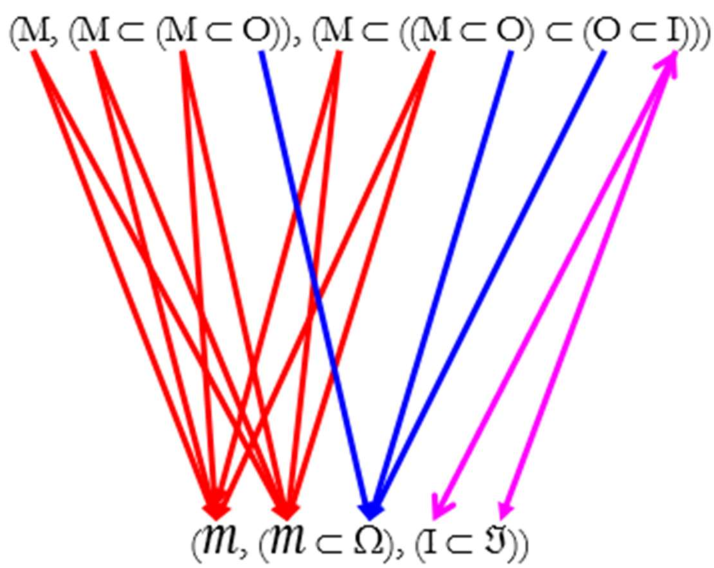
Damit ist aber die Geschichte der Nacht zwischen Zeichen und Objekt noch nicht zuende. Denn das Peircesche Zeichen ist ja als verschachtelte Relation über Relationen definiert (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), d.h. wir haben

$M = M$
$O = (M \subset (M \subset O))$
$I = (M \subset ((M \subset O) \subset (O \subset I))$

Damit bekommen wir also

$(M, (M \subset (M \subset O)), (M \subset ((M \subset O) \subset (O \subset I))) \rightarrow (\mathfrak{m}, (\mathfrak{m} \subset \Omega), (I \subset \mathfrak{I}))$.

3. Wenn wir uns nun ansehen, was der Pfeil genau bedeutet, der ursprünglich eine einfache Abbildung $(Z \rightarrow O)$ bzw. $(O \rightarrow Z)$ war, dann haben wir



Was wir hier getan haben, ist, die einander korrelativen Kategorien (d.h. M und $\mathcal{M}$, O und Ω, I und $\mathfrak{I}$) so verbunden, dass sie (in dieser Reihenfolge) rot, blau und violett markiert sind. Wie man sieht, sind in der dieser Darstellung zugrunde liegenden Relation (Z → O) nur die sowohl „oben" wie „unten" aufscheinenden Fundamentalkategorien I und I durch einen bilateralen Pfeil verbunden, d.h. hier liegt der einzige Pfad, der aus der Dunkelheit der Nacht wieder ins Licht des Tages zurückführt. Alle übrigen 14 Pfade sind „Einweg"-Reisen in die Nacht. Daraus erkennt man nun auch, weshalb es nicht so einfach ist, wie anfangs dargestellt, wo wir die zu (Z → O) konverse Relation einfach als (O → Z) dargestellt haben. Natürlich kann man nun das obige Schema einerseits dadurch verfeinern, dass man für das korrelative zweireihige Schema der ontologischen und semiotischen Kategorien die Subzeichen der entsprechenden Matrizen einsetzt (vgl. Toth 2009). Anderseits kann man sich der von Rudolf Kaehr eingeführten kontexturalen Semiotik bedienen (vgl. Kaehr 2008) und die einzelnen Subzeichen durch Kontexturenzahlen indizieren. Damit sollte also klar geworden sein, dass der Abgrund, der Zeichen und Objekt voneinander trennt, alles andere als simpel ist und ein höchst interessantes relationales Geflecht aufweist, das die Partialrelationen der Objekt- und der Zeichenrelationen miteinander verbindet und sogar mindestens einen Weg mit Rückkehrticket bereithält.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Redundanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Identität und Differenz bei Subrelationen und Kontexturenzahlen

1. Gemäß Bense gilt bekanntlich die von ihrer Realitätsthematik numerisch nicht unterscheidbare Zeichenklasse

Zkl = (3.1, 2.2, 1.3)

×Zkl = Rth = (3.1, 2.2, 1.3)

als "dualidentisch", und daher ist das aus Zkl und Rth bestehende Dualsystem "eigenreal" (Bense 1992).

Betrachten wir jedoch Zkl und Rth näher, so bekommen wir

Zkl:	3.1(Rhema)	2.2 (Index)	1.3(Legizeichen)
Rth:	3.1(Legizeichen)	2.2 (Index)	1.3(Rhema),

d.h. die numerische Ähnlichkeit ist keine "Wiederkehr des Gleichen" (Nietzsche), d.h. keine iterative, sondern eine akkretive Wiederholung, insofern Legizeichen und Rhema ineinander transformiert werden.

2. Diese Einsicht kommt eindrücklich dann zutage, wenn man mit Kaehr (2009, S. 257) mit von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix kontexturiert

3 – contextural semiotic matrix

$$Sem^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}.$$

Hernach kann man neu drei Typen von Identitäten und Differenzen zwischen semiotischen Subrelationen und Kontexturenzahlen unterscheiden.

2.1. Differenz der Subrelationen und Identität der Kontexturen

$Zkl = (3.1_3, 2.1_1, 1.2_1)$

$Rth \neq (Zkl) = (2.1_1, 1.2_1, 1.3_3)$

2.2. Identität der Subrelationen und Differenz der Kontexturen

$Zkl = (3.3_{2.3}, 2.2_{1.2}, 1.1_{1.3})$

$Rth \neq Zkl = (1.1_{3.1}, 2.2_{2.1}, 3.3_{3.2})$

2.3. Differenz der Subrelationen und Differenz der Kontexturen

$Zkl = (3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3)$

$Rth = Zkl = (3.1_3, 2.\ 2_{2.1}, 1.3_3)$

Identität der Subrelationen gibt es somit nur bei der semiotischen Haupt-, nicht aber bei der Nebendiagonalen, d.h. bei der sog. Kategorienklasse. Hingegen findet man Identität der Kontexturenzahlen bei allen Zeichenklassen und Realitätsthematiken, welche keine identititven Subrelationen enthalten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2007

Nochmals: Gibt es polykontexturale Zeichen?

1. Rudolf Kaehr hat in einem langen Artikel die Frage zu beantworten versucht, ob es polykontexturale Zeichen, ja ob es Zeichen überhaupt gebe (Kaehr 2009). Dazu ist zunächst zu bemerken, dass die Existenz von Zeichen primär aus Ihrer Verwendung resultiert: Wenn ich einen Knoten in mein Taschentuch mache, um mich daran zu erinnern, am nächsten Morgen meine Tochter zum Arzt zu bringen, dann habe ich ganz offenbar dieses Stück Materie als Teil der Welt mit einem Stück meines Bewusstseins imprägniert und somit jene Transformation vollzogen, deren Endprodukt Bense (1967, S. 9) ein „Metaobjekt" nannte: Ein Zeichen ist also insofern ein Metaobjekt, als es als Objekt auf etwas weiteres verweist, d.h. benutzt oder verwendet wird, um etwas anderes zu ersetzen bzw. zu repräsentieren. Ein Zeichen ist somit ein Repräsentationsschema, auf dessen Existenz wir von seiner Verwendung schliessen können, ähnlich wie wir von der Verwendung von Objekten der materiellen Welt auf die Existenz kleinster materieller Bestandteile schliessen können, zunächst gleichgültig, ob wir sie Atome, Moleküle, Quarks usw. nennen. So wie das Atom der wesentliche Baustein der materiellen Welt ist, so könnte man sagen, das Zeichen sei der wesentliche Baustein der geistigen Welt.

2. Nun hat das Zeichen in dieser Beziehung aber einen bemerkenswerten Sonderstatus, denn es partizipiert gleichzeitig in der materiellen wie der geistigen Welt, da es nämlich einen materialen Träger zu seiner Manifestation braucht. Abstrakte Zeichen, d.h. genauer Zeichenschemata, wie wir sie in der Theoretischen Semiotik verwenden, taugen nämlich nicht, wenn es – wie im Falle des verknoteten Taschentuch – um eine praktische Anwendung geht. Stelle ich mir ein Zeichen nur im Kopf vor, dann habe ich keine Garantie, dass ich den Arztbesuch meiner Tochter am nächsten Morgen nicht doch vergesse. Realisiere ich diesen Gedanken, d.h. das Objekt, nur im Kopf, so ist mir ja nicht geholfen, denn warum soll ich den geistigen Gedanken durch ein rein geistiges Zeichen verdoppeln, das ich so leicht vergessen kann wie den Gedanken selbst? Es ist also gerade die materielle Verankerung durch den Zeichenträger, der mich an den Gedanken erinnert, morgen eine bestimmte Handlung zu vollziehen und meine Tochter zum Arzt zu bringen. Zeichen stehen also sozusagen mit einem Fuss auf der materiellen Erde und sind mit dem Rest ihres Wesens im Bewusstsein, während Atome rein materielle Bestandteile sind, auch wenn die Existenz von kleinsten materiellen Bestandteilen oft nur theoretische Konstrukte sind. Zweiffelos gibt es also Zeichen, und Zeichen vermitteln, vermöge ihrer Doppelnatur, die sie in einem gewissen Sinne dem Dualismus der Elektronen vergleichbar macht, zwischen materieller und geistiger Welt oder, wie Bense (1975, S. 16) sagte: sie überbrücken die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein. Abstrakte Zeichenrelationen sind reine Bewusstseinsfunktionen, Atome sind reine Weltfunktionen, und konkrete Zeichen sind Transformationsfunktionen zwischen Welt und Bewusstsein:

$AZR = f(\beta) = (M, O, I)$
$Atome = f(\omega) = (x, y, z, t)$
$KZR = f(\beta, \omega) = (\mathcal{M}, M, O, I)$.

3. Damit kommen wir zum speziellen Fall der polykontexturalen Zeichen. Für die Semiotik bedeutet, wie Kronthaler (1992) sehr richtig gesehen hat, Polykontexturalität primär, dass das Zeichen ZR (als AZR sowie KZR) sowie das von ihm bezeichnete Objekt Ω verschiedenen Welten angehören. Wir hätten damit im Falle des konkreten Zeichens

$$KZR = f(\beta, \omega_1, \omega_2, \omega_3, ..., \omega_n) = (\beta, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n)$$

Da polykontexturale Logik jedoch die Variablenstellen der klassischen Logik durch Positionen weiterer Subjektivität erweitern, setzt eine polykontexturale Logik auch mehr als ein Bewusstsein voraus, d.h. wir haben im Falle des abstrakten Zeichens

$$AZR = f(\beta_1, \beta_2 , \beta_3, ..., \beta_n)$$

Damit ergibt sich also eine aus KZR und AZR bestehenden vollständige Zeichenrelation

$$ZR = f((\beta_1, \beta_2 , \beta_3, ..., \beta_n), (\omega_1, \omega_2, \omega_3, ..., \omega_n)),$$

eine multivariable und mehrsortige Funktion, die allerdings immer noch über keine Möglichkeit verfügt, die Übergang zwischen den β_i und den ω_i nach denen wir ja suchen, darzustellen oder zu berechnen.

Wenn es also gelingt, den Übergang zwischen dem Zeichen ZR und seinem „ewig transzendenten Objekt“ (Kronthaler) in die Zeichenrelation ZR selbst einzubauen, d.h. die folgenden bilaterale Zeichen-Objekts-Relation mathematisch zu berechnen

$$\text{Zeichen} \leftrightarrow \Omega,$$

dann haben wir im Sinne von Kronthaler (1992) bereits eine polykontexturale Semiotik. Der Doppelpfeil $\leftrightarrow$ besagt dann nicht mehr, dass ein Zeichen durch ein Objekt bzw. ein Objekt durch ein Zeichen ERSETZT werden kann (Semiose vs. semiotische Katastrophe), sondern dass ein Zeichen zu einem Objekt bzw. ein Objekt zu einem Zeichen WERDEN kann, d.h. am Ende SEIN kann.

4. Kaehr hat nun in der erwähnten sowie in weiteren Publikationen kritisiert, dass die Einbeziehung des Objektes in die Zeichenrelation, die ich ja auf verschiedene Weisen, z.B. in Toth (2007) ganz ohne Rückgriff auf die logische Polykontexturalitätstheorie, sowie in Toth (2003) ausschliesslich auf die qualitative Mathematik abgestützt, versucht hatte, zu keiner regelrechten polykontexturalen Semiotik führe, da nämlich in allen diesen Versuchen immer noch der logische Identitätssatz gültig sei, auf dessen Eliminierung die Güntherschen Logiken gerade basierten. Kaehr (2008) schlug allerdings die Kontexturierung von Subzeichen vor, und mit diesem Trick ist es möglich, ohne irgendwelche Verluste an der Peirceschen Basistheorie die Semiotik zu „kontexturieren", d.h. diese Kaehrsche Theorie stellt ein weiteres, völlig neues Modell einer polykontexturalen Semiotik dar. Damit fällt aber die Eigenrealität als zentraler Bestandteil der gesamten Semiotik (vgl. Bense 1992) weg, denn aus der monokontexturalen Zeichenklasse-Realitätsthematik

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) =$
$(3.1\ 2.2\ 1.3)$,

wo also die zu dualsierende und die dualisierte Zeichenrelation identisch sind, wird in einer 4-kontexturalen Semiotik (welche für die 3-adische 3-trichotomische Semiotik über AZR geeignet ist)

$\times(3.1_{1,3}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{1,3}) \neq$
$(3.1_{3,31}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{3.1})$,

d.h. aber, dass Zeichen- und Realitätsrelation nicht mehr länger identisch sind. Anders ausgedrückt: In kontexturierten Semiotiken wird der logische Identitätssatz dadurch eliminiert, dass eine Zeichenklasse und ihre zugehörige Realitätsthematik nicht mehr länger den gleichen Kontexturen angehören, und dies wird dadurch erreicht, dass die Subzeichen, welche die Zeichen- und Realitätsrelationen konstituieren, sich zur gleichen Zeit in mehr als einer Kontextur befinden. (Damit ist für den Grenzfall K = 1, s.o., natürlich impliziert, dass in einem Ausdruck wie

$\times(2.2) = (2.2)$

die links und rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Ausdrücke in Wirklichkeit gar nicht gleich sind.)

Durch diese wahrhaft als genial zu bezeichnende Methode Kaehrs, semiotische Relationen zu polykontexuralisieren, wird also die Zeichen-Objekts-Grenze dadurch aufgehoben, dass die Dualisierung zu einer Art von Komplementarität wird, denn in einer Zeichenklasse wie

$(3.1_{1,3}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{1,3})$

sind die entsprechenden „komplementären“ Subzeichen

$(1.3)_{3,1}$, $(2.2)_{4,2,1}$, $(3.1)_{3,1}$

ebenso wie die dualen

$(1.3)_{1,3}$, $(2.2)_{1,2,4}$, $(1.3)_{1,3}$,

die komplementären, aber nicht-dualen

$(3.1)_{3,1}$, $(2.2)_{4,2,1}$, $(1.3)_{3,1}$,

und alle übrigen möglichen Kombinationen zwischen Subzeichen, dualisierten Subzeichen, kontexturellen Indizes und ihren 2! = 2, 3! = 6 ... permutierten Ordnungen bereits angelegt, was im monokontexturalen Fall

$(3.1)_1$, $(2.2)_1$, $(1.3)_1$

nicht oder besser gesagt: nur verdeckt der Fall ist, da sich inklusive kontexturelle Hierarchien so aufbauen lassen, dass für manche (nicht alle!) Kontexturen K_n gilt: $K_n \subset K_{n-1}$.

5. Bis jetzt scheint also alles paletti zu sein, denn nicht nur können polykontexturale Semiotik sogar unabhängig von der polykontexturalen Logik und der qualitativen Mathematik konstruiert werden, sondern man kann sogar mit einem besonders raffinierten Trick Kontexturen in die Semiotik einführen und somit durch die Hintertür den logischen Identitätssatz ausschalten, aber leider sind wir damit noch immer nicht am Ende. Denn neben der Aufspaltung der identisch-einen klassischen Ontologie in theoretisch unendlich viele 2-wertige Logikbereiche und deren Dissemination, welche die Kontexturen übernehmen, ist es als das Charakteristikum jeder polykontexturalen Theorie zu betrachten, dass sie mit Hilfe von Keno- und Morphogrammatik darstellbar ist, welche die Elementarsätze der Logik, darunter v.a. den Identitätssatz, dadurch hintergehen, dass sie auf eine noch tiefere Ebene als diejenigen, auf der sich Logik, Mathematik und Semiotik befinden, zurückgeführt werden können. somit sind auf dieser kenogrammatischen Ebene Zeichen und Objekt natürlich aus dem eher trivialen Grunde austauschbar, weil es sie dort gar nicht mehr gibt, denn es gibt keine

Zeichenkonstanz mehr – sie wird durch morphogrammatische Strukturkonstanz abgelöst -, und es gibt kein vom Zeichen unterscheidbares Objekt mehr, weil die Zeichen/Objekt-Dichotomie auf der Kenoebene noch gar nicht stattfindet.

Das Problem ist hier also das: Wenn es auf der Kenoebene keine Zeichen/Objekt-Dichotomie mehr gibt, dann gibt es auch keine Zeichen mehr. Eigentlich gibt es schon dann keine Zeichen mehr, wenn es keine Zeichenkonstanz mehr gibt, denn die Kenogrammatik hintergeht ja die Materialität von Zeichenträgern, indem sie sie durch strukturelle Patterns ersetzt, also fällt KZR und mit der Zeichen-Objekt-Dichtomie fällt auch AZR weg. Wie steht es mit den Atomen, oder besser gesagt: mit der materiellen Welt der Objekte? Da Zeichenträger aus dieser Welt stammen, gibt es natürlich auch keine Objekte mehr, d.h. sowohl die kleinsten Einheiten der geistigen wie die kleinsten Einheiten der materiellen Welt sind auf der Ebene der Kenogrammatik aufgehoben. Damit gibt es aber nicht nur keine Logik und keine Semiotik, sondern auch keine Ontologie mehr, und mathematisch gesehen, stellen somit die Kenogramme und Morphogramme nicht einmal Gruppoide dar. Es gibt also vor allem gar nichts auf der Kenoebene, und das ist ja auch die Bedeutung des Wortes keno: nichts. Mit nichts aber kann man keine Semiotik begründen, wie man umgekehrt auch keine Semiotik aus nichts entwickeln kann. Wie Peirce anhand der Einführung der Fundamentalkategorien gezeigt hat, setzt die Semiotik die Logik voraus, die sie anderseits aber begründet. Und genau hier liegt der partiell-polykontexturale Charakter der Semiotik, der es eben deshalb auch erlaubt, mit Hilfe von Tricks wie der Kontexturierung von Subzeichen eine polykontexturale Semiotik aufzubauen. Eine kontexturierte Semiotik erlaubt, wie ich in eine Reihe von Aufsätzen gezeigt hatte, eine perfekte Mathematisierung dieser Semiotik sowohl durch die quantitative wie durch die qualitative Mathematik. Aber eine Kenosemiotik kann es schon deswegen nicht geben, weil, wie in Toth (2008, S. 37 ff.) gezeigt worden war, die Axiome der Gruppentheorie gültig sein müssen, um das fundamentale Prinzip der Definition der Peirceschen Zeichenrelation AZR zu erklären, nämlich die triadische gestufte Relation von Relationen (vgl. Bense 1979, S. 53, 67). Ohne das arithemtische Nachfolgeprinzip gibt es somit keine verschachtelten Relationen, ohne verschachtelte Relationen gibt es keine Zeichenfunktion, ohne Zeichenfunktion gibt es keine Subsitution von Objekten durch Zeichen, d.h. keinen Metaobjektivationsprozess (Bense 1967, S. 9), und ohne diese metaobjektive Substitutution gibt es keine Repräsentation und damit keine Zeichen und somit natürlich auch keine Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)
Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)
Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Panizzas Paradox

1. Zur Erinnerung zitiere ich ein weiteres Mal den Originaltext von Panizzas Pardox:

> Nur der Tod macht dem Spuk ein Ende. Für mich ein Ende. Denn alles spricht dafür, daß ich, mein Denken, nichts weiß, daß mein Leichnam – ein illusionistisches Produkt – stinkend dort liegt, ein Schauspiel der andern. Der Dämon zieht sich zurück. Die kreatorische Tätigkeit stellt er ein. Und die Hülse, die Maske, verfault zusehends im illusorischen Genuß – der andern, Überlebenden. Daß kein Rest, kein Denk-Rest, soweit Menschen-Erfahrung reicht, von mir übrig bleibt, muß uns, so eifrig nach 'Erhaltung der Kraft' Spürende, doch aufmerksam machen, daß hier etwas zum Teufel geht, wie man vulgär sagt – wohin? Etwas, das Denken, wohin? – Und die Maske verfault vor unseren Augen. Sie mischt sich in die Masse der übrigen illusorischen Produkte. Sie geht ohne Rest auf. Für unsere illusorische Anschauung. Wir rechnen sie in Stickstoff und Kohlensäure um. Und die Rechnung stimmt. Innerhalb der Erscheinungswelt gibt es kein Manko. Aber das Denken, wo geht das, Verfechter des Prinzips der Erhaltung der Kraft, hin? (Panizza 1895, S. 50 f.)

In Toth (2009b) hatten wir die Tatsache, dass sich eine Person P_2 an eine verstorbene Person P_1 erinnert, d.h. den Prozess der semiotischen Erinnerung, wie folgt formalisiert:

$$E = (\mathcal{M}_2, \Omega_2, (<\mathcal{J}_2, \mathcal{M}_1> \subset <\mathcal{J}_2, \Omega_1> \subset <\mathcal{J}_2, (\mathcal{J}_0 \subset \mathcal{J}_1)>)).$$

In Worten: Der „Denkrest“ ($\mathcal{J}_0$) des Bewusstseins ($\mathcal{J}_1$) der Person P_1 „lebt“ als Teilrelation des Argumentbereichs einer Funktion des Bewusstseins ($\mathcal{J}_2$) der Person P_2; diese Funktion ist aber insofern an die „Erdenschwere“ von P_1 gebunden, als $\mathcal{J}_2$ selbst der Argumentbereich von $\mathcal{M}_2$ und Ω_2 ist. Sehr viel einfacher, aber auch unpräzise ausgedrückt, bedeutet das: Nach ihrem Tode lebt P_1 nicht mehr als reales Objekt, sondern als Gedankenobjekt im Bewusstsein von P_2 weiter. Da das Bewusstsein von P_2 aber natürlich ebenfalls an seine vergängliche körperliche Hülle, also Panizzas „Maske“, gebunden ist, überlebt P_2 als Gedankenobjekt nur solange die „Maske“ von P_1 besteht. Mit P_1 wird nach dessen Tode u.U. dasselbe geschehen, d.h. auch er kann zum Gedankenobjekt werden, aber es findet keine Iteration der Partialrelationen der Erinnerungsfunktion statt dergestalt, dass aus dem Überleben von P_1 in einem P_0 das weitere Überleben von P_2 in P_1 folgen würde. Erinnerung ist daher personell, d.h. auch Gedankenobjekte und nicht nur reale Objekte sind an die physische „Maske“, d.h. an Zeichenträger $\mathcal{M}_i$ und an Objekte Ω_i, gebunden. Panizzas Paradox lässt sich folglich nur durch Aufhebung der Personalität auflösen bzw. überwinden.

2. Hier kommen wir aber zu einem der grössten Probleme der Semiotik. Wie Kaehr (2008) eindrucksvoll gezeigt hatte, ist es möglich, eine polykontexturale Semiotik (mit Aufhebung des logischen Identitätssatzes) dadurch zu konstruieren, dass man die Subzeichen einer Zeichenrelation kontexturiert, d.h. anstelle von der bekannten Peirceschen Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

gehen wir z.B. in einer 4-kontexturalen Semiotik mit maximal 3 kontexturalen Indizes pro Subzeichen aus:

$ZR^* = (M_{a,b,c}, O_{d,e,f}, I_{g.h.i})$,

wobei a, ..., i $\in$ {∅, 1, 2, 3, 4} und die a, ..., i = ∅, falls M und/oder O und/oder kein genuines Subzeichen ist, d.h. semiosisch gesprochen keinen identitiven Morphismus darstellt.

Das genügt nun aber nicht mehr, um Panizzas Paradox aufzulösen, denn wir sind ja statt von ZR ausgegangen von der semiotischen Objektrelation (vgl. Toth 2009a)

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

Durch den Trick der kontexturalen Indizierung umging Kaehr die bedrückende Tatsache, dass es keine „Keno-Zeichen“ geben kann, dass also Zeichen die Distinktion von ihren Objekten wenigstens theoretisch voraussetzen und mit ihnen die elementaren Grundlagen der zweiwertigen Logik und der auf ihr gegründeten quantitativen Mathematik, so zwar, dass das arithmetische Nachfolgeprinzip garantiert bleiben muss (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.). Ohne Nachfolgeprinzip keine Zeichen, aber das Nachfolgeprinzip setzt eben die Gruppenstruktur einer Mathematik voraus, und diese ist mit der Kenogrammatik in keiner Weise vereinbar (vgl. Kronthaler 1986). Wie gesagt: Kaehrs genialer Trick funktioniert für die semiotischen Kategorien von ZR, aber die Frage, die nun erhebt, ist: Funktioniert er auch für die ontologischen Kategorien von OR? Anders gesagt: Kann man nicht nur semiotische, sondern auch ontologische Kategorien, d.h. materiale Zeichenträger, reale Objekte und existierende Interpreten kontexturieren? Kann man wenigstens auf rein theoretischer Ebene so tun, als ob nicht nur die kenogrammatische Reduktion eines realen Objekte, sondern das reale Objekt selbst z.B. plötzlich an drei verschiedenen Orten sein kann, dass jemand zugleich leben und tot sein kann, oder dass raumzeitliche Paradoxa wie die Einstein-Rosen-Brücken plötzlich realiter wahrnehmbar bzw. erfahrbar sind?

Rein theoretisch, wenigstens zunächst, sähe das so aus:

$OR = (\mathcal{M}_{a,b,c}, \Omega_{d,e,f}, \mathcal{J}_{g,h,i})$

mit a, ..., i $\in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$.

Bei ZR funktioniert die Kontexturierung problemlos, da das Zeichen nach Bense (1975, S. 16) eine Funktion ist, welche die „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein" überbrückt, welche also zugleich – qua Zeichenträger – materialen und – qua semiotische Kategorien geistigen, d.h. bewusstseinsmässigen Anteil hat. Demgegenüber die OR aber durch und durch real, d.h. material. Allerding gibt es tatsächlich einen (weiteren) Trick, wie man auch die Kontexturierung von OR rechtfertigen kann, nämlich mittels des von Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) eingeführten Status der „Disponibilität" präsemiotischer Kategorien. Aus den genannten Stelle bei Bense folgt klar, dass es zwischen den präsentierten und der repräsentierten Realität, oder, wie Bense (1975, S. 75) sich ausdrückt, zwischen dem „ontologischen Raum" und dem „semiotischen Raum" einen Zwischenraum gibt, wo sich die disponiblen Mittel, Objekte und Interpretanten befinden. Wenn wir also die Identifikationen

$\mathcal{M} \equiv M°$

$\Omega \equiv O°$

$\mathcal{J} \equiv I°$,

verlieren die ontologischen Kategorien nicht ihren real-materialen Status, aber bekommen eine präsemiotische „Imprägnierung" (vgl. Toth 2008a, b): Es sind immer noch die gleichen realen Objekte wie zuvor, nur sind sie nun selektiert, um in eine Semiose einzugehen, bei der Transformationsprozess der „Metaobjektivation" (vgl. Bense 1967, S. 9) mit ihnen geschieht, d.h. sie wechseln beim Ersatz des Objektes durch ein Metaobjekt ihren Status von ontologischen zu semiotischen Kategorien. Und sobald also die Semiose abgeschlossen ist und wir (M, O, I) als Korrelativa von $(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$ haben, greift Kaehrs Trick.

Aber unser Trick greift dort, wo $\mathcal{M} \equiv M°$, $\Omega \equiv O°$, $\mathcal{J} \equiv I°$ vollzogen ist, und wir können also das Problem dadurch lösen, dass wir nun die „disponiblen" Kategorien M°, O° und I° kontexturieren. Dazu schreiben wir sie zunächst als „Disponibilitätsrelation"

$DR = (M°_{a,b,c}, O°_{d,e,f}, I°_{g,h,i})$ mit a, ..., i $\in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$.

Eingesetzt in unsere Erinnerungsfunktion, ergibt sich also:

ED = $(M°_{2(a,b,c)}, O°_{2(d,e,f)}, (<I°_{2(g,h,i)}, M°_{1(\alpha,\beta,\gamma)}> \subset < I°_{2(\eta,\theta,\iota)}, O°_{1(\delta,\varepsilon,\zeta)}> \subset < I°_{2\{\eta,\theta,\iota}, (I°_{0(G,H,I)} \subset I°_{1(g,h,i)})>)),$

wobei die a, b, c ...; α, β, γ, ... und A, B, C, ... hier nur der besseren Unterscheidung dienen, d.h. sie müssen also nicht unbedingt paarweise verschieden sein.

Sehr vereinfacht gesagt – ich verweise hier auf Kaehrs Schrifttum und meine eigenen Arbeiten -, setzt eine kontexturierte Semiotik den logischen Identitätssatz deswegen ausser Kraft, weil sie die Eigenrealität eliminiert, und zwar nun auf beiden Ebenen, der semiotischen und der disponiblen:

$\times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \neq (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$
$\times((3.1)°_{3,4}\ (2.2)°_{1,2,4}\ (1.3)°_{3,4}) \neq ((3.1)°_{4,3}\ (2.2)°_{4,2,1}\ (1.3)°_{4,3})$

Damit aber ermöglich speziell die Semiotik der disponiblen Relationen einen Austausch von Zeichen und bezeichnetem Objekt, überbrückt also damit auch die Grenze zwischen Leben und Tod (vgl. Günther 1975, wo dies alles detailliert und allgemeinverständlich begründet wird). Panizzas Paradox ist damit aufgelöst, und die Seele, d.h. der objektale Denkrest ($\mathcal{J}_0 \subset \mathcal{J}_1$) kann in der disponiblen Gestalt $I°_{2\{\eta,\theta,\iota}$, ohne an die „Maske“ einer anderen Person, d.h. als gedankliches Erinnerungsobjekt, gebunden zu sein, weiterleben. Es gibt also qualitative Erhaltung, und die obige disponible Erinnerungsrelation ED ist nichts anderes als der formale Ausdrück für den qualitativen Erhaltungssatz.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. II. Hamburg 1975, S. 1–76
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
Panizza, Oskar, Der Illusionismus oder Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895
Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Zeichenträger und ontisches Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichentr.%20u.%20ont.%20Obj..pdf (2009a)
Toth, Alfred, Eine neue Annäherung an die Erinnerung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Ein semiotisches Modell für kontexturierte kategoriale Ebenen

1. In Toth (2009) waren wir davon ausgegangen, dass jede Zeichenklasse ein eigentümliches relationales Doppelgesicht zeigt: Einerseits ist ihre fundamentale Struktur die triadische Peirce Zeichenrelation

ZR = ((.1.), (.2.), (.3.)),

worin die Erstheit in der Zweitheit und beide in der Drittheit eingeschlossen sind, d.h.

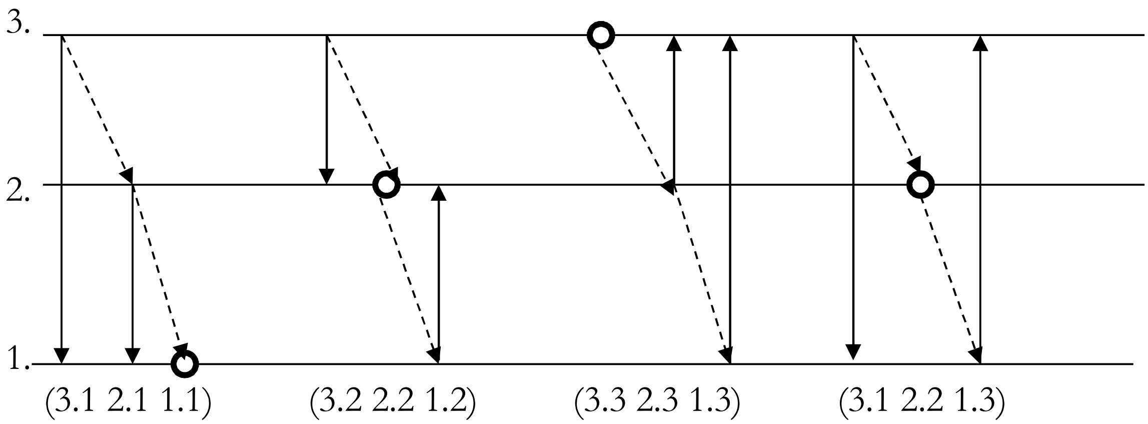
$ZR = ({}^1R \subset ({}^2R \subset {}^3R))$,

anderseits stellen die Subzeichen als Partialrelationen, da sie kartesische Produkte der Primzeichen von ZR als Triaden und als Trichotomien sind, Dyaden dar, d.h. wir haben

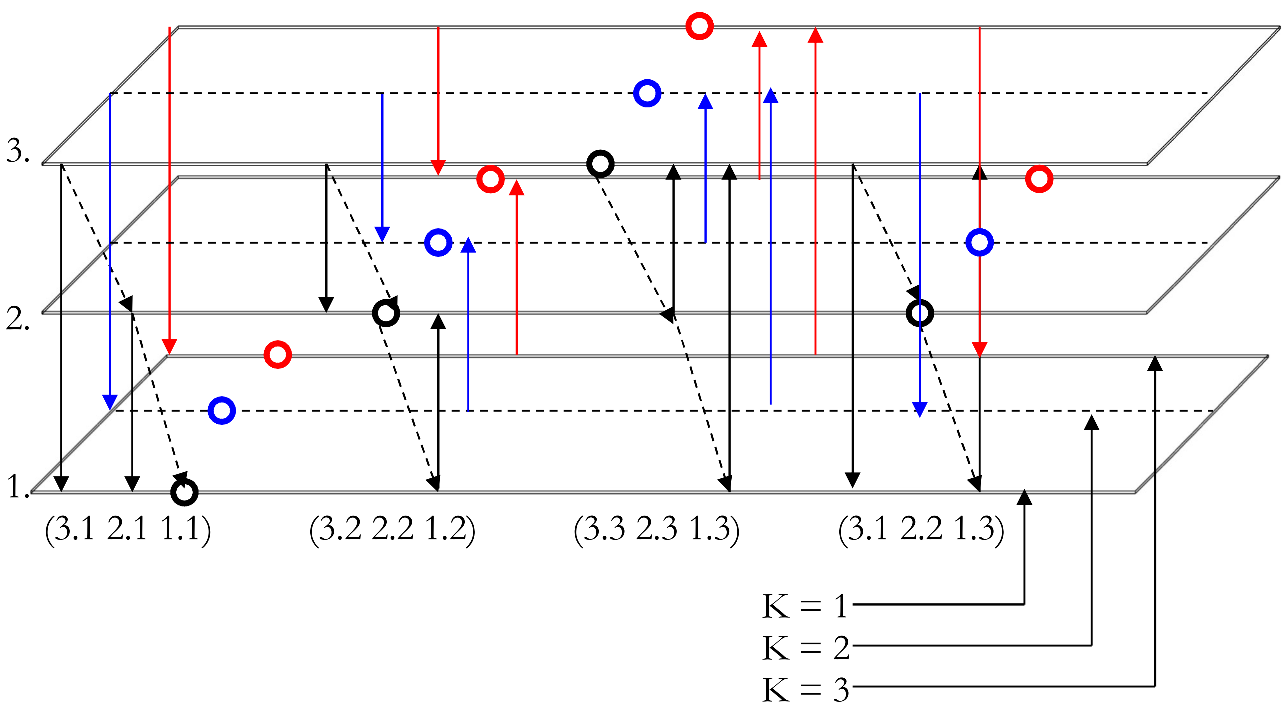
$(3.a) \equiv (1.c \rightarrow (1.c \rightarrow 2.b) \rightarrow 3.a)$
$(2.b) \equiv (1.c \rightarrow (1.c \rightarrow 2.b))$
$(1.c) \equiv (1.c)$.

Einfach ausgedrückt, ist also jedes (3.a) eine triadische, jedes (2.b) eine dyadische und jedes (1.c) eine monadische Relation, aber mit belegtem trichotomischen Wert a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} ist jedes Subzeichen gleichzeitig eine Dyade, und zwar unabhängig von seinem triadischen Wert.

2. Um diese fundamentale relationale „Janusköpfigkeit" von Subzeichen graphisch darzustellen, hatten wir in Toth (2009) ein neues Modell für die Zeichenklassen, welche durch die Subzeichen konstituiert werden, gegeben. Dabei repräsentieren die ausgezogenen Pfeile die Subzeichen als Dyaden und die gestrichelten Pfeile die Verbindung der monadischen, dyadischen und triadischen triadischen Hauptwerte:



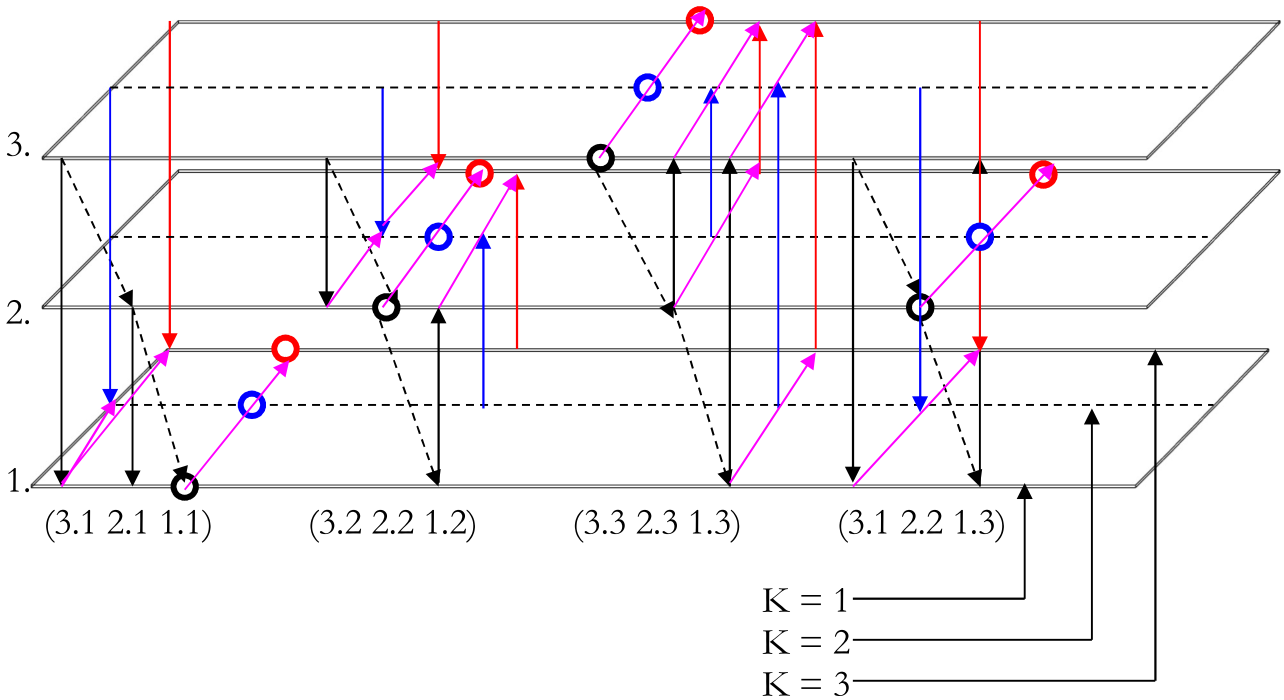
Nun wurde schon lange nach einem Modell gesucht, mit dem es möglich ist, kontexturierte Zeichenklassen darzustellen, d.h. Zeichenklassen, deren Subzeichen sich in mehr als einer semiotischen Kontextur befinden (vgl. Kaehr 2008). Da die „relationale Janusgesichtigkeit" der Subzeichen nicht erkannt wurde, war das bisher nicht möglich, aber durch eine dimensionale Erweiterung des obigen 2-dimensionalen Modells zu einem 3-dimensionalen kann man die kategorialen Ebenen nun kontexturieren. Im untenstehenden Modell sind genau dieselben Zeichenklassen eingezeichnet wie im obigen, dazu allerdings noch die kontexturellen „Varianten" für K = 2 und K = 3:



Wie man erkennt, ist es nun leicht, neben diesen „kontexturell homogenen" Zeichenklassen, worunter also solche Zeichenklassen verstanden werden, deren Subzeichen alle den gleichen Kontexturen angehören, Zeichenklassen zu konstruieren, die „kontexturell inhomogen" sind. Einige arbiträr gewählte Beispiele:

(3.1_1 $2.2_{1,2,3}$ 1.3_3), ($3.1_{1,2}$ 2.2_1 1.3_3), (3.1_1 2.2_2 1.3_3), ...

Im folgenden Bild zeichnen wir die Verbindungen zwischen den kontexturellen Positionen der Subzeichen als Dyaden violett ein:



Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Monaden, Dyaden und Triaden als Dyaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Ein neues polykontexturales tetradisches Zeichenmodell

1. An meinen umfangreicheren Vorschlägen für polykontexturale Semiotiken, worunter ich immer (vgl. Toth 2001) nur eine Semiotik verstanden haben, in der die Semiose vom Objekt zum Zeichen, d.h. $\Omega \rightarrow$ ZR, umkehrbar ist, sind etwa meine „Hochzeit von Semiotik und Struktur“ (Toth 2003), mein Buch „Zwischen den Kontexturen“ (2007), die „Objektive Semiotik“ (Toth 2008a) mit dem „Sympathischen Abgrund“ (Toth 2008b) und den darauf basierenden beiden Bänden einer „Präsemiotik“ (Toth 2008c) sowie der speziell polykontexturalen Erscheinungen in der Peirceschen Semiotik gewidmete Band Toth (2008d) nebst einer Reihe von Aufsätzen gewidmet. Trotzdem kann vom Beginn einer ECHTEN polykontexturalen Semiotik erst seit Kaehr (2008) gesprochen werden; nur handelt es sich bei ihm um eine Semiotik, in welcher der logische Identitätssatz aufgehoben ist; das war aber in meinen eigenen Arbeiten nie meine Absicht, sondern erst in denen, die ich aufgrund von Kaehrs Werk geschrieben habe und die in meinem „Electronic Journal of Mathematical Semiotics“ (2008 ff.) leicht zugänglich sind.

2. Auch dieser neue Vorschlag, den ich hiermit unterbreite, ist ein Modell für eine polykontexturale Semiotik MIT Gültigkeit des Identitätsaxioms. Das neue Modell ist eine tetradische Erweiterung der klassischen Peirceschen Zeichenrelation, die jedoch nicht mit der ebenfalls auf einem tetradischen Vorzeichen-Modell basierenden Präsemiotik zu verwechseln ist, bei dem der polykontexturale „Effekt“ durch Einbettung einer (später mehrerer) ontologischer Kategorien in die Zeichenrelation der semiotischen Kategorien erreicht wurde. Hier dagegen geht es um eine ORGANISCHE Fortentwicklung. Ausgangsbasis ist die Feststellung, dass die Peirceschen Trichotomien auf allen drei triadischen Ebenen eine prinzipiell weiterführbare Tendenz zur mengentheoretisch-topologischen Verallgemeinerung der Trichotomien zeigen, so zwar, dass die jeweils (n+1)-te Trichotomie eine Verallgemeinerung der n-ten und die (n+2)-te eine Verallgemeinerung beider vorangehender (n-ten und (n+1)-ten) Trichotomien ist.

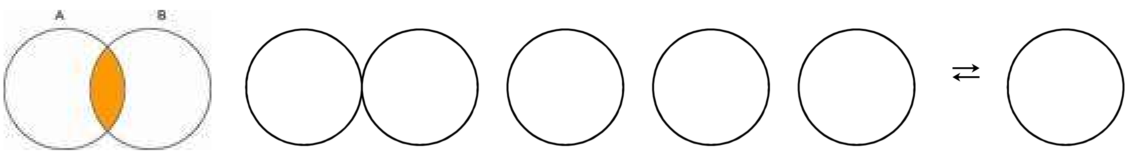
2.1. Im Mittelbezug finden wir die von Bense so genannte „ordinale Gradation“ (vgl. z.B. Bense 1979, S. 61) vom Qualizeichen, das „Qualität“ anzeigt über das Sinzeichen, das „Quanttät“ anzeigt, zum Legizeichen, das nur mehr „Essenz“ anzeigt. Wir haben also in zunehmender Verallgemeinerung:

Qualität > Quantität > Essenz.

2.2. Im Objektbezug ist der Durchschnitt der Merkmalsmengen von Zeichen und bezeichnetem Objekt, wie Zellmer (1982) sehr schön gezeigt hatte, beim Icon nicht-leer, beim Index tangential (von Zellmer „nexal“ genannt), und beim Symbol leer auf. Mit Hilfe einer rein topologischen Deutung erkennt man hier sogleich, dass die Triade defektiv ist.

2.3. Im Interpretantenbezug dagegen scheint es keine Erweiterung der Triade mehr zu geben, denn das Rhema ist ein offener, das Dicent ein geschlossener, und das Argument ein vollständiger Konnex.

3. Wenn wir einen Blick auf die Merkmalsmengen des Objektbezugs werfen, kann man die Triade wie folgt zu einer Tetrade erweitern:



Icon Index Symbol „Hybrid“

In der vierten Stufe sind also im Gegensatz zum Symbol, bei dem der Durchschntit der beiden Merkmalsmengen ∅ ist, die beiden Merkmalsmengen, d.h. die Merkmalsmenge des Zeichens und die Merkmalsmenge des Objekts, austauschbar. Das Photo kann jeder Zeit zur photographierten Person werden, d.h. die Semiose der Photographie ist reversibel.

Damit erhalten wir also im Objektbezug des neuen, tetradischen Zeichenmodells nunmehr

(2.1) > (2.2) > (2.3) > (2.4)

Entsprechend hört der Mittelbezug nicht bei der gesetzmässigen Verwendung der Zeichen (1.3) auf, sondern führt zu ihrer arbiträren Verwendung, wie es etwa in den Arbeiten der Dadaisten, Getrude Steins, dann vor allem in der Konkreten Poesie sowie in anderen literarischen Richtungen der Fall ist:

(1.1) > (1.2) > (1.3) > (1.4).

Die zusätzliche 4. Stufe bedeutet also eine Öffnung (2.4) und Befreiung von Konventionen (1.4). Dasselbe können wir vom Interpretantenbezug folgern, wo man die Arbitrarität in der Komposition von Räumen (Kontexten, Konnexen, etc.) verstehen könnte:

(3.1) > (3.2) > (3.3) > (3.4).

4. Wir können nun noch einen Schritt weitergehen und die von Kronthaler vermisste Kategorie der „Qualität“ (im Sinne von präsentierter, nicht repräsentier Qualität) bzw. die von Bense (1975, S. 65 f.) angesetzte und später v.a. von Stiebing (1981, 1984) weitergeführte Kategorie der „Nullheit“ als „Viertheit“, d.h. als 4. Triade in Konsens mit der zur 4. Trichotomie geführten Subzeichenstufe einführen und bekommen dann nicht wie im präsemiotischen Falle ein tetradisch-trichotomisches, sondern ein tetradisch-tetratomisches Zeichenmodell

PRZ = (4.a 3.b 2.c 1.d), mit a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3, .4}

mit einer quadratischen Matrix, die bekanntlich viel mehr und bessere Möglichkeiten bietet als eine nicht-quadratische,

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.4 \\ 4.1 & 4.2 & 4.3 & 4.4 \end{pmatrix}$$

sowie ohne semiotische Inklusionsordnung ($a \leq b \leq c \leq d$) $4^4 = 256$ tetradisch-tetratomische Zeichenklassen sowie duale 256 Realitätsthematiken oder zweimal 35, falls die Inklusionsordnung angewendet wird (vgl. dazu ausführlich Toth 2007, S. 179 ff., wo allerdings das Zeichenmodell auf der „Nullheit“ statt auf einer „Viertheit“ aufgebaut ist; die beiden Modelle sind jedoch isomorph). Interessant ist natürlich auf der Vergleich der 35 tetradisch-tetratomischen Zeichenklassen mit den ebenfalls 35 tetradisch-trichotomischen präsemiotischen Zeichenklassen. Hier ist jedenfalls noch enorm viel Arbeit zu leisten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheilichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31
Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer polykontexturalen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008d)

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Zellmer, Siegfried, Zum mathematischen Zusammenhang von Iconizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14

Kontexturierte semiotische Spuren

1. In Toth (2009b) wurde die Spurenrelation als triadisch-trichotomische Menge von Spuren im Sinne von Subzeichen mit unscharfer Referenz eingeführt

$Skl = ((3.a)\langle\ (2.b)\langle\ (1.c)\langle)$

Die Subzeichen sind demnach je nach triadischem Bezug weder als Objekte, noch als Relationen, sondern als probabilistische „Zwitter" aus je einem Intervall definiert, so zwar dass gilt

$(3.a) = \{<x.y> \mid <x.y> \in [3.1, 3.3]\}$
$(2.b) = \{<x.y> \mid <x.y> \in [2.1, 2.3]\}$
$(1.c) = \{<x.y> \mid <x.y> \in [1.1, 1.3]\}$

2. Nun hatte Rudolf Kaehr in einer brillianten Arbeit einen Weg vorgeschlagen, um die Semiotik, die seiner Ansicht nach strikt monokontextural ist, meiner Meinung nach sich jedoch in einer Zwitterposition zwischen Mono- und Polykontexturalität befindet, zu kontexturieren (Kaehr 2008). Kaehr geht von folgender Matrix kontexturierter Subzeichen in einer 4-kontexturalen Semiotik aus:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Demgegenüber basiert die in Toth (2009a) eingeführte semiotische Spurentheorie auf der folgenden sog. Spurenmatrix:

$$\left(\begin{array}{c:ccc} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\to\varnothing} & 2_{\to\varnothing} & 3_{\to\varnothing} \\ \hdashline 1_{\to 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{T}$$

Besonders dann, wenn wir uns mit kontexturierten semiotischen Termen befassen, ist es wichtig, die Transponierte stets bei der Hand zu haben, denn der Clou der Kontexturierung in der Semiotik besteht ja darin, dass der sonst gültige logische Identitätssatz aufgehoben wird, vgl. etwa das spurentheoretische Äquivalent der eigenrealean Zeichenklasse/Realitätsthematik

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$.

In einer monokontexturalen Semiotik gilt natürlich

$\times(1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) = (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$.

Allerdings haben wir in einer polykontexturalen Semiotik (man betrachte die Kontexturenmatrix):

$\times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$,

d.h. es gilt

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \neq (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$.

Somit bekommen wir für die „Eigenrealität" ihrer kontexturierten Spur

$\times((1_{\leftarrow 3})_{3,4}\ \ (2_{\rightarrow 2})_{1,2,4}\ \ (1_{\rightarrow 3})_{3,4}) = ((1_{\leftarrow 3})_{4,3}\ \ (2_{\rightarrow 2})_{4,2,1}\ \ (1_{\rightarrow 3})_{4,3})$,

d.h. also wiederum

$((1_{\leftarrow 3})_{3,4}\ \ (2_{\rightarrow 2})_{1,2,4}\ \ (1_{\rightarrow 3})_{3,4}) \neq ((1_{\leftarrow 3})_{4,3}\ \ (2_{\rightarrow 2})_{4,2,1}\ \ (1_{\rightarrow 3})_{4,3})$.

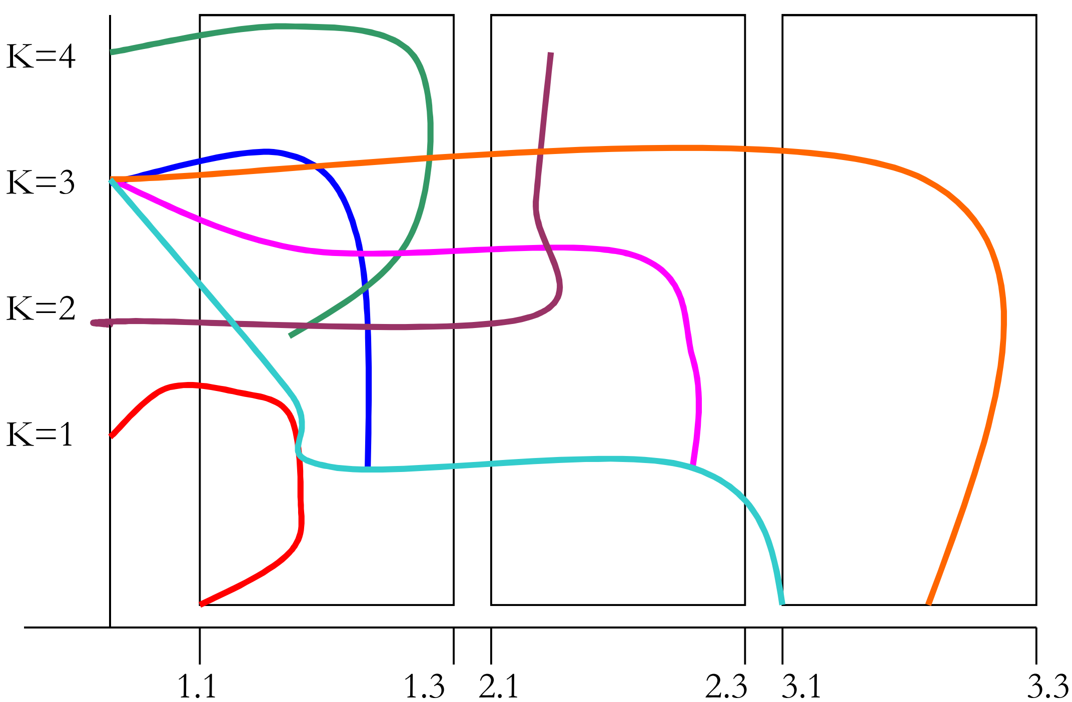
3. Es gibt somit keine kontexturierten Zeichenklassen und keine kontexturierten Spurenklassen, welche mit ihren Realitätsthematik zusammenfallen, d.h. es gibt in einer Semiotik, welche über mehr als 1 Kontextur führen, auch keine Eigenrealität und damit in einem gewissen Sinne (basierend auf Bense 1992) auch kein „Zeichen an sich". Wenn es aber kein „Zeichen an sich" gibt, darf man sich fragen, ob es dann so etwas wie ein Zeichen überhaupt gebe. Da diese und meine übrigen Arbeiten nicht existieren würden, wenn es keine Zeichen gäbe, stellen wir fest, dass Zeichen offenbar Substitutions-schemata sind, die es vom polykontexturalen Standpunkt aus nicht geben kann, d.h. sie können folglich nur monokontextural existieren, wenn also Substitutens und Substituendum logisch und erkenntnistheoretisch sowie ontologisch geschieden sind.. Anderseits beruht aber gerade Kaehrs nicht zu überschätzendes Verdienst darin, gezeigt

zu haben, dass polykontexturale Zeichen existieren KÖNNEN. Man sollte trotzdem aber nicht vergessen, dass Kontexturen im Grunde nur dort relevant sind, wo wir uns auf der Ebene der Keno- und Morphogrammatik befinden, d.h. weit unterhalb der Semiotik und also dort, wo die Dichotomie von Zeichen und Bezeichnetem noch nicht etabliert ist, wo also zwischen ihnen keine Ordnungs-, sondern eine Austauschrelation existiert. Damit ist aber ein anderes, sehr stichhaltiges Argument GEGEN die Möglichkeit einer polykontexturalen Semiotik genannt.

Dennoch hindert uns nichts daran, die allgemeine Form kontexturierter Spurenklassen aufzustellen:

SpKl = $((3_{\rightarrow a})_{\alpha,\beta,\gamma}\ (2_{\rightarrow b})_{\delta,\varepsilon,\zeta}\ (1_{\rightarrow c})_{\eta,\theta,\iota})$,
mit $\alpha, ..., \iota \in \{\varnothing, 1, 2, 3\}$, wenn $K = 4$,
und $\alpha, ..., \iota = \varnothing$ gdw SpKL keine genuinen Subzeichen, d.h. keine identitiven Morphismen enthält.

Wenn man ferner am üblichen Koordinatensystem zur Definition der Subzeichen als Punkte in der euklidischen Zahlenebene festhält, kann man die Relationen zwischen Intervallpunkten von Spuren und ihren Kontexturen wie folgt darstellen:



Arbiträres Spurennetz von Spurenklassen in 4 semiotischen Kontexturen.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die Spurenrelation als unscharfe Menge von Relationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Spur, Bi-Spur und Dualisation

1. Wie in Toth (2009a, b) gezeigt wurde, können Spuren einerseits dadurch verallgemeinert werden, dass sie als Bi-Spuren eingeführt werden, anderseits gibt es zwei verschiedene allgemeine Darstellungsmöglichkeiten sowohl für Spuren als auch für Bi-Spuren:

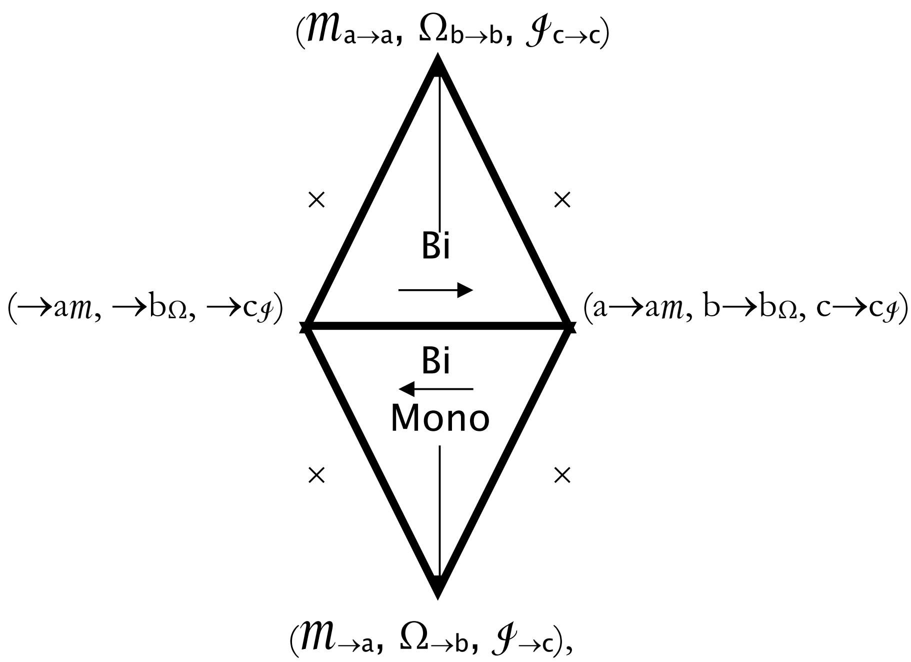
1.1. Spur = $(\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{J}_{\rightarrow c})$

1.2. Bi-Spur = $(\mathcal{M}_{a\rightarrow a}, \Omega_{b\rightarrow b}, \mathcal{J}_{c\rightarrow c})$

1.3. duale Spur = $(\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{J}})$

1.4. duale Bi-Spur = $(a\rightarrow a_{\mathcal{M}}, b\rightarrow b_{\Omega}, c\rightarrow c_{\mathcal{J}})$

2. Nachdem es sich gezeigt hat, dass die Einführung des Diamantenmodells für die Semiotik zu überraschenden neuen Einsichten führt (vgl. Toth 2008, S. 177 ff., Kaehr 2008a, b), wird hier ergänzend die semiotischen Basiskonzeption der Spur in ihrer vierfachen Ausprägung aus semiotisch-spurentheoretischer Diamant dargestellt:



d.h. von unten nach oben sowie von links nachs Rechts werden Spuren in allgemeinere Bi-Spuren transformiert. Entlang der Seiten des Rhombus bzw. Diamanten findet Dualisation statt.

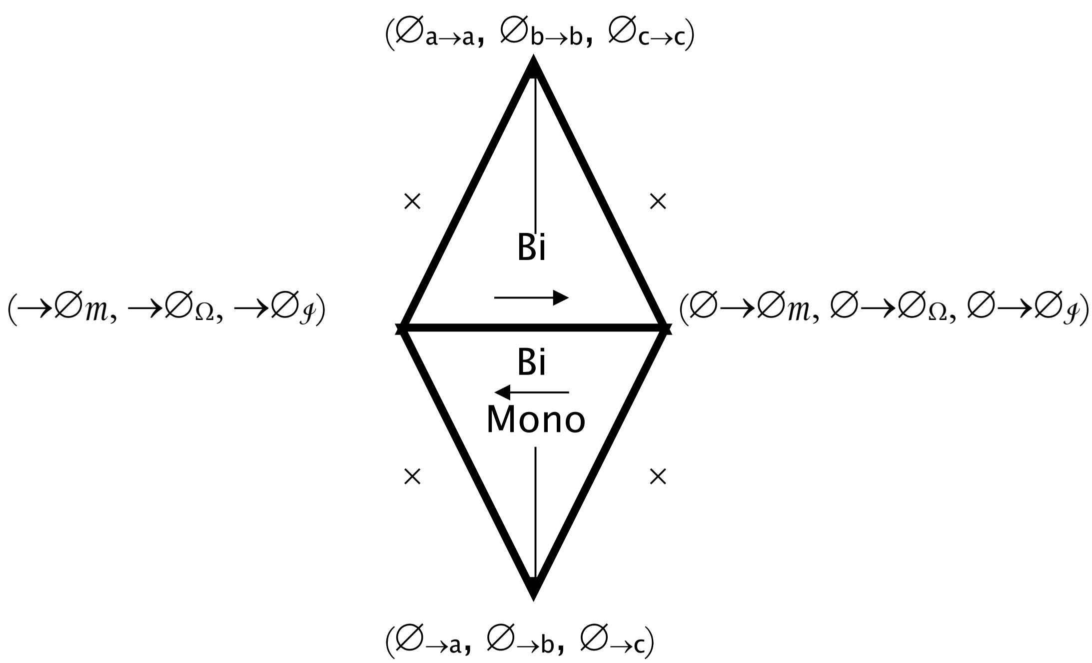
3. Seien nun $\mathcal{M} = \varnothing_{\mathcal{M}}$, $\Omega = \varnothing_{\Omega}$ und $\mathcal{J} = \varnothing_{\mathcal{J}}$, dann haben wir

3.1. Spur = $(\varnothing_{\rightarrow a}, \varnothing_{\rightarrow b}, \varnothing_{\rightarrow c})$
3.2. Bi-Spur = $(\varnothing_{a\rightarrow a}, \varnothing_{b\rightarrow b}, \varnothing_{c\rightarrow c})$
3.3. duale Spur = $(\rightarrow\varnothing_{\mathcal{M}}, \rightarrow\varnothing_{\Omega}, \rightarrow\varnothing_{\mathcal{I}})$
3.4. duale Bi-Spur = $(\varnothing\rightarrow\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing\rightarrow\varnothing_{\Omega}, \varnothing\rightarrow\varnothing_{\mathcal{I}})$,

und zwar deshalb, weil

1. $\varnothing = \{\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing_{\Omega}, \varnothing_{\mathcal{I}}\}$
2. es gilt: $\times(\varnothing_{\rightarrow a}) = a\rightarrow_{\{\varnothing\mathcal{M}, \varnothing\Omega, \varnothing\mathcal{I}\}}$,

dann haben wir entsprechend zum Nicht-Nullzeichen-Diamanten den folgenden Nullzeichen-Diamanten:



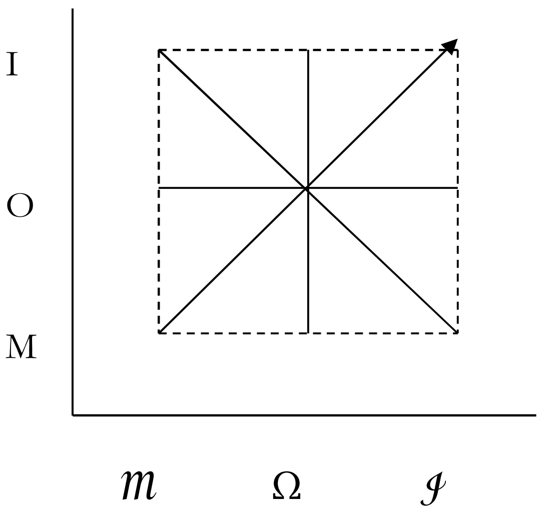
Literatur

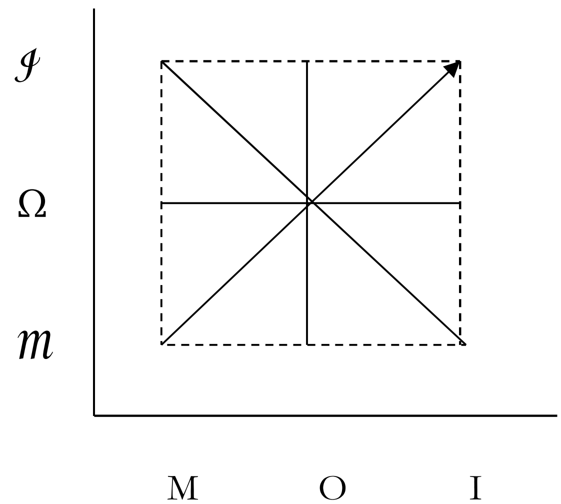
Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Objekte und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Zeichen- und Objekt-Hybriden und kontexturierte Zeichenklassen

1. Konstruiert man zwei Koordinatensysteme, deren Abszissen die Kategorien der Objektrelation bzw. der Zeichenrelation und deren Ordinaten die Kategorien der Zeichenrelation bzw. der Objektrelation enthalten, so kann man Zeichen-Objekt- und Objekt-Zeichen-Hybriden konstruieren:





$\text{OZ-Sp} = (M_{\to\mathcal{M}}, O_{\to\Omega}, I_{\to\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}_{\to I}, \Omega_{\to O}, \mathcal{M}_{\to M})$

$\text{ZO-Sp} = (\mathcal{M}_{\to M}, \Omega_{\to O}, \mathcal{I}_{\to I}) \times (I_{\to\mathcal{I}}, O_{\to\Omega}, M_{\to\mathcal{M}})$,

die sich, wie in dieser Ergänzung zu Toth (2009b) gezeigt wird, von den voll ausgebildeten semiotischen Objekten, d.h. den Objektzeichen (OZ) sowie Zeichenobjekten (ZO)

$OZ = (\langle\mathcal{M}, M\rangle, \langle\Omega, O\rangle, \langle\mathcal{I}, I\rangle)$

$ZO = (\langle M, \mathcal{M}\rangle, \langle O, \Omega\rangle, \langle I, \mathcal{I}\rangle)$

dadurch untersützen, dass die jeweiligen Objekt- bzw. Zeichenanteile nur subsidiär bzw. defektiv ausgebildet sind.

2. Allerdings ist es auch so, dass Zeichen- und Objektanteile bei Spurenklassen insofern keine vollausgebildeten Codomänen sind, als es sich bei den Domänen um „gerichtete" Zeichen sowie Objekte handelt (vgl. Toth 2009a). Damit liegt also eine grundsätzlich qualitativ andere Relation zwischen den spurentheoretischen Zeichen- und Objektanteilen vor als es bei denjenigen der semiotischen Objekte der Fall ist, wo wir mit Bühler (1982, S. 159) von „symphysischer Verwachsung" sprechen konnten. Bei

den Spuren sind insofern die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und bezeichneten Objekten durchbrochen, als dass entweder die Zeichen Spuren der Objektsdomänen oder die Objekte Spuren der Zeichendomänen geworden sind. D.h., es liegt weitgehende semiotische Äquivalent zwischen den von Kaehr (2008) eingeführten kontexturierten Zeichenklassen und unseren hybriden Spurenklassen vor:

$$\text{Zkl}_{\text{cont}} = ((3.a)_{\alpha,\beta,\gamma}\ (2.b)_{\delta,\varepsilon,\zeta}\ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$$

$$\text{OZ} = (<\mathcal{M}, \text{M}>, <\Omega, \text{O}>, <\mathcal{I}, \text{I}>) \qquad \text{ZO} = (<\text{M}, \mathcal{M}>, <\text{O}, \Omega>, <\text{I}, \mathcal{I}>)$$

Ferner enthalten die beiden obigen Koordinatensysteme auch Hybridrelationen der Form

$(\mathcal{M}.\text{M}\ \Omega.\text{O}\ \mathcal{I}.\text{I}) \times (\text{I}.\mathcal{I}\ \text{O}.\Omega\ \text{M}.\mathcal{M})$
$(\text{M}.\mathcal{M}\ \text{O}.\Omega\ \text{I}.\mathcal{I}) \times (\mathcal{I}.\text{I}\ \Omega.\text{O}\ \mathcal{M}.\text{M})$

$(\mathcal{M}.\text{I}\ \Omega.\text{O}\ \mathcal{I}.\text{M}) \times (\text{M}.\mathcal{I}\ \text{O}.\Omega\ \text{I}.\mathcal{M})$
$(\text{I}.\mathcal{M}\ \text{O}.\Omega\ \text{M}.\mathcal{I}) \times (\mathcal{I}.\text{M}\ \Omega.\text{O}\ \mathcal{M}.\text{I})$

$(\Omega.\text{M}\ \Omega.\text{O}\ \Omega.\text{I}) \times (\text{I}.\Omega\ \text{O}.\Omega\ \text{M}.\Omega)$
$(\text{M}.\Omega\ \text{O}.\Omega\ \text{I}.\Omega) \times (\Omega.\text{I}\ \Omega.\text{O}\ \Omega.\text{M})$.

Die partielle semiotische Äquivalenz mit den kontexturierten Zeichenklassen liegt hier darin, dass es, wie in Toth (2008) ausgeführt, möglich ist, innerhalb gewisser Grenzen die α, β, γ, ..., ι-, d.h. die konturellen Indizes verschiedenen Subzeichen zuzordnen.

Literatur

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Neudruck München 1966

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Gerichtete%20Objekte.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Spuren und Nullspuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Neue Darstellung der Zeichenklassen aufgrund der Subzeichen-Kontexturen

1. Rudolf Kaehr hat in einer die gesamte Semiotik schlagartig verändernden bahnbrechenden Arbeit (Kaehr 2008) eine Kontexturierung der Peirceschen Primzeichen vorgeschlagen:

$PZR^* = \{(.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}\}$

Um nun aus diesen kontexturierten Primzeichen die Subzeichen zu bilden, genügt es, wie bisher, die kartesischen Produkte der Primzeichen zu bilden. Zusätzlich werden aber auch "kartesische Produkte" der Kontexturen gebildet, und zwar nach dem folgenden Schema:

$(a)_{\alpha,\beta} \times (b)_{\beta,\gamma} = \langle a.b \rangle_{\beta}$

Wir können somit aus PZR* die folgende kontexturierte semiotische Matrix konstruieren:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

In einem nächsten Schritt kann man nach bewährter Weise diese kontexturierten Subzeichen zu Zeichenklassen zusammensetzen, wobei die abstrakte Struktur

$Zkl^* = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta})$

mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} und der Ordnung ($a \leq b \leq c$)
sowie $\alpha, ..., \zeta \in \{\varnothing, 1, 2, 3\}$ und = 0 gdw $a \neq 3$ oder $b \neq 2$ oder $c \neq 1$,

d.h. wenn kein genuines Subzeichen bzw. kein identitiver Morphismus vorliegt.

1. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3}) \times (3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3}) = (1.1_{3,1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
2. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1}) \times (3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1}) = (2.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
3. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
4. $(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) = (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$
5. $(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$

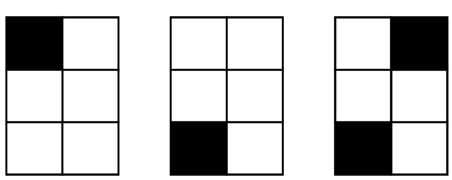
6. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3) = (3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
7. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \times (3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) = (2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
8. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
9. $(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3) = (3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3) = (3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$

2. Damit können wir die Zeichenklassen und die Realitätsthematiken, die von der Kontexturenzahlen her nicht mehr dual sind, durch diese allein wie folgt charakterisieren

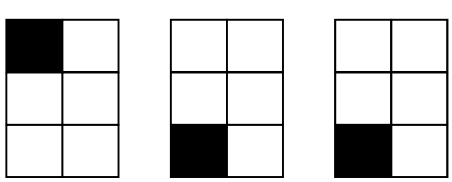
1. <3, 1, 1/3> // <3/1, 1, 3>
2. <3, 1, 1> // <1, 1, 3>
3. <3, 1, 3> // <3, 1, 3>
4. <3, 1/2, 1> // <1, 2/1, 3>
5. <3, 1/2, 3> // <3, 2/1, 3>
6. <3, 2, 3> // <3, 2, 3>
7. <2, 1/2, 1> // <1, 2/1, 2>
8. <2, 1/2, 3> // <3, 2/1, 2>
9. <2, 2, 3> // <3, 2, 2>
10. <2/3, 2, 3> // <3, 2, 3/2>

Zur Visualisierung können wir nun ein ähnliches Treppenschema benützen wie das in Toth (2009) eingeführte. Da jedes Subzeichen in einer 3-kontexturalen Semiotik durch maximal zwei Kontexturenzahlen (Indizes) gekennzeichnet ist und diese maximal den Wert K = 3 annehmen können, können die Zeichenklassen wie folgt darstellen:

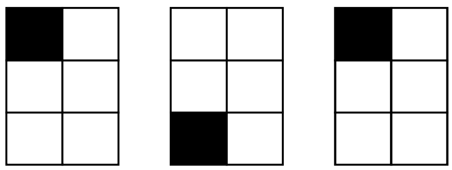
1. <3, 1, 1/3> // <3/1, 1, 3>



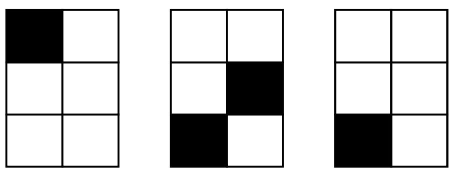
2. <3, 1, 1> // <1, 1, 3>



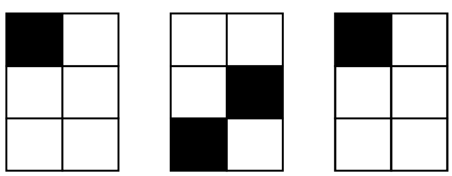
3. <3, 1, 3> // <3, 1, 3>



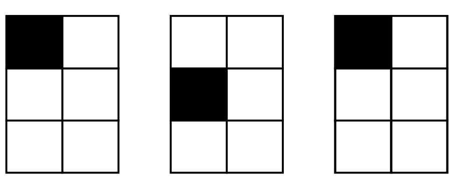
4. <3, 1/2, 1> // <1, 2/1, 3>



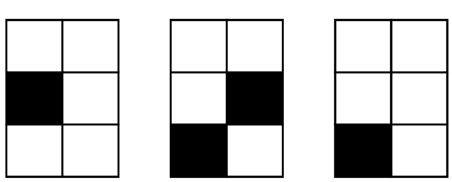
5. <3, 1/2, 3> // <3, 2/1, 3>



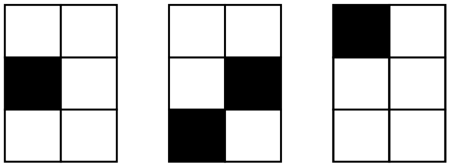
6. <3, 2, 3> // <3, 2, 3>



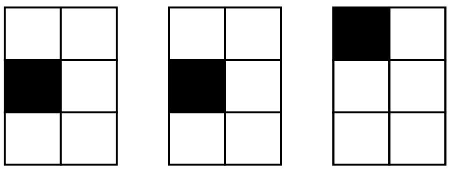
7. <2, 1/2, 1> // <1, 2/1, 2>



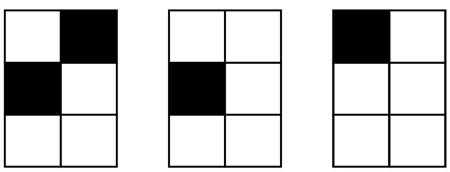
8. <2, 1/2, 3> // <3, 2/1, 2>



9. <2, 2, 3> // <3, 2, 2>



10. <2/3, 2, 3> // <3, 2, 3/2>



Wie man sofort erkennt, ist die Abbildung von Kontexturen auf die Treppen-Schemata eineindeutig.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

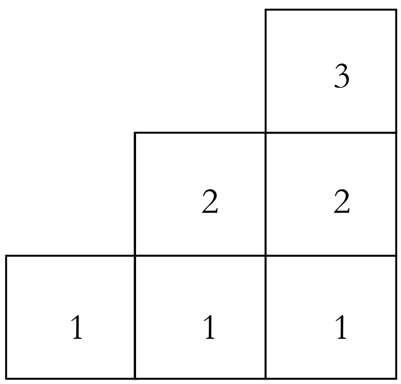
Toth, Alfred, Treppen und Gruppen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die zwei semiotischen Inklusionsrelationen

1. Wie Bense in bewundernswerter Klarheit feststellte, ist die triadische Peircesche Zeichenrelation eine triadisch gestufte Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation (Bense 1979, S. 53, 67):

$ZR = {}^{3}R({}^{1}R{}^{2}R{}^{3}R) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))$.

Nach Toth (2009a) kann sie anschaulich gut mit dem folgenden Treppenmodell dargestellt werden:

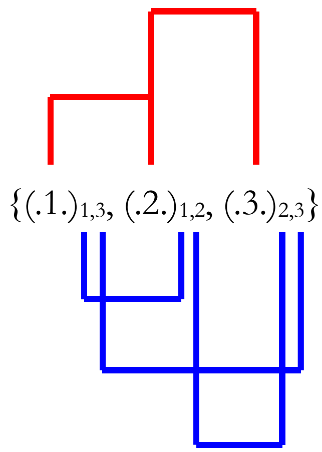


Wie man hier nämlich sieht, ist eine Peirce-Zahl n nicht nur der Nachfolger der Peirce-Zahl (n-1), sondern auch aller ihr vorangehenden Peirce-Zahlen einschliesslich des Anfangselementes. Damit verbietet sich also die von Bense zweimal (1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) veersuchte Parallelisierung der Peano-Zahlen und der Peirce-Zahlen.

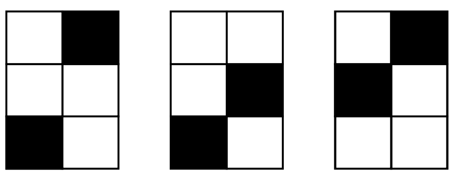
2. Eine zweite semiotische Inklusionsrelation ergibt sich durch die von Rudolf Kaehr eingeführte Kontexturierung der Subzeichen bzw. bereits der Primzeichen (Kaehr 2008):

$PZR^{*} = \{(.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}\}$

Um zu verdeutlichen, worum es hier geht, sind im folgenden Bild die mengen-theoretischen Inklusionen der Peirce-Zahlen rot, die kontexturalen Inklusionen aber blau eingezeichnet:

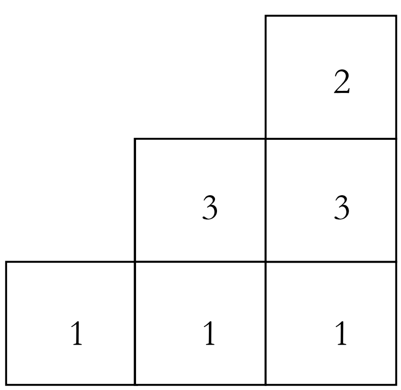


Die kontexturalen Inklusionen (blau) kann man auch mittels des in Toth (2009b) präsentierten Modells darstellen, bei dem jeder quadratische Block für die Kontexturenpositionen eines Subzeichens steht und die Numerierung der Kontexturen von unten aufwärts erfolgt:



3. Bemerkenswert ist nun aber, dass die kontexturalen Inklusionen der irregulären Zeichenrelation

$ZR^* = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 3) \rightarrow (3 \rightarrow 2)))$,
graphisch:



korrespondieren, d.h. die Drittheit ist in die Zweitheit eingeschlossen anstatt umgekehrt bzw. (in der Graphik sichtbar), die Positionen von Zweit- und Drittheit sind vertauscht.

Da sind am grundsätzlichen Treppenmodell aber natürlich nichts ändert – denn sowohl die Primzeichen als auch die Kontexturalzahlen bilden ja eine Inklusionsrelation -, kann man nun im Prinzip die beiden Typen von Inklusionsrelationen in ein einziges Schema zusammenlegen, das wir wie folgt notieren wollen:

		3 2
	2 3	2 3
1	1	1

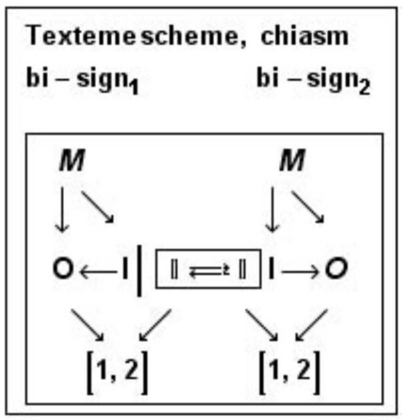
wobei dort, wo sich zwei Zahlen in einem Feld befinden, die jeweils obere die Inklusionsstufe des Primzeichens und die jeweils untere diejenige der Kategorialzahl angibt. Fraglich ist allerdings der Wert dieser Darstellung, da man einerseits das Treppenschema für sämtliche Subzeichen eineindeutig darstellen kann und da anderseits die Abbildung der Primzeicheninklusionen auf die Kontexturalzahlen-Inklusionen eineindeutig ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)
Toth, Alfred, Treppen und Gruppen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, Neue Darstellung der Zeichenklassen aufgrund der Subzeichen-Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Zur Verankerung von Zeichen und Bi-Zeichen

1. Zeichen sind nach Rudolf Kaehr Spezialformen von Bi-Zeichen, diese sind Spezialformen von Diamanten, und diese wieder sind Spezialformen von Textemen, so dass man in der Semiotik eigentlich Texteme untersuchen sollte. Das folgende Modell und der es begleitende Text stammen aus Kaehr (2009, S: 6):



Hence, a decomposition chain might clarify the concept of texteme:
A *texteme* is decomposable to its interacting *bi-signs* by excluding its chiastic interactivity.
A semiotic *diamond* is a bi-sign, de-rooted from its *anchor*,.
A single *bi-sign* is disconnected from its neighbor bi-sign, hence it is a bi-sign without
interaction but realizing an anchored semiotic diamond with its isolated, and hence
restricted, *environment*.
A *sign* is a semiotic diamond, depraved from its *environment* and its *anchor*.

2.1. Nun hatte ich semiotische Diamanten schon in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführt. Dieser Aufsatz darf aber nicht gelesen werden ohne Kaehrs grundegende Abhandlung „Toth's Semiotic Diamonds" (Kaehr 2008). Um es so kurz wie möglich zu sagen: das grosse Problem bei einer textematischen Perspektive des Zeichenbegriffs ist und bleibt die Verankerung. Das Problem ist das folgende: Die Semiotik an sich zeigt zwar teilweise überraschende polykontexturale Züge [Anm.: Diese Behauptung, obwohl von mir vielfach nachgewiesen, wird von Kaher bestritten.], ist aber als solches der klassischen Wissenschaft verhaftet und damit monokontextural. Nach Kaehr sieht man das am besten an der Eigenrealität, bei der die Realitätsthematik nur die Zeichenthematik repetiert. Kontexturiert man sie jedoch, fallen mit der Eigenrealität auch sämtliche Realitätsthematiken weg, d.h. der logische Identitätssatz ist aufgehoben, und die bipolare, bereits von Peirce intendierte Aufteilung von Subjekt und Objekt auf Zeichen- und Realitätsthematik entfällt zugunsten einer vielfachen Vermittlung von Subjekt- und Objektpol innerhalb einer Zeichenrelation (man mag diese dann Zeichen- oder Realitätsthematik nennen).

2.2. Trotzdem kann man, wie bereits gesagt, die Semiotik quasi erretten und ihre Prim- und Subzeichen kontexturieren. [Ob man damit allerdings eine wirkliche polykontexturale Semiotik erreicht, ist m.E. mehr als fraglich. Kaehr stimmt diesen Befürchtungen zu, aber zieht nicht die selben Konsequenzen daraus wie ich es tue.] Ich möchte deshalb hier das ganze Thema einmal wirklich von unten, d.h. von den Kaehrschen Ankern her, angehen: Wenn ich Kaehr recht verstehe, betriffen die Verankerungen, die er auch und in Sonderheit für semiotische Systeme fordert, deren Rechtfertigung in einem „Satz vom Grunde". Dieser ergibt sich natürlich als Grundlage der logischen Gesetze des Denkens von selbst, wird aber bei der Kontexturierung der Semiotik von erheblicher Bedeutung, da es dann wegen der Öffnung der Mono- zur Polykontexturalität nicht nur einen, sondern meherere Anker gibt. Ein Anker, der polykontexturale Systeme in einem Grunde verankert, kann diesen Grund nur in der Schicht der Objekte selbst finden, d.h. noch unter der Semiotik und sicherlich auch unterhalb der klassischen Logik. Die Objekte stellen aber, logisch gesehen (wenigstens wenn man sie kategorial fasst), 0-stellige Relationen dar, welche mit den von mir in die Semiotik eingeführten Null-Zeichen (Toth 2009a) identisch sind. Nullzeichen ergeben sich natürlich aus der Einsicht, dass die leere Menge Teilmenge jeder Menge und so auch der Menge der Peirceschen Fundamentalkategorien ist, d.h. wir gelangen quasi von selbst von

$$ZR = (M, O, I) \rightarrow ZR+ = (M, O, I, \varnothing).$$

Obwohl nun kartesische Produkte aus $\varnothing$ immer zu $\varnothing$ führen, gilt dies nicht für die Semiotik, denn ebenso wie wir in der Semotik $<1, 2> = (1.2)$ von $<2, 1> = (2.1)$ usw. unterscheiden und damit jede Triade trichotomisch ausdifferenzieren können, können wir das auch mit der neu einzuführenden kategorialen Stufe der Nullheit tun, d.h. wir erhalten $<\varnothing.1> \neq <1.\varnothing>$, $<\varnothing.2> \neq <2.\varnothing>$, $<\varnothing.3> \neq <3.\varnothing>$ (vgl. zur Nullheit als neuer Fundamentalkategorie bereits Bense 1975, S. 65 f. und zur trichotomischen Untergliederung der Nullheit Götz 1982, S. 4, 28). Damit haben wir also zwei Sätze von Nullzeichen, die als 0-stellige Relationen Objekte sind. Nun hatte ich in Toth (2009b) nachgewiesen, dass die Abbildungen von $\varnothing \rightarrow \{M, O, I\}$ nichts anderes als die thetische Einführung von Zeichen aus Objekten

$$\vdash M \equiv \varnothing \rightarrow M = \varnothing.1$$
$$\vdash O \equiv \varnothing \rightarrow O = \varnothing.2$$

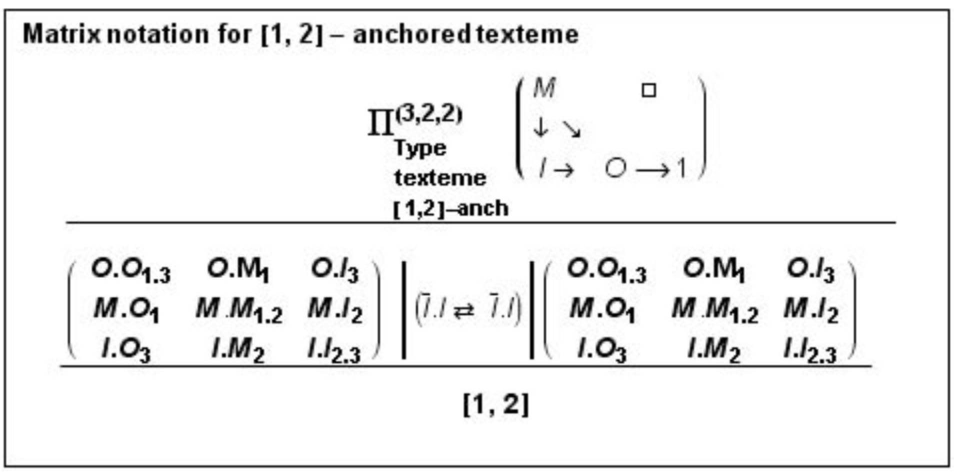
$\vdash \mathrm{I} \quad \equiv \quad \varnothing \rightarrow \mathrm{I} \quad = \varnothing.3$

und die konverse Abbildung von {M, O, I} $\rightarrow \varnothing$ nichts anderes als die thetische Einführung von Objekten aus Zeichen

$\dashv \mathrm{M} \quad \equiv \quad \mathrm{M} \rightarrow \varnothing \quad = 1.\varnothing$
$\dashv \mathrm{O} \quad \equiv \quad \mathrm{O} \rightarrow \varnothing \quad = 2.\varnothing$
$\dashv \mathrm{I} \quad \equiv \quad \mathrm{I} \rightarrow \varnothing \quad = 3.\varnothing$

ist. Mit dem ersten Schema kann man somit Zeichen und Bi-Zeichen und mit dem zweiten Realitätsthematiken und Bi-Realitätsthematiken (sofern man an den letzteren Begriffen festhalten möchte) verankern.

3. Das folgende Kaehrsche geankerte Textem



müsste somit in unseren Schreibweise durch das Ankersystem [∅.1, ∅.2], seine realitätsthematische Entsprechung durch das Ankersystem [1.∅, 2.∅] notiert werden. Daneben muss es also auch semiotische Systeme geben, die durch die Systeme [∅.1, ∅.3] bzw. [1.∅, 3.∅] sowie [∅.2, ∅.3] bzw. [2.∅, 3.∅] verankert sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)
Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Nullzeichen.pdf (2009a)
Toth, Alfred, Thetische Einführung von Zeichen und thetische Einführung von Objekten. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Zur Position der Semiotik innerhalb der Wissenschaft

1. Die Position der Semiotik innerhalb des Gebäudes der Wissenschaft war bereits für Peirce unklar, denn einerseits stellte er die Logik als speziellere Wissenschaft hierarchisch über die Semiotik, anderseits aber die Semiotik als speziellere Wissenschaft hierarchisch über die Logik (vgl. Toth 2007, S. 48 ff., 190 ff.). Als direkte Konsequenz aus diesem Problem rühren auch Peirces vergebliche Versuche, eine der triadischen Semiotik „entsprechende" ternäre Logik zu schaffen (vgl. Toth 2007, S. 170 ff.).

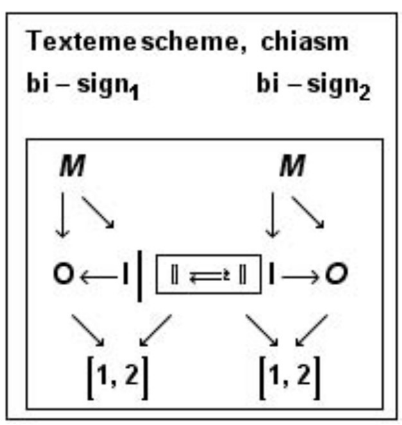
2. Kronthaler (1992) versuchte, das Zeichen und die Zahl durch den „Begriff" zu vermitteln. Da dies jedoch, wie bereits Günther (1991) gezeigt hatte, nur für die qualitative Zahl möglich ist, musste das Zeichen selbst letztendlich auf der Keno-Ebene repräsentierbar bzw. präsentierbar sein (1992, S. 295). Auf die sich bei einem solchen Plan stellenden Probleme hatte ich in einer Reihe von Arbeiten hingewiesen, beginnend mit Toth (1998): Das Zeichen ist definiert als triadische Relation über Inklusionsrelationen und stellt daher gerichtete Abbildungen im Sinne der vollständigen Induktion dar. Damit ist sie wegen ihrer Isomorphie zu den Peano-Zahlen aber monokontextural. Es gibt nun allerdings nur durch diese Definition die Möglichkeiten der trichotomischen Untergliederung der Triade, d.h. der kartesischen Multiplikation der Primzeichen, der Subzeichenbildung, und von hier aus der Konstruktion der Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Ohne Nachfolgerelation kein Zeichenbegriff, daher keine Bezeichnung, keine Repräsentation und Interpretation und vor allem keine Unterscheidung zwischen Bezeichnetem und Bezeichnenden. Und gerade die letztere Dichotomie wollte Kronthaler ja mit einer Rückführung der Semiotik auf die Keno-Ebene aufheben. Daraus folgt jedoch, dass auf der Keno-Ebene Zeichen und Objekt nicht mehr voneinander geschieden sind. Das sieht nun zwar auch Kronthaler (1992, S. 291 f.), aber er hält an einer „Hochzeit von Semiotik und Struktur" fest. Die Frage ist aber: Wenn auf der Keno-Ebene Zeichen und Bezeichnetes derselben Kontextur angehören, wozu braucht man dann den Zeichenbegriff überhaupt noch? Dieser macht doch nur in einer Monokontextur Sinn, wo ein Objekt durch ein Anderes, eben ein Zeichen, ersetzt werden kann.

3. Wenn es somit keine Zeichen auf der Keno-Ebene, d.h. der Ebne der Keno- und Morphogramme, gibt, dann kann die Semiotik auf jeden Fall auch nicht dort angesiedelt sein. Nun hat aber Kaehr (2008) gezeigt, wie es, ohne auf die Keno-Ebene hinunterzusteigen, dennoch möglich ist, eine polykontexturale Semiotik zu konstruieren, und zwar durch Kontextuierung der Peirceschen Fundamentalkategorien:

$$PZR = (.1._{\alpha\beta}, .2._{\gamma,\delta}, .3._{\varepsilon,\zeta}).$$

Wenn $\alpha \neq \beta$ oder $\gamma \neq \delta$ oder $\varepsilon \neq \zeta$, dann stimmen selbst bei Dualinvarianz der Subzeichen im Falle der Struktur (x.y id_i y.x) mit $i \in \{1, 2, 3\}$ die Realitätsthematiken und die Zeichentheamtiken nicht mehr miteinander überein, da dann z.B. $\alpha, \beta \neq \beta, \alpha$ gilt, d.h. es gibt keine Eigenrealität mehr. Man kann somit eine polykontexturale Semiotik konstruieren, ohne auf die Keno-Ebene hinuterzusteigen, aber indem man den logischen Identitätssatz ausschaltet. Bei einem solchen polykontexturalen Zeichen sind nun zwar Zeichen und Bezeichnetes ebenfalls nicht mehr voneinander kontextural getrennt, aber gerade wegen des aufgehobenen logischen Identitätssatzes qua Differenz von Zeichen- und Realitätsthematik unterscheidbar! Genau hierin liegt die Genialität der Kaehrschen Lösung. Freilich, auch diese Lösung hat einen Haken, denn von den zwei von Kronthaler (1992) zur Aufhebung geforderten „Limitationstheoremen" – dem Theorem der Objekttranszendenz des Zeichen und dem Theorem der „Zeichenkonstanz" anstatt Strukturkonstanz bleibt hier das letztere bestehen, und zwar deshalb, weil Zeichenkonstanz an die Materialität der Zeichen gebunden ist und diese ohne die Zurückführung des Zeichenbegriffs auf die Keno-Ebene ja nicht eliminiert werden kann.

4. Kaehr hat aber mit seiner genialen Lösung etwas weiteres geschaffen: Er hat bewiesen, dass es polykontexturalen Systeme gibt, die nicht auf der Keno-Ebene liegen. Ferner hat er in einer weiteren Arbeit (Kahr 2009) die Theorie der „Anker" (anchors) eingeführt und hierfür das Zeichen als Fragment des Diamanten, den Diamanten als Fragment des Bi-Zeichens und dieses als Fragment eines „Textems" (das nicht mit den strukturalistischen Textemen zu verwechseln ist) eingeführt. Das folgende Modell stammt aus Kaehr (2009):



Wie man erkennt, müssen also polykontexturale Zeichen, die nicht auf der Ebene der Keno-Grammatik eingeführt werden, d.h. Zeichen, bei denen nur das Limitationstheorem der Objekttranszendenz und nicht auch dasjenige der Materialkonstanz aufgehoben ist, verankert werden: dies ist im obigen Kaehrschen Modell durch die beiden Symbole [1, 2] angedeutet. In einer früheren Arbeit schreibt Kaehr dazu: „Anchors are realized in a kenomic grid. This happens at first as a proto-numbering of anchors. Anchors of diamonds, and as a consequence of semiotics, too, are not part of diamonds or semiotics. That is, anchors are not represented by diamond's firstness, secondness, thirdness and fourthness. Because anchors are realized in a kenomic grid, their numeric representation level shall be 0, hence Zeroness, also understood as Emptiness or Voidness. It represents the fifth category of anchored diamonds" (Kaehr 2008, S. 21).

5. Eine semiotische Ebene der Zeroness oder Nullheit wurde schon von Bense (1975, S. 66) postuliert und später, vor allem im Rahmen der semiotischen Objekttheorie, von Stiebing (1981, 1984) wieder aufgenommen. Bense siedelt auf der Ebene der Nullheit die „disponiblen Kategorien" an, d.h. kategoriale Objekte. Nullzeichen resultieren aus der Einführung der Peirceschen Zeichenrelation als Menge der Primzeichen (Bense 1971, S. 33 ff.) in natürlicher Weise, insofern die leere Menge Teilmenge aller Mengen ist, d.h. wir haben sofort

$ZR = (M, O, I) \rightarrow ZR+ = (M, O, I, \varnothing)$.

Dass ∅.d, ebenso wie 3.a, 2.b und 1.c eine trichotomische Untergliederung zulässt, obgleich in einer rein quantitativen Mathematik kartesische Produkte mit ∅ ebenfalls ∅ sind, wurde bereits von Bense (1975, S. 45 f.) und Götz (1982, S. 4, 28) gesehen. Götz nennt diese Trichotomie der Nullheit „Sekanz, Semanz und Selektanz", und zwar im Rahmen seiner semiotischen Theorie der Form, die vom Standpunkt der viel bekannteren Formtheorie Spencer Browns nie berücksichtigt worden ist. Damit haben wir also drei trichotomische Nullheiten ∅.1, ∅.2 und ∅.3 und drei ihnen duale Konversen 1.∅, 2.∅ und 3.∅, welche 0-stellige Relationen und damit Objekte darstellen. Dies ist also in semiotischer Terminologie der Kaehrsche Bereich der „Emptiness" bzw. „Voidness", in deren kenomic grids die von ihm geschaffenen polykontextural-semiotischen Systeme verankert sind.

Es wird hier aber Zeit, die bisher erarbeiteten Hinweise zu einer Positionierung der Semiotik, um die es uns doch hautpsächlich geht, zusammenzufassen: In einem ersten Schritt haben wir eine monokontexturale Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c),

welche selbstverständlich sowohl durch das Theorem der Objekttranszendenz als auch durch dasjenige der Materialkonstanz limitiert ist. Wir hatten herausgefunden, dass wir das Theorem der Materialkonstanz nicht eliminieren können, ohne dass die ganze

Semiotik zusammenbricht bzw. ohne dass es völlig sinnlos wird, über noch den Begriff „Zeichen“ zu gebrauchen. Kaehr (2008) folgend, können wir jedoch das Theorem der Objekttranszedenz durch Elimination des logischen Identitätssatzes aufheben, und dies tun wir, in dem wir unsere Zeichenklasse kontexturieren:

$Zkl_{cont} = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta})$.

Die für Zeichen, Bizeichen und Diamanten nötige Verankerung erreichen wir durch Einführung der semiotischen Nullheit, d.h. durch die vierte Kategorie (0.d) vermittels der einfachen Üeberlegung, dass die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist. Damit bekommen wir also zunächst

$Zkl+ = (3.a\ 2.b\ 1.c\ \varnothing.d)$

und hernach

$Zkl+_{cont} = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta}\ (\varnothing.d))$.

Wir bekommen damit ein Positionsmodell, das ungefähr wie folgt aussieht:

monok. Semiotik	(Lim.axiome gültig)	arist. Logik; quant.Math.
polykont. Semiotik	Th.d.Obj.transz. elim.	?; Peirce-Zahlen?
Kenogrammatik Morphogrammatik	Th.d.Obj.transz. elim. Th.d.Mat.konst. elim.	polyk. Logik; qual.Math.

Zu Peirce-Zahlen vgl. z.B. Toth (2009). Wie man also erkennt, ist die wirklich bedeutende Frage nicht so sehr die von Peirce immer wieder zu beantworten versuchte von der gegenseitigen Dominanz von Logik und Semiotik, sondern die bedeutende Frage, die sich freilich erst seit dem bahnbrechenden Aufsatz von Kaehr (2008) stellt, ist die nach der logischen und der mathematischen Korrespondenz der polykontexturalen Semiotik als Semiotik mit eliminierter Theorie der Objekttranszendenz, aber nicht Materialkonstanz. Kurz gesagt: Zwischen reiner Quantität im Sinne von Monokontexturalität und reiner Qualität im Sinne von

Polykontexturalität sind die bisherigen Untersuchungen zum Transitionsbereich von quantiativer Qualität und qualitativer Quantität defektiv (vgl. jedoch Kronthaler 1986, S. 77 ff., 92 ff.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden.Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualtitäten. Frankfurt am Mai 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte" zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus (Hrsg.), Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, S. 105-112

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Wie viele Identäten gibt es?

1. Rudolf Kaehr hat in (Kaehr 2008, S. 5) die beiden Dualitäten für Sem(3,1) wie folgt bestimmt:

$\text{dual}_1(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\underline{\text{id}_1}, \text{id}_3, \text{id}_2)$
$\text{dual}_2(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_3, \underline{\text{id}_2}, \text{id}_1)$

Für Sem(3,2) gibt es also zusätzlich

$\text{dual}_3(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_2, \text{id}_1, \underline{\text{id}_3})$

2. Nun gibt es aber 3 weitere Permutationen von jeder der obigen Identitäten, d.h. 3 weitere Identitäten:

$\text{dual}_4(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_3, \underline{\text{id}_1}, \text{id}_2)$
$\text{dual}_5(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_1, \underline{\text{id}_2}, \text{id}_3)$
$\text{dual}_6(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_2, \underline{\text{id}_3}, \text{id}_1)$

Indem man nun systematisch die id_i durch (x.y) ersetzt, ergeben sich je 3 Übergänge von den 6 Identitäten über Verschiedenheit bis zur Diversität (vgl. Toth 2008, S. 87 f.):

$\text{dual}_1(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\underline{\text{id}_1}, \text{id}_3, \text{id}_2) \rightarrow (\underline{\text{id}_1}, \text{id}_3, (x.y))/ \rightarrow (\underline{\text{id}_1}, (x.y), \text{id}_2) / \rightarrow$
$((x.y), \text{id}_3, \text{id}_2)$

$\text{dual}_2(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_3, \underline{\text{id}_2}, \text{id}_1) \rightarrow (\text{id}_3, \underline{\text{id}_2}, (x.y)) / \rightarrow (\text{id}_3, (x.y), \text{id}_1) / \rightarrow$
$((x.y), \underline{\text{id}_2}, \text{id}_1)$

$\text{dual}_3(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_2, \text{id}_1, \underline{\text{id}_3}) \rightarrow (\text{id}_2, \text{id}_1, (x.y)) / \rightarrow (\text{id}_2, (x.y), \underline{\text{id}_3}) / \rightarrow$
$((x.y), \text{id}_1, \underline{\text{id}_3})$

$\text{dual}_4(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_3, \underline{\text{id}_1}, \text{id}_2) \rightarrow (\text{id}_3, \underline{\text{id}_1}, (x.y)) / \rightarrow (\text{id}_3, (x.y), \text{id}_2) / \rightarrow$
$((x.y), \underline{\text{id}_1}, \text{id}_2)$

$\text{dual}_5(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_1, \underline{\text{id}_2}, \text{id}_3) \rightarrow (\text{id}_1, \underline{\text{id}_2}, (x.y)) / (\text{id}_1, (x.y), \text{id}_3) / \rightarrow$
$((x.y), \underline{\text{id}_2}, \text{id}_3)$

$\text{dual}_6(\text{id}_1, \text{id}_2, \text{id}_3) = (\text{id}_2, \underline{\text{id}_3}, (x.y)) \rightarrow (\text{id}_2, (x.y), \text{id}_1) / \rightarrow ((x.y), \underline{\text{id}_3}, \text{id}_1)$.

So paradox es erscheint: Die Einführung kontexturierter Primzeichen führt zwar zur Zerstörung der Eigenrealität des Zeichens, d.h. der Ununterscheidbarkeit von Zeichen- und Realitätsthematik der Zeichenklasse des Zeichens selbst, und zwar, indem sie den logischen Identitätssatz aufhebt, ermöglicht aber gerade dadurch zwei neue Identitäten für die eine zerstörte und insgesamt 6 Identitäten für jede Zeichen- und Realitätsthematik.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Zeichen und Kenogramm

1. Die Idee, das Zeichen, den Basisbegriff der Semiotik, und das Kenogramm, den Basisbegriff der polykontexturalen Logik, miteinander zusammenzubringen, wird erstmals in Kronthaler (1992) erwähnt, allerdings erwähnt Kaehr (2008) seine eigenen diesbezüglichen Bemühungen bereits seit den 70er Jahren. In Kronthalers 1973 fertiggestellter, aber erst 1986 publizierter Dissertation (Kronthaler 1986) ist nichts zu spüren vom Einfluss des Peirceschen Zeichenbegriffs bzw. der Stuttgarter Semiotik auf die Mathematik der Qualitäten, obwohl Max Bense die Dissertation im Hauptreferat betreut hatte.

2. Das Kenogramm ist eine Leerstelle, ein Platz, der nur durch sich selbst andeutet, dass etwas in ihn eingeschrieben werden kann. So besehen, ist es also weder ein präsentierendes noch ein repräsentierendes Zeichen, sondern am ehesten mit Kenneth Pikes „Kenem" zu vergleichen. Der „Auffüllung" des Kenems zu einem Plerem entspräche dann die Belegung eines Kenogramms entweder mit logischen Werten, mit mathematischen Zahlen oder mit semiotischen Werten, und das Resultat wäre dann ein logischer Ausdruck, eine Zahl oder ein Zeichen. Wie man also erkennt, hängen diese drei Wissenschaften, die Logik, die Mathematik und die Semiotik, insofern engstens mit der Kenogrammatik zusammen, als sie das Material zur Füllung der von ihr bereitgestellten Leerstellen, der Kenogramme, liefern.

3. Nun ist die Kenogrammatik per definitionem unterhalb von Logik, Mathematik und Semiotik angesiedelt, und zwar mit Zwecke, Dichotomien und andere binäre Strukturen logisch dadurch zu hinter- bzw. untergehen, dass sie in Chiasmen aufgelöst werden. Das bedeutet also, dass auch die Grund-Dichotomie, diejenige des Zeichens und ihres bezeichnetes Objektes, die ja nicht nur für die Semiotik, sondern auch für die Logik und für die Mathematik gilt, auf der kenogrammatischen Ebene nicht mehr oder noch nicht exisitiert. Wenn man aber die Differenz zwischen Zeichen und Objekt aufhebt, hört das Zeichen auf zu existieren. Scheinbar paradoxerweise bleibt das Objekt, denn das Zeichen ist ein „metaobjektiviertes" Objekt (Bense 1967, S. 9). Man kann also nicht etwa die Ontologie durch Postulierung einer polykontexturalen Logik zerstören, wohl aber die Semiotik.

4. Von hier aus betrachtet, scheint als die Idee, ein „kenogrammatische Semiotik", d.h. eine Vereinigung von Kenogrammatik und Semiotik bzw. eine „Hochzeit von Semiotik und Struktur" (Kronthaler 1992) zu bewerkstelligen, schlicht unmöglich zu sein. Wenn man aber genauer hinschaut, wodurch ein monokontexturals System überhaupt polykontextural wird, dann kann es gehen. Zunächst wird beim Übergang von der Mono- zur Polykontexturalität das Limitationstheorem der Objekttranszendenz eliminiert. Das ist genau das, worüber im vorherigen Abschnitt berichtet wurde: Nach

klassischer, eben monokontexturaler Auffasung sind einander Zeichen und bezeichnetes Objekt transzendent, d.h. ich kann weder meine Freundin aus ihrem Photo herauszaubern, wenn ich sie vermisse, noch sie in ihr Photo hineinzaubern, wenn ich sie loshaben möchte. Das zweite und letzte Limitationstheorem, das beim Übergang von der Mono- zur Polykontexturalität aufgehoben wird, ist dasjenige der Materialität, welche für Zeichenkonstanz verantwortlich ist. Zeichen sind materiell, denn sie bedürfen eines Zeichenträgers (Bense/Walther 1973, S. 137). Kenogramme dagegen sind einfach das (strukturierte) Nichts: die Leere und bestenfalls Spuren, und natürlich bedürfen sie deshalb keines Zeichenträgers. Hier stehen wir also vor einem ähnlichen Dilemma wie bei der Aufhebung des ersten Limitationstheorems: Wenn ich die Transzendenz zwischen Zeichen und Objekt aufhebe – geht das Zeichen zuschanden – und das Objekt bleibt. Wenn ich aber vom Zeichen den Zeichenträger entferne – geht wieder das Zeichen zuschanden, und das (objektale) Material bleibt. Es bleibt also auf jeden Fall die Ontologie, denn das Material entstammt natürlich einem Objekt, ist also selbst Objekt.

5. Obwohl also die Aufhebung beider Theoreme (scheinbar) das Zeichen vernichtet, gibt einen höchst interessanten Unterschied zwischen ihnen: Dadurch, dass ich die Grenze zwischen Zeichen und Objekt aufhebe, komme ich nämlich noch nicht automatisch hinunter auf die kenogrammatische Ebene. Wenn ich jedoch die Materialität des Zeichenträgers entferne, dann bleibt nur noch Staub und Asche – und Leere, Keno. Es ist nun Rudolf Kaehrs Verdienst, dies gesehen zu haben. In einer bahnbrechenden Arbeit (Kaehr 2008) hob Kaehr das Theorem der Objekttranszendenz der Zeichen auf, indem er die Primzeichen kontexturierte – und dadurch das Zeichen am Leben liess. In einer späteren Arbeit brachte er dann die Verankerung (anchoring) polykontexturaler System dadurch in die Diskussion ein, dass er den Zeichenbegriff zunächst zum Diamanten (diamond), dann zum Bi-Zeichen (bi-sign) und dann zum „texteme" (nicht zu verwechseln mit dem strukturalistischen „Textem") erweiterte und die dergestalt chiastisch und interaktiv ausgerüsteten semiotischen „Gebilde" verankerte. (Wenn ich Kaehr recht verstehe, geht sein Konzept der Anker bereits auf frühere, evtl. in Manuskriptform vorliegende Studien zurück.) Jedenfalls entspricht das polykontexturale Konzept der Anker, wenn ich Kaehr hier korrekt paraphrasiere, einer polykontexturalen, d.h. disseminierten Version dessen, was für die klassische Logik der Satz vom Grunde ist, durch den bekanntlich der logische Identitätssatz, der Satz vom augeschlossenen Dritten und der Satz des Nichtwidersprichts transzendental „verankert" sind (vgl. Günther 1991, S. 231 ff.). Da diese 3 „Grundtheoreme des Denkens" ja in einem polykontexturalen System aufgehoben sind, stellt sich aufs neue das Problem eines „Grundes" bzw. von „Gründen", wie man wohl besser sagen wird, da es sich ja um theoretisch unendlich viele disseminierte Systeme handelt. Nun wurzeln aber die Anker, wie Kaehr (2009, S. 21, Anm. 7) klar sagt, im „kenomic grid" der „Emptiness" or „Voidness" – und das heisst in der kenogrammatischen Ebene. Die

Anker bewirken also genau das, was die Aufhebung des Theorems der Zeichenkonstanz bzw. Materialität der Zeichen getan hätte, hätte man es ohne Schaden für den Begriff des Zeichens aufheben können, was ja, wie bereits gesagt, unmöglich ist. Ist also die Semiotik nach der Aufhebung des Theorems der Objekttranszendenz erst eine „kontexturierte“ (und nicht wahrhaft polykontexturale) Semiotik, so ist sie es nach ihrer Verankerung, da der semiotische Raum der Zeichen dann mit dem ontologischen Raum verbunden ist, auf dem sich auch die Kenogrammatik befindet.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualtitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Kontexturenklassen

1. Die Abbildung der Kontexturenzahlen auf die Subzeichen von Zeichenklassen (bzw. ursprünglich auf die Primzeichen der Peirceschen Zeichenrelation) ist eineindeutig (vgl. Kaehr 2008). Deshalb könnte man an sich Klassen bilden, die nur auf Kontexturenzahlen bestehen, sog. „Kontexturenklassen". Wir tun dies hier unter der folgenden Überlegung: Kaehr (2008) hat zu recht darauf hingewiesen, dass die von Peirce in seine Zeichenrelation eingebaut „stop-in function", die beim Wert R = 3 halt macht, sich weder mathematisch noch logisch rechtfertigen lässt. Anderseits möchte ich hier aber ergänzen, dass nicht nur die Triaden bei R = 3 stoppen, sondern auch die Trichotomien, d.h. stop-in functions gibt es bei Peirce sowohl in den Haupt- wie in den Stellenwerten. Bei den Stellenwerten allerdings sind diese Funktionen direkt an den Ordnungstypus gebunden, insofern für Peircesche Zeichenklassen die Beschränkung

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

gilt, d.h. also, jegliche Kombination mit > ist verboten. Damit wird die potentielle Menge von 27 Zeichenklassen auf nur 10 reduziert.

2. Eine solche trichotomische stop-in function setzt jedoch voraus, dass das Nachfolgerpinzip der trichotomischen Peirce-Zahlen aus den Zeichenklassen ersichtlich ist, denn sonst könnte der Algorithmus nicht halten. Nehmen wir dagegen statt Subzeichen Kontexturenzahlen, können wir dieses Problem umgehen.

1. <3-1-1/3>
2. <3-1-1>
3. <3-1-3>

*4. <3-1/2-1/3>
5. <3-1/2-1>
6. <3-1/2-3>

*7. <3-2-1/3>
*8. <3-2-1>
9. <3-2-3>

----

10. <2-1-1/3>
11. <2-1-1>
12. <2-1-3>

*13. <2-1/2-1/3>
14. <2-1/2-1>
15. <2-1/2-3>

*16. <2-2-1/3>
*17. <2-2-1>
18. <2-2-3>

----

19. <2/3-1-1/3>
20. <2/3-1-1>
21. <2/3-1-3>

*22. <2/3-1/2-1/3>
23. <2/3-1/2-1>
24. <2/3-1/2-3>

*25. <2/3-2-1/3>
*26. <2/3-2-1>
27. <2/3-2-3>

Es ist also nicht nur so, dass an den Kategorienzahlen keine aus der Inklusionsordnung der Trichotomien abgezogene Haltefunktion ausgemacht werden kann, sondern dass im Gegeneteil – wie die von uns gewählte Anordnung der Zeichenklassen in Dreierblöcken zeigt, das ganze 27-teilige System ohne die 17 mit Asterisk gekennezeichneten „irregulären“ Zeichensysteme, die aus dem Peirceschen 10er-System ausgeschlossen sind, strukturell unvollständig sind, d.h. nur ein Repräsentationsfragment darstellen.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Von der Semiotisierung der Struktur zur Strukturierung der Semiotik

1. „Die semiotische Denkweise ist keine strukturelle“, heisst es überdeutlich bei Bense (1975, S.22). Eine Strukturierung der Semiotik im Sinne ihrer „weiteren Tieferlegung sogar noch unter die Präsemiotik (...) scheint genau so absurd wie die Mehrdeutigkeit der Zahl“ (Kronthaler 1992, S. 291). Trotzdem wollte Kronthaler eine „Strukturalisierung der Semiotik und Semiotisierung der Struktur“ (1992, S. 295) im Sinne einer „Hochzeit von Semiotik und Struktur“ erreichen. Wir sind heute soweit, dass beides, wenigstens in den Grundzügen, vollzogen ist, obwohl vor allem von meiner Seite hier grösste Skepsis geäussert wurde. Ich erinnere mich, wie ich Engelbert noch auf dem Jahrmarkt von Sarlat in Südfrankreich bei strömendem Regen auseinandersetzte, dass eine Reduktion der triadischen Zeichenrelation auf die Kenogrammatik notwendig den Zeichencharakter zerstören müsse, weil die von Engelbert geschaffene Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986), quantitativ betrachtet, ja nicht einmal ein Grippoid darstelle und die Zeichenrelation auf dem Nachfolgebegriff eingeführt sei, also die Bedingungen einer Gruppe erfüllen müsse. (Das wurde später von Bogarin (1992) nachgewiesen.) Weil wir dann im Grunde beide nicht weiter wussten, versuchte ich es einmal von der einen der beiden möglichen Seiten her: der Semiotisierung der Struktur, und veröffentlichte meine Ergebnisse „aus der Alten Laterne“ (siehe Ende des Beitrags) 2003, also nach sehr langer Pause und einer Odyssee durch die halbe Welt, in der Form eines kleinen Buches.

Im vorliegenden Artikel beschränke ich mich auf technische Details, um zu schildern, wie der Berg zwischen Semiotik und Polykontexturalitätstheorie durchstossen werde (vielleicht sollte man sich ja eher einen in die Tiefe führenden Schacht vorstellen). Jedenfalls arbeiteten wir genau so, wie gegen Ende des 19. Jahrhunderts der Gotthard-Tunnel durchbohrt wurde: von beiden Seiten gleichzeitig das Gestein abarbeitend. Ich musste allerdings auf meiner Seite allein weitermachen, weil Engelbert stärker und stärker mit mythologischen bzw. konzeptionellen Aspekten der Theorie befasst war (und noch ist). Was ich allerdings nicht wusste, ist, dass nach langen Jahren jemand von der anderen Seite des Tunnels mit grösster Geschwindigkeit und völlig neuen Verfahren den Durchbruch erbringen würde. Das war Rudolf Kaehr, der heute weltweit wichtigste und führende Vertreter der Polykontexturalitätstheorie. Er war und ist wohl auch der einzige, der verstehen konnte, was ich selber machte.

2. Erste Wegrichtung: Semiotisierung der Struktur (Toth 2003)

Die 15 Trito-Zeichen der Kontextur K = 4 können, wie in Toth (2003) gezeigt, eineindeutig auf die 15 Zeichenklassen der tetradischen Zeichenrelation ZR* = (3.a 2.b 1.c ∅.d) mit a, ..., d ∈ {.1, .2, .3} abgebildet werden, so zwar, dass jedem ansteigenden triadischen Wert eines Subzeichens ein neuer Trito-Zahlenwert und/oder ein Positionswechsel korrespondiert.

1	0	0	0	1	$\rightarrow$	(3.1 2.1 1.1 ∅.1)	
4	0	0	1	0	$\rightarrow$	(3.1 2.1 1.1 ∅.2)	
5	0	0	1	1	$\rightarrow$	(3.1 2.1 1.1 ∅.3)	
6	0	0	1	2	$\rightarrow$	(3.1 2.1 1.2 ∅.2)	neuer Wert = 1.2
16	0	1	0	0	$\rightarrow$	(3.1 2.1 1.2 ∅.3)	
17	0	1	0	1	$\rightarrow$	(3.1 2.1 1.3 ∅.3)	
18	0	1	0	2	$\rightarrow$	(3.1 2.2 1.2 ∅.2)	neuer Wert = 2.2
20	0	1	1	0	$\rightarrow$	(3.1 2.2 1.2 ∅.3)	
21	0	1	1	1	$\rightarrow$	(3.1 2.2 1.3 ∅.3)	
22	0	1	1	2	$\rightarrow$	(3.2 2.2 1.2 ∅.2)	neuer Wert = 3.2
24	0	1	2	0	$\rightarrow$	(3.2 2.2 1.2 ∅.3)	
25	0	1	2	1	$\rightarrow$	(3.2 2.2 1.3 ∅.3)	
26	0	1	2	2	$\rightarrow$	(3.2 2.3 1.3 ∅.3)	
27	0	1	2	3	$\rightarrow$	(3.3 2.3 1.3 ∅.3)	neuer Wert = 3.3

3. Zweite Wegrichtung: Strukturierung der Semiotik

3.1. Erster Teilweg: Kontexturierung der Semiotik (Kaehr 2008)

Kontexturierung der Primzeichenrelation:

$PZR = (.1., .2., .3.) \rightarrow PZR^* = ((.1.)_{1,3}\ (.2.)_{1,2}\ (.3.)_{2,3})$

Kartesische Produktbildung der kontexturierten Primzeichen bzw. Kontexturierung der Subzeichen der semiotischen Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Kontexturierung der Zeichenklassen (bzw. ihrer Subzeichen) resp. Konstruktion kontexturierter Zeichenklassen aus den Subzeichen der semiotischen Matrix nach der üblichen inklusiven Ordnung

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c (und a, b, c ∈ {.1, .2, .3}):

1. (3.1 2.1 1.1) → $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$
2. (3.1 2.1 1.2) → $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$
3. (3.1 2.1 1.3) → $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$
4. (3.1 2.2 1.2) → $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$
5. (3.1 2.2 1.3) → $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
6. (3.1 2.3 1.3) → $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$
7. (3.2 2.2 1.2) → $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$
8. (3.2 2.2 1.3) → $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
9. (3.2 2.3 1.3) → $(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3)$
10. (3.3 2.3 1.3) → $(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$

3.2. Zweiter Teilweg: Verankerung der kontexturierten Semiotik (Kaehr 2009/Toth 2009)

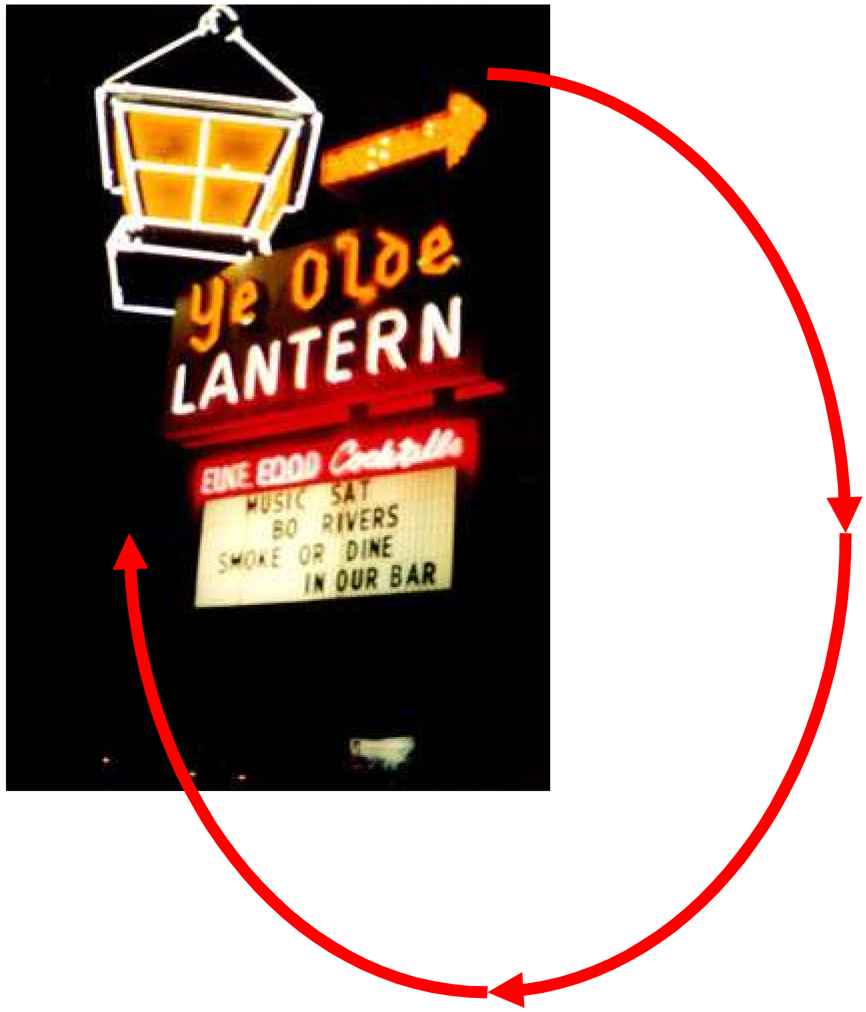
1. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$ × $(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
2. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$ × $(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
3. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$ × $(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
4. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$ × $(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
5. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$ × $(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
6. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$ × $(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
7. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$ × $(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
8. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$ × $(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

9. $(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$

$$\Downarrow$$

1. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3} \lightning\ \varnothing.1) \quad \times \quad (1.\varnothing \lightning\ 1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
2. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3} \lightning\ \varnothing.2) \quad \times \quad (2.\varnothing \lightning\ 1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
3. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3} \lightning\ \varnothing.3) \quad \times \quad (3.\varnothing \lightning\ 1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
4. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1 \lightning\ \varnothing.2) \quad \times \quad (\varnothing.2 \lightning\ 2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
5. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1 \lightning\ \varnothing.3) \quad \times \quad (\varnothing.3 \lightning\ 2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
6. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3 \lightning\ \varnothing.3) \quad \times \quad (3.\varnothing \lightning\ 3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
7. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1 \lightning\ \varnothing.2) \quad \times \quad (2.\varnothing \lightning\ 2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
8. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1 \lightning\ \varnothing.3) \quad \times \quad (3.\varnothing \lightning\ 2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
9. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3 \lightning\ \varnothing.3) \quad \times \quad (3.\varnothing \lightning\ 3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
10. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3 \lightning\ \varnothing.3) \quad \times \quad (3.\varnothing \lightning\ 3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$

Am Schluss schliesst der Kreis sich (wie bei heterarchischen bzw. heterarchisch-hierarchischen und hierarchisch-heterarchischen Systemen üblich.) Hier hat er angefangen:



Restaurant „Ye Olde Lantern“ in Tucson, AZ, abgebrochen im Winter 2006. Wohin geht also der Kreis, wenn der Anfang aufgehört hat zu existieren?

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bogarin, Jorge, Symplerosis. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 87-94

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu’s textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.

pdf (2009)
Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302
Toth, Alfred, Die Verankerung der Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Verank.%20Zkln,%20Rthn.pdf (2009)

Zeichenklassen, Kontexturen, „Zeichengebilde“

1. Geht man von der kontexturierten Primzeichen-Relation (Kaehr 2008)

$PZR^* = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$

aus, dann kann man eine quadratische semiotische Matrix derart konstruieren, dass PZR* gleichzeitig zur Hauptdiagonalen wird

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Wie bekannt, werden in der nicht-kontexturierten Peirceschen Semiotik aus den Subzeichen dadurch Zeichenklassen konstruiert, dass folgende zwei Regeln befolgt werden:

1. Die Ordnung der Triaden ist (3.a), (2.b), (1.c).
2. Für die Ordnung der Trichotomien gilt $a \leq b \leq c$.

2. Statt von diesen künstlich festgesetzten Regeln auszugehen, wollen wir uns hier einmal fragen, welche Zeichenklassen sich allein durch die den Subzeichen inhärenten Kontexturenzahlen ergeben würden. Dazu bilden wir Paarrelationen aller Dyaden ausser den identischen:

$(1.1_{1,3}, 1.2_{1}) = 1$		
$(1.1_{1,3}, 1.3_{3}) = 1$	$(1.2_{1}, 1.3_{3}) = \varnothing$	
$(1.1_{1,3}, 2.1_{1}) = 1$	$(1.2_{1}, 2.1_{1}) = 1$	$(1.3_{3}, 2.1_{1}) = \varnothing$
$(1.1_{1,3}, 2.2_{1,2}) = 1$	$(1.2_{1}, 2.2_{1,2}) = 1$	$(1.3_{3}, 2.2_{1,2}) = \varnothing$
$(1.1_{1,3}, 2.3_{2}) = \varnothing$	$(1.2_{1}, 2.3_{2}) = \varnothing$	$(1.3_{3}, 2.3_{2}) = \varnothing$
$(1.1_{1,3}, 3.1_{3}) = 1$	$(1.2_{1}, 3.1_{3}) = \varnothing$	$(1.3_{3}, 3.1_{3}) = 1$
$(1.1_{1,3}, 3.2_{2}) = \varnothing$	$(1.2_{1}, 3.2_{2}) = \varnothing$	$(1.3_{3}, 3.2_{2}) = \varnothing$
$(1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) = 1$	$(1.2_{1}, 3.3_{2,3}) = \varnothing$	$(1.3_{3}, 3.3_{2,3}) = 1$
$(2.1_{1}, 2.2_{1,2}) = 1$		
$(2.1_{1}, 2.3_{2}) = \varnothing$	$(2.2_{1,2}, 2.3_{2}) = 1$	
$(2.1_{1}, 3.1_{3}) = \varnothing$	$(2.2_{1,2}, 3.1_{3}) = \varnothing$	$(2.3_{2}, 3.1_{3}) = \varnothing$
$(2.1_{1}, 3.2_{2}) = \varnothing$	$(2.2_{1,2}, 3.2_{2}) = 1$	$(2.3_{2}, 3.2_{2}) = 1$

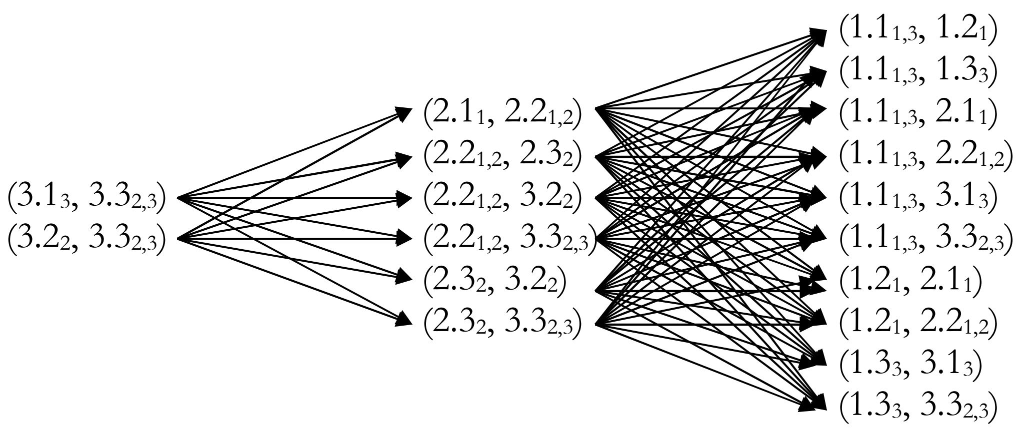
$(2.1_{1}, 3.3_{2,3}) = \varnothing$ $(2.2_{1,2}, 3.3_{2,3}) = 1$ $(2.3_{2}, 3.3_{2,3}) = 1$

$(3.1_{3}, 3.2_{2}) = \varnothing$
$(3.1_{3}, 3.3_{2,3}) = 1$ $(3.2_{2}, 3.3_{2,3}) = 1$

~~(3.1 2.1 1.1)~~	~~(3.1 2.2 1.1)~~	~~(3.1 2.3 1.1)~~
~~(3.1 2.1 1.2)~~	~~(3.1 2.2 1.2)~~	~~(3.1 2.3 1.2)~~
~~(3.1 2.1 1.3)~~	~~(3.1 2.2 1.3)~~	~~(3.1 2.3 1.3)~~
~~(3.2 2.1 1.1)~~	~~(3.2 2.2 1.1)~~	~~(3.2 2.3 1.1)~~
~~(3.2 2.1 1.2)~~	~~(3.2 2.2 1.2)~~	~~(3.2 2.3 1.2)~~
~~(3.2 2.1 1.3)~~	~~(3.2 2.2 1.3)~~	~~(3.2 2.3 1.3)~~
~~(3.3 2.1 1.1)~~	(3.3 2.2 1.1)	~~(3.3 2.3 1.1)~~
~~(3.3 2.1 1.2)~~	(3.3 2.2 1.2)	~~(3.3 2.3 1.2)~~
~~(3.3 2.1 1.3)~~	~~(3.3 2.2 1.3)~~	~~(3.3 2.3 1.3)~~

Das merkwürdige Ergebnis ist also: Bloss zwei der 27 möglichen Zeichenrelationen (zwei „irreguläre“ Zeichenklassen nach Peirce) lassen sich auf Grund von aus je zwei Paaren von Dyaden zusammengesetzten Zeichenklassen (vgl. Walther 1979, S. 79) konstruieren.

Man darf oder muss sich hier daher sogleich fragen: Ist die „Zeichenklasse“ wirklich das „ideale“ Gebilde, wenn man von Kontexturen anstatt von Subzeichen ausgeht? Sollte man nicht besser andere Formen von „Zeichengebilden“ konstruieren? Wenn dies tut, dann fallen allerdings die obigen beiden Regeln zur Konstruktion von Peirceschen Zeichenklassen weg, in Sonderheit die Regel, das besagt, dass eine Zeichenklasse eine triadische Relation aus PAARWEISE VERSCHIEDENEN Kategorien zu sein habe. Wenn wir dies einmal missachten, dann kann man aus dem obigen „Sieb“ zunächst die ∅-Verbindungen herausnehmen und anschliessend im Prinzip alle verbleibenden Dyaden-Paare je 2 zu solchen triadischen Relationen verbinden, deren Kategorien nicht mehr paarweise verschieden sind. Um dies zu zeigen, gliedern wir die Dyaden-Paare nach ihren ersten Komponenten in Erstheit, Zweitheit und Drittheit (von rechts nach links):



Aus diesen Abbildungen zwischen den drei Gruppen von Dyaden ergeben sich also nur dann triadische Relationen, wenn man die Abbildungen so richten kann, dass die Struktur

$(A \rightarrow B) \circ (B \rightarrow C)$

aufscheint, sonst haben wir also tetradische Relationen der Form

$(A \rightarrow B) \circ (C \rightarrow D)$,

d.h. während in beiden Fällen die Regel der paarweisen Verschiedenheit der Kategorien aufgehoben ist, ist im zweiten Fall sogar diejenige der triadischen Grundstruktur eines "Zeichengebildes" aufgehoben.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zwei Formen polykontexturaler Referenz

1. Ich beziehe mich hier auf zwei Vorläuferarbeiten über monokontexturale (Toth 2008a) und polykontexturale (Toth 2008b) Referenz. Die erste Möglichkeit polykontexturaler Referenz besteht im Subzeichen selbst, das immer in drei Erscheinungsformen auftreten kann:

(a.b) (Normalform)
(a.b)° (Konverse)
×(a.b) (Duale)

Wie in Toth (2009) gezeigt worden war, fallen Konverse und Duale nur in monokontexturalen und höchstens 3-polykontexturalen Systemen zusammen, so dass dort also

$(a.b)° = \times(a.b)$

gilt. Ab n = 4 haben wir aber die Ungleichung

$(a.b)° \neq \times(a.b)$,

d.h. ab 4 Kontexturen erscheint jedes nicht-selbstduale Subzeichen in drei verschiedenen Formen:

$$\left.\begin{array}{l} (M_{1,4})° = O_{1,4} \\ \times(M_{1,4}) = O_{4,1} \\ O_{1,4} \neq O_{4,1} \end{array}\right\} \qquad M_{1,4} \ / \ O_{1,4} \ / \ O_{4,1}$$

$$\left.\begin{array}{l} (M_{3,4})° = I_{3,4} \\ \times(M_{3,4}) = I_{4,3} \\ I_{3,4} \neq I_{4,3} \end{array}\right\} \qquad M_{3,4} \ / \ I_{3,4} \ / \ I_{4,3}$$

$$\left.\begin{array}{l} (O_{2,4})° = I_{2,4} \\ \times(O_{2,4}) = I_{4,2} \\ I_{2,4} \neq I_{4,2} \end{array}\right\} \qquad O_{2,4} \ / \ I_{2,4} \ / \ I_{4,2}$$

Man kann nun diesen Subzeichen – ähnlich wie dies Kaehr (2009, S. 15) getan hatte, relativ wirklich logisch-erkenntnistheoretische Funktionen (Subjekt, Objekt, subjektives/objektives Subjekt und Objekt, evtl. weitere wie das Kaehrsche „Abjekt" usw.) zuschreiben und auf diese Weise polykontexturale Referenzsysteme aufbauen.

2. Eine zweite Möglichkeit ergibt sich, wenn man direkt von der 4-polykontexturalen semiotischen Matrix ausgeht

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

und sie in modalkategoriale Form umschreibt

$$\begin{pmatrix} M_{1,3,4} & M_{1,4} & M_{3,4} \\ O_{1,4} & O_{1,2,4} & O_{2,4} \\ I_{3,4} & I_{2,4} & I_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Dann kann man, ähnlich willkürlich, z.B. die Triaden im Sinne von Hier-, Da-, Dort-Deixis und die Trichotomien im Sinne von Ich, Du, Es interpretieren. Im Gegensatz zur 1. Möglichkeit von man z.B. Möglichkeiten hat, den Numerus (Ich – Wir; Du – Ihr; Er – Sie; Es) einzubringen, ist dies hier bedeutend problematischer (vgl. Toth 2008b).

Literatur

Kaehr, Rudolf, Xanadus textemes. In: www.mathematical-semiotics.com/.../Monok.%20u.%20%20polyk%20Umg%20Sit..pdf (2009)

Toth, Alfred, Reference in theoretical semiotics. In: http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Reference.pdf (2008a)

Toth, Alfred, Reference in poly-contextural semiotics. In: http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS8.pdf (2008b)

Toth, Alfred, Subjekt und Objekt und ihr jeweiliges Anderes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Komplementäre kontexturierte Subzeichen

1. Zum Begriff des komplementären Zeichens gibt es im ganzen Werk Max Benses verstreute Anmerkungen, vgl. v.a. Bense (1979, S. 101 ff.). In der Semiotik ist der Begriff Komplement vor allem deshalb wichtig, weil man ihn, wenn man ihn im mengentheoretischen Sinn einführt, zur Definition einer „semiotischen Negation“ benutzen kann (vgl. Toth 2008, S. 143 ff.). Dabei ist es sinnvoll, nicht vom Komplement eines Zeichens auszugehen, denn dieses müsste die Welt der (noch) nicht zum Zeichen erklärten oder als Zeichen interpretierten Objekte sein:

$C(ZR) = OR$

(wobei in einem pansemiotischen Raum natürlich $OR = \varnothing$ wäre. Ich gehe aber trotz des „nicht-apriorischen“ semiotischen Modells von Peirce davon aus, dass wir de facto Objekte zu Zeichen erklären können (vgl. Bense 1967, S. 9), so dass dadurch wenigstens feststeht, dass es Objekte gibt, die noch nicht Zeichen sind. Da ich mich hierzu an zahlreichen Orten geäussert habe, gehe ich an dieser Stelle nicht weiter darauf ein.)

Wenn man allerdings das Compliment getrennt nach Triaden oder Trichotomien der semiotischen Matrix bildet, bekommt man einen nützlichen semiotischen Operator, vgl. z.B.

$C(1.1) = ((1.2), (1.3))$ $\qquad$ $C(1.1) = ((2.1), (3.1))$
$C(2.2) = ((2.1), (2.3))$ $\qquad$ $C(2.2) = ((1.2), (3.2))$
$C(3.3) = ((3.1), (3.2))$ $\qquad$ $C(3.3) = ((1.3), (2.3))$.

2. Neben Komplementen von Subzeichen kann man nun auch die Komplemente von kontexturierten Subzeichen bilden, die Kaehr (2008) in die Semiotik eingeführt hatte. Wenn wir uns hier der Einfachheit halber auf eine 3-kontexturale Semiotik festlegen, so gehen wir von der folgenden kontexturierten Matrix aus:

$$\begin{pmatrix} M_{1,3} & M_1 & M_3 \\ O_1 & O_{1,2} & O_2 \\ I_3 & I_2 & I_{2,3} \end{pmatrix}$$

Die Komplemente der kontexturierten Subzeichen werden nun nicht nach Triaden oder Trichotomien, sondern ausschliesslich nach den Kontexturenzahlen gebildet. Wir bekommen damit

$C(M_{1,3}) = M_{2,1}, M_{3,2}, M_{3,1}$ $C(O_2) = O_1, O_3$

$C(M_1) = M_2, M_3$ $C(I_3) = I_1, I_2$

$C(M_3) = M_1, M_2$ $C(I_2) = I_1, I_3$

$C(O_1) = O_2, O_3$ $C(I_{2,3}) = I_{1,2}, I_{3,1}, I_{3,2}$

$C(O_{1,2}) = O_{3,1}, O_{2,3}, O_{2,1}$

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Zu einer semiotischen Negationstheorie

1. Bereits in Toth (2008, S. 143 ff.) wurden einige Möglichkeiten einer rein monokontexturalen semiotischen Negationstheorie diskutiert. So kann man die Negation durch einen semiotischen Komplements-Operator C definieren. Dabei kann man als Grundmenge entweder die Menge der Trichotomien (links) oder die Menge der Triaden (rechts) verwenden:

C(1.1) = ((1.2), (1.3))   C(1.1) = ((2.1), (3.1))
C(2.2) = ((2.1), (2.3))   C(2.2) = ((1.2), (3.2))
C(3.3) = ((3.1), (3.2))   C(3.3) = ((1.3), (2.3)).

2. Eine weit bessere Möglichkeit bietet jedoch die Kontexturierung der semiotischen Matrix durch Kaehr (2008):

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Die Komplemente der kontexturierten Subzeichen werden nun nicht nach Triaden oder Trichotomien, sondern ausschliesslich nach den Kontexturenzahlen gebildet. Wir bekommen damit

$C(1.1_{1,3}) = 1.1_{2,1}, 1.1_{3,2}, 1.1_{3,1}$
$C(1.2_{1}) = 1.2_{2}, 1.2_{3}$
$C(1.3_{3}) = 1.3_{1}, 1.3_{2}$
$C(2.1_{1}) = 2.1_{2}, 2.1_{3}$
$C(2.2_{1,2}) = 2.2_{3,1}, 2.2_{2,3}, 2.2_{2,1}$
$C(2.3_{2}) = 2.3_{1}, 2.3_{3}$
$C(3.1_{3}) = 3.1_{1}, 3.1_{2}$
$C(3.2_{2}) = 3.2_{1}, 3.2_{3}$
$C(3.3_{2,3}) = 3.3_{1,2}, 3.3_{3,1}, 3.3_{3,2}$

Das bedeutet also, dass wir in einer 3-kontexturellen Semiotik entsprechend den bekannten 3 logischen Negationen (vgl. z.B. Günther 1991, S. 422 ff.) die folgenden semiotischen Negationen haben:

$N1 = 1 \leftrightarrow 2$

Beispiele: N1(1.1) = (2.2), N1(1.2) = (2.1), N1(1.3) = (2.3), N1(3.1 2.2 1.3) = (3.2 1.1 2.3), usw.

N2 = 2 ↔ 3

Beispiele: N2(1.1) = (1.1), N2(1.2) = 1.3), N2(1.3) = (1.2), N2(3.1 2.2 1.3) = 2.1 3.3 1.2), usw.

N3 = 1 ↔ 3

Beispiele: N3(1.1) = (3.3), N3(1.2) = (3.2), N3(3.3) = (1.1), N3(3.1 2.2 1.3) = (1.3 2.2 3.1), usw.

Ferner gilt:

N1N2 = N2N1 = N3
N2N3 = N1

Es ist nun kein Problem, zu einer 4-kontexturalen oder höheren Semiotik überzugehen und somit 4 und mehr semiotische Negationen zu bekommen. Man wird auf diese Weise, ähnlich wie dies Günther und Thomas für ihre Hamiltonkreise und Permutographen getan haben, zu höchst interessanten neuen Einsichten in die formale Semiotik kommen.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Zur Addition kontexturierter Subzeichen

1. Wie üblich, gehen wir aus von der von Kaehr geschaffenen 3-kontexturierten semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

In Toth (2009) hatten wir gezeigt, wie man mit Hilfe der semiotischen Kontexturen Negationen definieren kann, ohne beim Komplementsbegriff direkt auf die Subzeichen (bzw. deren Komplementsmengen) zu rekurrieren:

Aus

$C(1.1_{1,3}) \quad = \quad 1.1_{2,1}, 1.1_{3,2}, 1.1_{3,1}$
$C(1.2_{1}) \quad = \quad 1.2_{2}, 1.2_{3}$
$C(1.3_{3}) \quad = \quad 1.3_{1}, 1.3_{2}$
$C(2.1_{1}) \quad = \quad 2.1_{2}, 2.1_{3}$
$C(2.2_{1,2}) \quad = \quad 2.2_{3,1}, 2.2_{2,3}, 2.2_{2,1}$
$C(2.3_{2}) \quad = \quad 2.3_{1}, 2.3_{3}$
$C(3.1_{3}) \quad = \quad 3.1_{1}, 3.1_{2}$
$C(3.2_{2}) \quad = \quad 3.2_{1}, 3.2_{3}$
$C(3.3_{2,3}) \quad = \quad 3.3_{1,2}, 3.3_{3,1}, 3.3_{3,2}$

bekommen wir die folgenden semiotischen Negationen:

N1: $1 \leftrightarrow 2$
N2: $2 \leftrightarrow 3$
N3: $1 \leftrightarrow 3$

2. Einem Vorschlag Beckmanns (1976) folgend, kann man die Addition von Subzeichen durch boolesche Vereinigung (im Rahmen der Verbandstheorie) definieren, d.h. wir haben z.B.

$(1.1) \cup (1.2) = (1.2)$
$(1.1) \cup (1.3) = (1.3)$
$(1.2) \cup (1.3) = (1.3)$

Bei kontexturierten Subzeichen müssen wir uns über die Kontexturenzahlen keine Sorgen machen, da diese ja in der obigen Matrix für eine 3-kontexturale Semiotik bereits festgelegt sind, d.h. wir bekommen sofort

$(1.1)_{1,3} \cup (1.2)_1 = (1.2)_1$
$(1.1)_{1,3} \cup (1.3)_3 = (1.3)_3$
$(1.2)_1 \cup (1.3)_3 = (1.3)_3$

Damit haben wir nun aber Negation und Addition im Rahmen der Semiotik definiert, mittels deren wir sämtliche 16 Wahrheitswertfunktoren (vgl. Menne 1991, S. 34 f.) definieren können. Wir wollen dies anhand der Gesetze von de Morgan zeigen:

1. $p \vee q = \neg(\neg p \wedge \neg q)$
2. $\neg p \vee \neg q = \neg(p \wedge q)$
3. $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$
4. $\neg(\neg p \vee \neg q) = p \wedge q$

Seien p = (1.2) und q = (1.3) und nehmen N1 $(1 \leftrightarrow 2)$:

1. $(1.2) \vee (1.3) = \neg(\neg(1.2) \wedge \neg(1.3)) = \neg((2.1) \wedge (2.3)) = (1.2) \vee (1.3)$.
2. $\neg(1.2) \vee \neg(1.3) = \neg((1.2) \wedge (1.3)) = (2.1) \vee (2.3) = \neg((1.2) \wedge (1.3))$
3. $\neg((1.2) \vee (1.3)) = \neg(1.2) \wedge \neg(1.3) =$ (analog)
4. $\neg(\neg(1.2) \vee \neg(1.3)) = (1.2) \wedge (1.3)$ (analog)

So kann man also durch diese und weitere Reduktionen die 16 klassischen sowie die 10 3-wertigen Wahrheitswertfunktoren (Möglichkeiten triadischer Sheffer-Funktoren!, vgl. Menne 1991, S. 39) auf Negation und Addition zurückführen. Damit stehen analog zu den bereits in Toth (2008, S. 143-213) gelegten Grundlagen einer semiotischen aristotelischen Logik (Aussagen-, Klassen-, Relationen-, Prädikatenlogik, Modelltheorie, Boolesche Algebra) die Tore offen für mehrwertige semiotische Logiken und vor allem für die Einbettung der monokontexturalen in die polykontexturale logische Semiotik.

Literatur

Beckmann, Peter, Verbandtheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976, S. 31-36
Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Negationstheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Kontexturen und mögliche semiotische Welten

1. Nach Bense (1971, S. 33 ff.) kann die Peircesche Zeichenrelation als Menge eingeführt werden:

$ZR = \{M, O, I\}$.

Allein die Überlegung, dass es sich nicht um singuläre Mittel, Objekt- und Interpretantenbezüge handelt, führt in einem nächsten Schritt zu

$ZR' = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}\}$.

Man kann sich dabei z.B. {M} als das Repertoire der M, {O} als den Objektbereich, und {I} als das Interpretantenfeld vorstellen, wie sie ja noch unformal bereits in Bense und Walther (1973) definiert worden waren. Wir definieren

$\{M\} = \{M_1, M_2, M_3, ..., M_n\}$
$\{O\} = \{O_1, O_2, O_3, ..., O_n\}$
$\{I\} = \{I_1, I_2, I_3, ..., I_n\}$

2. Wenn wir uns {M} etwa als Wörterbuch der deutschen Sprache vorstellen, können wir uns Wörterbücher anderer Sprachen ebenso vorstellen wie mehrere Objektbereiche bzw. mögliche Welten {O}. Etwa schwieriger liegt die Interpretation nur beim Interpretantenfeld, denn hier müsste man nicht von einer quantitativen Vielzahl von Bewusstseinen ausgehen, sondern von einer Vielzahl qualitativ verschieden strukturierter Bewusstseine. Wir kommen somit auf

$\{\{M\}\}$ = Mengenfamilie von Repertoires
$\{\{O\}\}$ = Mengenfamilie von Objektbereichen bzw. Ontologien
$\{\{I\}\}$ = Mengenfamilie von Interpretantenfelder bzw. Bewusstseinsarten

Damit können wir also das Zeichen ein zweites Mal redefinieren:

$ZR'' = \{ \{\{M\}\}, \{\{O\}\}, \{\{I\}\} \}$.

Wenn nun die von Kaehr (2008) konstruierte kontexturierte semiotischen Matrix zu Hilfe nehmen

$$\begin{pmatrix} \boxed{1.1_{1,3,4} \quad 1.2_{1,4} \quad 1.3_{3,4}} \\ \boxed{2.1_{1,4} \quad 2.2_{1,2,4} \quad 2.3_{2,4}} \\ \boxed{3.1_{3,4} \quad 3.2_{2,4} \quad 3.3_{2,3,4}} \end{pmatrix}$$

dann erkennen wir, dass das rot markierte Repertoire, der blau markierte Objektbereich sowie das gelb markierte Interpretantenfeld Repräsentationssysteme für mehrfache Repertoires, Ontologien und Bewusstseinsarten sind, d.h. wir haben

$\{\{M\}\} = \{ \{1.1_{1,3,4}\}, \{1.2_{1,4}\}, \{1.3_{3,4}\} \}$
$\{\{O\}\} = \{ \{2.1_{1,4}\}, \{2.2_{1,2,4}\}, \{2.3_{2,4}\} \}$
$\{\{I\}\} = \{ \{3.1_{3,4}\}, \{3.2_{2,4}\}, \{3.3_{2,3,4}\} \}$

Somit erhalten wir auf der Basis von

$$\begin{aligned} ZR“ = \quad & \{ \{\{M\}\}, \{\{O\}\}, \{\{I\}\} \} \equiv \\ & \{ \{ \{1.1_{1,3,4}\}, \{1.2_{1,4}\}, \{1.3_{3,4}\} \}, \{ \{2.1_{1,4}\}, \{2.2_{1,2,4}\}, \{2.3_{2,4}\} \}, \\ & \{ \{3.1_{3,4}\}, \{3.2_{2,4}\}, \{3.3_{2,3,4}\} \}\} \end{aligned}$$

eine Semiotik nicht nur mit mehreren möglichen Repertoires (z.B. Farben, Formen, Wörter, Gesten, Mimik, ...), sondern auch mit mehreren möglichen Welten oder Ontologien (Modallogik) sowie, als einzige Wissenschaft, mit und für mehrere mögliche Arten von Bewusstsein (Intelligenz).

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Die Schöpfung aus der pleromatischen Finsternis

> In diesen geistigen Räumen, die unter dem Verlegenheitsnamen „Nichts“ sich in tiefster philosophischer Dunkelheit ausbreiten, begegnen uns ungemessene Relationslandschaften (...). Im Nichts ist nichts zu suchen, solange wir uns nicht entschließen, in das Nichts hineinzugehen und dort nach den Gesetzen der Negativität eine Welt zu bauen. Diese Welt hat Gott noch nicht geschaffen, und es gibt auch keinen Bauplan für sie, ehe ihn das Denken nicht in einer Negativsprache beschrieben hat“ (Günther 1980, III: 287f.).

1. Ausgangspunkt der vorliegenden Untersuchung ist eine Bemerkung des Philosophen, Religionswissenschaftlers und Kybernetikers Gotthard Günther (1900-1984) über die zwiefache Erscheinungsform des Lichtes als pleromatisches und als kenomatisches Licht: „Gott war das lichterfüllte Pleroma, und je mehr sich das Denken dem Gegenpol des Kenoma näherte, desto mehr umgab es eine Dunkelheit, in der schliesslich auch die letzten Lichtstrahlen erloschen, weil klassisches Denkens eben immer und ohne Ausnahme eine Lichtmetaphysik (Bonaventura) involvierte. Dass das Kenoma sein eigenes Licht (gleich peromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos V.18: ‚Weh denen, die des Herren Tag begehren! Was soll es euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis, und nicht Licht‘. In dieselbe Richtung zielen auch Vorstellungen aus der Zeit des Origines, Gregor von Nyssa und späterer (...)“ (Günther 1980, S. 276).

2. Wie Günther (1980, S. 286 ff.) gezeigt hat, kann man „Reisen durch das Nichts“ und somit durch die pleromatische Finsternis logisch am besten durch Negationszyklen, sog. Hamiltonkreise darstellen. Dabei wird jede Negation einmal durchlaufen, und jeder vollständige n-wertige Hamiltonkreis besitzt n! Negationsschritte. Wenn wir dies jedoch mit Hilfe der Semiotik darstellen wollen, müssen wir zuerst eine semiotische Negation einführen. Hierfür stützen wir uns auf die von Kaehr (2008a, b) eingeführte kontexturierte (3,3)-Matrix:

$$\begin{pmatrix} M_{1,3} & M_1 & M_3 \\ O_1 & O_{1,2} & O_2 \\ I_3 & I_2 & I_{2,3} \end{pmatrix}$$

Wir sind somit imstande, semiotische Negationen als Komplemente zu bilden. Hierfür können wir entweder die Triaden oder die Trichotomien als Grundmengen benutzen, d.h wir können z.B. definieren

$C(M_{1,3}) = (M_1, M_3)$ oder
$C(M_{1,3}) = (O_1, I_3)$

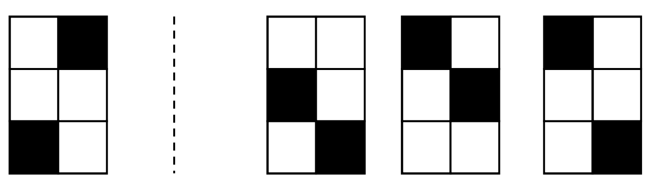
Wenn wir verabreden, dass die Grundmengen der komplementären Negationen die Trichotomien sein sollen, bekommen wir (vgl. Toth 2009)

$C(M_{1,3}) =$	$M_{2,1}, M_{3,2}, M_{3,1}$	$C(O_2) =$	O_1, O_3
$C(M_1) =$	M_2, M_3	$C(I_3) =$	I_1, I_2
$C(M_3) =$	M_1, M_2	$C(I_2) =$	I_1, I_3
$C(O_1) =$	O_2, O_3	$C(I_{2,3}) =$	$I_{1,2}, I_{3,1}, I_{3,2}$
$C(O_{1,2}) =$	$O_{3,1}, O_{2,3}, O_{2,1}$		

Nehmen wir also etwa den Hauptbezug

$C(M_{1,3}) = \quad M_{2,1}, M_{3,2}, M_{3,1},$

dann haben wir in der folgenden Modelldarstellung links vor der horizontalen Trennlinie die Normalstrukturen und rechts davon die Komplemente:



2. Aus der obigen Matrix können wir nun wie üblich Zeichenklassen und hernach ihre dualen Realitätsthematiken bilden, indem wir ausgehen von der allgemeinen Zeichensturktur

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

sowie der inklusiven Ordnung

$a \leq b \leq c \in \{.1, .2, .3\}.$

Statt die Modalktegorien zu gebrauchen, schreiben wir sie, wie üblich, in numerischer Form:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Wir bekommen dann die folgenden Zeichenklassen und Realitätsthematiken in Normalform:

1. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
2. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
3. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
4. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
5. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
6. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$
7. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
8. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$
9. $(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$

Die Komplemente der kontexturierten Subzeichen werden nun nicht nach Triaden oder Trichotomien, sondern ausschliesslich nach den Kontexturenzahlen gebildet. Wir bekommen damit

$C(1.1_{1,3}) = 1.1_{2,1}, 1.1_{3,2}, 1.1_{3,1}$
$C(1.2_1) = 1.2_2, 1.2_3$
$C(1.3_3) = 1.3_1, 1.3_2$
$C(2.1_1) = 2.1_2, 2.1_3$
$C(2.2_{1,2}) = 2.2_{3,1}, 2.2_{2,3}, 2.2_{2,1}$
$C(2.3_2) = 2.3_1, 2.3_3$
$C(3.1_3) = 3.1_1, 3.1_2$
$C(3.2_2) = 3.2_1, 3.2_3$
$C(3.3_{2,3}) = 3.3_{1,2}, 3.3_{3,1}, 3.3_{3,2}$

Das bedeutet also, dass wir in einer 3-kontexturellen Semiotik entsprechend den bekannten 3 logischen Negationen (vgl. z.B. Günther 1991, S. 422 ff.) die folgenden semiotischen Negationen haben:

$N1 = 1 \leftrightarrow 2$

Beispiele: N1(1.1) = (2.2), N1(1.2) = (2.1), N1(1.3) = (2.3), N1(3.1 2.2 1.3) = (3.2 1.1 2.3), usw.

N2 = 2 ↔ 3

Beispiele: N2(1.1) = (1.1), N2(1.2) = 1.3), N2(1.3) = (1.2), N2(3.1 2.2 1.3) = 2.1 3.3 1.2), usw.

N3 = 1 ↔ 3

Beispiele: N3(1.1) = (3.3), N3(1.2) = (3.2), N3(3.3) = (1.1), N3(3.1 2.2 1.3) = (1.3 2.2 3.1), usw.

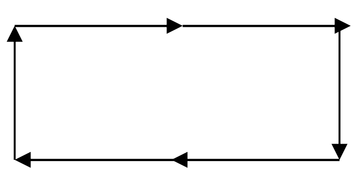
Da jedoch gilt:

N1N2 = N2N1 = N3,

können wir auf den 3. semiotischen Negator verzichten. Wir haben damit die 3-kontexturale triadische Semiotik auf eine ternäre Logik mit 2 Negationen abgebildet.

3. Eine ternäre Logik hat somit, wie bereits gesagt, 3! = 6 Negationsschritte, d.h. wir haben z.B. die folgenden Hamiltonkreise:

p = N12121
p = N21212

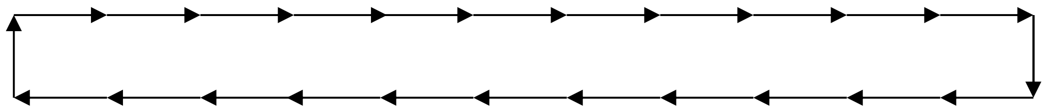


wobei für p nun sämtliche kontexturierten Zeichen eingesetzt werden können, d.h.

$p \in \{1.1_{1,3}, 1.2_{1}, 1.3_{3}, 2.1_{1}, 2.2_{1,2}, 2.3_{2}, 3.1_{3}, 3.2_{2}, 3.3_{2,3}\}$.

In einer quaternären Logik haben wir entsprechend 4! = 24 Permutationen der Wertmengen und damit Negationsschritte. Hier ergibt sich z.B. der folgende Hamiltonkreis (Günther 1980, S. 286):

p = N123232121232321212323212



Jede n-wertige Logik und Semiotik hat also (n-1) Negationen und n! Negationsschritte, die in der Form von Hamiltonkreisen sowie von Permutographen (vgl. Thomas 1994) dargestellt werden können. Mit den Hamiltonkreisen wird also jede Position der Negativität genau einmal durchlaufen, wobei die Objektivität des negierten Wertes immer mehr stärker subjektiven Charakter annimmt, bis die Transgression der Objektivität in der Subjektivität gänzlich vollzogen, d.h. die Welt in Bewusstsein aufgelöst ist (vgl. Toth 2007). Eine Schöpfung, die wie hier durch die immer weiter in die Subjektivität vordringenden Hamiltonkreise in den noch weitgehend unerforschten Landschaften der Negativität und somit in der pleromatischen Finsternis und nicht in dem kenomatischen Licht der bonaventuraschen Metaphysik abläuft, für eine solche Schöpfung und ihre Produkte, die Schöpfungen, bedeutet die am Ende jedes Hamiltonkreises vollzogene Auflösung von reiner Objektivität in reine Subjektivität die Auffindung des kenomatischen und nicht des pleromatischen Lichts. Wie höchst problematisch dieser Gedanke ist, dass die Schöpfung in der Dunkelheit beginnt und in einem Licht endet, das nicht das Licht des Tages, sondern das Licht der Nacht ist, hat wohl niemand eindringlicher dargestellt als Rainer Werner Fassbinder (1945-1982) in seinem Film „Despair. Eine Reise ins Licht" (1978), der Vincent van Gogh (1853-1890), Antonin Artaud (1896-1948) und Unica Zürn (1916-1970) gewidmet ist.

Literatur

Fassbinder, Rainer Werner, Despair. Eine Reise ins Licht. Mit Sir Dirk Bogarde, Andréa Ferréol , Klaus Löwitsch u.a. Uraufführung am 19.5.1978 in Cannes

Günther, Gotthard, Beiträge zurn Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008a)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008b)

Thomas, Gerhard G., On Permutographs II. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), Gotthard Günther – Technik, Logik, Technologie. München 1994, S. 145-165

Toth, Alfred, Transgression and subjectivity. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 48/2, 2007, S. 73-79

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Negationstheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Kenomatisches Licht und pleromatische Finsternis

1. Die von Günther (1980, S. 276) geprägten Begriffe des kenomatischen Lichts und der pleromatischen Finsternis sind aus klassisch-logischer Sicht unbegreiflich (vgl. Toth 2009b), sie setzen vielmehr den Chiasmus als Schema der polykontexturalen Proömialrelation voraus:

Kenoma	=	Finsternis
Pleroma	=	Licht

Wie schon in meinen früheren Arbeiten „Reise ins Licht" (Toth 2008a) und „Reisen im Licht" (Toth 2008b), gehe ich von der 3-kontexurierten Zeichenklasse der (monokontexturalen) Eigenrealität (vgl. Bense 1992) aus. Wie man bemerkt, fallen durch n-Kontexturierung mit $n \geq 3$ bei der Dualisation Zeichen- und Realitätsthematik nicht mehr zusammen (vgl. Kaehr 2008). Kaehr spricht daher zurecht, dass Realitätsthematiken dergestalt eher als „Komplemente" denn als „Dualia" zu verstehen seien:

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

2. Wir definieren zunächst die drei semiotischen Negationen (der dritte ist wegen N1N2 = N2N1 = N3 eigentlich redundant, aber hier praktisch) (vgl. Toth 2009a):

$N1 = 1 \leftrightarrow 2$, $N2 = 2 \leftrightarrow 3$, $N3 = N1N2 = N2N1 = 1 \leftrightarrow 3$

Wir bekommen damit

$N1(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$\times(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$

$N2(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2)$
$\times(3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2) = (3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$

$N3(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1)$
$\times(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1) = (3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$

Auf dieser Basis können wir nun Hamilton-Kreise konstruieren, das sind Pfade durch das Nichts, das in einer polykontexturalen Logik im Gegensatz zur aristotelischen Reflexionsbreite und Reflexionstiefen aufweist und dessen Stationen bei einmaligem Durchlaufen jeder logischen bzw. semiotischen Werte-Permutationen eindeutig berechenbar sind. Exakt berechenbar sind auch die Längen von Hamiltonkreisen. So hat eine n-wertige Logik Hamiltonkreise der Länge n!, also etwa bei n = 3: n! = 6, bei n = 4: 4! = 24, usw. Da wir die nicht-negierte Kontexturen der (eigenrealen) Zeichenklasse als logische (und semiotische) Position auffassen, haben die Möglichkeit, unsere Reisen in die Subjektivität des Nichts (bei fortschreitender Auflösung der Objektivität) in solche Hamiltonkreise zu teilen, welche im pleromatischen Licht starten und in kenomatischer Finsternis enden, und in solche, welche in der pleromatischen Finsternis starten und in kenomatischem Licht enden.

3.1. Hamiltonkreise, startend im pleromatischen Licht und endend in kenomatischer Finsternis:

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1\ 2.2_3\ 1.3_{3,2})$

$(3.1_{1,2}\ 2.2_3\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{2,1}\ 2.2_3\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
$(3.1_{3,1}\ 2.2_{,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1\ 2.2_3\ 1.3_{3,2})$

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_{3.2}) \rightarrow (3.1_{3,2}\ 2.2_1\ 1.3_{3,2})$

$(3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_{3.2}) \rightarrow (3.1_{3,2}\ 2.2_1\ 1.3_{3,2})$

3.2. Hamiltonkreise, startend in der pleromatischen Finsternis und endend in kenomatischem Licht:

$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1\ 2.2_3\ 1.3_{3,2})$,

$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
$(3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1\ 2.2_3\ 1.3_{3,2})$, usw.

$(3.1_{2,1}\ 2.2_3\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{1,2}\ 2.2_3\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
$(3.1_{3,1}\ 2.2_{,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1\ 2.2_3\ 1.3_{3,2})$,

$(3.1_{2,1}\ 2.2_3\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow (3.1_{1,2}\ 2.2_3\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
$(3.1_{3,1}\ 2.2_{,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1\ 2.2_3\ 1.3_{3,2})$,

$(3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_{3.2}) \rightarrow (3.1_{3,2}\ 2.2_1\ 1.3_{3,2})$,
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_{3.2}) \rightarrow (3.1_{3,2}\ 2.2_1\ 1.3_{3,2})$,

$(3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_{3.2}) \rightarrow (3.1_{3,2}\ 2.2_1\ 1.3_{3,2})$
$(\ (3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{1,2}) \rightarrow 3.1_3\ 2.2_3\ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1}\ 2.2_2\ 1.3_2) \rightarrow$
$(3.1_3\ 2.2_1\ 1.3_{3.2}) \rightarrow (3.1_{3,2}\ 2.2_1\ 1.3_{3,2})$

Da sich, wie bemerkt, bereits bei éinem höheren logischen und semiotischen Wert (quaternäre Logik und tetradische Semiotik) n! = 24 Stationen ergeben, kann man sich anhand des Fakultätswachstums den enormen Strukturzuwachs und die unendlichen Verfeinerungen der Reisen ins Licht und in Sonderheit ihrer Varianten mit oben eingerückt markierten verschobenen Ausgangsorten vorstellen.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Günther, Gotthard, Beiträge zu einer Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008a)
Toth, Alfred, Die Stationen einer Reise ins Licht. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Die%20Stat.%20Reise%20ins%20Licht.doc.pdf (2008a)
Toth, Alfred, Reisen ins Licht und im Licht. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Reisen%20im%20Licht.pdf (2008b)
Toth, Alfred, Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Negationstheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, Die Schöpfung aus der pleromatischen Finsternis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Verankerungstypen

1. Kaehr (2009, S. 8) hat unter den von ihm hervorgehobenen zahlreichen Ankertypen von Diamanten bzw. Bi-Zeichen vor allem

[1.1]   [2.2]

und die chiastischen Verankerungen

[1.2] |2.1]

[1.1]

hervorgehoben. Wie ich in Toth (2009) ausgeführt hatte, liegt die primäre Funktion semiotischer Anker im metaphysischen Bezug zwischen Zeichen und Objekt, der durch die Unmöglichkeit, Zeichen in der Form von Kenogrammen zu notieren, gefährdet ist. Semiotisch handelt es sich also um nichts anderes als den zur Semiose reversen Prozess. Allerdings liegen die Verhältnisse nicht so trivial, denn es treten z.B. schon bei der 1-kontexturalen Semiotik 3 Identitäten auf, die man im Grunde erst bei einer 3-wertigen, aber nicht bei einer 2-wertigen Basislogik erwartet (vgl. Günther 1980 [1957], S. 1 ff.].

2. Wir gehen aus von einer verankerten Zeichenklasse der folgenden allgemeinen Form, wobei wir die kontexturellen Indizes weglassen:

Zkl = (3.a 2.b 1.c ∅.d) mit a, ..., d ∈ {.1, .2, .3},

d.h. wie die trichotomischen Stellenwerte a, b, c, so können auch die Spuren-trichotomien die gleichen Werte annehmen. Wenn wir zur Illustration die 1. Trichotomische Tetrade nehmen (denn die Zkln sind zwar tetradisch, aber tri-chotomisch) und die Spur von d = .1 bis d = .3 laufen lassen, dann können wir folgende prinzipiellen Verankerungstypen unterscheiden:

(3.1) → (∅.1) ≡ [[3.∅], [id 1]]
(3.1) → (∅.2) ≡ [[3.∅], [α]]
(3.1) → (∅.3) ≡ [[3.∅], [βα]]

(2.1) → (∅.1) ≡ [[2.∅], [id 1]]
(2.1) → (∅.2) ≡ [[2.∅], [α]]
(2.1) → (∅.3) ≡ [[2.∅], [βα]]

$(1.1) \rightarrow (\varnothing.1) \quad \equiv \quad [[2.\varnothing], [\mathrm{id}\ 1]]$
$(1.1) \rightarrow (\varnothing.2) \quad \equiv \quad [[2.\varnothing], [\alpha]]$
$(1.1) \rightarrow (\varnothing.3) \quad \equiv \quad [[2.\varnothing], [\beta\alpha]]$

Während also die dualen Typen [∅.a] die semiosische Richtung vom kategorialen Objekt im Sinne der fundamentalkategorialen Nullheit her zu Erst-, Zweit- und Dritheit angeben (vgl. Bense 1975, S. 66), so geben die Typen [a.∅] die Objektivation und nicht die Deobjektivation an (vgl. Bense 1967, S. 9), d.h. der erste Typ zeigt die thetische Einführung des Zeichens (vom Objekt her), während der zweite Typ die thetische Einführung des Objekts (vom Zeichen her) zeigt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980
Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.pdf (2009)
Toth, Alfred, Die Verankerung der Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Verank.%20Zkln,%20Rthn.pdf (2009)

Kontexturen für komplexe Subzeichen?

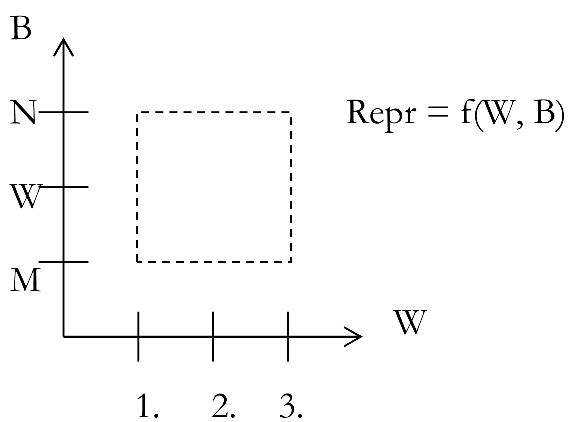
1. Kaehr (2008) hatte gezeigt, dass man die Fundamentalkategorien der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (.1., .2., .3.)

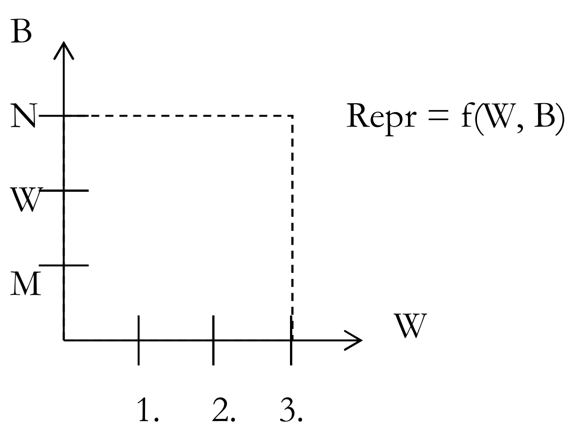
kontexturieren kann (mit K = 3):

ZR* = $(.1._{1,3}, .2._{1,3}, .3._{2,3})$.

Nun ist ZR von Bense (1975, S. 16) als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein eingeführt. Damit kann man die Zeichenfunktion in dem folgenden Quadranten nach Bense (1976, S. 60) darstellen:



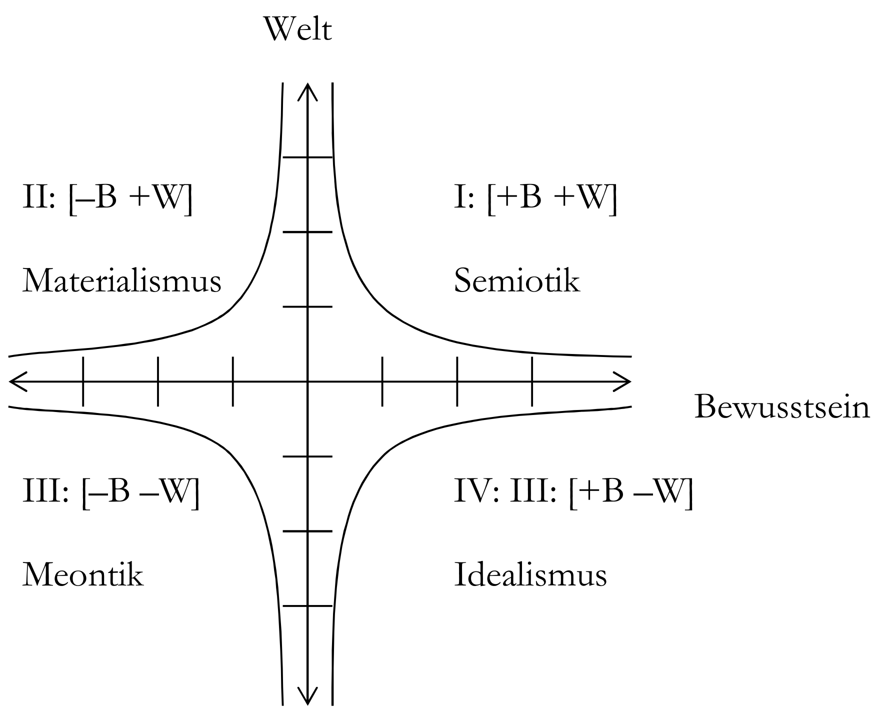
Wenn man noch die von Bense (1975, S. 44, 45 f., 65 f.) eingeführte Ebene der Nullheit, d.h. die Ebene der kategorialen Objekte, einführt, bekommt man



Zwei Überlegungen können nun aus diesem Modell heraus und weiter führen:

1. Die Idee, die anderen 3 Quadranten der Gaussschen Zahlenebene nicht ohne Begründung auszuschliessen, d.h. etwa mit einem Vorurteil, dass es so etwas wie „negative Zeichen“ nicht gebe, usw.

2. Wenn man bei ZR = f(B, W) bleibt, kann man die Zeichenfunktion als Hyperbelast mit Asymptoten sowohl zu B als auch zu W auffassen. Das bedeutet also, dass das Zeichen sich zwar B und W fast beliebig annähern kann, aber, anders als im 2. Modell, nie in die Kategorie der Nulldringt und daher die Objekte nicht „berührt“. Wenn man aber schon einmal einen Hyperbelast der Funktion y = 1/x hat, dann muss es auch den entsprechenden anderen Ast, d.h. denjenigen der Funktion y = -1/x, geben, und wenn man dergestalt mit diesen zwei Ästen die eine der beiden Hyperbelfunktionen hat, sollte es auch möglich sein, die andere in das kartesische Koordinatensystem einzuzeichenen, so dass sich am Ende Hyperbeläste in allen 4 Quadranten finden:



3. Wir bekommen also im Falle des letzteren Modells Zeichenklassen der Form

Zkl± = ((±3.±a) (±2.±b) (±1.±c) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3}

und falls wir wie oben auch noch die Ebene der Nullheit dazunehmen

Zkl0± = ((±3.±a) (±2.±b) Zkl± = ((±3.±a) (±2.±b) (±1.±c), (±0.±d) mit
a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3}

Damit können wir nun die eingangs notierten Primzeichenrelationen redefinieren:

$ZR = (\pm.1., \pm.2., \pm.3.) / (\pm0., \pm.1., \pm.2., \pm.3.)$
$ZR^* = (\pm.1._{1,3}, \pm.2._{1,3}, \pm.3._{2,3}) / (\pm.0., \pm.1._{1,3}, \pm.2._{1,3}, \pm.3._{2,3})$

ZR* bedeutet also, dass Negativität einerseits durch die Zeichen selber in verschiedener Kombination in 3 von 4 semiotischen Kontexturen erreichbar ist, wobei sowohl Durchgänge im Uhrzeiger- wie im Gegenuhrzeigersinn zyklisch sind (vgl. Toth 2001; 2008, S. 57 ff.). Da diese Zeichenfunktionen bei definiertem Nullbereich (Nullheit) sogar die Nullachsen durchstossen können, auf denen ja nach Bense (1975, S. 66) kategorialen Objekte liegen müssen, handelt es sich hier also um echte und nicht nur metaphorische Kontexturgrenzen.

Anderseits wird Negativität, und zwar im Gegensatz zur obigen Zeichen-negativität nicht nur zwei-, sondern je nach gewählter Kontextur auch höhere Negativität durch die Kontexturenzahlen (Indizes) der Zeichen erreicht, wobei hier die Kontexturüberschreitungen natürlich sozusagen „inhärent" sind. Das bedeutet: Wenn man eine kontexturierte komplexe Zeichenfunktion in die Gausssche Zahlenebene einzeichnet, kann man nur die Zeichen-Kontexturübergänge, aber nicht z.B. die Kontexturzahlen-Übergänge (1,2) → (2,1) visualisieren, denn hierfür bräuchte man ein bisher nicht entwickeltes kombiniertes kartesisch-polykontexturales Modell. Wesentlich ist jedenfalls, dass bei dem hier vorgestellten Modell kontexturierter komplexer Zeichen natürlich nicht die Kontexturenzahlen selber negativ werden, sondern nur die sie tragenden Zeichen, oder genauer: Subzeichen. So kann also ein Subzeichen z.B. negativ sein, auch dann wenn es in einer positiven Kontextur liegt (d.h. in der logischen Position und nicht in einer der n-1 negativen Kontexturen einer n-wertigen Logik). Da auch das Umgekehrte möglich ist, dürfte das hier präsentierte Modell in Zukunft fruchtvoll für tiefergehende formale semiotische Untersuchungen eingesetzt werden können.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Bd. 1. Wien 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Der negationale Doppelzyklus von Zeichenklassen

1. In Toth (2009) wurde dargestellt, dass eine parameterisierte, um die „Anker" oder „Spuren" der Form (0.d) der kategorialen Nullheit erweiterte Zeichenklasse der Form

$Zkl0\pm = ((\pm 3.\pm a)\ (\pm 1.\pm c), (\pm 0.\pm d)$ mit $a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}$

in einem kartesischen Koordinatensystem so durch lineare Transformationen von Quadrant zu Quadrant abgebildet werden kann, dass sich ein negationaler Zyklus von $3! = 6$ Zeichenklassen bildet, der natürlich die Überschreitung semiotischer Kontexturen (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.) wegen des 4fachen Durchstossen der 0-Achsen impliziert.

2. Es ist, wie ebenfalls bereits in Toth (2009) angedeutet, nun möglich, die Zeichenklassen zusätzlich zu kontexturieren (vgl. Kaehr 2008), so dass auch die Kontexturenzahlen einen permutativen Zyklus bilden. Die allgemeine Form dieser Zeichenklasen ist

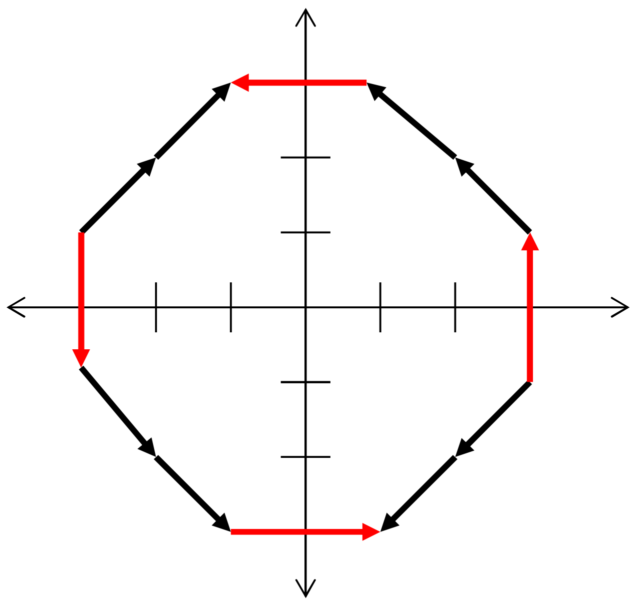
$3\text{-}Zkl0\pm = ((\pm 3.\pm a)_{\alpha,\beta,\gamma}\ (\pm 2.\pm b)_{\delta,\varepsilon,\zeta}\ (\pm 1.\pm c)_{\theta,\iota,\kappa}\ (\pm 0.\pm d)_{\lambda,\mu,\nu}$ mit
$\alpha, ..., \lambda \in \{\varnothing, 1, 2, 3\}$, wobei $\alpha, ..., \lambda$ gdw (a.b) mit $a \neq b$ (d.h. nur bei nicht-genuinen Subzeichen bzw. nicht-identitiven Morphismen)

Wenn man also die semiotischen mit den numerischen Kontexturen kombiniert, gibt es also Kontexturübergänge bereits für die Subzeichen als solche und somit bereits für die monokontexturale Semiotik (vgl. Toth 2001), zugleich aber auch qua Kontexturenzahlen. Da monokontexturale Semiotiken Fragmente polykontexturaler sind (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.), kann man das miteinander kombinieren. Dadurch erhält man also negationale Doppelzyklen, insofern negative Subzeichen unabhängig von nicht-positionalen Kontexturenzahlen auftreten. Auf der Basis von Subzeichen allein ist es somit aber unmöglich, weitere Kontexturengrenzen als die eine in der klassischen 2-wertigen Logik zu überschreiten. Nimmt man dann aber die Kontexturenzahlen hinzu, deren Negationszyklen ja Hamiltonkreise bilden, kann man zusätzlich die monokontexturalen Kontexturübergänge in höhere negationale Systeme einbetten, denn bereits eine 3-wertige Logik besitzt Hamiltonkreise der Länge $3! = 6$, eine 4-wertige Logik besitzt Kreise der Länge $4! = 24$, usw.

3. Wir wollen das Prinzip hier an einem möglichst einfachen Beispiel demonstrieren und gehen aus von der erweiterten parametrisierten 3-kontexturalen eigenrealen Zeichenklasse

$(\pm 3.\pm 1_3\ \pm 2.\pm 2_{1,2}\ \pm 1.\pm 3_3\ \pm 0.\pm 3)$.

Im folgenden Graphen zeichnen wir die 4 homogenen parametrisischen Formen, d.h. (3.1 2.2 1.3 0.3), (-3.1 –2.2 –1.3 –0.3), (-3.-1 –2.-2 –1.-3 –0.-3) und (3.-1 2.-2 1.-3 0.-3) in schwarz mit roten Kontexturübergängen bei den Ankern/Spuren ein, so dass also ein erster negationaler schwarz-roter Zyklus entsteht, der die jeweils 1 Kontexturgrenze monokontexturaler Systeme transgrediert.



Auf der Ebene der Kontexturalzahlen haben wir zudem z.B.

$(3.1_3\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_3\ 0.3) \rightarrow (-3.1_3\ –2.2_{4,1,2}\ –1.3_3\ –0.3) \rightarrow (-3.-1_3\ –2.-2_{2,4,1}\ –1.-3_3\ –0.-3) \rightarrow (3.-1_3\ 2.-2_{1,2,4}\ 1.-3_3\ 0.-3)$

oder

$(3.1_3\ 2.2_{1,4,2}\ 1.3_3\ 0.3) \rightarrow (-3.1_3\ –2.2_{2,1,4}\ –1.3_3\ –0.3) \rightarrow (-3.-1_3\ –2.-2_{4,2,1}\ –1.-3_3\ –0.-3) \rightarrow (3.-1_3\ 2.-2_{1,4,2}\ 1.-3_3\ 0.-3)$,

usw., denn mit welcher Permutation von {(1, 2,4), (1, 4, 2), (2, 1, 4), (2, 4, 1), (4, 1, 2), (4, 2, 1)}man auch beginnt, es gibt stets 4er-Zyklen, welche die obigen semiotische-kontexturalen Bedingungen erfüllen.

Wer gerne interpretiert, sieht dann sofort im 1. Quadranten mit dem Parameter [++] die Semiotik, im 2. Quadranten mit dem Parameter [-+] den Materialismus (negatives Subjekt; positives Objekt), im 3. Quadranten mit dem Parameter [- -] Günthers Meontik (bzw. Hegels Werden in der Adjazenz von Sein [Semiotik] und Nichts), und im 4. Quadranten mit dem Parameter [+-] den Idealismus (positives Subjekt, negatives Objekt). Man kann hierin sogar eine Bestätigung von Günthers Feststellung sehen: „Idealismus und Materialismus erscheinen […] nicht mehr als alternierende Weltanschauungen, von denen entweder die eine oder die andere falsch sein muss, sondern als Entwicklungsstufen eines in sich folgerichtigen Denkprozesses“ (1991, S. xxvif.).

Mit Hilfe von Farben kann man beide Negationalzyklus zusammen ausdrücken (schwarz für unkontexturierte Subzeichen, rot für Kontexturalzahlen):

$(3.1_{3}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3}\ 0.3) \rightarrow (-3.1_{3}\ –2.2_{4,1,2}\ –1.3_{3}\ –0.3) \rightarrow (-3.-1_{3}\ –2.-2_{2,4,1}\ –1.-3_{3}\ –0.-3) \rightarrow (3.-1_{3}\ 2.-2_{1,2,4}\ 1.-3_{3}\ 0.-3)$

$(3.1_{3}\ 2.2_{1,4,2}\ 1.3_{3}\ 0.3) \rightarrow (-3.1_{3}\ –2.2_{2,1,4}\ –1.3_{3}\ –0.3) \rightarrow (-3.-1_{3}\ –2.-2_{4,2,1}\ –1.-3_{3}\ –0.-3) \rightarrow (3.-1_{3}\ 2.-2_{1,4,2}\ 1.-3_{3}\ 0.-3)$, usw.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Bd. 1. Wien 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Kontexturen für komplexe Subzeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Angst als selbstreflektiver Komplex

1. An einer bemerkenswerten Stelle bei Kierkegaard heisst es: „In dem späteren Individuum ist die Angst mehr reflektiert. Dies kann so ausgedrückt werden, dass das Nichts, das der Gegenstand der Angst ist, gleichsam immer mehr zu einem Etwas wird. Wir sagen nicht, dass es wirklich etwas wird oder wirklich etwas bedeutet, wir sagen nicht, dass da nun an Stelle des Nichts die Sünde oder etwas anderes zu setzen wäre; denn hier gilt das von der Unschuld des späteren Individuums, was von der Adams gilt; alles dies ist nur für die Freiheit und nur, indem der Einzelne selbst durch den qualitativen Sprung die Sünde setzt. Das Nichts der Angst ist also hier ein Komplex von Ahnungen, die sich in sich selbst reflektieren (...)" (1984, S. 58).

2. In der hat jede Zeichenklasse ihr Nichts, denn so, wie die Semiotik ein System mit zehn Realitätsbegriffen ist, so müssen ihnen 10 Begriffe des Nichts korrespondieren, wenigstens solange man sich auf die monokontexturale Semiotik bezieht. Geht man von kontexturierten Semiotiken aus (vgl. Kaehr 2008), dann hat man für jede n-kontexturale Semiotik (n-1) Nichtse. Wie in Toth (2009a) gezeigt, arbeiten die semiotischen Negationen einer 3-kontexturalen Semiotik mit folgenden Negationen:

$N1: 1 \leftrightarrow 2$
$N2: 2 \rightarrow 3$
$N3: 1 \rightarrow 3$

N3 ist natürlich N1N2 bzw. N2N1, wird hier also nur aus Bequemlichkeitsgründen benutzt. Wir bilden nun zu jedem der 10 Peirceschen Dualsysteme ihre 2 Nichts, nämlich das Zeichen-Nichts und das Realitäts-Nichts:

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$N1(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3) = (3.1_2\ 2.1_2\ 1.1_{2,3}) \times (1.1_{3,2}\ 1.2_2\ 1.3_3)$
$N2(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3) = (3.1_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,2}) \times (1.1_{2,1}\ 1.2_1\ 1.3_2)$
$N3(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3) = (3.1_1\ 2.1_3\ 1.1_{3,1}) \times (1.1_{1,3}\ 1.2_3\ 1.3_1)$

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$N1(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$N2(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$N3(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$
$N1(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.1_2\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 1.2_2\ 1.3_3)$

$N2(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2}) \times (3.1_{2}\ 1.2_{1}\ 1.3_{2})$
$N3(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 1.2_{3}\ 1.3_{1})$

$(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$
$N1(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3})$
$N2(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{2}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{2})$
$N3(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{3}) \times (2.1_{3}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$

$(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$
$N1(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3})$
$N2(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{2}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{2}) \times (3.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 1.3_{2})$
$N3(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) = (3.1_{1}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 1.3_{1})$

$(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 1.3_{3})$
$N1(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 2.3_{1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{1}\ 1.3_{3})$
$N2(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2}) \times (3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 1.3_{2})$
$N3(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{1}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 1.3_{1})$

$(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2})$
$N1(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2}) = (3.2_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.2_{2}) \times (2.1_{2}\ 2.2_{1,2}\ 2.3_{1})$
$N2(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2}) = (3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$N3(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2}) = (3.2_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.2_{3}) \times (2.1_{3}\ 2.2_{2,3}\ 2.3_{2})$

$(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2})$
$N1(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2}) = (3.2_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 2.3_{1})$
$N2(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2}) = (3.2_{3}\ 2.2_{1,3}\ 1.3_{2}) \times (3.1_{2}\ 2.2_{3,1}\ 2.3_{3})$
$N3(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2}) = (3.2_{2}\ 2.2_{3,2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 2.2_{2,3}\ 2.3_{2})$

$(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$
$N1(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2}) = (3.2_{1}\ 2.3_{1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{1}\ 2.3_{1})$
$N2(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2}) = (3.2_{3}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2}) \times (3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 2.3_{3})$
$N3(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2}) = (3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$

$(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2})$
$N1(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2}) = (3.3_{1,3}\ 2.3_{1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{1}\ 3.3_{31})$
$N2(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2}) = (3.3_{3,2}\ 2.3_{3}\ 1.3_{2}) \times (3.1_{2}\ 3.2_{3}\ 3.3_{2,3})$
$N3(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2}) = (3.3_{2,1}\ 2.3_{2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{2}\ 3.3_{1,2})$

3. Während also die Austauschrelation 1 $\leftrightarrow$ 2 die klassische Negation ist, sind die Austauschrelationen 2 $\leftrightarrow$ 3 und 1 $\leftrightarrow$ 3 transklassische Negationen (vgl. Günther (1980), S. 1 ff.). Allerdings sind alle Fälle mit Ausnahme eines, nicht-selbstreflektorisch, fallen daher nicht oder nur bedingt unter Kierkegaards Definition von Angst. Der Grund ist der, dass in 9 von 10 Dualsystemen die Realitätsthematiken als Reflexionsprodukt von ihrer Zeichenstruktur her nicht mit ihrem zugehörigen Zeichenthematiken identisch sind. Die eine Ausnahme ist:

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$N1(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$N2(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) = (3.1_2\ 2.2_{1,3}\ 1.3_2) \times (3.1_2\ 2.2_{3,1}\ 1.3_2)$
$N3(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) = (3.1_1\ 2.2_{3,2}\ 1.3_1) \times (3.1_1\ 2.2_{2,3}\ 1.3_1)$

Will man den ganzen selbstreflexiven „Komplex“, müssen die Permutationen sowohl der Zeichen- als auch der Kontexturzahl-Strukturen ausgenützt werden.

1. Permutationelle monokontexturale Dualsysteme (Eigenrealität)

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
(3.1 1.3 2.2) × (2.2 3.1 1.3)
(2.2 3.1 1.3) × (3.1 1.3 2.2)
(2.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 2.2)
(1.3 3.1 2.2) × (2.2 1.3 3.1)
(1.3 2.2 3.1) × (1.3 2.2 3.1)

2. Permutationen der Kontexturenzahlen (mit Inversionen)

(3, 1/2, 3) × (3, 2/1, 3)
(3, 3, 1/2) × (2/1, 3, 3)
(1/2, 3, 3) × (3, 3, 2/1)

3. Permutationen der Kontexturenzahlen (ohne Inversionen)

(3, 1/2, 3) × (3, 1/2, 3)
(3, 3, 1/2) × (1/2, 3, 3)
(1/2, 3, 3) × (3, 3, 1/2)

4. Mit Aufsplittung der Doppelkontextur

(1, 2, 3) × (3, 2, 1)
(1, 3, 2) × (2, 3, 1)
(2, 1, 3) × (3, 1, 2)
(2, 3, 1) × (1, 3, 2)
(3, 1, 2) × (2, 1, 3)
(3, 2, 1) × (1, 2, 3)

Kombiniert man diese 4 Permutationsverfahren, so erhält man den in einer 3-kontexturalen Semiotik grösst möglichen Komplex von Selbstreflexion. Das Kierkegaarsche Thema Angst betreffend möchte ich nur darauf hinweisen, dass sich speziell der kontexturierten Eigenrealität beim Kontexturübergang von der Zeichen- zur Realitätsthematik das semiotische Hauptproblem der Austauschrelation zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt stellt (vgl. Toth 2009b).

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Negationstheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zwei Formen polykontexturaler Referenz. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Notiz%20polyk.%20Ref..pdf (2009b)

Die 5 semiotischen Basismatrizen und ihre Dualsysteme

1. Kaehr (2008, S. 7) hat vier polykontexturale Matrizen als Teilmatrizen einer tetradisch-tetratomischen Matrix vorgestellt. Im folgenden gebe ich sie wieder als monokontexturale und vier polykontexturale semiotische triadisch-trichotomische Matrizen, bei denen also von Schritt zu Schritt jeweils die Komplexität um eine Kontextur erhöht wird.

1.1. Monokontexturale semiotische Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

1.2. 1-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{pmatrix}$$

1.3. 2-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_{1,2} \\ 3.1_1 & 3.2_{1,2} & 3.3_{1,2} \end{pmatrix}$$

1.4. 3-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

1.5. 4-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

2. Wenn man nun die 5 mal 10 Dualsysteme über diesen 5 Matrizen konstruiert, stellt man fest, dass beim Übergang von 1.1. zu 1.2. (Qualitätssprung) punkt formalen Neuerungen nichts passiert. In Sonderheit ist Eigenrealität auch in der 1-kontexturalen Matrix noch erhalten. Vergleicht man 1.3 mit 1.4, d.h. die 2- mit der 3-kontexturalen Matrix, so erkennt man, die in ersterer auch das Subzeichen (2.3) und seine Konverse (3.2) nicht mehr dualidentisch ist, dass dies aber nur für 2 und nicht für 3 Kontexturen gilt, denn in der 3-kontexturalen Matrix sind nur die genuinen Subzeichen (identitiven Morphismen) nicht mehr dualinvariant (was ihre Kontexturenzahlen betrifft). Verhältnismässig einfach schaut auch der Übergang von der 3- zur 4-kontexturalen Matrix aus, da hier jede Kontexturzahl einfach um die 4 ergänzt wird.

2.1. Monokontexturale Dualsysteme

1. (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
2. (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)
3. (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)
4. (3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)
5. (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
6. (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)
7. (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
8. (3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)
9. $(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$

2.2. 1-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_1\ 2.1_1\ 1.1_1) \times (1.1_1\ 1.2_1\ 1.3_1)$
2. $(3.1_1\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_1)$
3. $(3.1_1\ 2.1_1\ 1.3_1) \times (3.1_1\ 1.2_1\ 1.3_1)$
4. $(3.1_1\ 2.2_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 2.2_1\ 1.3_1)$
5. $(3.1_1\ 2.2_1\ 1.3_1) \times (3.1_1\ 2.2_1\ 1.3_1)$

6. $(3.1_{1}\ 2.3_{1}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{1}\ 1.3_{1})$
7. $(3.2_{1}\ 2.2_{1}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{1}\ 2.3_{1})$
8. $(3.2_{1}\ 2.2_{1}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 2.2_{1}\ 2.3_{1})$
9. $(3.2_{1}\ 2.3_{1}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{1}\ 2.3_{1})$
10. $(3.3_{1}\ 2.3_{1}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{1}\ 3.3_{1})$

2.3. 2-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_{1}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1}) \times (1.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{1})$
2. $(3.1_{1}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{1})$
3. $(3.1_{1}\ 2.1_{1}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{1})$
4. $(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
5. $(3.1_{1}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
6. $(3.1_{1}\ 2.3_{1,2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{2,1}\ 1.3_{1})$
7. $(3.2_{1,2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2,1})$
8. $(3.2_{1,2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2,1})$
9. $(3.2_{1,2}\ 2.3_{1,2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{2,1}\ 2.3_{2,1})$
10. $(3.3_{1,2}\ 2.3_{1,2}\ 1.3_{1}) \times (3.1_{1}\ 3.2_{2,1}\ 3.3_{2,1})$

2.4. 3-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
2. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
3. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 1.2_{1}\ 1.3_{3})$
4. $(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$
5. $(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{3})$
6. $(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 1.3_{3})$
7. $(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2})$
8. $(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2})$
9. $(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$
10. $(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \times (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2})$

2.5. 4-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4}) \times (1.1_{4,,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$
2. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$
3. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$

4. $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})\times \quad (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$
5. $(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})\times \quad (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,21}\ 1.3_{4,3})$
6. $(3.1_{3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})\ \times \quad (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 1.3_{4,3})$
7. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.2_{1,4})\times \quad (2.1_{4,1}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$
8. $(3.2_{2,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})\times \quad (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 2.3_{4,2})$
9. $(3.2_{2,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})\ \times \quad (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 2.3_{4,2})$
10. $(3.3_{2,3,4}\ 2.3_{2,4}\ 1.3_{3,4})\times \quad (3.1_{4,3}\ 3.2_{4,2}\ 3.3_{4,3,2})$

Wie gesagt, bei dieser Art von Darstellung wird im Gegensatz zu Kaehrs Verfahren ausgeblendet, dass z.B. 3-kontexturale Systeme Fragmente 4-kontexturaler sind, usw.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Diagonalvariationen kontexturierter Matrizen

1. Die Normalform der semiotischen Matrix einer 3-kontexturalen Semiotik ist nach Kaehr (2008):

1. PZR = $(.1.)_{1,3}$, $(.2.)_{1,2}$, $(.3.)_{2,3}$

	$(.1.)_{1,3}$	$(.2.)_{1,2}$	$(.3.)_{2,3}$
$(.1.)_{1,3}$	$1.1_{1,3}$	1.2_{1}	1.3_{3}
$(.2.)_{1,2}$	2.1_{1}	$2.2_{1,2}$	2.3_{2}
$(.3.)_{2,3}$	3.1_{3}	3.2_{2}	$3.3_{2,3}$

Ausgehend von der Überlegung, dass in einer n-kontexturalen Semiotik nur die genuinen Subzeichen, d.h. die Elemente der Diagonalen der Matrix, (n-1) kontexturale Indizes bekommen, und die übrigen Subzeichen (n-2), kann man nun die Diagonal-Elemente permutieren. In einer 3-kontexturalen Semiotik ergeben sich daraus natürlich 3! = 6 Matrizen, welche also sozusagen "Nebenmatrizen" sind, über denen sich wiederum neue Dualsysteme konstruieren lassen.

2. PZR = $(.1.)_{1,3}$, $(.2.)_{2,3}$, $(.3.)_{1,2}$

	$(.1.)_{1,3}$, $(.2.)_{2,3}$, $(.3.)_{1,2}$		
$(.1.)_{1,3}$	$1.1_{1,3}$	1.2_{3}	1.3_{1}
$(.2.)_{2,3}$	2.1_{3}	$2.2_{2,3}$	2.3_{2}
$(.3.)_{1,2}$	3.1_{1}	3.2_{2}	$3.3_{1,2}$

3. PZR = $(.1.)_{1,2}$, $(.2.)_{2,3}$, $(.3.)_{1,3}$

	$(.1.)_{1,2}$	$(.2.)_{2,3}$	$(.3.)_{1,3}$
$(.1.)_{1,2}$	$1.1_{1,2}$	1.2_{2}	1.3_{1}
$(.2.)_{2,3}$	2.1_{2}	$2.2_{2,3}$	2.3_{3}
$(.3.)_{1,3}$	3.1_{1}	3.2_{3}	$3.3_{1,3}$

4. PZR = $(.1.)_{1,2}$, $(.2.)_{1,3}$, $(.3.)_{2,3}$

	$(.1.)_{1,2}$	$(.2.)_{1,3}$	$(.3.)_{2,3}$
$(.1.)_{1,2}$	$1.1_{1,2}$	1.2_{1}	1.3_{2}
$(.2.)_{1,3}$	2.1_{1}	$2.2_{1,3}$	2.3_{3}
$(.3.)_{2,3}$	3.1_{2}	3.2_{3}	$3.3_{2,3}$

5. PZR = $(.1.)_{2,3}$, $(.2.)_{1,3}$, $(.3.)_{1,2}$

	$(.1.)_{2,3}$	$(.2.)_{1,3}$	$(.3.)_{1,2}$
$(.1.)_{2,3}$	$1.1_{2,3}$	1.2_{3}	1.3_{2}
$(.2.)_{1,3}$	2.1_{3}	$2.2_{1,3}$	2.3_{1}
$(.3.)_{1,2}$	3.1_{2}	3.2_{1}	$3.3_{1,2}$

6. PZR = $(.1.)_{2,3}$, $(.2.)_{1,2}$, $(.3.)_{1,3}$

	$(.1.)_{2,3}$	$(.2.)_{1,2}$	$(.3.)_{1,3}$
$(.1.)_{2,3}$	$1.1_{2,3}$	1.2_{2}	1.3_{3}
$(.2.)_{1,2}$	2.1_{2}	$2.2_{1,2}$	2.3_{1}
$(.3.)_{1,3}$	3.1_{3}	3.2_{1}	$3.3_{1,3}$

Wenn wir nun z.B. die erste Trichotomische Triade nehmen, sieht sie unkontexturiert so aus:

(3.1 2.1 1.1)
(3.1 2.1 1.2)
(3.1 2.1 1.3).

Wir können nun aber jede Zeichenklasse gemäss den 6 Matrizen kontexturieren und bekommen

$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.1_{1,3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{1}\ 1.2_{3})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{3}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{1}\ 2.1_{2}\ 1.3_{1})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,2})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{1}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{2}\ 2.1_{3}\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{3}\ 1.2_{3})$	$(3.1_{2}\ 2.1_{3}\ 1.3_{2})$
$(3.1_{3}\ 2.1_{2}\ 1.1_{2,3})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{2}\ 1.2_{2})$	$(3.1_{3}\ 2.1_{2}\ 1.3_{3})$

Hinzu kommen die erweiterten strukturellen Möglichkeiten für die Realitätsthematiken.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Semiotische Super-Operatoren

1. Die „SOPS" wurden von Rudolf Kaehr (2009a, S. 8 ff.) sowie (2009b, S. 17 ff.) in die Semiotik eingeführt. An „traditionellen" semiotischen Operationen sind ja lediglich die z.B. bei Walther (1979, S. 121 ff.) sowie Toth (2008, S. 12 ff.) zusammengestellten streng monokontexturalen Operationen bekannt. Die 5 von Kaehr eingeführten semiotischen Super-Operatoren, Identität, Permutation (bereits von Toth 2008, S. 177 ff. eingeführt), Reduktion, Bifurkation, Replikation – und später als 6. noch Iteration – werden hier vor allem anhand von semiotischen Dualsystemen aufgezeigt, da Kaehr bereits kenomische Matrizen verwendet hatte und also die Grundlagen der Konstruktion von Zeichenklassen und Realitätsthematiken als bekannt vorausgesetzt werden können.

2. Zur Definition der 5 ersten SOPS reproduziere ich hier direkt die von Kaehr zusammengestellte Tabelle (2009a, S. 8):

Super – operators for semiotics

$$\mathrm{Sem}^{(m,n)}: \left[\mathrm{Sem}^{(m,n)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}} \xrightarrow[\mathrm{sops}]{} \left[\mathrm{Sem}^{(m,n)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}}$$

$$\mathrm{id}(i,j): \quad \forall i,j \in s(m): \quad \left(\mathrm{Sem}^{i,j}\right) \xrightarrow[\mathrm{id}]{} \left(\mathrm{Sem}^{i,j}\right)$$

$$\mathrm{perm}(i,j): \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{perm}]{} \left(\mathrm{Sem}^{j}, \mathrm{Sem}^{i}\right)$$

$$\mathrm{red}(i,j): \quad \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{red}]{} \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{i}\right)$$

$$\mathrm{bif}(i,j): \quad \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{bif}]{} \left(\left(\mathrm{Sem}^{i} \,\|\, \mathrm{Sem}^{j}\right), \mathrm{Sem}^{j}\right)$$

$$\mathrm{repl}(i,j): \quad \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{repl}]{} \left(\left(\mathrm{Sem}^{i} \,|\, \mathrm{Sem}^{i}\right), \mathrm{Sem}^{j}\right)$$

$$\mathrm{sops} = \{\mathrm{id}, \mathrm{perm}, \mathrm{red}, \mathrm{bif}, \mathrm{repl}\}$$

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/ConTeXtures.pdf

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/From Ruby to Rudy.pdf **§ 11.3**

Zur 6. Operation: Während Replikation die Komplexitätstiefe erhöht:

$S_{i.j} \rightarrow S_{i.j+1}$.

erhöht Iteration die Komplexitätsbreite:

$S_{i.j} \rightarrow S_{i+1.j}$.

Wir können hier also gleich als Beispiele die Peirce-Zeichen (vgl. Toth 2009a) bringen: Replikation ist also diejenige semiotische Superoperation, welche die Nachfolgerelation der trichotomischen Peirce-Zahlen bewirkt, während Iteration diejenige semiotische Superoperation ist, welche die Nachfolgerelation der triadischen Peirce-Zahlen bewirkt. Bei den diagonalen Peirce-Zahlen (vgl. Toth 2009b) wirken somit sowohl Iteration als auch Replikation, d.h. wir haben

$S_{i.j} \rightarrow S_{i+1.j+1.}$

3. Bei den Identitätsabbildungen hat eine neuere Untersuchung (Toth 2009c) gezeigt, dass neben den semiotischen 1-Morphismen

id1 ≡ (1 → 1), id2 ≡ (2 → 2), id3 ≡ (3 → 3)

bei „Pfeilen zwischen Pfeilen" mit noch ganz anderen, bislang in der Semiotik völlig unbekannten Identitäten gerechnet werden muss; vgl.

idα ≡ (α → α), idα° ≡ (α°, α°), idβα ≡ (βα → bα), idα°β° ≡ (α°β°, α°β°), usw.,

Es gibt also in der kategorialen (und diamantentheoretischen?) Semiotik eine enorme und von der Logik her nicht gekannte Vielfalt von Identitätsoperationen.

4. Zu den Permutationsoperationen ist in Ergänzung von Toth (2008, S. 177 ff.) nur hinzuzufügen, dass bei kontexturierten Subzeichen natürlich nicht nur die Subzeichen, sondern auch die Kontexturenzahlen permutiert werden können, was vor allem bei 4- und höher kontexturalen Semiotik schnell zu enorm wachsender Komplexität führt.

5. Wenn ich Kaehr recht verstehe, ist unter Reduktion die Umkehrfunktionen jeder Funktion zu verstehen, durch welche irgendwelche Erweiterungen semiotischer Systeme erwirkt werden, also v.a. Iteration und Replikation. Falls sie so ist, dann gehört möglicherweise auch die Peircesche „replica function" (vgl. z.B. Walther 1979, S. 88 f.) – die allerdings nicht mit derjenigen Kaehrs zu verwechseln ist -, zu den reduktiven semiotischen Superoperationen. Ihr allgemeines Maximal-Schema ist

(3.a 2.b 1.c) → (3.a 2.b 1.(c-1)) → (3.a 2.b 1.(c-2)) →
(3.a 2.(b-1) 1.(c-2)) → (3.a 2.(b-2) 1.(c-2)) →
(3.(a-1) 2.(b-2) 1.(c-2)) → (3.(a-2) 2.(b-2) 1.(c-2)).

Das bedeutet nichts anderes, als dass eine Replica irgendeiner Drittheit eine Zweitheit ist. Es handelt sich hier also in Peirces und Benses Terminologie um eine Reihe einfacher retrosemiosischer Degenerationen. Karl Herrmann (1990) hat ein Verfahren angegeben, wie die 10 Peirceschen Zeichenklassen durch Replizierung in eineindeutiger Weise (d.h. ohne dass eine Zeichenklasse zweimal vorkommt) dargestellt werden kann (vgl. auch Toth 2008, S. 164 f.).

6. Die Rolle der Bifurkation in der Semiotik ist bisher völlig im Dunkeln. In einem gewissen, allerdings „klassischen“ Sinne könnte man jedes der neun Subzeichen der semiotischen Matrix bi- und sogar n-furkativ deuten, insofern als keines einen eindeutigen Nachfolger (wie die Peanozahlen) hat:

$$\begin{array}{ccccc}
1.1 & \leftrightarrow & 1.2 & \leftrightarrow & 1.3 \\
\updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow \\
2.1 & \leftrightarrow & 2.2 & \leftrightarrow & 2.3 \\
\updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow \\
3.1 & \leftrightarrow & 3.2 & \leftrightarrow & 3.3
\end{array}$$

Nimmt man also neben den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen noch die diagonalen hinzu, dass ist die minimale Nachfolgerelation eines Subzeichen bereits eine „Trifurkation“. (2.2) hat nicht weniger als 8-Furkation, und wenn man die Richtungen der Pfeile mitzählt, 16, usw. Rechnet man diese Fälle tatsächlich unter Bifurkation (und nicht nur vergleichbare Fälle bei Kontexturenzahlen), dann müsste man zudem zwischen Links- und Rechts-, Auf- und Ab sowie den 2 diagonalen Richtungen unterscheiden.

Literatur

Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Quant-Qual%20Arithm.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Nachfolgerrelationen bei Peano-Zahlen, polykontexturalen Zahlen und Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b
Toth, Alfred, Der kategorialsemiotische Leim und Leim des Leims. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Matrizen mit unvollständigen Subzeichenrelationen

1. Kaehr (2009, S. 17 f.) hat drei Beispiele von durch semiotische Super-Operatoren („SOPS") veränderte semiotische Matrizen gegeben, mit der Konsequenz, dass sie nun hinsichtlich des je einen Auftretens eines der neun kartesischen Produkte der drei Primzeichen (.1.), (.2.), (.3.) unvollständig sind. Anders gesagt: bei den folgenden Kaehrschen Matrizen ist die Bedingung der paarweisen Verschiedenheit der neun Subzeichen in semiotischen Matrizen verletzt.

2.1. „Normalform" der 3-kontexturalen semiotischen Matrix ist die folgende, die bereits in Kaehr (2008) eingeführt worden war. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass in den Spalten und Zeilen Produkte der Primzeichen stehen, und zwar sind die Subzeichen kartesische Produkte der Primzeichen, und bei der Multiplikation der Kontexturenzahlen bleiben nur jene bei einem Subzeichen, welche sowohl den Spalten als auch den Zeilen angehören:

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \mathrm{MM} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

2.2. Reflexionsmatrix. Während die 1. Triade der Subzeichen wie bei 2.1. ist, erscheint (1.2) an (2.2) zu (2.1) gespiegelt, das somit doppelt auftaucht. Ferner findet sich statt der 3. Triade die horizontal an der 2. Trichotomie gespiegelte 1. Triade, so dass also nicht nur (2.1), sondern auch (1.2) doppelt aufscheinen. Während die Nebendiagonale der Normalform erhalten ist, besteht die Hauptdiagonale aus den Element (2.2) und (1.1), wobei letzteres auf die untere Hälfte der Diagonale gespiegelt wird, so dass es also in dieser Matrix weder (2.3) noch (3.2) und auch kein (3.3) gibt:

3 – contextural semiotic matrix [id, red, id]

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)}_{[\mathrm{id,red,id}]} = \begin{pmatrix} \mathrm{MM} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.1}} & \mathbf{1.2_{1}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{1.1_{1.3}} \end{pmatrix}$$

2.3. Interaktionsmatrix. Hier fehlen die Subzeichen (1.2) / (2.1). Haupt- und Nebendiagonalen sind aber im Gegensatz zu 2.2 erhalten. Allerdings treffen wir hier erstmals, dass Kontexturenzahlen nicht mehr eineindeutig auf die Subzeichen agebildet sind, denn (2.3) tritt mit zwei verschiedenen Kontexturenzahlen auf, von denen eine identisch in mit denen von (3.3).

3 – contextural semiotic matrix [bif, id, id]

$$Sem^{(3,2,2)}_{(bif,id,id)} = \left(\begin{array}{cccc} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{2.3}_{2.3} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2 & \mathbf{3.2}_{2.3} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3 & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{array}\right)$$

2.4. Replikationsmatrix. Replikation meint nach Kaehr, dass ein System $S_{i.j} \to S_{i.j+1}$ verändert wird, d.h. bei den Diagonalelementen der Replikationsmatrix wird $(1.1)_{1,3} \to (1.1)_{1,1,3}$, $(2.2)_{1,2} \to (2.2)_{1,1,2}$ (und $(3.3)_{2,3} \to (3.3)_{2,2,3}$, das jedoch nicht realisiert ist). Dafür ist die Replikation von (1.2) und (1.2)° = (2.1) realisiert. Im Unterschied dazu würde die zugehörige Iterationsmatrix auf System $S_{i.j} \to S_{i+1.j}$ beruhen, so dass wir also z.B. für Hauptdiagonale hätten: $(1.1)_{1,3} \to (1.1)_{1,3,3}$, $(2.2)_{1,2} \to (2.2)_{1,2,2}$ und $(3.3)_{2,3} \to (3.3)_{2,3,3}$.

3 – contextural semiotic matrix [repl, id, id]

$$Sem^{(3,2,2)}_{(repl,id,id)} = \left(\begin{array}{cccc} MM & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{1.1.3} & \mathbf{1.2}_{1.1} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{1.1} & \mathbf{2.2}_{1.1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{array}\right)$$

3. Wo liegt also der Zweck dieser unvollständigen Matrizen? Es handelt sich hier um systemische, eben durch Super-Operatoren bewirkte Einschränkungen semiotischer Modelle, dies im Gegensatz zur „klassischen" Semiotik, bei der Beschränkungen speziell sozusagen „von aussen" formuliert werden müssen, ohne z.T. motiviert werden zu können. So verlangt etwa die Einführung der Zeichen von Peirce 1. Die Beschränkung auf n-adische Relation mit n = 3. 2. Die paarweise Verschiedenheit der Relata, d.h. Gebilde wie *3.a 3.b 2.c oder *2.a 1.c 1.d usw., wie sie durch die obigen Matrizen hergestellt werden, sind ohne innersystematische Begründung ausgeschlossen. Die interpretatorische Begründung, ein Zeichen bedürfe eben (genau) eines Interpretanten, (genau) eines Objektes und (genau) eines Mittels, wird ja durch die

Definition festgesetzt, sollte also vor ihr und nicht erst nach erscheinen. 3. Die Inklusionsordnung der Trichotomien a ≤ b ≤ c, die der Abfolge der Triaden a < b < c (vgl. die gestirnten = falschen Beispiele oben!) widerspricht. Wird also ein System mit Operatoren wie den Kaehrschen SOPS eingeführt und erweisen sich diese unabhängig von der Semiotik für formale Systeme als zweckmässig, so käme ein Verbot etwa der „unvollständigen" Matrizen mit ihren „unvollständigen" Zeichenklassen und Realitätsthematiken etwa dem gleich, wenn jemand auf die Idee käme, andere als natürliche Zahlen zu verbieten, die Primzeichen erst ab 7 beginnen zu lassen oder das Radizieren als unzulässige mathematische Operation zu verbieten.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Eigenreale Zeichenklassen und eigenreale Kontexturenzahlen

1. Eigenrealität ist eine formale Eigenschaft von semiotischen Dualsystemen, die sich dadurch zeigt, dass Zeichen- und Realitätsthematik dualisationsinva-riant sind (vgl. Bense 1992):

(3.1 2.2 1.3)
×(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3).

Die allgemeine Struktur dieser einzigen dualinvarianten unter den 10 Peirceschen Zeichenklassen ist

(x.y z.z. y.x).

Man könnte also nun beliebige Werte für x, y, z einsetzen und so weitere eigenreale Relationen bilden, die allerdings im Peirceschen Sinne nicht als Zeichenklassen betrachtet würden.

2. Eine weitere Möglichkeit, eigenreale Relationen zu bilden (vgl. Toth 2008), sei im folgenden gezeigt:

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$\times(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$\rightarrow$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3). = (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

Wegen (1.2) ≠ ×(1.2) = (2.1) ist also die 3-kontexturierte eigenreale Zeichenklasse nicht Kontexturen-eigenreal (sondern sozusagen nur Subzeichen-eigenreal). Diese Asymmetrie der Kontexturalzahlen lässt sich jedoch dadurch beseitigen, dass man die nicht-Kontexturen-eigenreale Zeichenklasse einbettet in die folgende allgemeine Struktur:

$(x.y\ z.z_{i,j}\ z.z_{j,i}\ y.x)$,

wobei hier natürlich vorausgesetzt wird, dass (x.y) und (y.x) die gleichen Kontexturen haben, das ist aber bei Kontexturenmatrizen immer der Fall zwischen einem Subzeichen und seiner Konverse, d.h. es gilt

K(a.b) = K(a.b)°,

während es nicht gilt für ein Subzeichen, seine Konverse und sein Duale, d.h.

$((a.b) = K(a.b)°) \neq K(b.a)$.

Nur ist es so, dass in kontexturierten semiotischen Systemen von mit $K < 3$

$(a.b)° = \times(a.b) = (b.a)$

gilt, d.h. dass Konversen und Dualia koinzidieren.

3. Wie wir gesehen **haben, muss also zwischen Subzeichen-Eigenrealität und Kontexturenzahlen**-Eigenrealität unterschieden werden. Die letztere ist allerdings selten, denn von den Kontexturenzahlen besonderer, meist unvollständiger Matrizen abgesehen (vgl. etwa Kaehr 2009, S. 17 f., dazu Toth 2009), gibt es fast keine Kontexturierungen der Formen

$(a.b)_{i,i}$, $(a.b)_{j,i,i}$, $(a.b)_{i,i,j}$, ...

Wenn ferner ein Subzeichen als $(a.b)_{i,i}$ kontexturiert würde, bedeutete das, dass es in seiner horizontalen Position von dem voraufgehenden Subzeichen $((a.(b\text{-}1)_h$ und dem nachfolgenden Subzeichen $(a.(b+1))_k$ wegen $i \neq h \neq k$ getrennt wäre, d.h. es könnte gerade die für Kontexturenzahlen essentielle Vermittlung zwischen den Blöcken einer quadratischen Matrix nicht mehr übernehmen. Ohne einen Beweis zu geben, scheint es so zu sein, dass immer dann, wenn ein diagonales Subzeichen durch $(a.b)_{i,i}$ kontexturiert ist, dass dann immer entweder ein Paar von Subzeichen nicht kontextuierbar ist (weil $(a.b)_{l,l} \cap (a.b)_{m,n} = \varnothing$) oder dass zwei Subzeichen-Paare dieselben Kontexturenzahlen bekommen. Anstatt eines Beweises, der weit über die Semiotik hinausginge, zeige ich dafür im folgenden zwei Beispiele.

Beispiel für Behauptung 1:

	$1.1_{2,3}$	$2.2_{2,2}$	$3.3_{1,3}$
$1.1_{2,3}$	$1.1_{2,3}$	1.2_2	1.3_3
$2.2_{2,2}$	2.1_2	$2.2_{2,2}$	$2.3_\varnothing$
$3.3_{1,3}$	3.1_3	$3.2_\varnothing$	$3.3_{1,3}$

Hier sind also (2.3) und $(2.3)° = (3.2)$ nicht kontexturierbar, da $(2, 2) \cap (1, 3) = \varnothing$.

Beispiel für Behauptung 2:

	$1.1_{2,3}$	$2.2_{2,2}$	$3.3_{1,2}$
$1.1_{2,3}$	$1.1_{2,3}$	1.2_{2}	1.3_{2}
$2.2_{2,2}$	2.1_{2}	$2.2_{2,2}$	2.3_{2}
$3.3_{1,2}$	3.1_{2}	3.2_{2}	$3.3_{1,2}$

Hier sind nun zwar sämtliche Subzeichen kontexturierbar, aber (1.2)/(2.1), (1.3)/(3.1) sowie (2.3)/(3.2) haben alle die gleichen Kontexturenzahl K = 2, so dass also in dieser Matrix kontexturell gesehen nur die Diagonalelemente unterscheidbar sind.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Toth, Alfred, Primzeichen-Zahlen und semiotische Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/PZZahlen%20u.%20sem.%20Kont..pdf (2008)

Toth, Alfred, Matrizen mit unvollständigen Subzeichenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zweiwertige vs. mehrwertige Linguistik

1. Das Thema, um das es hier – im Anschluss an Toth (2008) – geht, lautet: "Alle bisher entwickelten Sprachen in unseren terrestrischen Hochkulturen setzen ein zweiwertiges Weltbild voraus. Ihre Reflexionsstruktur ist deshalb ebenfalls rigoros zweiwertig, und es fehlen die linguistischen Mittel, um mehrwertige Erlebnissituationen in ihnen angemessen auszudrücken. Ein Beispiel soll die Situation verdeutlichen. Der klassische Kalkül kennt einen und nur einen Begriff von 'und'. Das gleiche gilt für die deutsche, englische, französische usw. Sprache. In einer dreiwertigen Logik aber werden bereits vier (!) verschiedene und durch differente logische Funktoren identifizierte Bedeutungen von 'und' unterschieden. In unseren heutigen Umgangssprachen hat 'und' in den folgenden Konjunktionen 'ein Gegenstand *und* noch ein Gegenstand', 'Ich *und* die Gegenstände', 'Du *und* die Gegenstädde', 'Wir *und* die Gegenstände' immer die gleiche Bedeutung. In anderen Worten: die klassische Logik und die an ihr spirituell orientierten Sprachen setzen voraus, dass der metaphysische Begriff der Ko-existenz so allgemein gefasst werden kann und muss, dass in ihm der Unterschied zwischen gegenständlicher Existenz und den drei möglichen Aspekten von Reflexionsexistenz irrelevant ist. Begriffe wie 'Ich', 'Du' und 'Wir' haben in der uns überlieferten Logik schlechthin keinen Sinn" (Günther 1991, p. xviii).

2. Gegeben sei eine 4-kontexturale semiotische Matrix, wie sie in Kaehr (2008) eingeführt worden war:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Da, wie Elisabeth Walther (1985) gezeigt hatte, die Linguistik das gesamte System der 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken zu seiner Analyse und Darstellung benötigt, muss es möglich sein, nicht nur den Wörtern einer Sprache, sondern auch ihrer semiotischen Fundierung jene logisch-erkenntnistheoretische, verloren gegangene Deutung zurückzugeben, von der Günther spricht. Dazu nehmen wir folgende Zuordnungen vor:

$1 \rightarrow$ ich
$2 \rightarrow$ du
$3 \rightarrow$ wir
$4 \rightarrow$ es

Das ist also die logisch-erkenntnistheoretische Struktur einer 4-wertigen Logik mit 3 Subjekts- und 1 Objektsposition. Damit können wir also die Güntherschen Beispiele wie folgt in eine „kontexturierte Linguistik" übersetzen:

Ich $und_{1,4}$ die Gegenstände.
Du $und_{2,4}$ die Gegenstände.
Wir $und_{3,4}$ die Gegenstände.
Ein Gegenstand und_{4} noch ein Gegenstand.

Damit wird übrigens auch klar, dass

1 + 1 = ?

in dieser Form unlösbar bzw. sogar sinnlos ist, solange nicht gesagt wird, was das durch die Ziffern Gezählte ist. Addiere ich also

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel	= 1 Apfel und_1 1 Apfel
1 Apfel + 1 Birne = ?	= 1 Apfel und_2 1 Birne
1 Apfel + 1 Birne + 1 Orange = ?	= 1 Apfel und_2 1 Birne und_3 1 Orange

(wobei sich hier die Kontexturalzahlen mit jeder neuen Qualität erhöhen, d.h. nicht mit den obigen logischen Zuweisungen identisch sind). Da speziell Subjekte als Qualitäten zählen, sind also auch die Konjunktionen in den folgenden Fällen nicht identisch:

Hans und_2 Fritz essen Kuchen.
Hans und_2 Fritz und_3 Karl essen Kuchen.
Hans und_2 Fritz und_3 Karl und_4 Max essen Kuchen.

Somit ist „und" sensu stricto, d.h. als und_1, nur in trivialen Fällen wie etwa

Hans isst. = Hans und_1 Hans essen.
2 Birnen. = 1 Birne und_1 1 Birne.

anwendbar.

3. Nun besitzt aber die Sprache noch mehr referentielle Pronomina, d.h.

1 $\rightarrow$ ich
2 $\rightarrow$ du
3 $\rightarrow$ er/sie

4 → wir
5 → ihr
6 → sie
7 → es,

die bekanntlich alle irreduzibel sind. (Es ist auch in den meisten Sprachen unmöglich, etwa „ich“ + Numerus-Merkmal = „wir“ oder „du“ + Numerus-Merkmal = „ihr“ zusetzen, da hiermit inklusive und exklusive „wir-„ bzw. „ihr“-Relationen, die weiter verbreitet sind als viele Linguisten wissen, nicht erklärbar sind. Ebenfalls unsinnig ist die Ansetzung von „ich“ + „die anderen“ = wir bzw. „du“ + „die anderen“ = „ihr“, da hiermit „sie“ nicht unterscheidbar sind. Ferner gibt es sogar Sprachen, die in der Referenz der 3. Person Genera unterscheiden (z.B. das Hebräische).

Zur Illustration vgl. die ungarischen Ausdrücke

szeretek$_1$ = ich liebe$_1$
szeretem$_{1,3}$ = ich liebe$_1$ (ihn/sie/es)$_2$
szeretlek$_{1,2}$ = ich liebe$_1$ dich$_2$, usw.

Es gibt nun Sprachen, wie das Mordwinische, oder noch komplexer, das Gröndländische, wie es bei Kleinschmidt (1862) dargestellt ist, das ganze Agglutinationsreihen von subjektiven und objektiven Referenzen darstellen kann, wie natürlich hierzu auch das Baskische, das vielen bekannter sein wird. Dt. Beispiele:

Ich liebe$_{1,1}$ mich.
Ich liebe$_{1,2}$ dich.
Du liebst$_{2,4}$ uns.
Du liebst$_{2,5}$ euch.
Er liebt$_{3,3,6}$ sie und sie (pl.)
Die Frage, die sich allerdings in der Linguistik bisher offensichtlich nie gestellt hat, ist, wie man Problemfälle wie die folgenden darstellen soll:

Wir lieben Hans und Fritz.
Hans liebt Frieda und Würste.

Im ersten Fall gehören Hans und Fritz nicht der gleichen Kontextur an, trotzdem würden sie nach den letzten Zuordnungen unter K = 3 fallen. Beim zweiten Fall ist es nämlich, nur sind hier Qualitäten, d.h. die Kontexturen, noch auf ein Subjekt (Frieda) und ein Objekt (Würste) verteilt. Da spielt es keine Rolle, dass dieser Satz wohl offiziell als ungrammatisch eingestuft würde.

4. Ein weiteres mögliches und neues Anwendungsgebiet für kontexturierte Linguistik ist die Barrierentheorie, die von Chomsky kurz vor der immer noch gültigen Minimalitätstheorie (Minimalist Hypothesis) entworfen wurde. Vgl. z.B. die folgenden Sätze aus Sternefeld (1991, S. 143):

Über wen hast Du [$_{NP}$ ein Buch t] geschrieben/*geklaut.
Von wem hast Du [$_{NP}$ ein Buch t] gelesen/*vernichtet
Von wem ist [$_{NP}$ der Bruder t] gestorben.
*Von wem hat [$_{NP}$ der Bruder t] verschlafen.

Wenn wir die Normalformen dieser Wh-Fragen betrachten und sie kontexturieren, bekommen wir

Du$_2$ hast ein Buch$_7$ über X$_3$ geschrieben.
*Du$_2$ hast ein Buch$_7$ über X$_3$ geklaut.
Du$_2$ hast (ein Buch von X$_7$) geklaut.

„über X" referiert also auf die besprochene Person, d.h K = 3, während „ein Buch von X" als ganzes ein Objekt ist, d.h. auf K = 7 referiert; aus der Verletzung von K = 3 und K = 7 ergibt sich die Ungrammatizität. Zum nächsten Satz ist zu sagen, dass, wenigstens dialektal, „Vom wem hast Du ein Buch gelesen" ambig ist (1. Wessen Buch hast Du gelesen. 2. Ein Buch über wen?) Ob die übrigen Fälle zur gleichen Gruppe gehören, betrachte ich als sehr fraglich. „Von wem ich der Bruder gestorben" müsste eigentlich selber erklärt werden, logisch müsste die Barriere ja nach „wem" und nicht nach „ist" beginnen (*Von wem der Bruder ist gestorben? Vgl. Wessen Bruder ist gestorben? und nicht etwa „Wessen ist Bruder gestorben"), kurz: der nicht-gestirnte Satz ist erklärungsbedürftig. Damit hängt auch zusammen, dass der gestirnte Satz *Von wem hat der Bruder verschlafen im Schweizerdt. untadelhaft ist: Vo wem hät de Brüeder vetschloofe? – Jedenfalls sind hier keine kontexturellen Barrieren involviert.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)
Sternefeld, Wolfgang , Syntaktische Grenzen. Opladen 1991
Toth, Alfred, Semiotic coexistence. In: Electronic Journal of Mthematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20Koexitenz.pdf (2008)

Walther, Elisabeth, Semiotik der natürlichen Sprache. In: Semiosis 39/40, 1985, S. 46-61

Mehrdeutige Zeichen?

1. Die Qualität einer bestimmten Farbe, die Fieberkurve eines bestimmten Patienten, ein bestimmtes Ereignis direkter Erfahrung, ein allgemeines Gesetz, ein allgemeiner Typus, ein Verkehrszeichen, ene logische Prämisse, ein logisches Gesetz, die Zahl, die Schlussfiguren der Logik – das einiger der Beispiele, die Walther (1979, S. 82 ff.) für die 10 Peirceschen Zeichenklassen anführt, und es handelt sich in jedem Fall um Beispiele mehr oder minder eindeutiger Zeichen. Nun sind polykontexturale Zeichen nicht-eindeutig, oder besser gesagt: eindeutig-mehrmöglich, denn z.B. gibt es die Möglichkeit, worauf Kaehr (2009a, S. 15) hingewiesen hatte, mein/dein/unser Mittel, Objekt, Interpretant zu kontexturieren. Die Frage, ob Zeichen eindeutig sein müssen oder ob dies nur für eine bestimmte Teilmenge (Fieberkurve, Diagnose, Strassenkarte, Wetterhahn usw.) gelten muss, stellt sich also in grundsätzlicher Weise:

Hence, identification in the mode of identity is an ontological and epistemological procedure and follows not semiotic or sign theoretical necessity. Again, semiotics in a general sense, thematized as an identity system, is ruled by non-semiotic decisions. (Kaehr 2009b, S. 2).

Kaehr vertritt also die Ansicht, die Anforderungen der Identität an die Zeichen sei ein Fremdeinfluss, ich nehme an, er meint hiermit die Logik und die Mathematik. Für die allgemeine Semiotik tragen damit solche nicht-semiotischen Konditionen und Restriktionen etwa gleich wenig bei wie die psychologischen, soziologischen und weiteren Linguistiken für die allgemeine Linguistik oder die Anwendung der Mathematik auf die Ökonomie für die reine Mathematik beitragen.

2. Streng genommen, wird das Postulat der Eindeutigkeit des Zeichens aber bereits von Peirce vorausgesetzt, denn

ZR = (M, O, I) bzw. ZR = (.1., .2., .3.)

ist eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, d.h. es gilt, wie Bense (1975, S. 167 ff.) gezeigt hat, eine Varianten der Peanoschen Nachfolgerelation für die Abfolge der Fundamentalkategorie, die Bense (1980) nicht umsonst als „Primzeichen“ bezeichnet hatte.
Zeichenrelation wie

ZR = (.2, .1., .3.), (.2., .3., .1.), (.1., .3., .2.) und (.3., .1., .2.)

sind daher ausgeschlossen; zugelassen, d.h. definiert sind nur die reguläre Abfolge (oben) und ihre Konverse; letztere gemäss der „Pragmatischen Maxime“ als Normalordnung für Zeichenklassen.

Ferner gilt für die dyadischen Partialrelationen aus kartesischen Produkten, dass diese nicht willkürlich in eines der beiden triadischen Schemata

ZR = (.1., .2., .3.) bzw. (.3., .2., .1.)

eingesetzt werden können, sondern, dem relationalen Stufenbau entsprechend, lautet die Ordnung für die trichotomischen Schemata

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

obwohl völlig in der Luft hängt, warum also für Triaden

<, < (.1., < .2. < .3.),

aber für Trichotomien

≤, ≤ (3.1 ≤ (2.1/2.2/2.3), usw.)

gelten soll.

3. Eine Semiotik, bei der die beiden obigen Restriktion, d.h. die <-Relation für Triaden und die ≤-Relation für Trichotomien eliminiert werden, ist daher eine Semiotik, für welche die paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien aufgehoben ist. Damit werden Zeichengebilde wie

(3.a 2.b 2.c), (3.a 3.b 1.c), (1.a 1.b 1.c), (2.a 2.b 1.c), ...

möglich. Ferner bekommen jetzt nach dem Fall der Peano-Nachfolgerrelation sämtliche Permutationen (möglicherweise) einen semiotischen Sinn, also z.B.

(3.a 2.c 2.b), (2.c 2.b 3.a), (2.b 3.a, 2.c), (1.c 1.b 1.c), (1.b 1.a 1.c), ...

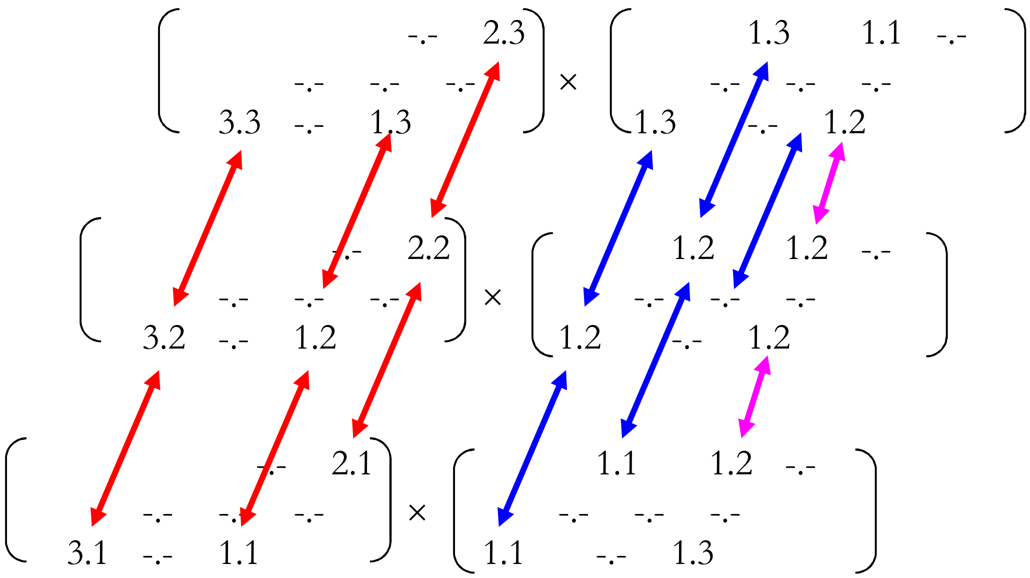
Daraus folgt aber auch, dass es Zeichen ohne Interpretanten, ohne Objekte oder ohne Mittel geben muss, wie das sogar von traditionellen Semiotikern seit langem vermutet wurde, etwa in zeichentheoretischen Untersuchungen zum Werk Lewis Carrolls.

Schliesslich und endlich wird das Prokrustesbett der 10 Dualsysteme durchbrochen, denn mit dem Fall der trichotomischen Inklusionsordnung sind selbstverständlich sämtliche $3^3 = 27$ möglichen Zeichenklassen wirklich möglich und offen für viel weiter gehende semiotischen Interpretationen (man denke z.B. nur an die neuen Strukturen thematisierter Realitäten, die hinzukommen; vgl. Toth 2008a, S. 216 ff.).

Was damit im Grunde nur noch bleibt von der Peirce-Semiotik ist das Triadizitätsprinzip, dass also ein Zeichen immer eine triadische (und nicht dyadische oder tetradische, pentadische ...) Relation zu sein hat, doch auch hierfür gibt es im Grunde keine inner-semiotischen Gründe. Man kann z.B. (vgl. Toth 2008b) gemischte semiotisch-ontologische Relationen konstruieren, welche nicht nur die Fundamentalkategorien, sondern auch ihre entsprechenden, korrelativen ontologischen Kategorien enthalten. Solche Zeichenrelationen sind, da sie notwendig Kontexturgrenzen in sich enthalten, nicht-transzendente Zeichen-Objekt-Relationen und damit in einem gewissen Sinne Prodromoi der kontexturierten Zeichenklassen Rudolf Kaehrs (vgl. Kaehr 2008).

4. Natürlich ergeben sich aus der Aufhebung aller genannten künstlichen, d.h. nicht inner-semiotischen Restriktionen nicht-eindeutige Zeichen. Um den Wildwuchs zu bändigen, kann man ihn jedoch, genau wie dies Günther mit den „grossen Zahlen“ gemacht hatte, aus dem Zustand von chaotischer Ambiguität durch Einführung von Kontexturen in den kontrollierbaren Zustand eindeutiger Mehrmöglichkeit überführen (eine Idee, die bereits auf das Werk Alfred Korzybskis zurückgeht). Nachdem R. Kaehr in seiner bislang letzten erschienenen Arbeit zur polykontexturalen Semiotik (Kaehr 2009b) mit seiner Einführung „semiotischer Morphogramme“ den bisher letzten Schritt zur Annäherung von Semiotik und Polykontexturalitätstheorie vollzogen hat, möchte ich in einem zusätzlichen Modell eine Darstellung der Mehrdeutigkeit von Subzeichen geben. Die roten Pfeile in den Zeichenthematiken und die blauen Pfeile in den Realitätsthematiken weisen auf die möglichen Austauschrelationen von Subzeichen hin. Bei diesem Modell wird einfachheitshalber angenommen, dass die Kontexturen konstant bleiben; das ist jedoch keineswegs eine notwendige Bedingung; sie erleichtert hier nur die graphische Darstellung:

1. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$



Im unterstehen dualisierten semiotischen Morphogramm steht also das im Prinzip monokontexturale, aber auf Kontexturen verteilte Dualsystem (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3). Dabei werden in den hinteren, perspektivisch angeordneten Morphogramm-systemen jeweils (1.1) → (1.2) → (1.3); (2.1) → (2.2) → (2.3) usw. so durchlaufen, dass jeweils vollständige Trichotomien entstehen. Doppelter Austausch findet nur beim genuinen Subzeichen (1.1) statt, da hier ein identitiver Morphismus vorliegt, dessen zugrunde liegende logische Identität an zwei disparaten Kontexturen gebrochen werden muss.

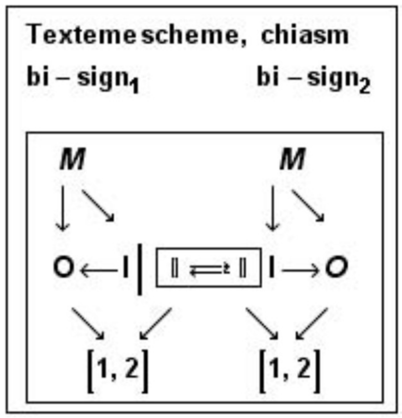
Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics,
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)
Kaehr, Rudolf, Category of Glue II.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html (2009=
Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs?
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009b)
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Ontologische, disponible und semiotische Kategorien. 5 Bde. Klagenfurt 2009
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Das Zeichen als Fragment des „Kommunikems“

1. Kürzlich hat Rudolf Kaehr in einer Reihe von Arbeiten das Zeichen als Fragment des „Textems“ bestimmt. Dieses ist nicht mit dem gleichnamigen Begriff aus der Textlinguistik zu verwechseln, sondern meint eine Konkatenation von zwei Zeichen, Bi-Zeichen genannt, die durch Heteromorphismen verbunden sowie „geankert“ sind, einschliesslich ihrer chiastischen und weiterer Relationen. Das folgende Bild ist reproduziert aus Kaehr (2009, S. 6):



2. Versuche, von Überzeichen-Einheiten auszugehen und das Zeichen daher als Teilfunktion dieser Übereinheiten zu definieren, sind bekanntlich sehr selten. Der bekannteste Versuch stammte von Buyssens (1943). Die Basiseinheit seiner Semiologie ist nicht das Zeichen (signe), sondern das Sem (sème), das jedoch wie das Saussuresche signe dichotomisch unterteilt wird (1943, § 43), anderseits aber eingebettet ist in den „semischen Akt“ (acte sémique) und schliesslich in die Semie (sémie), was hauptsächlich dazu dient, künstliche und natürliche Zeichen zu unterscheiden (vgl. Toth 1990). Ein weiterer, aber einmaliger Versuch, u.a. mit Hilfe der Unterscheidung von Mengen und „Konglomeraten“, stammte von dem Bense-Schüler Peter Beckmann, der in einem mir seinerzeit vorgelegten Manuskript eine wirre neue Semiotik entwarf, mit deren Hilfe er dann die Strassburger Münsterfassade beschreiben wollte (Beckmann 1990). Der Aufsatz war für die Festschrift von Bense (1990) geplant, aber ich konnte ihn leider nicht zum Abdruck empfehlen, so dass ihn Eschbach in seiner „Kodikas“ abdruckte, wo er jedoch unbeachtet blieb.

3. Allerdings findet sich, vorauf ich in Toth (2009) hinwies, bei Bense selbst ein solches Modell, das Zeichen als Teil einer ihm übergeordneten „Basis“-Struktur zu definieren: In Bense (1976, S. 26 f.) wird definiert:

Kommunikation = 3-stellige Seinsfunktion, die die 3 Etwase, ein Zeichen, ein Expedient und ein Perzipient. eingesetzt werden müssen, um erfüllt zu sein.

Hier spielt also die Zeichenrelation eine Vermittlungsstruktur zwischen den ontologischen Kategorien Subjekt und Objekt:

KR1 = ($\mathcal{I}$, (M, O, I), Ω).

Da das zugehörige vollständige kategoriale Modell wäre

KR2 = ($\mathcal{I}$, $\mathcal{M}$, Ω),

d.h. mit materialem Mittel anstatt mit ZR mit vermitteltem Mittel, und da $\mathcal{M}$ nach Bense und Walther (1973, S. 71) ausdrücklich als „triadisches Objekt" bezeichnet wird, da es sich auf (M, O, I) beziehe, ist also KR1 selbst ein vermittelndes Zeichenmodell, und zwar vermittelt es zwischen der rein materialen Welt-Relation KR2 und der rein intelligiblen Bewusstseins-Relation ZR = M, O, I) und erfüllt so den voeu de Bense (1975, S. 16), dass das Zeichen als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein vermittle.

4. Damit haben wir also so etwas wie das „Kommunikem" als Basiseinheit, das eine Vermittlung einer vollständigen Objektrelation

OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$)

sowie einer vollständigen Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

darstellt und somit gleichzeitig Anfangs- und Endpunkt einer Semiose (vgl. Bense 1967, S. 9)

$\Sigma = \langle OR, ZR \rangle$

einschliesst. Es ist wichtig, zu bemerken, dass die Vermittlung dieser Vermittlung eben durch das materiale Mittel $\mathcal{M}$ geschieht, das sich als triadisches Objekt auf (M, O, I) bezieht, wie Bense in genialer Weise vorausgesehen hatte. Man kann das wie folgt formal darstellen:

$KR1 = (\mathscr{J} \rightarrow (M, O, I) \rightarrow \Omega)$

$\mathscr{m}$

Dieses Schema lässt nun zwei relationale Ordnungen, oder vielleicht sollte man besser einfach von An-Ordnungen sprechen, zu, die es in eine bemerkenswerte Nähe mit dem Kaehrschen Textem bringen:

$M \leftrightarrow \mathscr{J} \leftrightarrow \Omega \leftrightarrow M \qquad\qquad M \leftrightarrow \mathscr{J} \leftrightarrow \Omega \leftrightarrow M$

$I \leftrightarrow O \leftrightarrow I \leftrightarrow O \qquad\qquad O \leftrightarrow I \leftrightarrow O \leftrightarrow I$

Nur die Hauptrelationen wurden eingezeichnet, jede (An)ordnung hat natürlich (8 mal 7)/2 = 28 Relationen. Im Schema links sind also die korrelativen ontologischen und semiotischen Kategorien der Objekte und Interpret(ant)en chiastisch, d.h. hier wird in erfreulicher Weise der Kontexturübergang zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt selbst „zelebriert". Dagegen finden sich bei nur leicht veränderten Anordnung im Schema recht lauter Austausch-Relationen. Wenn man so will, kann man im Mittelpunkt des Chiasmus den materialen Zeichenträger sehen

$\mathscr{J} \leftrightarrow \Omega$

$\mathscr{m}$

$O \leftrightarrow I$

denn die reine Bewusstseinsfunktion ZR = (M, O, I) mit ihren ausschliesslich semiotischen Kategorien „ankert" sozusagen durch ihren realen, materialen Zeichenträger $\mathscr{m}$ in der reinen Weltfunktion OR = $(\mathscr{m}, \Omega, \mathscr{J})$ mit ihren ausschliesslich ontologischen Kategorien.

Literatur

Beckmann, Peter, Zur Semiotik der Strassburger Münsterfassade und der beiden Goethe-Aufsatze 'Von deutscher Baukunst' (1772; 1823). In: Kodikas-Code-Ars-semeiotica, Tubingen, 13/3-4, 1990, S. 151-75

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Buyssens, Eric, Les langages et le discours. Bruxelles 1943
Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)
Toth, Alfred, Ontologische Typentheorie semiotischer Begriffe. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009
Walther, Elisabeth/Bayer, Udo, Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense [zum 80. Geburtstag]. Baden-Baden 1990

Bemerkungen zur Kontexturierung des „Kommunikems“

1. In Toth (2009a, b) wurde das „Kommunikem“ als dem Zeichen übergeordnete Einheit eingeführt. Es beruht auf der Definition von „Kommunikation“ durch Bense (1976, S. 26 f.) im Rahmen seiner semiotisch-ontologischen Typentheorie also

K = (S, Z, O),

wonach also das Zeichen die zwischen Subjekt und Objekt vermittelnde Instanz ist. Ähnlich könnte man das von Kaehr (2009) eingeführte „Textem“ definieren als

T = (Bi-Zeichen1, Heterom., Bi-Zeichen2),

wobei hier alle Relationen und Ankerungen in der Definition wegbleiben. Ausführlicher kann man K als Kommunikatonsrelation wie folgt einführen:

$$\begin{tikzcd} KR = (\mathcal{J} \arrow[r] \arrow[dr] & (I, O, M) \arrow[r] & \Omega) \\ & \mathcal{m} \arrow[u] \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

Hier gibt es also eine externe, objektale Relation aus lauter ontologischen Kategorien:

$OR = (\mathcal{m}, \Omega, \mathcal{J})$

sowie eine innere, subjektale Relation aus lauter semiotischen Kategorien:

ZR = (M, O, I),

wobei die beiden Kategorientypen zueinander korrelativ sind.

2. Dieses Schema lässt nun mindestens zwei relationale Ordnungen zu, die es in eine bemerkenswerte Nähe mit dem Kaehrschen Textem bringen:

$$\begin{tikzcd} M \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathcal{J} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[dl, leftrightarrow] & M \arrow[d, leftrightarrow] \\ I \arrow[r, leftrightarrow] & O \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & O \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} M \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathcal{J} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & M \arrow[d, leftrightarrow] \\ O \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & O \arrow[r, leftrightarrow] & I \end{tikzcd}$$

Man kann also ohne weiteres diese Schemata als aus zwei „Bi-Zeichen“ bestehend erachten, zuzüglich ihrer chiastischen oder Austauschrelationen, wobei wir in den beiden obigen Fällen zwei heterogene Formen heteromorphismischer Übergänge haben:

$O_{\alpha,\beta,\gamma} \leftrightarrow I_{\gamma,\beta,\alpha}$
$I_{\gamma,\beta,\alpha} \leftrightarrow O_{\alpha,\beta,\gamma}$

Insgesamt gibt es also die 6 Permutationen

α,β,γ $\quad\quad$ β,γ,α
α,γ,β $\quad\quad$ γ,α,β
β,α,γ $\quad\quad$ γ,β,α

und somit (6 mal 5)/2 = 15 Kombinationen heteromorphismischer heterogener Übergänge mit den „matching conditions“, wie Kaehr die Kombinationen nennt.

Daneben zeigen die beiden unten stehenden Schemata homogene heteromorphismische Übergänge:

$$\begin{tikzcd} M \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathcal{J} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[dl, leftrightarrow] & M \arrow[d, leftrightarrow] \\ O \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & O \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} M \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathcal{J} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & M \arrow[d, leftrightarrow] \\ O \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & O \end{tikzcd}$$

$I_{\alpha,\beta,\gamma} \leftrightarrow I_{\gamma,\beta,\alpha}$
$I_{\gamma,\beta,\alpha} \leftrightarrow I_{\alpha,\beta,\gamma}$

Hier gibt es natürlich dieselbe Anzahl von Möglichkeiten.

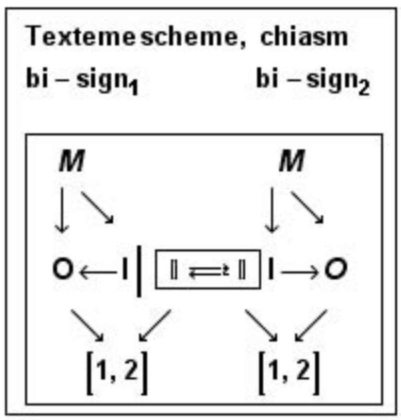
Im Unterschied zu monokontexturalen Ordnungen, bei denen zwischen semiotischen und ontologischen Begriffen eine Kontexturgrenze verkläuft, befinden sich in den folgenden Schemata beide Sorten von Kategorien in derselben Kontextur, d.h. weder ist das Objekt seinem Zeichen transzendent, noch gilt das Umgekehrte.

$$\begin{tikzcd} M \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathcal{J} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[dl, leftrightarrow] & M \arrow[d, leftrightarrow] \\ I \arrow[r, leftrightarrow] & O \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & O \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} M \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathcal{J} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & M \arrow[d, leftrightarrow] \\ O \arrow[r, leftrightarrow] & I \arrow[r, leftrightarrow] & O \arrow[r, leftrightarrow] & I \end{tikzcd}$$

Hier werden also durch chiastische und Austauschfunktion die Kontexturen der ontologischen bzw. semiotischen Kategorien aufeinander abgebildet:

$$\begin{array}{ccccccc} M & \leftrightarrow & \mathcal{J}_{\alpha,\beta,\gamma} & \leftrightarrow & \Omega_{\gamma,\beta,\alpha} & \leftrightarrow & M \\ \updownarrow & & \times & & \updownarrow & & \updownarrow \\ I & \leftrightarrow & O_{\gamma,\beta,\alpha} & \leftrightarrow & I_{\alpha,\beta,\gamma} & \leftrightarrow & O \end{array} \qquad \begin{array}{ccccccc} M & \leftrightarrow & \mathcal{J}_{\alpha,\beta,\gamma} & \leftrightarrow & \Omega_{\gamma,\beta,\alpha} & \leftrightarrow & M \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ O & \leftrightarrow & I_{\alpha,\beta,\gamma} & \leftrightarrow & O_{\gamma,\beta,\alpha} & \leftrightarrow & I \end{array}$$

Was also das das Kommunikem-Schema vom Kaehrschen Textem-Schema unterscheidet, ist das Fehlen der Ankerungen; bis auf diese dürften die beiden Modell damit „isomorph“ sein, sofern es gestattet ist, polykontexturale Modelle durch diese monokontexturale Charakteristik zu charakterisieren (Modell aus Kaehr 2009, S. 6):



Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Ontologische Typentheorie semiotischer Begriffe. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das Zeichen als Fragment des “Kommunikems”. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Sind 3-stellige Saltatorien Umkehrrelation triadischer Zeichenklassen?

1. In seinem „The Book of Diamonds“ (Kaehr 2007), das ich zu den grössten theoretischen Schöpfungen der gesamten Geistesgeschichte rechne, hat Rudolf Kaehr, ohne auf den Peirceschen Zeichenbegriff hinzuweisen (um den auch gar nicht geht in seinen Ausführungen) den folgenden zwei Diamanten die folgenden zwei Saltatorien gegenübergestellt:

Diamond	Saltatory
$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{f} & B \\ & {}_h\searrow & \downarrow_g \\ & & C \end{array}$	$b_1 \xleftarrow{k} b_2$
$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{f} & B \\ \downarrow_h & & \downarrow_g \\ C & \xrightarrow{k} & D \end{array}$	$\begin{array}{ccc} a & \xleftarrow{l} & b \\ & {}_n\searrow & \downarrow_m \\ & & c \end{array}$

2. Da wir also wissen, da jede Zeichenklasse der Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die folgenden 3 Saltatorien hat:

(3.a ← 2.b), (3.a ← 1.c), (2.b ← 1.c),

muss es zu jedem Saltatorium der 6 Formen

(3.a ← 2.b ← 1.c), (3.a ← 1.c ← 2.b), (2.b ← 3.a ← 1.c), (2.b ← 2.c ← 3.a),
(1.c ← 2.b ← 3.a), (1.c ← 3.a ← 2.b)

eine Zeichenklasse der Form

Zkl = (4.a 3.b 2.c 1.d) bzw. (3.a 2.b 1.c 0.d)

geben. Es gilt daher offenbar: 3-stellige Saltatorien sind Umkehrrelationen 4-stelliger Diamanten. 2-stellige Saltatorien sind Umkehrrelationen 3-stelliger Diamanten. Da Kaehr zurecht kritisiert hatte, meine semiotischen Diamanten seien keine echten polykontexturalen Diamanten, und zwar allein deshalb, weil die letzteren 4-stellig seien (vgl. Kaehr 2008b), kann man somit auch erst ab 3-stelligen Saltatorien von echten Saltatorien sprechen. Für die Semiotik interessiert deshalb der folgende Zusammenhang: 3-stellige Saltatorien sind Umkehrrelation triadischer Zeichenklassen. Triadische Zeichenklassen, mindestens wenn sie kontexturiert sind (Kaehr 2008a), sind Fragmente tetradischer kontexturierter Zeichenklassen. Triadische Zeichenklassen sind somit so etwas wie „reduzierte" Diamanten (oder „diamonds", um die Kaehrsche Unterscheidung zu meinen „Diamanten" aufzunhemen). Daraus folgt nun aber, dass triadische Zeichenklassen nichts anderes sind als Umkehrrelationen von Saltatorien der Konkatenationsstruktur $(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 3)$. Für die 10 Zeichenklassen erhalten wir also die ihnen entsprechenden Saltatorien nach dem Schema

$\text{Zkl} = (3.1 \rightarrow 2.1) \circ (2.1 \rightarrow 1.1)$
$\text{Salt} = (1.1 \rightarrow 2.1) \circ (2.1 \rightarrow 3.1)$.

Wir sind aber noch nicht ganz fertig. Denn ein Heteromorphismus ist nach Kaehr (2007) definiert durch

$H(a.b_{\alpha,\beta} \rightarrow c.d_{\gamma,\delta}) = (c.d_{\delta,\gamma} \leftarrow a.b_{\beta,\alpha})$,

d.h. nicht nur die Ordnung der Subzeichen (a.b), sondern auch diejenige der Kontexturenzahlen wird invertiert. Für unser obiges Beispiel ergibt sich daraus:

$\text{Zkl} = (3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) \circ (2.1_{1,4} \rightarrow 1.1_{1,3,4})$
$\text{Salt} = (1.1_{4,3,1} \rightarrow 2.1_{4,1}) \circ (2.1_{4,1} \rightarrow 3.1_{4,3})$.

Für Zeichenklassen ergeben sich nun folgende Möglichkeiten:

1. Kontexturierte Normalform:

$(3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4} \rightarrow 1.1_{1,3,4})$

2. Inversion (Kontexturalzahlen = konstant)

$(1.1_{1,3,4} \rightarrow 2.1_{1,4} \rightarrow 3.1_{3,4})$

3. Dualisation

$(1.1_{4,3,1} \rightarrow 1.2_{4,1} \rightarrow 1.3_{4,3})$

Wir kommen zum Schluss: Es ist zwar richtig, dass 3-stellige Saltatorien Umkehrungen 3-adischer Zeichenklassen sind, es ist allerdings so, dass die Kontexturenzahlen dabei nicht wie bei der Inversionsoperation, sondern wie bei der Dualisationsoperation behandelt werden, d.h. die semiotischen Saltatorien stellen zugleich einen neuen Typ von Zeichenrelationen dar, der sich von den Realitätsthematiken dadurch unterscheidet, dass zwar die Ordnung der Subzeichen, nicht aber die Ordnung der sie konstituierenden Primzeichen invertiert ist.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1008&context=thinkartlab

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008a)

Kaehr, Rudolf, Toth‘s semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008b)

Was kommt nach den semiotischen Morphogrammen?

1. Die Einführung der semiotischen Morphogramme durch Kaehr (2009) und vielleicht auch meiner semiotischen Ankerungen (Toth 2009a, b) stellen ein bisherigen Ende der Entwicklung der polykontexturalen Semiotik dar, die mit Kaehr (2008), vielleicht auch bereits mit Toth (1998) begonnen hatte. In diesem Aufsatz sollen daher einige Probleme im Hinblick auf die Weiterentwicklung der „Poly-Semiotik" (Kaehr: „Poly-Semiotics") angerissen werden.

2. Am Anfang der Polykontexturalitätstheorie steht die Erkenntnis, dass unsere Wissenschaften, da sie allesamt auf der 2-wertigen aristotelischen Logik mit nur einer einzigen Subjektstelle basiert, keinen wirklichen Platz für Qualitäten hat und daher, wenn ich Hegel paraphrasieren darf, alle Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität reduziert hat. Deswegen ist Wissenschaft quantitativ, deshalb fällt Berechnung mit Quantität und nicht mit Qualität und deshalb fällt Rationalität mit allem Exaktem, Nichtmehrdeutigem, Calulablem, Kontrollierbaren zusammen – als gäbe es ausserhalb der quantitativen Weltbildes keine Kontrolle! Aber jeder, der schon an einer verkehrsreichen Strasse gestanden hat, konnte, falls er überlebte, erfolgreich berechnen, wann der Zeitpunkt da ist, um mit welcher Geschwindigkeit die Strasse zu überqueren, um nicht von einem Wagen überfahren zu werden. Er hat vielleicht sogar langsam begonnen mit dem Überqueren, immer die „Situation" beobachtend, dann seine Schritte beschleunigt, oder auch das Gegenteil getan, wenn keine akute Gefahr „drohte". Vielleicht hat auch mancher jenes Erlebnis gemacht, das ich als Kind noch gemacht habe, da der Milchmann das exakte Rückgeld bis auf 1-Rappen-Stücke genau allein durch seinen Tastsinn in der Hosentasche „zusammenzählen" konnte. Ganz klar gibt es also Berechnung ausserhalb der quantitativen Mathematik, denn niemand steht mit einem Taschenrechner am Strassenrand und berechnet die Art und Weise seines Überquerens der Strasse mit Hilfe von partiellen Differentialgleichungen.

3. Der Sinn und Zweck der Polykontexturalitätstheorie ist daher, der Quantität die Qualität zurückzugeben, ein Kalkül des qualitativen Strassen-Überquerens oder Geld-Herauszählens usw. bis hinauf zu einer qualitativen Mathematik, die der quantitativen mindestens ebenbürtig ist, aufzustellen. Würde die Kriminalistik wirklich, wie sie es gerne vorgibt, streng logisch vorgehen, sie könnte wohl keinen „Fall" aufklären. Die Spurensicherung hat schon deshalb rein gar nichts mit Logik zu tun, weil Spuren qualitativ sind (z.B. Fingerabdrücke), die Logik sich aber nicht mit Qualitäten abgibt. Auch die Aussage, dass ein Täter oft an den Ort seiner Tat zurückkehre, ist kein quantiatives Gesetz. Das Problem mit der Quantität ist jedoch vertrackt, denn wie seit langer Zeit bekannt ist, nehmen wir ja nur einen relativ schmalen Ausschnitt aus der qualitativen Objektwelt war. Und wenn wir dann diesen schmalen Ausschnitt noch zum Zeichen erklären, fällt wieder grösste Teil an Qualität ab, und wenn das zum Schluss

das Zeichen noch in eine der 10 Peirceschen Zeichenklassen gepresst wird, dann bleibt vielleicht ein infinitesimaler Teil der Qualitäten der Objektwelt durch die Zeichen der Semiotik bestehen. Man vergleiche nur z.B. die superastronomischen Zahlen, die nach Günther für eine „Theorie der objektiven Geistes" nötig sind mit der absoluten Lächerlichkeit von 10 Zeichenklassen oder drei quali-quantitativen semiotischen Kategorien (vgl. Günther 1980, S, 136-182, bes. S. 157 m. Anm. 16).

4. Das grosse Problem besteht also darin, dass dieser absolut unabschätzbare Qualitätsverlust, der nicht erst mit der Semiose, d.h. der Transformation eines Objekts in ein Zeichen, sondern bereits mit der baren Perzeption der Welt durch unsere Sinnesorgane anfängt, auch nicht im entferntesten durch eine polykontexturale Semiotik zurückgegeben werden kann. Können wir aber wenigstens eine Semiotik erwarten, dessen Zeichenbegriff mit seinem Objektbegriff merkmalsidentisch ist? Und wie kann man dann noch Zeichen und Objekt voneinander unterscheiden? Läuft die Unterscheidung etwa darauf hinaus, dass das Zeichen immer weniger Merkmal besitzt als sein bezeichnetes Objekt? Alles bisher unbeantwortete, doch so höchst elementare Fragen. Niemand scheint zu wissen, was ein Zeichen eigentlich ist.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, S. 105-112

Toth, Alfred, Die Verankerung der Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Verank.%20Zkln,%20Rthn.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Semiotische Verankerungstypen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Das räumliche Vorgänger- und Nachfolgesrsystem kontexturierter Peirce-Zahlen

1. Bereits dann, wenn man die Peirce-Zahlen in triadische (tdP) einerseits und in trichotomische (ttP) andererseits aufspaltet, bemerkt man, dass die linearen Vorgänger- und Nachfolgerrelationen nicht übereinstimmen:

$$tdP = (1. \to (1. \to 2.) \to (1. \to 2. \ \to 3.)$$
$$ttP = (.a \leq .b \leq .c), \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$$

2. Anhand der semiotischen Matrix

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.3 \arrow[d] \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 2.3 \arrow[d] \\
3.1 \arrow[r] & 3.2 \arrow[r] & 3.3
\end{tikzcd}$$

kann man zeigen, dass jedes Subzeichen genau 3 Nachfolger und 3 Vorgänger, von (1.1) und (3.3) natürlich abgesehen, hat, nämlich zwei orthogonale und einen diagonalen Nachfolger/Vorgänger. Ferner hat jedes Subzeichen, vom ersten und letzten wiederum abgesehen, einen unbestimmten Vorgänger und Nachfolger, vgl. (1.2) : (2.1), (1.3) : (2.2), (2.2) : (3.1), usw. Mit anderen Worten: Bereits als monokontexturale Zahlen gehen die Peirce-Zahlen an Komplexität weit über die Peano-Zahlen hinaus:

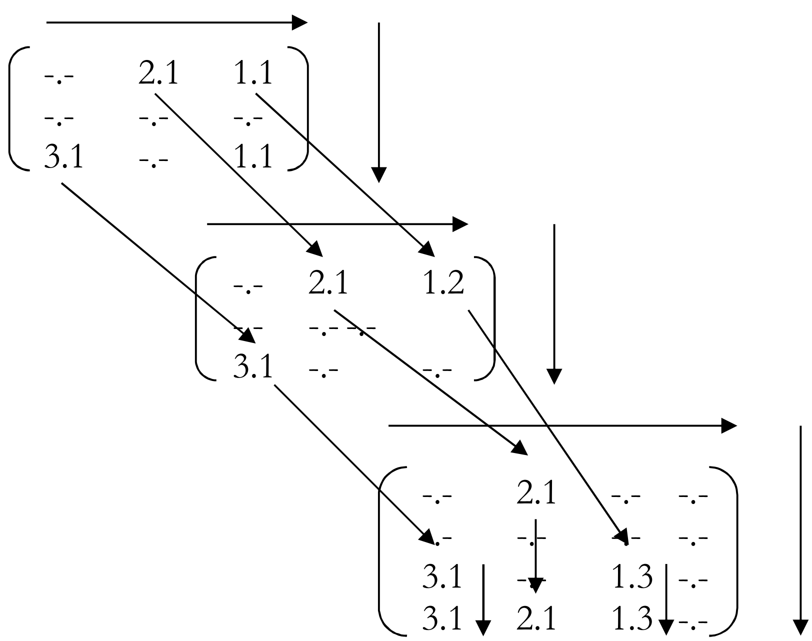
$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \arrow[dll] & \\
4 \arrow[r] & 5 \arrow[r] & 6 \arrow[dll] & \equiv 1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 7 \to 8 \to 9 \\
7 \arrow[r] & 8 \arrow[r] & 9 &
\end{tikzcd}$$

2. Sobald man nun die Peirce-Zahlen kontexturiert, wie dies Kaehr (2008) getan hat:

$$\begin{pmatrix}
1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\
2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\
3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3}
\end{pmatrix}$$

benötigt man statt der linearen und der ebenen eine räumliche Darstellung, um die Vorgänger- und Nachfolgerrelationen darzustellen (vgl. Toth 2009). Im folgenden seien die ersten drei Zeichenklassen der ersten trichotomischen Triade dargestellt, von denen die ersten zwei in 3 und die dritte in 4 Kontexturen liegen. Man kann somit anhand dieses einfachen Beispiels nicht nur die Nachfolge der Subzeichen und der Zeichenklassen, sondern auch noch diejenige der durch sie besetzten Kontexturen aufzeigen:

1. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3})$
2. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$
3. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$



Es gilt also:

$\sigma(3.1_{3}) = (3.1_{3,4}), (3.2_{2}), (3.2_{2,4}), (3.3_{2,3}), (3.3_{2,3,4})$
$\sigma(2.1_{1}) = (2.1_{1,4}), (2.2_{1,2}), (2.2_{1,2,4}), (2.3_{2,3}), (2.3_{2,3,4})$
$\sigma(1.1_{1,3}) = (1.1_{1,3,4}), (1.2_{1}), (1.2_{1,4}), (1.3_{3}), (1.3_{3,4})$

Was die unbestimmten Peirce-Zahlen-Vorgänger und –Nachfolger anbetrifft, so bleiben sie interessanterweise auch in den kontexturierten Matrizen unbestimmt:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

es gilt sogar für die Kontexturalzahl-Summen der Nebendiagonalen: 3 = 1 + 2 (!).

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Mehrdeutige Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Ein neuer Ansatz zur polykontexturalen Semiotik

1. Wie fast überall in den (echten) Wissenschaften, geht es auch in der Semiotik darum, zunächst die richtigen Fragen zu stellen, oder anders gesagt: Mangelnder Fortschritt in den Wissenschaften geht oft auf die Unfähigkeit, Fragen zu stellen, zurück. Nehmen wir also an, Max entscheidet sich abends beim Insbettgehen, da er zu müde ist, um nochmals aufzustehen, einen Knoten in sein unterm Kopfkissen liegendes Taschentuch zu machen, um ihn selbst daran zu erinnern, dass er morgen seinen Verlag anrufen muss. Er tut es und metaobjektiviert damit das Stück Stoff, indem er es zu einem Zeichen erklärt (Bense 1967, S. 9):

Objekt $\rightarrow$ ZR = (M, O, I)

An diesem an sich ausgezehrten Beispiel kann man trotzdem schön wie selten sehen, dass es sich hier um ein „Privatzeichen" handelt, denn falls Max die Nacht nicht überlebt und seine Frau am nächsten Morgen das Taschentuch findet, dann kann sie den Interpretantenbezug nicht herstellen, d.h. sie erkennt es als Objektsverfremdung als ein Zeichen, kann es aber nicht deuten. Streng genommen, ist es damit gar kein Zeichen für sie. Für sie. Also war das verknotete Taschentuch ein Zeichen für Max. Normalerweise verstehen wir ja unter Zeichen für ... die Objektsrepräsentation bzw. – substitution – im Gegensatz zu den Zeichen von, den natürlichen Zeichen, Anzeichen, Symptomen usw. Hier aber bedeutet Zeichen für zusätzlich den Interpreten, d.h. wir müssen die obige Transformation genauer schreiben:

Objekt $\rightarrow$ ZR = (M, O, I) = f(Max).

Gleichzeitig liegt viele tausend Kilometer entfernt Alfred in seinem Bett, und auch er hat vergessen aufzuschreiben, dass er morgen seine Tochter abholen muss, also tut er dasselbe wie Max und verknotet ebenfalls sein Taschentuch. Dann haben wir also

ZR = f (Alfred).

Damit können wir eine ganze Reihe von Zeichen als Funktionen ihrer Interpreten aufstellen, z.B.

ZR_1 = f(Max)
ZR_2 = f(Alfred)
ZR_3 = f(Otto)
$\vdots$

2. In der klassischen-zweiwertigen Logik ist kein Platz für mehrere Subjekte, denn es gibt ja neben der Objekts- nur eine Subjektsposition. Eine 3-wertige Logik hat aber, sagen wir, neben dem Ich ein Platz für ein Du, eine 4-wertige Logik zusätzlich für ein Wir, eine 5-wertige Logik zusätzlich für ein Ihr, usw. Man kann natürlich die ganze Reihe grammatikalicher Referenz auf diese Weise in die Logik bringen, und noch viel mehr. Nur dass wir damit Abschied nehmen von den Grundlagen all dessen, was für uns nicht nur in den Wissenschaften, sondern auch im täglichen Leben vertraut ist – denn auch das letztere basiert auf der klassischen aristotelischen Logik.

Nach einem Vorschlag Rudolf Kaehrs (2009, S. 15) ist es nun möglich, zwischen den obigen Zeichen für ... (Interpreten) dadurch zu unterscheiden, dass man die Zeichen kontexturiert: Jedes Subjekt – d.h. Max, Alfred, Otto, Barbara, usw. stellt ja einen eigene Qualität und damit einen eigenen ontologischen Ort dar. Dann sieht die altbekannte semiotische Matrix in 4 Kontexturen wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Da Zeichen in der Semiotik auf die 10 Zeichenklassen (als Mengen von Zeichen) abgebildet werden, bedeutet dann z.B.

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_1)$: meine Qualität „gelb“
$(3.1_4\ 2.1_4\ 1.1_4)$: deine Qualität „gelb“
$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.1_{1,3,4})$: unsere Qualität „gelb“, usw.

3. Aber kehren wir nochmals zur Peirceschen Zeichendefinition zurück:

ZR = (M, O, I).

Sie besagt ja, dass ein Zeichen sich aus einem M, einem O und einem I zusammensetzt. Wenn es aber mehrere Nastücher gibt, die verknoten werden können, dann haben wir

$M \rightarrow \{M_1, M_2, M_3, ..., M_n\}$

Offenbar dienen ferner die Knoten dazu, an mehrere verschiedene Objekte, Ereignisse, zu tuende Pflichten usw. zu erinnern (den Verlag anzurufen, die Tochter abzuholen, das Geld einzuzahlen, usw.), d.h. wir haben

$O \rightarrow \{O_1, O_2, O_3, ..., O_n\}$.

Und dann gibt es eben, siehe die obige Liste, die verschiedenen „Fürs", d.h. Interpreten, die als Interpretanten der Zeichenrelation fungieren:

$I \rightarrow \{I_1, I_2, I_3, ..., I_n\}$

So, wie O also eine Ontologie bildet, bildet I einen Bewusstseinsbereich und M einen Repertoire-Bereich. Was aber, wenn nun die Androiden, Lykanthropen, Lycans und weitere Träger anderer Bewusstseinsformen, mit anderen Ontologien und anderen Repertoires kommen und ebenfalls ihre Taschentücher (sofern sie solche verwenden) verknoten wollen? So könnte etwa Mr. Spock vom Stern A-2772 sich selbst daran erinnern wollen, morgen sein Frühstück nach B-2992 zu beamen. Streng genommen, dürfen wir für diesen semiosischen Prozess also nicht mehr die obigen Mengen, basierend auf M, O und I verwenden, sondern wir brauchen neue, und zwar so, dass unsere M, O und I zu Elementen von Mengen werden. Anders gesagt: Wir verwandeln unsere Repertoire, Ontologien und Bewusstseinsbereich selbst in Mengen:

$\{M\} = \{\{M_1\}, \{M_2\}, \{M_3\}, ..., \{M_n\}\}$
$\{O\} = \{\{O_1\}, \{O_2\}, \{O_3\}, ..., \{O_n\}\}$
$\{I\} = \{\{I_1\}, \{I_2\}, \{I_3\}, ..., \{I_n\}\}$.

Damit können wir also das „Zeichen" nunmehr auf 3 Arten definieren:

1. Als Peircesche Zeichenrelation über Fundamentalkategorien

$ZR = (M, O, I)$

2. Als Relation über M-Repertoires, O-Bereiche und I-Felder

$ZR = (\{M\}, \{O\}, \{I\})$

3. Als Relation über Mengen von M-Repertoires, O-Bereichen und I-Feldern

$ZR = (\{\{M\}\}, \{\{O\}\}, \{\{I\}\})$

Hier haben wir es also mit Kontexturen im Sinne von Gültigkeitsbereichen anderer Subjektivitäten, mit möglichen Welten im Sinne von Gültigkeitsbereichen anderer

Objektivitäten sowie mit anderen Repertoires zu tun. Da die Kaehrsche polykontexturale Semiotik alle Primzeichen kontexturiert, haben wir hiermit eine vollständige Begründung dafür, warum wir eine polykontexturale Semiotik brauchen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik Baden-Baden 1967

Kaehr Rudolf, Polycontexturality of Signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.html (2009)

Qualitative semiotische Zahlentheorie I

1. Die Idee, die Semiotik und die polykontexturale Logik zu einem einheitlichen Modell zusammenzubauen, stammt von Kronthaler (1992). Ich selber habe seit 1992, vor allem aber gegen Ende der 90er Jahre, versucht, diese „Hochzeit von Semiotik und Struktur" anzubahnen. So heisst auch mein 2003 erschienenes Buch, in der ich zu der mich selbst verblüffenden Lösung gekommen war, es genüge im Prinzip, die natürlichen Zahlen zuzüglich der Null zu nehmen und sie auf Keno-Strukturen abzubilden. Auf diese Weise würde man entsprechend der polykontexturalen aus der monokontexturalen Logik und der qualitativen aus der quantitativen Mathematik eine „polykontexturale Semiotik" aus der „monokontexturalen Semiotik" bekommen:

$$\mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow (\square, \blacksquare, \triangle, \blacktriangle, \circ, \bullet, \triangle, \blacktriangle, \ldots)$$

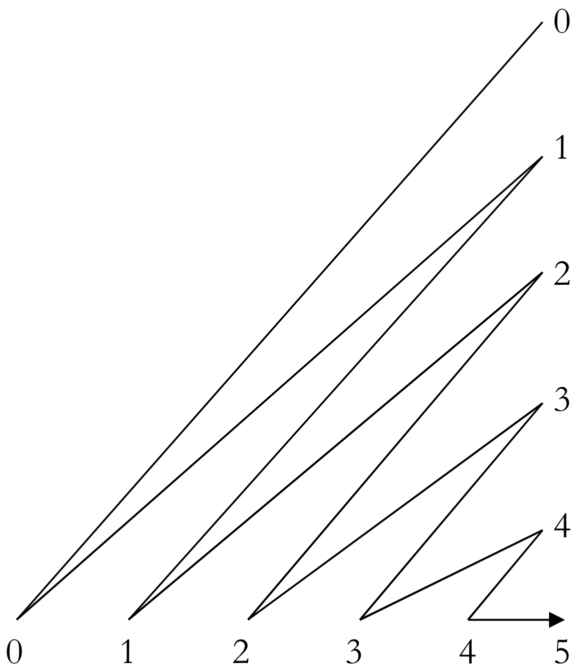
polyk.Logik　　　qual. Mathematik　　　polyk. Semiotik

Viel weiter sind aber weder Kronthaler noch ich später gekommen. Gewaltige Durchbrüche brachten erst 2008 Rudolf Kaehrs Kontexturierung der Primzeichenrelation (und der semiotischen Matrix), die Verankerung semiotischer Systeme (Kaehr 2009a) sowie die Einführung semiotischer Morphogramme (Kaehr 2009b).

2. Wie ich in diesem Aufsatz zeigen werde, sind wir aber damit noch nicht fertig, denn es fehlt das Herzstück der qualitativen Mathematik: die Unterscheidung qualitativer Zahlen in Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen. Wie bekannt, zeichnen sich die Peano-Zahlen durch ihre Linearität aus, d.h. wir haben

$\sigma(n) = (n+1)$
$\alpha(n) = (n-1)$.

Wie bereits Günther (1979 [1971], S. 261) dargestellt hatte, sind qualitative Zahlen dagegen „tabular":



In Toth (2009) und weiteren Arbeiten hatte ich zudem gezeigt, dass bei Peirce-Zahlen zwischen triadischen (td) und trichotomischen (tt) unterschieden werden muss

tdP = $(A \subset ((A \subset B) \subset C)$
ttP = $(a \subseteq b \subseteq c)$,

und dass die Nachfolger- und Vorgängerrelationen bei diagonalen Relationen unbestimmt ist:

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] & 1.2 \arrow[r] \arrow[d] & 1.3 \arrow[d] \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.3 \arrow[d] \\
3.1 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.2 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.3
\end{tikzcd}$$

So ist also z.B. wegen triadischem $1 < 2$ $(1.2) = \alpha(2.1)$, aber wegen trichotomischem $2 > 1$ gilt enfalls $(1.2) = \sigma(2.1)$, und umgekehrt. D.h. das Vorgänger- und Nachfolgersystem ist bei Peirce-Zahlen noch einiges komplizierter als bei qualitativen Zahlen. Wegen der Möglichkeit der Gleichheit ist es fermer umöglich, trichotomische Peircezahlen als eindeutige Nachfolger oder Vorgänger zu bestimmen.

3. Man muss sich an dieser Stelle auch ernsthaft fragen, wie man eine triadische Relation über angeblich einer monadischen, einer dyadischen sowie einer triadischen, aber

tatsächlich über drei dyadischen Relationen (den Subzeichen) wirklich auflöst, wenn man sie als polykontexturales n-Tupel vermöge

$\mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow$ (□, ■, △, ▲, ○, ●, △, ▲, ...)

schreibt. Konkret gesagt: Wie bildet man etwa die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) auf eine Kenosequenz ab? Indem man quasi Paare von Kenos für die Dyaden nimmt? Das ist offensichtlicher Unsinn. Dann aber bleibt nur eine Lösung: Man verabschiedet sich von den Trichotomien. Ich weise ausdrücklich darauf hin, dass kartesische Produkte aus Primzeichen, Subzeichen genannt, innersemiotisch unmotiviert und wohl unmotivierbar sind. Warum ist etwa ein Icon (2.1) eine „Erstheit der Zweitheit"? Nach der Peirceschen Basis-Triade wäre das Icon somit eine „Qualität der Quantität". Als Modell aber ist er z.B. ein Bild (vgl. Walther 1979, S. 63). Warum also ist ein Bild oder Abbild eine „Qualität der Quantität"? Genauso gut könnte man das Icon mit „1", den Index mit „2" und das Symbol mit „3" – oder mit irgendwelchen Phantasiezahlen – kennzeichnen. Wir sollten auch nicht vergessen, dass es in polykontexturalen Systemen keine kartesischen Produkte geben kann, denn diese setzten den Gruppenbegriff voraus, und die Mathematik der Qualität stellt nicht einmal ein Gruppoid dar! Es ist somit Unsinn, die Trichotomien zu behalten. Sie dürfte das bisherige Haupthindernis gewesen sein, welches die Abbildung von Zeichen aus Kenogrammstrukturen verhinderten.

Damit werden also aus triadischen nun hexadische Relationen:

(3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (312111)
(3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (312112)
(3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (312113)

Damit haben wir gleich ein anderes bisheriges Hindernis aus dem Weg geräumt: die triadische Verschachtelung, wonach die Erstheit in der Zweitheit und beide in der Drittheit „involviert" seien (Bense 1979, S. 53, 67). Das Zeichen ist somit nun eine gewöhnliche Menge bzw. Relation und keine metarelationale Menge oder metamengentheoretische Relation mehr (vgl. die sehr berechtigte Kritik Kaehrs in Kaehr 2009c).

4. Nach diesen Vorbereitungen im Anschluss an Toth (2003) sind wir nun bereit, die einzelnen Schritte von den Peano-Zahlen mit Qualitätssprung zunächst zu den Proto-Zahlen und hernach zu den Deutero- und den Trito-Zahlen, wie sie Kronthaler (1986, S. 16) aufgezeigt hatte, auch anhand der Zeichen, nunmehr aufgefasst als hexadische Relationen, zu vollziehen.

4.1. Wert-Abstraktion des Zeichens

$$\left.\begin{array}{lcl}
(3.1\ 2.1\ 1.1) & \rightarrow & (abcbbb) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2) & \rightarrow & (abcbbc) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3) & \rightarrow & (abcbba) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (abccbc) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (abccba) \\
(3.1\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (abcaba) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (acccbc) \\
(3.2\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (acccba) \\
(3.2\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (accaba) \\
(3.3\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (aacaba)
\end{array}\right\} \quad \text{semiotische Trito-Struktur}$$

4.2. Positions-Abstraktion des Zeichens

$$\left.\begin{array}{lcl}
(abcbbb) & \rightarrow & (abbbbc) \\
(abcbbc) & \rightarrow & (abbbcc) \\
(abcbba) & \rightarrow & (aabbbc) \\
(abccbc) & \rightarrow & (abbccc) \\
(abccba) & \rightarrow & (aabbcc) \\
(abcaba) & \rightarrow & (aaabbc) \\
(acccbc) & \rightarrow & (abcccc) \\
(acccba) & \rightarrow & (aabccc) \\
(accaba) & \rightarrow & (aaabcc) \\
(aacaba) & \rightarrow & (aaaabc)
\end{array}\right\} \quad \text{semiotische Deutero-Struktur}$$

4.3. Iterations-Abstraktion

$$\left.\left.\begin{array}{l}
(abbbbc) \\
(abbbcc) \\
(aabbbc) \\
(abbccc) \\
(aabbcc) \\
(aaabbc) \\
(abcccc) \\
(aabccc) \\
(aaabcc) \\
(aaaabc)
\end{array}\right\} \rightarrow \quad (abc) \right\} \quad \text{semiotische Proto-Struktur}$$

5.1. Wert-Belegung der Proto-Zeichen

(abc) → (123) ≅ (132) ≅ (213) ≅ (231) ≅ (321) ≅ (312)

(Zum Normalform-Operator vgl. Kronthaler 1986, S. 39.)

5.2. Wert-Belegung der Deutero-Zeichen

(abbbbc)	→	(122223) ≅ (133332) ≅ (211113) ≅ (233331) ≅ ...	
(abbbcc)	→	(122233)	do.
(aabbbc)	→	(112223)	do.
(abbccc)	→	(122333)	do.
(aabbcc)	→	(112233)	do.
(aaabbc)	→	(111223)	do.
(abcccc)	→	(123333)	do.
(aabccc)	→	(112333)	do.
(aaabcc)	→	(111233)	do.
(aaaabc)	→	(111123)	do.

5.3. Wert-Belegung der Trito-Zeichen

(abcbbb)	→	(123222) ≅ (132333) ≅ (213222) ≅ (232333) ≅ ...	
(abcbbc)	→	(123223)	do.
(abcbba)	→	(123221)	do.
(abccbc)	→	(123323)	do.
(abccba)	→	(123321)	do.
(abcaba)	→	(123121)	do.
(acccbc)	→	(133323)	do.
(acccba)	→	(133321)	do.
(accaba)	→	(133121)	do.
(aacaba)	→	(113121)	do.

6.1. Reihenfolge der Proto-Zeichen

(123)

6.2. Reihenfolge der Deutero-Zeichen

(111123)
(111223)
(111233)
(112223)
(112233)
(112333)
(122223)
(122233)
(122333)
(123333)

6.3. Reihenfolge der Trito-Zeichen

(113121)
(123121)
(123221)
(123222)
(123223)
(123321)
(123323)
(133121)
(133321)
(133323)

7. Morphogramme

7.1. Morphogramm für Proto-Zeichen

In der hexadischen Semiotik gibt es nur ein Proto-Zeichen, und dieses erscheint in der Kontextur K = 4:

0123

Wir wollen an dieser Stelle exemplarisch, d.h. praemissis praemittendis auch für die nachfolgenden Abschnitte über Deutero- und Trito-Zeichen, zeigen, wie man die Maximalanforderungen der durch die abstrakte qualitative Zahlentheorie vorausgesagten Menge an Morphogrammen erfüllen könnte. Da das Morphogramm 0123 nur eines von 4 möglichen Morphogrammen der Proto-Zahlen ist, sehen die übrigens 3 Morphogramme wie folgt aus.

0000 → (1111), (2222), (3333), (4444)
0001 → (1112), (1113), ..., (2221), (2223), ..., (3334), ..., (4443)
0012 → (1123), ...
0123 → (1234)

Triadische Zeichenklassen als Fragmente tetradischer werden also nur über 0012 konstruiert. Und hier ist man im Grunde frei, ob man 1123 z.B. als (3.a 2.b 1.c 1.d) oder als (3.2 1.1), d.h. als Dyaden-Paar wie in der monokontexturalen Semiotik, interpretiert. Jedenfalls sieht man bereits anhand der Proto-Primzeichen-Relation, dass triadische Semiotiken stets Fragmente tetradischer Semiotiken sind (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

7.2. Morphogramme für Deutero-Zeichen

Da wir von einer hexadischen Semiotik ausgehen, benöltigen wir K = 7, um die Morphogramme der Deutero- und der Trito-Zeichen darzustellen.

0111123
0111223
0111233
0112223
0112233
0112333
0122223
0122233
0122333
0123333

7.3. Morphogramme für Trito-Zeichen

0113121
0123121
0123221
0123222
0123223
0123321
0123323
0133121
0133321
0133323

8. Vergleich der Basis-Morphogramme und der semiotischen Morphogramme

8.1. Proto-Zahlen und Proto-Zeichen

1	0	
2	00	
	01	
3	000	
	001	
	012	
4	0000	
	0001	
	0012	
	0123	0123
5	00000	
	00001	
	00012	
	00123	
	01234	
6	000000	
	000001	
	000012	
	000123	
	001234	
	012345	
7	0000000	
	0000001	
	0000012	
	0000123	
	0001234	
	0012345	
	0123456	

8.2. Deutero-Zahlen und Deutero-Zeichen

1	0
2	00
	01
3	000
	001
	012

4	0000	
	0001	
	0011	
	0012	
	0123	
5	00000	
	00001	
	00011	
	00012	
	00112	
	00123	
	01234	
6	000000	
	000001	
	000011	
	000012	
	000111	
	000112	
	000123	
	001122	
	001123	
	001234	
	012345	
7	0000000	0111123 $\rightarrow$ 0000000111123 (K = 13)
	0000001	0111223 $\rightarrow$ 000000111223 (K = 12)
	0000011	0111233 $\rightarrow$ 00000111233 (K = 11)
	0000012	0112223 $\rightarrow$ 0000112223 (K = 10)
	0000111	0112233 $\rightarrow$ 000112233 (K = 9)
	0000112	0112333 $\rightarrow$ 00112333 (K = 8)
	0000123	0122223
	0001111	0122233
	0001112	0122333
	0001123	0123333
	0001222	
	0001223	
	0001234	
	0012345	
	0123456	

Wenn man also von der unveränderten, d.h. nicht-iterierten und anderswie erweiterten Normalform (vgl. Kronthaler 1986, S. 52 ff.) der Morphogramme ausgeht, muss man die oben markierten als Fragmente aus höheren Kontexturen (bis und mit K = 13) betrachten. Die letzten 4 Monogramme können z.B. als durch Minimierungsoperation (vgl. Kronthaler 1986, S. 38) aus dem letzten regulären Morphogramm von K = 7 erklärt werden.

8.3. Trito-Zahlen und Trito-Zeichen

Die Kontextur K = 7 hat 877 Morphogramme. Ich beschränke mich deshalb hier auf die Angabe der 10 Trito-Zeichen-Morphogramme.

0113121 → 00113121 [?], K = 8
0123121
0123221
0123222
0123223
0123321
0123323
0133121
0133321
0133323

Das erste Morphogramm verweist auf die nächst-höhere Kontextur. Die anderen können hierher gehören, wenn man sich als durch Intra-Operatoren verändert (vgl. Kronthaler 1986, S. 37 ff.) anschaut.

9. Die Anzahl der Morphogramme der Proto-, Deutero- und Trito-Systeme der ersten 7 Kontexturen

K	Proto		Deutero		Trito (Bell-Zahlen)	
	Za.	Zei.	Za.	Zei.	Za.	Zei.
1	1		1		1	
2	2		2		2	
3	3		3		5	
4	4	1	5		15	
5	5		7		52	
6	6		11		203	
7	7		15	10	877	10

Anhand dieser Vergleichtabelle zwischen der Anzahl der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen sowie der entsprechenden Zeichen kann man sich orientieren, was für ein ungeheuer fragmentarisches System die triadische Peircesche Semiotik ist. Wenn man ferner zustimmt, dass manche Deutero- und Trito-Morphogramme selber Fragmente von bis zu 13-kontexturalen qualitativen Zahlensystemen sind, kommt man zu ähnlich erschreckenden Schlussfolgerungen wie denjenigen zur Logik von Gotthard Günther (1980, S. 179 ff.). Und dies alles, nachdem wir für diese Arbeit ja die Trichotomien und die Ordnung der Fundamentalkategorien abgeschafft haben! Es sind damit die folgenden zwei Hauptgründe, die für den Fragmentstatus der Semiotik und ihrer daraus folgenden Unfähigkeit, Wirklichkeit qualitativ-quantitativ bzw. quantitativ-qualitativ zu beschreiben, verantwortlich zu machen sind:

1. Das Gesetz der paarweisen Verschiedenheit der Fundamentalkategorien, d.h. ZR = (1, 2, 3) mit $1 \neq 2$, $2 \neq 3$ und $1 \neq 3$.

2. Die Beschränkung auf die Triadizität nach oben und die Beschränkungen auf die Triadizität nach unten, d.h. die Nichtakzeptanz 1- und 2-stelliger Relationen, als zeichenhaft sowie die falsche Behauptung, alle n-adische Relationen könnten auf 3-adische reduziert werden (vgl. Toth 2008, S. 713 ff.).

Möglicherweise ist die Beschränkung 1 sogar dafür verantwortlich, dass man den Grossteil der Deutero-Morphogramme erst in 13 Kontexturen beschreiben kann. Wenn man vor allem die Beschränkung 1 aufhebt, erhält man zwar keine Zeichenklassen der bisher bekannten Formen mehr, aber einen Strukturreichtum bis 877 semiotischen Trito-Zahlen (Morphogrammen), also bedeutend mehr als die maximale Anzahl von $3^3 = 27$ triadischen Zeichenklassen. Zusammenfassend müssen wir also für eine polykontexturale Semiotik die folgenden Limitationen aufheben:

1. Die Verschachtelung, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation
2. Die Trichotomien als angebliche Untergliederungen oder „Feinbezüge“ der Triaden (und damit die differenten Ordnungen der triadischen und der trichotomischen Peirce-Zahlen).
3. Die paarweise Verschiedenheit der Kategorien
4. Die beiderseitige Begrenzung auf triadische Relationen. Die n-adizität semiotischer Relationen muss umgekehrt sogar aus der Anzahl der jeweils benötigten Kontexturen folgen, d.h. prinzipiell als variabel eingeführt werden.

Eine solche m-kontexturale n-adische Semiotik wird die Peircesche Semiotik natürlich als Spezialfall enthalten, als unbedeutenden.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Category of glue II. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html (2009a)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of Signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009b)

Kaehr Rudolf, Luhmann's secret diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Luhmanns%20Diamonds/Luhmanns%20Diamonds.pdf (2009c)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Quant-Qual%20Arithm.pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Qualitative semiotische Zahlentheorie II

1. In Toth (2009b) sind wir von den Peirceschen triadischen Zeichenklassen ausgegangen und haben sie mittels Wert-, Positions- und Iterationsabstraktion auf ihre Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen zurückgeführt. Erwartungsgemäss war das Ergebnis nicht die Menge der qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen, wie sie z.B. bei Kronthaler (1986, S. 33 f.) aufscheinen, sondern die Menge der dergestalt dreifach reduzierten Zeichenklassen ist einerseits nur ein kleines Fragment der qualitativen Zahlen, geht anderseits aber bereits stark über die qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen hinaus. Bei unserem Vorgehen der dreifachen Reduktion von Zeichenklassen hatten wir ja auch nur die Trichotomischen Triaden aufgehoben und also die aus Dyaden zusammengesetzten triadischen Relationen als Hexaden behandelt, aber die übrigen Peirceschen Limitationstheoreme waren bestehen geblieben. Es sind die folgenden:

1. Die paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien:

   $ZR = (1, 2, 3)$ mit $1 \neq 2$, $2 \neq 3$ und $1 \neq 3$.

2. Die Verschachtelung der triadischen Relation, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation:

   $ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$.

3. Die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten:

   $ZR = (0, 1, 2, \leftarrow \boxed{3} \rightarrow, 4, 5, 6, ...)$

Im Zusammenhang mit 3. stellt auch sich die Frage nach dem Verhältnis von der Stelligkeit (n-adizität) semiotischer Relationen und der Anzahl benötigter Kontexturen. Obwohl es keine absolute Regel gibt – man kann z.B. eine dyadische Relation wie (12) in einem 10-kontexturalen Morphogramm darstellen: (0000000012), man kann umgekehrt sogar eine enneadische Relation wie (123456789) in einem 2-kontexturalen Morphogramm darstellen: (79), ist es einleuchtend, dass im Idealfall die Anzahl Konturen für eine n-adische Relation minimal n und optimal (n+1) beträgt. Das geht also zusammen mit Kaehrs Kontexturierung der triadischen Peirceschen Zeichenrelation in K = 3 bzw. K = 4 (Kaehr 2008). Wir formulieren deshalb als 4. aufzuhebendes semiotisches Limitationstheorem:

4. Die Abhängigkeit der Kontexturen von der Stelligkeit der Relation.

2.1. Wenn wir also (1.) die paarweise Verschiedenheit der Relationen aufheben, werden wir Zeichen bekommen, die z.B. kein Mittel, kein Objekt oder keinen Interpretanten haben. Dass es solche Zeichen gibt, darauf wurde schon früher hingewiesen (Toth 2008a, b, c). Es ist sogar so, dass ja die Unterscheidung von Mittel, Objekt und Interpretant eigentlich nur aus der Idee der Triadizität folgt, die seinerseits, wie Günther bei Peirce nachgewiesen hat, in der Trinität gründet (Günther 1978, S. 12). D.h. wäre Peirce also von der vor der christlichen 3-Zahl (Trinität) weltweit verbreiteten 4-Zahl (Quaternität) ausgegangen, die ja bekanntlich auch in der Bibel weit verbreitet ist (die 4 Weltrichtungen, Himmelsgegenden, Paradiesströme, apokalyptischen Reiter, Planeten (Jupiter, Merkur, Mars, Saturn), Sonnenrosse, Gesichter (Ezechiel 1), dann die 4 Haupttugenden, Gliedmassen, Welalter, Jahreszeiten, Tageszeiten, Nachtwachen, Farben des Kartenspiels, usw., vgl. Bischof 1997, S. 200 ff.), dann hätte er notwendig wohl nicht nur eine vierte, sondern vier völlig neue Fundmentalkategorien gebraucht. Tatsächlich gibt es eine solche Semiotik, die nicht einfach eine tetradische Relation aus M, O, I, ? darstellt, sondern durch B(a, l, g, x) definiert ist, worin B die Bedeutungsrelation ist (d.h. die Zeichenrelation wird als Bedeutungsrelation eingeführt), a der Name ist, der in der Sprache l den Gehalt g eines Dinges x formalisiert (Menne 1992, S. 55). Versuchen wir also, die Mennesche tetradische Bedeutungsrelation im Rahmen der Peirce-Semiotik darzustellen! Der Name a ist M, der Mittelbezug, die Sprache l, d.h. ein Repertoire, fehlt bei Peirce. Da M daraus selektiert wird, muss l = $\{M\}$ sein, wobei wir allerdings $\{M\}_1$ setzen sollten, da es ja mehr als eine Sprache/ein Repertoire gibt und ein M, selektiert aus einem falschen Repertoire, nach Menne die Bedeutungsrelation nicht erfüllt. Damit kommen wir zu g, dem Gehalt eines Dinges x. Dies ist offenbar die Relation zwischen einem realen Objekt und der Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$). Da das reale Objekt bei Peirce nicht vorkommt, wollen wir es mit $\mathbf{\Omega}$ abkürzen. Damit können wir die Peircesche triadische Zeichenrelation

$$ZR = (M, O, I)$$

der Menneschen tetradischen Bedetungsrelation

$$BR = (a, l, g, x) = (M, \{M\}_1, ((O \rightarrow I) \leftrightarrow \mathbf{\Omega}))$$

gegenüberstellen. Wie man sogleich erkennt, haben die beiden Zeichenrelationen nicht das geringste miteinander gemeinsam, obwohl wir sie versuchsweise ineinander übersetzt haben. Es wäre eine interessante Aufgabe, einmal zu überlegen, wie viele verschiedene einnander nicht-isomorphe Definitionen von Zeichenrelationen es gibt.

2.2. Wäre also Peirce z.B. von der Menneschen tetradischen Relation ausgegangen, hätte er wegen $a \in l$ nicht mit paarweiser Verschiedenheit von Kategorien operieren können, davon abgesehen, dass weder a noch l sensu stricto Kategorien sind, genauso wenig wie ein Lemma in einem Wörterbuch einer bestimmten Sprache und das Wörterbuch selbst als Kategorien bezeichnet werden können. Schwieriger ist es bei g und x. Wenn man diese komplexe Relation in diejenige von Peirce übersetzt, d.h. $((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega)$, dann ergibt sich ein Bezug zwischen O und Ω, die zwar als Kategorien – O ist eine semiotische und Ω ist ihre korrespondierende ontologische Kategorie -, aber sonst keineswegs paarweise verschieden sind, insofern hier ja gerade eine semiotische Relation zwischen dem äusseren (Ω) und dem inneren (O) bezeichneten Objekt, oder Peirceianisch gesprochen: zwischen Objekt und Objektbezug hergestellt wird.

2.3. Ein weiteres Beispiel einer triadischen Relation, die sogar stets mit der Peirceschen Zeichenrelation identifiziert wurde, ist die Kommunikationsrelation KR = (O, M, I), vgl. z.B. Bense (1971, S. 39 ff., 1976, S. 26 f.). Davon abgesehen, dass hier die Reihenfolge der Primzeichen nicht mit der von ZR = (M, O, I) übereinstimmt, ist die Identifikation von O mit dem Expedienten, von I mit dem Rezipienten und von M mit dem Kanal des Kommunikationsschemas gewalttätig. Wie kann ein totes Objektes Information aussenden? Warum ist nicht der Sender ein I1 und der Empfänger ein I2, so wie es jedes Kind erwarten würde, das schon einmal Telephönli gespielt hat? Wie kann ein Mittel als 1-stellige Relation 3-stellige Zeichenfunktion ausüben (so behauptet bei Bense 1976, S. 26 unten)?

2.4. Bei einer weiteren triadischen Zeichenrelation, dem bereits auf Peirce zurückgehenden Kreationsschema (vgl. z.B. Bense 1979, S. 87 ff.), ist nicht nur wiederum die Ordnung der Fundamentalkategorien verändert CR = (I, M, O) bzw. (M, I, O), sondern es wird behauptet, dass I und M einer anderen Partialrelation angehören als das „Produkt“ O, und dass I zwei statt eine Funktion ausübt: einerseits selektiert I aus M (genauer müsste hier {M} stehen!), anderseits kreiert es O (aus M). Auch hier sieht die Identifikation der Kreations- und mit der Zeichenrelation höchst artifiziell aus. Hier wird jedenfalls auch behauptet, dass eine Drittheit eine Erstheit auf reichlich mysteriöse Weise in eine Zweitheit verwandeln kann. Man stelle sich vor, so etwas würde in einer mathematischen Abhandlung stehen! Man grabe Erde (M) im Garten aus, sage „Simsalabim!“ (I) dazu – und man bekommt Gold (O) wie weiland Rabbi Loew in Prag.

2.5. Verwandte triadische Relationen, die zwar nie mit der Peirceschen Zeichenrelation in Beziehung gebracht wurden, aber immerhin Anwärterschaft darauf haben, sind z.B. Thema/Topik , Comment und Fokus, also die drei Grundbegriffe der Funktionalen Satzperspektive in der neueren Textlinguistik. Ohne grössere Vergewaltigung von Kategorien als es beim Kommunikations- und beim Kreationsschema der Fall war, könnte man hier argumentieren, das Topik sei das Mittel, es fungiere als „Unterlage“ der alten und/oder bekannten Information, als dasjenige, worüber etwas ausgesagt werden. Das, was darüber ausgesagt werde, d.h. die neue und/oder unbekannte Information, ist dann der Objektbezug, denn Information ist Mitteilung von Neuem, und Neues kann nur aus der Welt der Objekte kommen, niemals aus der Welt der Zeichen, die ja Objekte nur bezeichnen, aber niemals erzeugen oder auch nur verändern können (Benses Invarianzprinzip; Bense 1979, S. 39 ff., im Grunde eine hervorragende Begründung der Monokontexturalität der Peirceschen Semiotik). Der Fokus fällt dann auf den Interpretanten, denn dieser lenkt sozusagen das Bewusstsein auf jene Teilmenge der neuen/unbekannten Information, auf die besonders hingewiesen werden soll. Die Frage ist also in unserem Zusammenhang: Kann man die funktionale Triade FR = (T, C, F) nicht auch allgemein als Zeichenmodell verwenden? Sind diese drei „Kategorien" nicht universell, d.h. über die Linguistik hinaus anwendbar? Sie sie wirklich weniger allgemein als die von Peirce stets aufrecht erhaltene „Universalität" der „fundamentalen" Kateogorien? Da wie gesehen haben, dass es Zeichen ohne Mittel gibt, kann man z.B. zeigen, dass es Sätze ohne Topiks gibt, z.B. Märchenanfänge, bei denen ein bestimmtes Konzept ja erst als Topik im Diskurs etabliert werden soll. Da es Zeichen ohne Objekte gibt – kann man auch zeigen, dass es Comment-lose Sätze gibt, das sind Sätze, die nur aus alter/bekannter Information bestehen. Und da es schliesslich Zeichen ohne Interpretanten gibt, kann man auch zeigen, dass es Fokus-lose Sätze gibt – die meisten nämlich. Genauso gibt es Kommunikationsschemata ohne Sender (z.B. Signale), ohne Empfänger (Symptome), ohne Kanal (natürliche Zeichen, Anzeichen), dasselbe gilt für Kreationsschemata und wohl sämtliche triadischen Relationen, die sich als um nicht allgemeiner entpuppen als die angeblich universalen und fundamentalen Peirceschen Kategorien.

2.6. Übrigens ist es eine eigene Überlegung wert, ob wahrhaft universale und fundamentale Kategorien wirklich semiotische und nicht eher universal-metaphysische Kategorien sein müssen, z.B. die ebenfalls bei Peirce auffindbare frühe Triade (Quantität – Qualität – Relation), die nun wirklich ein erstklassiger Kandidat einer universalen und fundamentalen kategorialen triadischen Relation ist. Danach könnte man Zeichen anhand von diesen drei Bestimmungsstücken sicher viel ungezwängter klassifizieren als dort einen Interpreten zu suchen, wo gewiss keiner ist (z.B. bei Eisblumen) oder dort nach einem Mittel zu suchen, wo keines vorhanden ist (bei einer Handbewegung), oder dort nach Objekten zu suchen, wo solche bewusst nicht vorhanden sein sollen (z.B. dadaistische , stochastische Musik, bestimmte Formen der Malerei). Die Triade Quantität – Qualität – Relation ist allein deshalb unversaler, weil sie gar nicht bereits semiotisch ist, sondern viel näher an den Objekten ist, aus denen die Zeichen in der Semiose ja entstehen: Jedes Objekt hat eine gewisse Quantität, Qualität, Relation. Ferner hat man hier bereits eine in der Semiotik erst am Schluss ihrer Entwicklung (Bense 1992) erreichte vollständige Klassifikation der Zahl als Zeichen, nämlich die rein quantitative Zahl (z.B. Peano-Zahl), die qualitative Zahl (Proto-, Deutero-, Trito-Zahl) und die relationale Zahl (Peirce-Zahl; vgl. Toth 2009a), und man sieht bereits hier, dass mit der Aufhebung-Ergänzung der Mathematik der Quantitäten durch die Kronthalersche Mathematik der Qualitäten die Welt der Mathematik noch nicht ausgeschöpft ist – es braucht nämlich noch eine Theorie der Peirce-Zahlen oder semiotischen Relationalzahlen.

3. Wenn wir schliesslich von der Verschachtelung der Zeichenrelation, die diese in eine (gerichtete) Relation von Relationen bzw. Menge von Mengen bzw. Menge von Relationen bzw. Relation von Mengen verwandelt, d..h. von

$$ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$$

absehen, dann befreien wir uns von der paradox anmutenden Forderung Peirce, dass gemäss seiner (von der Semiotik primär unabhängigen) „Pragmatischen Maxime" das Zeichen stets von einem Interpretanten eingeführt und über ein Objekt zu einem Mittel führt, d.h. von der Ordnung ZR = (I, O, M) und der mit ihr in nie auch nur diskutiertem Widerspruch stehenden Normalform-Ordnung von Zeichenklassen ZR = (M, O, I). Damit fallen auch die Fragen nach den Interpretationen der übrigen Permutationen (IMO, MIO, OMI, OIM) wegen. Das Zeichen kann dann überall anfangen, d.h. bei M, O oder I. Mit solchen Tricks operiert ja bereits die Umgangssprache: Die Aussagen:

a) Ein Mittel bezeichnet ein Objekt durch einen Interpretanten.
b) Mit einem Mittel bezeichnet ein Interpretant ein Objekt.
c) Ein Objekt wird mit einem Mittel von einem Interpretanten bezeichnet.
d) Ein Objekt wird von einem Interpretanten durch ein Mittel bezeichnet.
e) Ein Interpretant bezeichnet mit einem Mittel ein Objekt.
f) Ein Interpretant bezeichnet ein Objekt durch ein Mittel.

sind ja gleichbedeutend, d.h. die Ordnung der Kategorien ist egal; das Zeichen kann eben überall beginnen.

Umgekehrt folgt die Aufhebung der Verschachtelung aber bereits aus der Relativierung der Kategorien, v.a. der Aufhebung der paarweisen Differenziertheit der Kategorien und der dadurch eröffneten Möglichkeit, dass eine Zeichenrelation z.B. zwei Mittel, aber keinen Interpretanten, 2 Objekte, aber kein Mittel usw. enthält. Würde man hier an der Verschachtelung festhalten, müsste im Extremfall eine Zeichenklasse aus einer dreifachen Selbstverschachtelung einer einzigen Kategorie bestehen.

4. Obwohl wir bereits am Anfang unserer qualitativen semiotischen Zahltheorie die Trichotomie aufgehoben haben, seien hier in Zusammenhang mit dem letzten Abschnitt noch eine paar Bemerkungen nachgeschoben: Trichotomie entstehen durch kartesische Produktbildung, und kartesische Produktbildung setzt abelsche Gruppen

voraus, also ein höchst spezialisiertes mathematisches System, das für qualitative Systeme unerbringlich ist. Z.B. stellt die Mathematik der Qualitäten vom Standpunkt der quantitativen Mathematik aus betrachtet nicht einmal ein Gruppoid dar. Daher verbieten sich Trichotomien für den Aufbau einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie von selbst. Anderseits werden Trichotomien aber auch durch die relationale Verschachtelung der Triaden vorbereitet, denn aus ihr folgt, dass eine Erstheit durch 1 weitere, eine Zweitheit durch 2 weitere und eine Drittheit durch 3 weitere Relationen gesättigt werden kann, also

$$\begin{array}{ccc} & & 3 \\ & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ & 1 & 1 \\ & & 1 \end{array}$$

5. Auch das letzte im Rahmen einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie aufzuhebende Limitationstheorem, die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten, folgt natürlich aus der Aufhebung der Forderung nach paarweiser Verschiedenheit der Kategorien, denn wenn Gebilde wie

(111), (222), (333)
(112), (131), (322), usw.

erlaubt sind, gibt es keinen Grund, sie nach „unten“, d.h. in den Bereich der Dyaden und Monaden, oder nach „oben“, d.h. in die Bereiche der Tetraden, Pentaden, Hexaden, usw. zu verlängern (vgl. Toth 2006/08, S. 214 ff.).

6. Nun hatten wir aber in Abschnitt 2 bereits darauf hingewiesen, dass es eine viel universalere und fundamentalere Semiose gibt als ZR = (M, O, I), nämlich die „Grundrelation“

GR = (Qn, Ql, R).

Zusammen mit den Aufhebungen der 4 Limitationstheoreme hindert uns nun nichts daran, sowohl die Anzahl der Qn, Ql als auch der R zu erweitern:

$GR_{max} = (Qn_1, Qn_2, Qn_3, ..., Ql_1, Ql_2, Ql_3, ..., R_1, R_1, R_1, ...)$

Wenn wir verabreden, dass alle Quantitäten in eine einzige Kontextur, K 1, gehören, also so, wie sie von der traditionellen quantitativen Mathematik gehandhabt werden (Hegel-Paraphrase: „alle Qualitäten ... bis auf die eine Qualität der Quantität ... reduziert“), so brauchen wir die Kontexturen K 2, K 3, ..., K n für die Qualitäten, aber auch für die Relationen, da die Subjekte, welche Relationen über Quantitäten und Qualitäten herstellen, natürlich nicht mit den Subjekten identisch sein müssen, welche in die Qualitäten involviert sind. Wegen der Konsequenz 5. aus dem 4. Limitationstheorem folgt dann die Stelligkeit unserer qualitativen semiotischen Relation direkt aus der Anzahl der gewählten Kontexturen. Da eine minimale polykontexturale Logik 3 Kontexturen hat (vgl. z.B. Günther 1980 [1957], S. 1 ff.), wobei hier die Relation natürlich nicht als Kontextur zählt, ergibt sich als minimale semiotische Grundrelation

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$,

d.h. wir wählen die gleiche Anzahl von relationalen Kontexturen wie qualitativen, so dass beide minimalen Subjekte (ich, du) relational miteinander ausgetauscht werden. Ich möchte übrigens betonen, dass hier die wohl fundamentalste Differenz zwischen einer logischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$LR = {}^3R(S, S, O)$

und einer semiotischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$SR = {}^5R(S, S, O)$

besteht, insofern in letzterer die zwei zum Austausch von $S \rightarrow O$ und $O \rightarrow S$ benötigten Relationen selber mitgezählt werden und darum ihren eigene Platz in separaten Kontexturen bekommen. Natürlich können wir nun, wie in der Logik und der klassischen Semiotik, für die Variablen in

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$

numerische Werte einsetzen:

$Qn = \{0\}$
$Ql = \{1, 2\}$
$R(Ql_1) = \{3\}$
$R(Ql_2) = \{4\}$,

GR_{min} ist also eine 5-kontexturale pentadische Zeichenrelation über 1 Quantität, 2 Qualitäten und 2 Relationen.

7. Damit bekommen wir für GR_{min} 5 + 7 + 52 = 64 „Zeichenklassen“ in Form von Morphogrammen, d.h. 5 semiotischen Proto-Zahlen und 7 semiotischen Deutero-Zahlen (rechts):

Nr. 1	00000	Nr. 1	00000
Nr. 2	00001	Nr. 2	00001
Nr. 3	00012	Nr. 3	00011
Nr. 4	00123	Nr. 4	00012
Nr. 5	01234	Nr. 5	00112
		Nr. 6	00123
		Nr. 7	01234

sowie 52 semiotischen Trito-Zahlen (Ausschnitt):

Nr. 1	00000
Nr. 2	00001
Nr. 3	00010
Nr. 4	00011
Nr. 5	00012
Nr. 6	00100
Nr. 7	00101
Nr. 8	00102
Nr. 9	00110
⋮	
Nr. 48	01220
Nr. 49	01221
Nr. 50	01222
Nr. 51	01223
Nr. 52	01234,

wobei hier also wie folgt interpretieren können:

Nr. 1: 00000 ist das Zeichen der reinen Quantität, Nr. 2-5 sind die Zeichen der der vermittelten Quantitäten, d.h. der relationalen quantitativen Zahlen. Nr. 6 ist die durch eine Qualität vermittelte Quantität, Nr. 7 die durch eine Qualität vermittelte Quantität als Relation, ..., Nr. 48-51 sind teilvermittelte vollständige Quanti-Qualitäten, Nr. 52 ist ist vollständig vermittelte vollständige Quanti-Qualität, usw. usw.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Verittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bischoff, Erich, Mystik und Magie der Zahlen (1920). Neudruck Wiesbaden 1997

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Damrstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichenträger. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichen%20ohne%20Z.traeger.pdf (2008a)

Toth, Alfred, Metaobjektivierung ohne Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Metaobj.%20ohne%20Objekt.pdf (2008b)

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichensetzer. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichen%20ohne%20Zeichensetzer.pdf (2008c)

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Quant-Qual%20Arithm.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Qualitative semiotische Zahlentheorie III

1. Betrachten wir eine klassische monokontexturale Zeichenklasse, z.B.

Zkl = (3.1 2.1 1.3).

Sie repräsentiert die Klasse aller Zeichen, welche z.B. für „ein allgemeines Diagramm, das von einer faktischen Aktualität unabhängig ist, wie typische Fieberkurven“ (Walther 1979, S. 83) stehen.

2. Kaehr (2008) hatte nun den Vorschlag gemacht, Zeichenklassen dadurch zu polykontexutralisieren, dass er sie kontexturierte. Damit können Zeichen bzw. ihre Subzeichen dahingehend unterschieden werden, für wen sie Zeichen bzw. Subzeichen sind, da die Kontexturenzahlen ja den Qualitäten und damit den ontologischen Orten der Subjekte korrespondieren, vgl. z.B.

Zkl = $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$.

Auf diese kann elegant der die Monokontexturalität garantierende logische Identitätssatz ausgeschaltet werden; dieser äussert sich in der Semiotik durch die Eigenrealität (vgl. Bense 1992):

Zkl × Rth = $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$,

d.h. die Dualidentität der monokontexturalen Form

(3.1 2.2 1.3) = ×(3.1 2.2 1.3)

ist in der kontextutrierten Form aufgehoben

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$.

Da die eigenreale Zeichenklasse das Repräsentationsschema der Zahl als solcher ist, bedeutet das also, dass sie in einer Welt, die aus mehr als 1 Kontextur besteht, eine von ihr unabhängige Realität thematisiert, d.h. dass sie fähig ist, ausser der mit ihrer Zeichenthematik identisch Realitätsthematik der Quantität weitere Qualitäten zu repräsentieren. Solche qualitativen Zahlbereiche sind bekanntlich die Proto-, die Deutero- und die Trito-Zahlen (vgl. Günther 1980 [1971], S. 241-264). Zusammenfassend gesagt: Die Eigenrealität in monkontexturalen semiotischen

Systemen garantiert die Mathematik der Quantitäten durch die Dualidentität von Zeichen- und Realitätsthematik, aber die Aufhebung der Eigenrealität durch Elimination des logischen Identitätssatzes in polykontexturalen semiotischen Systemen garantiert die Mathematik der Qualitäten durch die Dualverschiedenheit von Zeichen- und Realitätsthematik.

3. Das grosse Problem bei Kaehrs Kontexturierung – und darum hatten wir auch diesen Begriff anstatt des Begriffes „Polykontexturalisierung" gewählt, ist nun natürlich, dass es im Grunde ein, obwohl genialer, Trick ist, um Repräsentation und Präsentation zu vereinigen: Ein monokontexturales Dualsystem wie z.B.

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3)$

repräsentiert, präsentiert aber nicht. Aber ein kontexturiertes Dualsystem wie z.B.

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 1.2_3\ 1.3_3)$

repräsentiert nicht nur, sondern präsentiert auch. Die Repräsentation betrifft die Objekte in den Zeichen und ihren Subzeichen, die Präsentation betrifft die erkenntnistheoretisch-logischen Relationen in ihren ontologischen Orten, den kontexturalen Qualitäten. Liest man dagegen in Günthers „Natural numbers in trans-classic systems" (Günther 1971), so dürfte eine solche Kontexturalisierung nicht möglich sein, ohne die Proto-, Deutero- und Trito-Zahl-Strukturen dieser Zeichenklassen zu ermitteln. Überhaupt ist die Kontexturalierung Kaehrs eigene Erfindung. Um aber monokontexturale Systeme zu polykontexturalisieren, gibt es nur einen Weg: sie auf ihre kenogrammatische Basis zurückzuführen (vgl. Kronthaler 1992), denn in monokontexturalen Systemen ist die Semiotik „die tiefste Fundierung" (Bense 1983, S. 64 ff.). Das grosse Problem besteht nun aber darin, worauf ich in manchen Schriften hingewiesen habe, dass Zeichen und Kenogramm unvereinbar sind, denn bei der Tieferlegung des Zeichens auf das Kenogramm verschwinden alle Merkmale, welche das Zeichen zum Zeichen machen, z.B. die Dichotomie von Zeichen und Objekt, welche natürlich mit der logischen Dichotomie von Subjekt und Objekt identisch ist und welche in der polykontexturalen Logik ja gerade durch die Proömialrelation „hintergangen", d.h. aufgehoben wird. Es ist also einfach so, dass ein weiter reduziertes Zeichen kein Zeichen mehr ist, sondern ein Kenogramm, und dass ein dichotomisiertes, d.h. identitätslogisches Kenogramm (ein Kenogramm, das mit Werten belegt ist) ein Zeichen, aber kein Kenogramm mehr ist.

4. Die Frage ist also: Gibt es eine Möglichkeit, qualitative semiotische Zahlbereiche, d.h. semiotische Proto-, Deutero- und Trito-Systeme durch (echte) Polykontexturalisierung

zu konstruieren, so dass wenigstens irgendwelche definitorischen Eigenschaften von Zeichen noch erkennbar bleiben? (Über diese Frage ist leider mein Buch von 2003 nicht weitergekommen.) Im folgenden lege ich einen konkreten Vorschlag vor.

4.1. Da eine ideale Semiotik ebenso wie eine ideale Logik über 3 Subjekte – ich, du und wir – verfügen sollte, zuzüglich eines Objektes, gehen wir also von einer 4-wertigen Semiotik auf der Basis der einer 4-wertigen Logik aus. Das jedes Kenogramm für einen ontologischen Ort steht, benötigten wir also Morphogramme der Länge 4. Das Basis-Morphogramm sieht daher wie folgt aus:

0000.

Da die Belegung dieses Leerstellen-Patterns von hinten her erfolgt, machen wir folgende Zuschreibung (oder „Einschreibung“):

0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Wird nun das Leerstellen-Pattern mit Zahlen belegt, so geschieht diese Belegung aber von links nach rechts, entsprechend den Gepflogenheiten in der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.). Dadurch ergeben sich also die folgenden Korrespondenzen mit den Plätzen, d.h. den ontologischen Orten (Kenogrammen, Qualitäten, Stellen im Morphogramm):

Es ↔ 0
Wir ↔ 1
Du ↔ 2
Ich ↔ 3,
oder als Bild

0	1	2	3
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Wie man erkennt, ist dies jeoch zugleich die Maximal-Belegung eines 4-stelligen (4-kontexturalen) Leerstellen-Patterns, da nach der Kronthalerschen Konvention die initiale ∅-Stelle immer leer bleibt.

4.2. Das 4-stellige Leerstellen Pattern 0000 ist als 4-kontexturales Morphogramm 1. Teil des 4 Morphogramme umfassenden 4-Proto-Zahlen-Systems, des 5 Morphogramme umfassenden 4-Deutero-Zahlen-Systems, und des 15 Morphogramme umfassenden 4-Trito-Zahlen-Systems.

4.2.1. Semiotisches 4-Proto-Zahlen-System

0000
0001
0012
0123

Austauschrelationen:

0	0	0	0
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Es	Es

Hier sind alle Subjekte durch das Objekt ersetzt, d.h. wir haben das Objekt als Ausgangspunkt der Semiose vor uns. Im Prinzip liegt hier also keine Austauschrelation vor, es sei denn, man gehe vom Zeichen als dem Endstadium der Semiose aus (s.u.).

0	0	0	1
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Es	Wir

Austauschrelationen: Wir → Es, Du → Es, Ich → Wir.

0	0	1	2
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Du

Austauschrelationen: Wir → Es, Du → Wir, Ich → Du.

0	1	2	3
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Austauschrelationen: keine. Es liegt das Zeichen in seiner vollständigen Belegung, wie sie in 4 Kontexturen (unabhängig von Proto-, Deutero- oder Trito-Struktur) möglich ist, vor. Geht man jedoch vom reinen Objekt als Ausgangsstadium der Semiose aus (s.o.), dann haben wir hier zwei Sorten von Belegungen: Zuerst die Belegung des ∅-Patterns durch die den Zahlen korrespondierenden logisch-erkenntnistheoretischen Relationen, und zwar noch unabhängig von den Plätzen. Anschliessend werden diese Relationen so organisiert, dass die richtigen Relationen auf den richtigen Plätzen zu stehen kommen. Erst in diesem zweiten Stadium kommt also die Einheit von Zahl, Ort und Relation zustande. Man kann diese zwei Stadien in dem folgenden Schema einer „verketteten" Austauschrelation darstellen:

Verkettete Austauschrelationen:

0000 → 0001 → 0012 → 0123

1 2 3 4 5 6

1: Es → Wir; 2 : Es → Wir; 3: Wir → Du, 4: Es → Wir, 5: Wir → Du, 6: Du → Ich.

D.h. es werden zuerst die objektiven Stellen durch Subjekte belegt, und anschliessend die Subjekte so lange ersetzt, bis die Grundstellung (s.o.) erreicht ist. Solche verketteten Austauschrelationen finden natürlich auch in den Deutero- und den Trito-Systemen statt, wir lassen sie jedoch im folgenden weg, da sie leicht selbst konstruiert werden können.

4.2.2. Semiotisches 4-Deutero-Zahlen-System

0000
0001
0011
0012
0123

Im Unterschied zum Proto-System gibt es hier zwei weitere Austauschrelationen:

0	0	0	1
↓	↓	↓	↓
0	0	1	1
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Wir

Austauschrelation: Es → Wir.

0	0	1	1
↓	↓	↓	↓
0	0	1	2
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Du

Austauschrelation: Wir → Du.

4.2.2. Semiotisches 4-Trito-Zahlen-System

0000
0001
0010
0011
0012
0100
0101
0102
0110
0111
0112
0120
0121
0122
0123

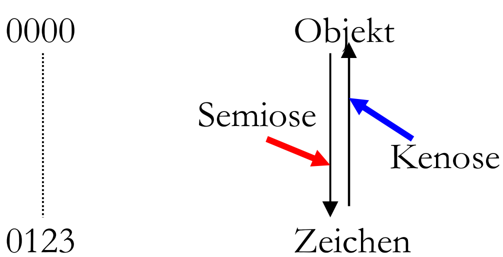
Austauschrelations-Kette:

0	0	0	0
↓	↓	↓	↓
0	0	0	1
↑	↑	↑	↑

Es	Es	Es	Wir
↓	↓	↓	↓
0	0	1	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Es
↓	↓	↓	↓
0	0	1	1
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Wir
↓	↓	↓	↓
0	0	1	2
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	Es	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	0	1
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	Es	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	0	2
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	Es	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	1	0
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	Wir	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	1	1
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	Wir	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	1	2
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	Wir	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	2	0

↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	**Du**	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	2	1
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	**Du**	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	2	2
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	**Du**	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	2	3
↑	↑	↑	↑
Es	**Wir**	**Du**	**Ich**

5. Man sieht an der obigen Liste der semiotischen 4-Trito-Zahlen am besten, wie logisch-erkenntnistheoretische Relationen solange umgetauscht werden, bis der Anfangsszustand 0000 des noch nicht von einem Subjekt „infiltrierten" Zustandes bis zur regelmässigen „Durchdringung" dieses inzwischen zum Zeichen (0123) metaobjektivierten (Bense 1967, S. 9) Objektes ersetzt ist, d.h. bis sämtliche logisch-erkenntnistheoretischen Relationen des ursprünglichen Objektes durch das Zeichen **substituiert** sind und die **Einheiten von Zahl, Ort und Relation** hergestellt sind:



Semiotische qualitative Zahlen repräsentieren also nicht, sie substituieren, aber die Substitution geht jeder Repräsentation voraus und dürfte die ursprünglichste Aufgabe der Zeichen gewesen sein. Ferner präsentieren die semiotischen qualitativen Zahlen wie die kontexturierten Zeichenklassen, aber jene substituieren, wo diese repräsentieren. Mit der Reduktion der Repräsentation auf die Substitution wird also der Weg zur Tieferlegung der Zeichen auf die qualitativen Zahlensysteme geöffnet.

Damit haben wir also die Antwort auf unsere obige Frage, ob es möglich sei, eine Tieferlegung der Semiotik statt durch blosse Kontexturierung der Subzeichen durch die drei qualitativen semiotischen Zahlsysteme der Proto-, der Deutero- und der Trito-

Zeichen zu erreichen, ohne dass sämtliche definitorischen Merkmale des Zeichens abhanden kommen. Die Antwort lautet nun: **Dies ist möglich, wenn man die Repräsentationsfunktion des Zeichens durch die Substitutionsfunktion ersetzt.**

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealit der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-80.

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Das Zeichen als qualitative Zahl

1. Ein Zeichen, das ein Etwas bezeichnet, kann selber nur nichts sein. Das Nichts ist aber nur in einer monokontexturalen Lichtschalter-Logik Nichts: nämlich die Spiegelung der Position. In einer polykontexturalen Logik, die in Hamiltonkreisen durchlaufen werden kann, gibt es jedoch eine Struktur des Nichts, das Zeichen als Nichts hat eine Reflexionsbreite und eine Reflexionstiefe und also ein viel mächtigeres metaphysisches Potential als das ewig-eine und erratische Sein des bezeichneten Objektes. Es ist also streng genommen nicht so, dass das Nichts im Sein des Seienden nichtet, sondern das Sein des Seienden ist im Nichten des Nichts verborgen.

2. Gotthard Günther nannte die Bausteine des Nichts „negative Wörter" (vgl. Günther 1979, S. 307 ff., 1980, S. 260 ff.). Diese lassen sich als Hamiltonkreise beschreiben. Hamiltonkreise sind Ketten von Permutationen von Morphogrammen, deren Werte systematisch aufgrund der n-1 Negationen einer n-wertigen Logik ersetzt werden. So hat also eine 2-wertige Logik nur 1 Negation und daher 2 Hamiltonkreise mit 2 Permutationen:

(0, 1), (1, 0)
(1, 0), (0, 1).

Eine 3-wertige Logik hat dagegen 2 Negationen und (6 x 7)/2 = 21 Hamiltonkreise mit 6 Permutationen

(0, 1, 2), (0, 2, 1), (1, 0, 2), (1, 2, 0), (2, 0, 1), (2, 1, 0)
(0, 1, 2), (1, 0, 2), (0, 2, 1), (1, 2, 0), (2, 0, 1), (2, 1, 0)
(0, 1, 2), (1, 2, 0), (1, 0, 2), (0, 2, 1), (2, 0, 1), (2, 1, 0)
...
(2, 1, 0), (2, 0, 1), (0, 2, 1), (1, 0, 2), (1, 2, 0), (0, 1, 2)

Eine 4-wertige Logik hat dann bereits 3 Negationen, 4! = 24 Permutationen und (24 x 25)/2 = 300 Hamiltonkreise.

3. In einer polykontexturalen Logik wird nun eine „Mathematik der Qualitäten" dadurch definiert, dass Kenogrammsequenzen (Morphogramme) mit natürlichen Zahlen zuzüglich der 0 belegt werden:

$\square\triangle\bigcirc\blacktriangle \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Eine mehrwertige polykontexturale Logik wird genau gleich definiert, nur, dass hier die Zahlenwerte interpretiert werden, also z.B.

0 = Objekt (Position)
1 = 1. Subjekt (1. Negaton)
2 = 2. Subjekt (2. Negation
3 = 3. Subjekt (3. Negation), usw.

Und nochmals auf dieselbe Weise kommt man zu einer polykontexturalen Logik, wobei hier die Zahlenwerte allgemeiner sein müssen. In Toth (2009) wurde vorgeschlagen, die logisch-erkenntnistheoretischen Relationen zu benutzen, also z.B.

0 = Es (Objekt, ojektives Objekt)
1 = Ich (1. Subjekt, subjektives Subjekt)
2 = Du (2. Subjekt, objektives Subjekt)
3 = Wir (3. Subjekt, subjektives Objekt), usw.

Von den benötigten Werten her gesehen ergibt sich also folgende mengentheoretische Annäherung

Logik $\subseteq$ Semiotik $\subset$ Mathematik der Qaualitäten,

d.h. sowohl die Zeichen der Logik als auch die Zeichen der Semiotik sind Teilmengen der Wertebelegungen der Mathematik der Qualitäten. Vom polykontexturalen Standpunkt aus sind sie daher morphogrammatische Fragmente der Mathematik der Qualitäten (vgl. Toth 2003, 54 ff.). Zum Verhältnis von Logik und Semiotik ist zu sagen, dass es n-kontexturale Semiotiken über der 2-wertigen aristotelischen Logik mit $n > 2$ gibt (vgl. Kaehr 2008); das ist der Fall bei den kürzlich von Kaehr eingeführten „kontexturierten" Semiotiken, im Grunde monokontexturale Semiotiken, auf welche einfach Kontexturen abgebildet werden. Idealerweise ist es aber so, dass die Wertigkeit einer Logik der Stelligkeit der maximalen Relation einer Semiotik entsprechen sollte, bzw. die Anzahl der Kontexturen einer n-wertigen Semiotik sollte mindestens $(n+1)$ betragen.

Da die polykontexturalen Zeichen strukturierte Pattern des Nichts sind und diese durch Keno- und Morphogramme präsentiert werden, in welche Werte aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ eingeschrieben werden können, wobei die Semiotik also von der Wertbelegung her eine Teilmenge der Mathematik der Qualitäten und von ihren Kontexturen her ein morphogrammatisches Fragment von ihr bildet, folgt, dass die qualitativen Zahlen zugleich semiotische Zeichen sind. Sie sind allerdings wegen der Inklusion der Logik in der Semiotik nicht notwendigerweise logische Zeichen, da sie nicht unbedingt alle Werte besitzen, welche die semiotischen Zeichen benötigen. Dies ist etwa im monokontexturalen Fall der Fall, wenn eine 3-stellige Semiotik auf einer 2-stelligen Logik beruht. Wenn Zeichen aber somit nicht anderes sind als qualitative Zahlen, dann müssen die negativen Wörter der Güntherschen Negativsprache in den Permutationszyklen der Hamiltonkreise den Zeichen entsprechen. **Zeichen sind also qualitative Zahlen und als solche negative Wörter.**[10]

Literatur

Bischoff, Erich, Mystik und Magie der Zahlen (1920). Neudruck Wiesbaden 1997

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal for Mathemtical Semiotics, 2009

[10] Auf dem intuitiven Bewusstsein der qualitativ-quantitativen Einheit beruhen z.B. das hebräische Aleph-Beth, die sog. Othioth ("Zeichen") und ähnliche (willkürliche) Abbildungen von Zahlen auf Buchstaben, wie sie in der Gnosis üblich waren und die in Toth (2003, S. 59 ff.) behandelt wurden, sowie auch die gesamte "mystische Mathematik" (vgl. Bischoff 1997), die Numerologie und andere spekulativ-zahlentheoretische Verfahren.

Der Zusammenhang von Mathematik, Semiotik und Logik

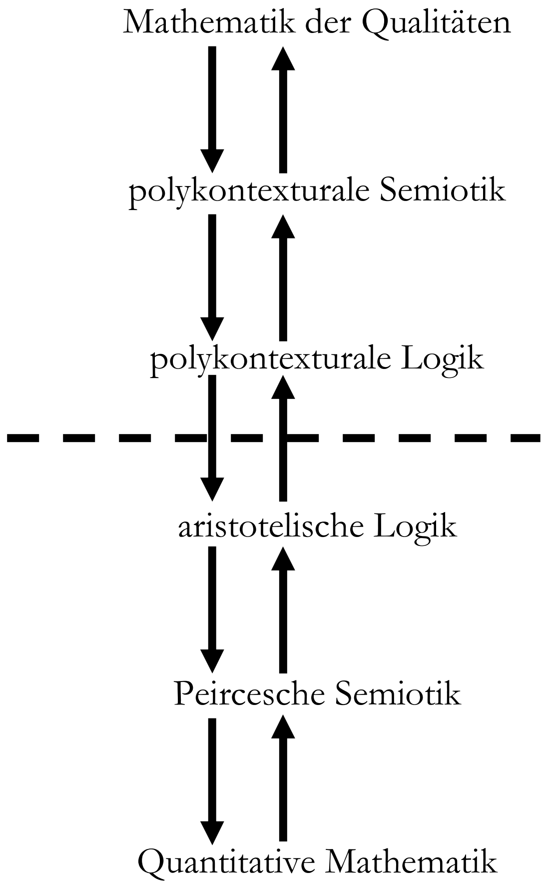
1. Nach Kronthaler (1986, S. 14 ff.) erreicht man die tiefste präsentative Ebene der Kenogramme und der Morphogramme, indem man entweder von einem repräsentativen System ausgeht und systemastisch Wert-, Iterations- und Positionsabstraktion anwendet, oder aber, indem man Kenogramme als Platzhalter für ontologische Orte einführt und durch Wertebelegung aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ die Basiswissenschaften der Mathematik, der Logik und der Semiotik konstruiert. Dabei erhält man durch Abbildung aller natürlichen Zahl zuzüglich der Null zunächst die Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986, Mahler 1993), die polykontexturale Logik (Günther 1976-80) und die polykontexturale Semiotik (Toth 2003). Bei der anschliessenden Monokontexturalisierung werden all jene Kenogramme entfernt, die für mehr als ein Subjekt der zwiwertigen aristotelischen Logik stehen, d.h. es gibt fortan nurmehr einen einzigen ontologischen Ort für ein „Porte-manteau"-Subjekt, das in der Regel mit der logisch-erkenntnistheoretischen Relation „Ich" identifiziert und dem objektiven Es gegenübergestellt wird. Monokontexturalisierung bedeutet also im Einklang mit Hegel die Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität. Daraus folgt aber auch, dass polykontexturale Systeme keine Verwerfungen, sondern eine Art von (polykontexturalen) „Faserungen" monokontexturaler Systeme darstellen.

Nun ist es so, dass man für eine Mathematik der Qualitäten sämtliche Werte von aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ benötigt, wogegen dies im praktischen Fall für keine polykontexturale Logik der Fall ist, da z.B. die fundamentalen logisch-erkenntnistheoretischen Relationen von Ich, Du und Wir in einer 4-wertigen Logik Platz haben, denn sie repräsentiert das objektive und das subjektive Subjekte und Objekt. Im Falle der polykontexturalen Semiotik hat kürzlich Kaehr (2008) gezeigt, dass im Prinzip folgendes Gesetz für das Verhältnis von relationaler Stelligkeit (R(n)) und der Anzahl der Kontexturen (K(m)) einer Semiotik gilt:

$R(n) = K(n+1)$.

Dennoch genügt in der Praxis eine n-kontexturale Logik für eine n-kontexturale Semiotik, da wir in der Semiotik nicht das logische Problem des Auftretens von Fremdwerten (n+1)-adischer Logiken in n-adischen Logiken besitzen. Ferner zeigt das Beispiel der triadischen Peirceschen Semiotik, dass diese mit einer dyadischen Logik auskommt, so dass also die Stelligkeit der Logik nicht nur gleich oder grösser, sondern auch kleiner der Stelligkeit einer Semiotik sein kann.

2. Damit ergibt sich nun das folgende erste, tentative Modell des Verhältnisses bzw. des Zusammenspiels von Mathematik, Semiotik und Logik als Basis eines neuen wissenschaftstheoretischen Modells:



Die gestrichelte Linie markiert die Kontexturgrenze und zugleich eine Spiegelung im hierarchischen Aufbau der betreffenden poly- und monokontexturalen Wissenschaften. So folgt also z.B. die Logik im oberen, polykontexturalen Teil der Semiotik, aber im unteren, monokontexturalen Teil, folgt die Semiotik der Logik, d.h. setzt sie voraus, und dies ist also nur deshalb möglich, weil es im oberen Teil genau umgekehrt ist. Daraus folgt ebenfalls, dass die Mathematik der Qualitäten eine Art von Maximalstruktur einer Menge von Morphogrammen belegt mit Elementen aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ ist. Theoretisch kann man sich also zwischen

1. $0, 1 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$
2. $0, 1, 2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$
3. $0, 1, 2, 3\ \mathbb{N} \cup \{0\}$

n. 0, ..., n $\in \mathbb{N} \cup \{0\}$

eine ganze Hierarchie von durch ihre Relationalität definierten Wissenschaften vorstellen, die damit alle mengentheoretische Inklusionen bzw. morphogrammatische Fragmente der Mathematik der Qualitäten sind und die ab der 3. Stufe ebenfalls als Semiotiken und ab der 2. Stufe ebenfalls als Logiken anzusprechen sind. Auf jeden Fall folgt schliesslich, dass der mathematische, der semiotische und der logische Aspekt nötig für die Struktur jeder Wissenschaft sind.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Nachfolgertypen bei den Peirce-Zahlen

1. Bereits in einer früheren Arbeit hatte ich hinsichtlich einer künftigen Mathematik festgestellt, dass ihre Unterteilung in eine Mathematik der Qualitäten und in eine Mathematik der Quantitäten (vgl. Kronthaler 1986) nicht genügend sei, sondern dass, wie bereits Günther (1991) vermutete, neben den quantitativen und den qualitativen Zahlen als dritte die Vermittlungs- oder Relationalzahlen treten müssen. Zum Begriff der Relationalzahlen findet sich ein bescheidener Anfang bei Bense (1975, S. 65 f.) sowie im letzten Teil des 4. Bandes von Toth (2009). Auch wenn vorderhand unklar bleibt, inwiefern die Güntherschen „Vermittlungszahlen" und die von mir „Peirce-Zahlen" genannten Relationalzahlen aufeinander abgebildet werden, möchte ich hier weiteres Licht auf die Differenziation der drei Zahltypen hinsichtlich ihres Nachfolger-/Vorgänger-Systems werfen.

2. Das Nachfolgersystem der natürlichen Zahl plus 0 ist, wie allgemein bekannt, durch die Peano-Axiome geregelt. Hinsichtlich ihrer semiotischen Relevanz vgl. Bense (1975, S. 167 ff.) sowie im Zusammenhang mit Peirces Zahlentheorie vgl. Bense (1983, S. 192 ff.). Danach hat jede Zahl, 0 eingeschlossen, genau einen wohlbestimmten Nachfolger, und jede Zahl, 0 ausgenommen, hat genau einen wohlbestimmten Vorgänger.

3. Bei den polykontexturalen Zahlen wird „flächig" (Kronthaler 1986, S. 31 ff.) bzw. „tabular" (Kaehr) gezählt. Die Anzahl der Nachfolger und der Vorgänger hängt erstens von der Kontextur und zweitens von der Struktur einer Zahl innerhalb dieser Kontextur ab (Proto-, Deutero-, Trito-Struktur). Die meisten Zahlen haben also mehr als 1 Vorgänger und Nachfolger, und diese sind also nicht eindeutig bestimmt, allerdings ergibt sich aus der qualitativen Zahlenkonzeption statt eines chaotischen Systems eines, das auf dem Prinzip der „eindeutigen Mehrmöglichkeit" (Korzybski) gegründet ist.

4. Bei der Peirce-Zahlen (Relationalzahlen, semiotischen Vermittlungszahlen) gehen wir aus 1. von den triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

und 2. von den trichotomischen Peirce-Zahlen
ttP = (A, B, C).

Die ttP werden hier als Ausdifferenzierungen in den ontologischen Orten der Triaden also als Qualitäten aufgefasst. Natürlich kann man stattdessen die Trichotomien als ontologische Orte bestimmen und somit die Triaden als Qualitäten anstatt als Quantitäten auffassen.

Durch kartesische Multiplikation von tdP × ttP ergibt sich folgende quantitativ-qualitative Matrix

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C

Wenn wir σ für Nachfolger und α für Vorgänger verwenden, haben wir hier also

$\sigma(1.A) = \{(1.B), (2.A), (2.B)\}$	$\alpha(1.A) = \varnothing$
$\sigma(1.B) = \{(1.C), (2.A), (2.B)\}$	$\alpha(1.B) = \{(1.A)\}$
$\sigma(1.C) = \{(2.B), (2.C)\}$	$\alpha(1.C) = \{(1.B)\}$
$\sigma(2.A) = \{(3.A), (2.B), (3.B)\}$	$\alpha(2.A) = \{(1.A), (1.B)\}$
$\sigma(2.B) = \{(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)\}$	$\alpha(2.B) = \{(1.A), (1.B), (2.A)\}$
$\sigma(2.C) = \{(3.B), (3.C)\}$	$\alpha(2.C) = \{(1.C), (2.B), (1.B)\}$
$\sigma(3.A) = \{(3.B)\}$	$\alpha(3.A) = \{(2.A), (2.B)\}$
$\sigma(3.B) = \{(3.C)\}$	$\alpha(3.B) = \{(2.A), (2.B), (3.A)\}$
$\sigma(3.C) = \varnothing$	$\alpha(3.C) = \{(2.B), (3.B), (2.C)\}$,

d.h. es gilt: Bei den Peirce-Zahlen

1. gibt es keine zwei Zahlen mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern
2. Die erste Peirce-Zahl hat keinen Vorgänger, die letzte Peirce-Zahl hat keinen Nachfolger.
3. $\alpha(a.b) \neq \alpha(b.a)$.
4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen Peirce-Zahl (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.

5. Aufgrund der Definiton 4. gibt es also ganz neue, weder bei den Peano- noch bei den Güntherzahlen (Proto-, Deutero-, Trito-Zahlen) bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die unbestimmten N/V-Zahlen. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der semiotischen Matrix:

1.A 1.B 1.C

2.A 2.B 2.C

3.A 3.B 3.C,

d.h. die Peirce-Zahlen-Paare und -Tripel

((1.B), (2.A)), ((1.C), (2.B), (3.A)), ((2.C), (3.B))

sind betroffen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ontologische, disponible und semiotische Kategorien. 4 Bde. Klagenfurt 2009

Das semiotische Fundamentalparadox

1. Einer der am meisten zitierten Sätze der Semiotik lautet: „Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden". Der gleich nachfolgende Satz lautet: „Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9). Aus diesem semiotischen Fundamental-Axiom schliessen wir also zweierlei:

1.1. Bei der Semiose wird immer ein Objekt zum Zeichen erklärt. Der umgekehrte Prozess – der in der Bense-Semiotik, abgesehen von einigen Aufsätzen von mir, überhaupt nicht einmal erwähnt wurde - beträfe also die Rückgängigmachung eines Zeichens zu (s)einem Objekt.

1.2. Da das Objekt aber beim Übergang zum Zeichen seine typentheoretischen Status verliert (es wird zum Metaobjekt), dürfte die Umkehrung der Semiose sehr schwierig, wenn nicht unmöglich, sein: Quo semel est imbuta recens / servabit odorem testa diu.

2. Eine andere Frage, die sich zum Anfang der Semiose, aufgefasst als dem Ineinandergreifen von Ontologie und Semiotik, stellt, ist: Wenn ein Objekt zum Zeichen erklärt wird, erhöht sich die Menge der Zeichen dieser Welt. Kommt aber dadurch auch das betreffende Objekt der Welt abhanden, oder gibt es einen semiotisch-ontologischen Erhaltungssatz? Wie Benses Fundamental-Axiom vermuten lässt, gibt es keinen solchen: Ein Etwas, zum Zeichen erklärt, geht der Objektwelt verloren. Allerdings scheint dies in Wahrheit nicht so einfach zu sein, denn das Taschentuch, das ich dadurch zum Zeichen mache, dass ich es verknote, kann ich ja, nachdem ich es aus seiner Zeichenfunktion entlasse, wieder als Objekt gebrauchen. Das Auto, das ich als Geburtstagsgeschenk und daher zum Zeichen der Anerkennung, Ehrung usw. bekomme, kann ich ja tatsächlich fahren, und selbst den Ring, den ich als Zeichen eines lebenslangen Bundes an meinem Finger trage, besteht aus einem Edelmetall, dessen aktueller Wert sich genau bestimmen lässt. Es schaut also so aus, dass mit der Semiose die Welt der Objekte quasi verdoppelt wird, dass neben der Ontologie eine Semiotik aufgebaut wird, an deren Ende alle Objekte zum Zeichen erklärt sind, d.h. wir haben dann eine ontische Ontologie und eine semiotische Ontologie, deren Verhältnis ferner nach Benses Fundamental-Axiom durch maximale Arbitrarität gekennzeichnet ist, da ja „jedes beliebige Etwas" zum Zeichen für (jedes beliebige Etwas) erklärt werden kann. Die semiotische Ontologie ist damit aber nichts anderes als die theoretisch maximal willkürliche Abbildung von Objekten zu Objekten aus der ontischen Ontologie. Allein praktische Gründe werden mich daran hindern, z.B. die Zugspitze oder den Tadj Mahal anstatt meines Taschentuches zum Zeichen für Etwas zu erklären.

3. Eine weitere Frage betrifft die Subjektrelevanz von Zeichen. Wenn ich wiederum mein Taschentuch verknote, dann erkläre ich ja dieses Objekt als Zeichen für mich, d.h. wenn ich sterbe, bevor das Zeichen für mich Gültigkeit bekommt, und meine Frau findet es, dann findet sie ein Objekt, dessen Zeichenstatus sie bestenfalls aus seiner Verknotung, d.h. Verfremdung, errät. Sie ist aber in aller Regel völlig unfähig, mein Zeichen zu interpretieren, wird es aufknüpfen und somit das Objekt seinen Verwandten im Wäschekorb übergeben. Ist ein Zeichen aber nicht nur für ein Individuum, sondern für eine ganze Gemeinschaft relevant, wie etwa ein Stoppschild an einer Strasse, so besteht es unabhängig von meinem eventuellen Dahinscheiden. Da in diesem Fall das Objekt sogar nur für das Zeichen designt wurde und streng genommen mit ihm als Zeichenobjekt oder Objektzeichen zusammenfällt, kann ich in diesem Fall auch die Semiose nicht mehr rückgängig machen. Ich kann zwar das Taschentuch wieder auffalten und es wie ehedem als Objekt verwenden, ich werde aber kaum die Farben des Verkehrszeichens abkratzen und den metallischen Träger einschmelzen, in seine Bestandteile zerlegen und sie den richtigen Geisten und am Ende den richtigen Gebirgen in den richtigen Ländern zurückgeben. Anhand dieser zwei einfachen Beispiele lernen wir also, dass es umkehrbare und nicht-umkehrbare Semiosen gibt und dass nicht-umkehrbare Semiosen an Gemeinschaften von Subjekten gebunden sind.

4. Ein besonders schwieriges Problem (das ebenfalls in der Peirce-Bense-Semiotik bisher nicht einmal aufgeworfen wurde) ist die Frage nach der Primordialität von Zeichen und Semiose. Z.B. lesen wir im „Wörterbuch der Semiotik“: „Semiose, ein Terminus, den Peirce für ‚Zeichenprozesse‘, also für Prozesse, die sich an Zeichen bzw. über Zeichenrepertoires abspielen, einführte. ‚Semiosis‘, so drückte er sich aus, ist eine ‚cooperation of three subjects, such as a sign, its object and its interpretant‘, d.h., jeder Prozess, der eine triadische Zeichenrelation verwirklicht, stellt eine Semiose, einen Zeichenprozess, dar“ (Bense/Walther 1973, S. 91). Wie man sofort erkennt, setzt nach Peirces Definition der Begriff der Semiose also den Begriff des Zeichens voraus. Allerdings kann es wohl kein Zeichen geben, dem nicht der Prozess der Semiose präexistent ist, denn wie sonst könnte ein Objekt nach dem Fundamentalaxiom zum Zeichen qua Metaobjekt erklärt werden? Wenn es aber tatsächlich so sein sollte, dass wir

Semiose $\leftrightarrow$ ZR

haben, und zwar im Sinne von

Semiose = f(ZR) $\wedge$ ZR = f(Semiose), dann haben wir eine Proömialrelation vor uns, die in der klassischen Logik verboten ist. Das würde aber bedeuten, dass das Zeichen nicht von seinem Objekt her, sondern von derjenigen logischen Stufe her eingeführt werden müsste, auf der proömielle Relationen sinnvoll sind, d.h. auf der Ebene der Keno- und der Morphogrammatik. Von hier aus „erweisen sich Zeichen (...) als Reduktionen oder Kristallisationen von Kenogrammen. Die Semiotik kann Zeichen nur als aus einem schon gegebenen Alphabet stammend voraussetzen, den semiotischen Zeichen ist aber die Semiose, der Prozess der Zeichengenerierung selbst, vorgeordnet. Die Kenogrammatik, insofern sie den Prozess der Semiose notierbar macht, muss also der Semiotik systematisch vorgeordnet werden, da sie diese überhaupt ermöglicht“ (Mahler 1993, S. 34).

5. Damit kommen wir zum wohl erregendsten bisher vorgefundenen Fundamentalparadox der gesamten Semiotik:

Semiotisches Fundamentalparadox: Die Aussage des semiotischen Fundamentalaxioms, dass das Zeichen ein metaobjektiviertes Objekt sei, d.h. aus einem Objekt eingeführt sei, führt letztlich zum Schluss, dass das Objekt aus einem Zeichen eingeführt wurde.

Um die zwei besprochenen Möglichkeiten, ein Zeichen einzuführen, zu kontrastieren, seien sie kurz, aber detailliert dargestellt:

5.1. Einführung eines Zeichens aus einem Objekt (semiotisches Fundamentalaxiom):

Am Anfang dieses Prozesses steht ein Objekt, Ω, welches zum Zeichen erklärt wird. Erst dann, wenn $\Omega \rightarrow$ ZR abgeschlossen ist, ist also eine Aussage über das Ojekt Ω möglich. Und erst dann, wenn eine Aussage über Ω möglich ist, kann die Logik einsetzen, welche bekanntlich Aussagen über Objekte zu ihrem Gegenstande hat. Diese Logik ist aber die seit Aristoteles gebräuchliche, 2-wertige und damit monokontexturale Logik, auf der nicht nur unsere gesamte Wissenschaft, sondern auch unser Denken basiert. Erst an diesem Punkt kann also die Rekonstruktion der Polykontexturalität aus der Monokontexturalität dieser Logik stattfinden. Dazu müssen die Gesetze des Denkens und damit die auf dem Identitätssatz beruhenden Dichotomien aufgelöst und die 2-wertige Logik in eine Logik mit mehr als einer Subjektstelle umgewandelt werden. Diese Subjektstellen bestimmen die Wertigkeit der die 2-wertige Logik erweiternden n-wertigen Logik, die damit in Form von Kenogrammen oder Stellenwerten dargestellt werden kann, welche die ontologischen Stellen für diese Subjekte freihalten. Mathematisch funktioniert diese Reduktion der 2-wertigen auf eine n-wertige Logik (die also gewissermassen gleichzeitig eine Erweiterung oder besser: Ausweitung ist) durch Wert-, Iterations- und Positionsabstraktion (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.), wodurch man die drei Ebenen qualitativer Zahlen: die Proto-, die Deutero- und die Trito-Ebene erreicht. Wie in Toth (2009a) gezeigt wurden, können umgekehrt durch Wertbelegung semiotische Systeme aus Trito-Zahlen-Systemen hergestellt werden, so dass also die Keno- und Morphogrammebene eine noch tiefere Reduktionsstufe darstellt als die Ebene der Zeichen.

Der hier dargestellte Prozess kann wie folgt schematisiert werden:

1. Objekt **Ω**
   ↓ (Semiose)
2. Zeichen ZR ←
   ↓
3. Logische Aussagen über **Ω**   Semiotische Fundierungsrelation
   ↓
4. Polykontexturalisierung der monok. Logik
   ↓
5. Kenogramm-/Morphogrammebene

5.2. Einführung des Zeichens aus dem Kenogramm

Nach dem bisher Gesagten können wir gleich zum Schema übergehen:

1. Kenogramm/Morphogramm
   ↓
2. Durch Wertbelegung Konstruktion der polykontexturalen Logik sowie Mathematik der Qualitäten
   ↓
3. Konstruktion der „Poly-Semiotik“ entweder durch Kontexturierung (Kaehr 2008) oder durch Belegung der Morphogramme mit semiotischen Werten (Toth 2003, 2009b)
   ↓
4. Monokontexturalisierung, d.h. Abbildung der mit semiotischen Werten belegten Morphogramme auf die Peirceschen Zeichenklassen
   ↓
5. Definition des Zeichens

Wie man sieht, gibt es bei dieser 2. Methode überhaupt keinen Platz mehr für das Objekt. Vertritt man den Standpunkt, dass es keine kenogrammatische Ebene geben könne ohne den Begriffs des Objekts, d.h. also dass die kenogrammatische Ebene die (polykontexturale) Ontologie voraussetze, dann landen wir beim Modell Nr.1 und damit in einem unendlichen Zirkel. Ferner müsste man dann zeigen können, dass die Entwicklung

Objekt → Keno → Zeichen

wirklich real stattfinden kann, denn sie impliziert, dass es (bereits auf die polykontexturale Ebene reduzierte) logische Aussagen gibt, bevor es Zeichen gibt, d.h. eine Primordialität der Logik vor der Semiotik, was in Widerspruch zum Modell Nr. 1 steht und zur natürlichen Reihenfolge, dass es zuerst Aussagen geben muss, die ja erst durch Zeichen möglich sind, bevor eine logische Fassung dieser Aussagen davon abstrahiert werden kann. Wie man sieht, ist also das 2. Modell klar falsch und somit das 1. Modell korrekt. Andernfalls hätten wir uns in Zukunft daran gewöhnen müssen, dass die Zeichen ihren Objekten präexistent sind und dass somit Objekte aus Zeichen erklärt werden, in Verletzung des Benseschen Fundamentalaxioms.

Da nun aber das 1. Modell korrekt ist, folgt daraus ein ganz bemerkenswerter Schluss:

Theorem über die Fundamentalsemiose: Am Anfang jeder Semiose steht das Objekt, das zum Zeichen erklärt wird (bzw., im Falle von natürlichen Zeichen, als Zeichen interpretiert wird), und an ihrem Ende steht das Kenogramm.

Da jedoch Kenogramme in keiner Weise in Objekte verwandelt werden können, haben wir eine nicht-zyklische und somit eine hierarchische Relation vor uns. Daraus folgt also, dass das Kenogramm nicht zuunterst steht in der semiosichen Hierarchie, sondern zuoberst, d.h. es bildet den Schlusspunkt in der Fundamentalsemiose, die mit der Metaobjektivierung des Objektes beginnt und also mit der Kenose endet. Die Lebenssphäre eines Zeichens ist somit das Intervall zwischen Objekt und Keno, der Geltungsbereich seiner Wissenschaft, der Semiotik, das Intervall zwischen Ontologie und Kenogrammatik. Wenn also nach jüdisch-christlicher Überlieferung die Ontologie durch die Semiotik entstanden ist, d.h. die Objekte durch das Wort im Sinne von Gen. 1, 1 hergestellt wurde, stellt somit die Semiotik den genau umgekehrten Prozess der Herstellung von Zeichen aus den Objekten dar. Semiotik ist konverse Schöpfung.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahl. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Zeichen, Kategorien und Saltatorien

1. Obwohl die angebliche Irreduzibilität von Zeichenklassen bereits von Peirce immer wieder behauptet wurde (vgl. Walther 1989, S. 160, 303, 419) und später auch von Bense aufrechterhalten wurde, obwohl die Peircesche Behauptung, jede n-adische Relation mit n > 3 lasse sich auf 3-adische Relationen zurückführen, als „Theorem" der triadischen Reduktibilität in die Semiotik eingegangen ist (vgl. Toth 2008, S. 214 ff.), obwohl schliesslich ein früher „Beweis" von Peirce durch Marty (1980) sogar mit Hilfe der Kategorientheorie erneuert wurde, und, nicht zuletzt, obwohl sich schon bei Schröder, auf dessen Werk die Peircesche relationale Semiotik ebenso wie Peirces eigene relationentheoretische Schriften beruhen, der Beweis findet, dass man n-adische Relationen auf Dyaden zurückführen kann, besteht noch in der heutigen Semiotik das Dogma der Triadizität der Zeichenrelationen – und entzweit die Semiotik in die dyadische Semiologie einerseits und die tradische Semiotik anderseits. Doch ausgerechnet in E. Walthers „Allgemeiner Zeichenlehre" (1973, 1979) wird detailliert aufgezeigt wird, wie sich die angeblich „irreduzible" Peirceschen triadischen Relationen aus Dyaden zusammensetzen lassen. Dieses Verfahren wurde von Montague als „concatenation" bezeichnet und besagt formal

$(A \rightarrow B \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow B) \lozenge (B \rightarrow C).$

Entsprechend erklärte Walther (1979, S. 79) in ihrer Notation Zeichenklassen als Vereinigungen zweier Dyadenpaaren, z.B.

$(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1, 2.1) \cup (2.1, 1.3),$

Demzufolge würde also die semiotische Basistheorie nicht aus den 10 Zeichenklassen, sondern aus den 27 möglichen Dyaden – dem Benseschen „vollständigen triadisch-trichotomischen Zeichenkreis" (Bense 1975, S. 112) - bestehen, womit den Dyaden nicht nur Subzeichen-, sondern Zeichenstatus zukäme:

(1.1 1.1)	(1.2 1.1)	(1.3 1.1)
(1.1 1.2)	(1.2 1.2)	(1.3 1.2)
(1.1 1.3)	(1.2 1.3)	(1.3 1.3)
(2.1 1.1)	(2.2 1.1)	(2.3 1.1)
(2.1 1.2)	(2.2 1.2)	(2.3 1.2)
(2.1 1.3)	(2.2 1.3)	(2.3 1.3)
(3.1 1.1)	(3.2 1.1)	(3.3 1.1)
(3.1 1.2)	(3.2 1.2)	(3.3 1.2)

(3.1 1.3)   (3.2 1.3)   (3.3 1.3)

2. Triaden können dann anstatt als Zeichenklassen als semiotische Kategorien eingeführt werden (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$(A \rightarrow B \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow B) \lozenge (B \rightarrow C)$

Trichotomien führt man dann am besten anstatt als Realitätsthematiken als semiotische „Saltatorien" ein (vgl. Kaehr 2007):

$(C \leftarrow B \leftarrow A) \equiv (C \leftarrow B) \lozenge (B \leftarrow A)$.

Damit kann man also die ursprünglichen „semiotischen Dualsysteme" direkt als semiotische Diamanten einführen, und zwar zwiefach:

$$\begin{array}{ccc} C \leftarrow A & \qquad & A \rightarrow C \\ (A \rightarrow B) \lozenge (B \rightarrow C) & \qquad & (C \leftarrow B) \lozenge (B \leftarrow A) \\ A \rightarrow C & \qquad & C \leftarrow A \end{array}$$

Da es in einer Semiotik, deren Zeichenbegriff auf Dyaden basiert, natürlich keine Inklusionsbeschränkungen für Triaden und Trichotomien (Diamanten und Saltatorien) gibt, sind alle 27 möglichen triadisch-trichotomischen bzw. trichotomisch-triadischen Kombinationen möglich.

3. Nach Kaehr ist der Basisbegriff der kontexturierten Semiotik das „Textem", das sich aus zwei Bi-Zeichen und ihrer chiastischen Relation zusammensetzt, wobei unter einem Bi-Zeichen ein „geankerter" Diamant verstanden wird. Ein Diamant ist somit das „Zeichen" zuzüglich seiner Umgebung, von der in einer kontexturierten Semiotik natürlich nicht ohne Monokontexturalisierung abgesehen werden kann. Da ich in einer langen Reihe von Arbeiten gezeigt habe, dass die Peircesche Semiotik kontexturierbar ist (vgl. das von mir hrsg. „Electronic Journal for Mathematical Semiotics"), können wir das Kaehrsche Konzept trotz seiner fundamentalen Differenz, nach unserem Aufbau modifiziert, übernehmen:

Zeichen = Dyade $(a \rightarrow b)$
Kategorie = Triade, konkateniert aus zwei Dyaden $(a \rightarrow b) \lozenge (b \rightarrow c) =$
$(a \rightarrow b \rightarrow c)$

Saltatorie =	Trichotomie, konkateniert aus zwei Dyaden (c ← b) ◊ (b ← a) = (c ← b ← a)
Diamant =	Kategorie und Saltatorie; Saltatorie und Kategorie
Textem =	Einheit aus zwei reflektierten Diamanten

Ein Beispiel für ein Textem ist also z.B. die obige zwiefache Darstellung eines Diamanten:

$$(C \leftarrow A) \rightleftarrows (A \rightarrow C)$$

$$(A \rightarrow B) \lozenge (B \rightarrow C) \rightleftarrows (C \leftarrow B) \lozenge (B \leftarrow A)$$

$$(A \rightarrow C) \rightleftarrows (C \leftarrow A)$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Kaehr, Rudolf, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Zur relationentheoretischen und kategorialen Einführung des Zeichens durch Peirce

1. Aus dem folgenden, aus Walthers „Allgemeiner Zeichenlehre" zitiertem Absatz erfährt man, wie Peirce zu seinen drei „Universalkategorien" gekommen ist und wie er sie mit seiner relationentheoretischen Einführung des Zeichens verbunden hat: „Peirce untersuchte als ein grosser Kenner und Bewunderer von Kant neben dessen Kategorien auch dessen verschiedene ‚Urteile' und bemerkte, dass trotz der Verschiedenheiten die Grundform aller Urteile in der Verbindung von ‚Subjekt – Kopula – Prädikat', die den Zusammenhang von ‚Gegenstand – Relation – Eigenschaft' wiedergbt, stets festgehalten wird. Die Glieder des Urteils bzw. Satzes sind dann 1. als einstellig (Prädikat), 2. als zweistellig (Subjekt) und 3. als dreistellig (Kopula) aufzufassen. Man kann daher nach Peirce auch sagen, dass ein ‚Erstes' (die Eigenschaft) gegeben bzw. schon bekannt sein muss, um ein ‚Zweites' (den Gegenstand) zu bestimmen, und dass man durch ein ‚Drittes' (die Kopula) Eigenschaft und Gegenstand verbindet" (Walther 1979, S. 47).

2. Wie man erkennt, operiert Peirce hier zunächst mit zwei verschiedenen 3-stelligen Relationen und sucht sie miteinander in Übereinstimmung zu bringen

1. mit der grammatischen Relation: Subjekt – Kopula - Prädikat
2. mit der logischen Relation: Gegenstand – Relation – Eigenschaft

Ist aber das Prädikat wirklich eine 1-stellige Relation? Beispiele wie „gibt", „schreibt", „tötet", „liebt" usw. sind mehrstellig. „x ist ein Zeichen für y durch z" ist jedenfalls eine klare 3-stellige Relation. Das Subjekt ist nur dann eine 2-stellige Relation, wenn es in der Dichotomie „Subjekt/Prädikat" oder „Subjekt/Objekt" auftritt, die Kopula ist nur dann 3-stellig, wenn sie 2 Glieder verbindet, aber sie verbindet ja in 2.1. ein 2-stelliges Subjekt und ein 3-stelliges Prädikat. Ferner funktioniert 2.1. nur dann, wenn die oben gegebene Ordnung eingehalten wird, also: Subjekt – Kopula – Prädikat. Die Kopula als 2-stellige Relation vermittelt hier zwischen einem 1-stelligen Subjekt (Platzhalter für einen Individuennamen) und einem 1-stelligen Prädikat (eine Aussage mit Leerstelle für den Individuennamen). 2.1. funktioniert also, wenn man z.B. Subjekt = „Zeichen", Kopula = „repräsentiert/steht für/ersetzt (usw.)", Prädikat = „Objekt" einsetzt. Wir haben dann allerdings eine 3-stellige Relation über einer 1-stelligen, einer 2-stelligen und einer 1-stelligen Relation vor uns.

Was nun die logische Relation Gegenstand – Relation – Eigenschaft anbetrifft, so scheinen Gegenstand und Subjekt, Relation und Kopula sowie Eigenschaft und Prädikat einander zu entsprechen, allein, ein Gegenstand, wenigstens im ontologischen Sinne, ist keine 2-stellige Relation wie das Subjekt, sondern eine 0-stellige. Eine Relation kann selbstverständlich von 0- bis n-stellig sein, ist also nicht notwendig 2-stellig wie unsere Kopula in 2.1., und eine Eigenschaft ist normalerweise 1- bis 3-stellig. Die logische Relation ist also eine 3-stellige Relation über einer 0-stelligen, einer n-stelligen und einer 1-3-stelligen Relation und lässt sich damit nicht mit der grammatischen Relation in Übereinstimmung bringen.

3. Man bekommt also den Eindruck, dass Peirce seine Zeichendefinition im Grunde, wie dies Bense später sehr richtig gesehen hat (1979, S. 53, 67) einfach als „verschachtelte" „Relation über Relationen"

$ZR = {}^3R({}^1R^2, R, {}^3R)$,

motiviert einzig und allein durch die von ihm selbst weitgehend begründete mathematische Relationentheorie einführen wollte – und dabei den Fehler beging, in den gänzlich nicht-mathematischen 3-stelligen logischen Modellen zwischen den Scholastikern und Kant Anlehnung und Stütze zu finden. Dahinter verbirgt sich offenbar die Angst des Mathematikers, mathematische Begriffe in einem zuvor nicht-mathematischen Feld wie der Zeichentheorie einzuführen. Peirce muss sich ja bewusst gewesen sein, dass sich seine Versuche, eine mathematische Zeichentheorie aufzubauen, irgendwo im weiten Felde zwischen den beiden folgenden Extremen bewegen musste: 1. der logischen Zeichentheorie, die eben nicht über die Grenzen der Logik hinausführt, und die rein mathematische Zeichentheorie, die irgendwann darauf hinausläuft, dass das Zeichen nichts anderes als die Zahl ist und dass folglich die Zeichentheorie nichts anderes als die Mathematik ist. Er musste also die Logik verlassen, indem er deren Kategorien „universalisierte", anderseits musste er aber auch die rein relationentheoretische Deutung, die erst auf Bense zurückgehende Definition $ZR = {}^3R({}^1R^2, R, {}^3R)$ „metaphysisch einengen", und das tat er eben mit Rekurs auf logische und grammatische Kategorientafeln, die im Grunde untereinander ebenso wie mit der relationentheoretischen Definition im Widerspruch standen.

4. An dieser Stelle muss noch darauf hingeweisen werden, dass erst Rudolf Kaehr gesehen hat, dass sogar die Definition der Erstheit (d.h. der 1-stelligen Relation) durch Peirce unhaltbar ist. Nach Walther hatte sie Peirce wie folgt eingeführt: „Erstheit ist der Sensmodus dessen, das so ist, wie es ist, positiv und ohne Beziehung zu irgend etwas anderem" (Walther 1979, S. 47). Was hier nämlich fehlt – oder nur scheinbar implizit vorgegeben ist -, ist die Reflexivität: „A composition always is accompanied by an enivronment of its morphisms. Therefore, an initial object or the number 1, firstness, is diamond theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e (A | a). That is, as a morphism, and as a hetero-morphism. A diamond initial object is not a singular object but a doublet, also called bi-object. Furthermore, self-identity is able to distinguish its directionality as left (lo) and right (ro) order" (Kaehr 2008, S. 2). Daraus folgt also:

Diamond-Erstheit = A | a
Wenn A^{ro}, dann A^{ro}| a^{lo}.
Wenn A^{lo}, dann A^{lo}| a^{ro}.

Berücksichtigt man die Umgebungen bzw. Hetermorphismen auch bei der Einführung von Zweitheit und Drittheit, so erhält man folgendes Modell eines Diamond-Zeichens (wobei sich auch die Notwendigkeit zur Definition der Nullheit ergibt, vgl. oben unseren Hinweis, dass Objekte 0-stellige Relationen sind, sowie Bense (1975, S. 65 f.)):

Diam. Nullheit = $\varnothing$ | ø
Diam. Erstheit = A | a
Diam. Zweitheit = $A \rightarrow B$ | c
Diam. Drittheit = $A \rightarrow C$ | $b_1 \leftarrow b_2$

Abschliessend sei festgestellt, dass es sinnlos ist, das Zeichen mit logischen oder grammatischen Kategorien einzuführen, um aus ihnen „Universalkategorien" zu abstrahieren. Das ist am Ende nicht viel besser als, wie es Saussure tat, vom sprachlichen Zeichenmodell auszugehen und es durch Anpassung an andere Zeichenmodelle zu „verallgemeinern". Das Zeichen kann sauber nur mathematisch, und zwar mit Hilfe der Relationentheorie, definiert werden, wobei es die beiden Möglichkeiten der monokontexturalen Einführung (Bense 1979, S. 53, 67) und der polykontexturalen Einführung (Kaehr 2008, S. 1 ff.) gibt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Subjekt, Alter Ego, Objekt

1. Wir gehen aus von dem folgenden Text aus Oskar Panizzas philosophischer Schrift "Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit" (Leipzig 1895) und reproduzieren hier § 14 (in Originalorthographie):

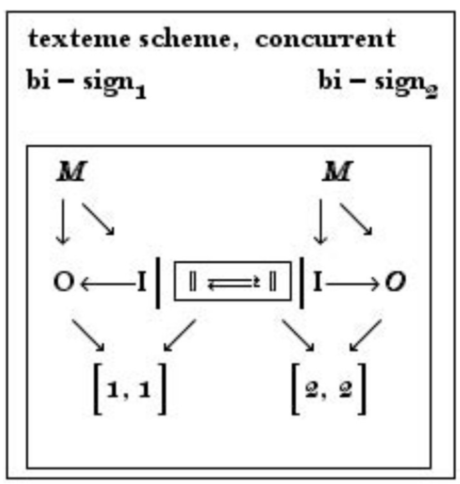
> Hast Du aber Deinen Dämon gefunden, dann bist Du nicht mehr allein auf der Welt. Du darfst Zwiegespräch halten, und bist einem Anderen, der Dein Denken leitet und antreibt, verantwortlich. Bist denn Du es, der denkt? Nein! Köntest Du dann mit Aufbieten aller Macht Dein Denken hindern? Ebensowenig: Ist es denn Dein Wille, der den Inhalt Deines Denkens ausmacht? Nicht entfernt! Musst Du denn nicht das ganze arrangement, wie es nun einmal besteht, einfach hinnehmen? Freilich musst du es! Musst du Dich nicht auf Grund eines, wenn auch illudorischen »post hoc« von ihm unterscheiden? Musst die Illusion mitmachen? Musst Dich also mit ihm auseinandersezen! Und sonderbar müsste es zugehen, wenn Du die Stimme deines »alter ego,« Deines »besseren Ich«, nicht verstehen solltest. Nenne ihn »Gewissen«, »Eingebung«, »Inspirazion«, »Impuls« »innerer Befehl«, oder wie immer; fliehe in die Einsamkeit, oder stürze Dich in den Trubel des Menschen-Gewühls, Du wirst ihn bei Dir finden, hast Du anders nicht Deine inneren Sinne abgestumpft und im grob-materiellen Verkehr mit den Täuschungen dieser Welt getötet. – »Nähme ich Flügel der Morgenröthe und bliebe am äussersten Meer, so würde mich doch Deine Hand daselbst führen, und Deine Rechte mich halten.« (Psalm 139, 9–10). – Du bist ihm verantwortlich und musst ihm Rede stehn, wenn er zu Dir spricht. Mag er geartet sein, wie immer; und mag er vom Standpunkt einer hiesigen Moral »gut« oder »schlecht« genannt werden. Fürchte nicht: Er ist für die meskinen Unterschiede irdischer Pädagogen, oder die Paragrafen einer »Staats«- oder »Gesellschafts«-Moral unerreichbar. Und wenn auch die »Ordnung der Dinge« in dieser Welt auf ihn, als lezte causa efficiens, zurückzuführen ist. Du darfst nicht rükwärts schliessend dich auf Hiesiges stützen; Du musst, als Lebender und Wirkender, vorwärts schliessen, und Dich auf ihn stüzen. Er ist für Dich da. Und mit ihm vereint darfst Du diese blöde, dumme Welt herausfordern; darfst diese Larven mit wasserblauen Augen, die Dich hier umgeben, verachten, und jene bebrillten Automaten, die gegen ein sicheres Mittagessen Dir vordoziren: Du musst *Den* heilig halten, und für *Jenen* sterben, Du musst ein tüchtiges Mitglied der Gesellschaft sein, und ein braver Staatsbürger, der seinen Eid mit dem gehenden und kommenden Erlauchten Haus seines Landes bricht und hält – die darfst Du verlachen und für eine tief unter Dir stehende »genus hominum« halten, – wenn Du mit Deinem Dämon d'accord bist. –

2. Wie muss eine Semiotik aussehen, die Platz für ein Alter Ego hat? Ist es dazu nötig, einen zweiten Interpretantenbezug einzuführen, der die logische Subjektstelle verdoppelt, oder muss von der Transformation von M oder O zu I – und letztlich somit wiederum von der Verdoppelung der Subjektstelle – ausgegangen werden? Wäre das Alter Ego nicht mehr als eine weitere Subjektinstanz, so müsste in einem monokontexturalen Zeichenmodell ein zweites Zeichen eingeführt werden, wobei die Superierung den ersten Interpretanten in ein zweites Mittel und das zweite Mittel in den zweiten Interpretanten, also das Alter Ego verwandelte (Walther 1979, S. 76 f.).

3. Nun bedeutet aber logisch die Präsenz des Alter Egos, dass es sich um eine zugrunde liegende Logik mit 2 Subjekten handelt, also eine 3-wertige Logik, und dieser entspricht nach (Toth 2009) eine 3-kontexturale Semiotik, also eine Semiotik, die auf der allgemeinen Form des Zeicehens:

$ZR = ((M_{\alpha\beta} \rightarrow O_{\gamma\delta}) \rightarrow I_{\varepsilon\zeta})$ mit $\alpha, ..., \zeta \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$

beruht, d.h. also etwas ganze anderes als zwei adjungierte oder superierte Zeichen bzw. ein ad hoc konstruiertes tetradisches Zeichen, usw. Wie kommt nun ein zweiter Interpretant in diese immerhin immer noch triadische Zeichenrelation? Nach einem äusserst originellen Vorschlag von R. Kaehr (2008) muss wegen der diamantentheoretisch geforderten heteromorphismischen Relation zu jedem kategorietheoretischen Morphismus von einem „Bi-Zeichen" ausgegangen werden, welches das folgende allgemeine Schema hat:



Nur im 1- (d.h. mono-), 2- und 3-kontexturalen (für K = 3 allerdings nur bei nicht-identitiven Morphismen) Fall gilt:

$I_{\alpha}^{\rightarrow} \equiv {}^{\leftarrow}I_{\alpha}$

Von einer Kontextur K > 3 an, gilt:

$I_{\alpha,\beta}^{\rightarrow} \equiv {}^{\leftarrow}I_{\beta,\alpha}$
$I_{\alpha,\beta,\gamma}^{\rightarrow} \equiv {}^{\leftarrow}I_{\gamma,\beta,\alpha}$
$I_{\alpha,\beta,\gamma,\delta}^{\rightarrow} \equiv {}^{\leftarrow}I_{\delta,\gamma,\beta,\alpha}$
...
...

...,

d.h. das Alter Ego ist das sowohl dualisierte als auch kontexturell inverse Subjekt. Dass solches in der monokontexturalen Semiotik (und Wissenschaft) unverständlich ist, dafür zeugt die Bensesche Dualinvarianz der Eigenrealität:

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \qquad (K = 1)$

Bereits in 3 Kontexturen haben wir:

$\times(3.3_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$,

d.h. $(2.2)_{1,2} \neq (2.2)_{2,1}$, usw.

Die Vorstellung des Alter Egos setzt also notwendigerweise ein kontexturales Weltbild voraus, d.h. ein Weltbild, in dem es Platz für mindestens 3 Subjekte gibt. In der auf der monokontexturalen Logik basierten Wissenschaft (zu der etwa auch die Psychiatrie) gehört, muss also die Thematik des Alter Egos und Verwandtes – wie im Falle des „Pazjenten Panizza", des einstigen Psychiaters – als „geisteskrank" erscheinen. Wie jedermann von der Schulmathematik weiss, hat aber eine 3stellige Zahlenfolge 3! = 6 und eine 4-stellige Zahlenfolge bereits 4! = 24 Permutationen. So viele Ego hat demnach ein Subjekt einer nur 3-stelligen und einer bloss 4-stelligen Logik! Da die Negationen zu Zyklen geordnet sind („Hamilton-Kreise"), ist es kein Problem, den Weg zum „ursprünglichen" Ego zurück zu finden. Was wir also vor uns haben, ist Multiphrenie und nicht Schizophrenie, die letztere Vorstellung kommt eben von der 2-wertigen Logik, wo es nur 1 Subjekt gibt, tritt dieses doppelt auf, kommt man fälschlicherweise zur Vorstellung der Spaltung (2 mal ½ = 1)! Darauf hat übrigens auch R. Kaehr bereits in einer früheren brillanten Studie hingewiesen, die leider momentan irgendwo in meinen Beigen verschwunden ist.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Xanadus textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Polysubj.%20Zkln.pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

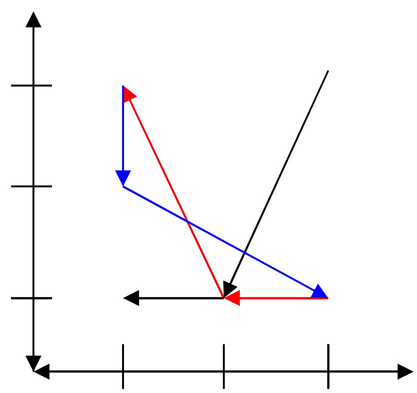
Gibt es Eigenrealität in der komplexen Semiotik?

1. Wie in Toth (2009) gezeigt, sehen die drei Haupttypen von Spiegelung in der komplexen Semiotik wie folgt aus. Gegeben sei die Zeichenklasse

<<+3. +ia>, <+2. +ib>, <+1. +ic>>,

dann haben wir

Dualisation:	<<+ic.+3>, <+ib.+2>, <+ia.+1>>
Dyaden-Spiegelung:	<<+ia. +3>, <ib. +2>, <ic. +1>>
Dyaden-Spieg. m. Imag.-Shift:	<<+3i. +a>, <2i. +b>, <1i. +c>>



2. Nehmen wir nun die folgende Zeichenklasse in der reellen Semiotik

(3.1 2.2 1.3)
×(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3),

so ist sie bekanntlich dualidentisch, d.h. eigenreal (Bense 1992). Gehen wir dagegen von der komplexen Semiotik aus, so haben wir zwei Möglichkeiten der Bildung einer homogenen entsprechenden Zeichenklasse:

1. <<3i.1>, <2i.2>, <1i.3>>
2. <<3.i1>, <2.i2>, <1.i3>>

Die Dualisationen sind:

1. ×<<3i.1>, <2i.2>, <1i.3>> = <<3.i1>, <2.i2>, <1.i3>>
2. ×<<3.i1>, <2.i2>, <1.i3>> = <<3i.1>, <2i.2>, <1i.3>>,

d.h. sie verhalten sich chiastisch zu den Zeichenklassen:

$\times(1.) = (2.)$
$\times(2.) = (1.)$,

oder anders ausgedrückt: Die Dualisation einer imagniär-reellen Zeichenklasse ist reell-imaginär, und die Dualisation einer reell-imaginären Zeichenklasse ist imaginär-rell.

Dieser formale Befund spiegelt direkt die praktische Anschauung: Die Realität, die hinter einem Bild, d.h. einem Zeichen, steckt, ist eben genau das, was dem Bild fehlt. Umgekehrt fehlt einer Realität zum Zeichen die imaginäre Seite, d.h. die Abbildung. Kurz: Die komplexe Semiotik sagt sehr ähnlich wie die von Kaehr eingeführte kontexturierte Semiotik, dass es eben keine Eigenrealität gibt, da das Zeichen von seinem Objekt durch eine Kontexturgrenze getrennt ist, vgl. die Kaehrsche Darstellung der 4-kontexturalen „eigenrealen" Zeichenklasse:

$\times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Toth, Alfred, Komplexe Dualisation und Spiegelung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Echte und falsche semiotische Diamanten

1. Wenn man eine reelle Zeichenklasse der allgemeinen Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

dualisiert, bekommt man eine Realitätsthematik der Form

Rth = (c.1 b.2 a.3).

Wenn man hingegen eine komplexe Zeichenklasse der Form (vgl. Toth 2009)

Zkl = (3.ia 2.ib 1.ic)

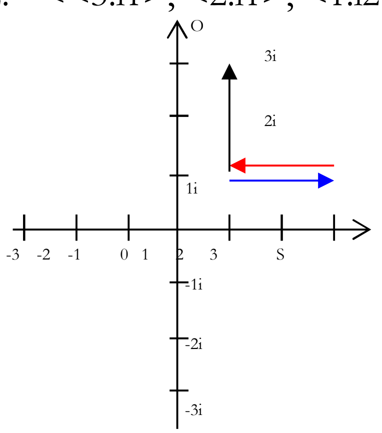
dualisiert, sieht die Realitätsthematik wie folgt aus

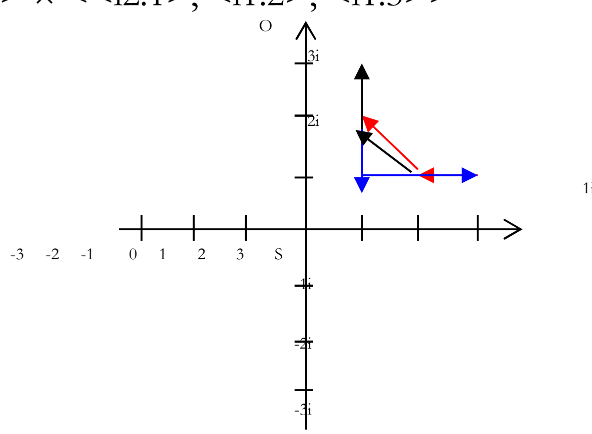
Rth = (ia.3 ib.2 ic.1),

d.h. während bei reellen Realitätsthematiken für alle (x, y) x ∈ Abszisse und y ∈ Ordinate gilt, ist es für komplexe Realitätsthematiken gerade umgekehrt.

2. In den folgenden 10 Graphen sind für alle Peirceschen Zeichenklassen (rot) einerseits die reellen (blau), anderseits die komplexen Realitätsthematiken (schwarz) eingetragen:

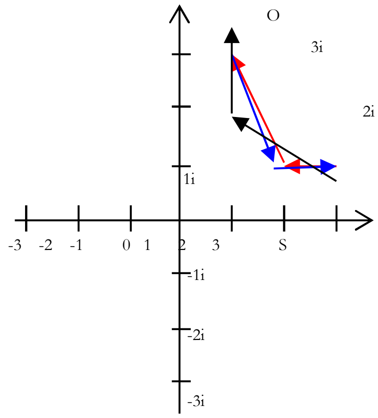
1. <<3.i1>, <2.i1>, <1.i1>> × <<i1.1>, <i1.2>, <i1.3>>
2. <<3.i1>, <2.i1>, <1.i2>> × <<i2.1>, <i1.2>, <i1.3>>

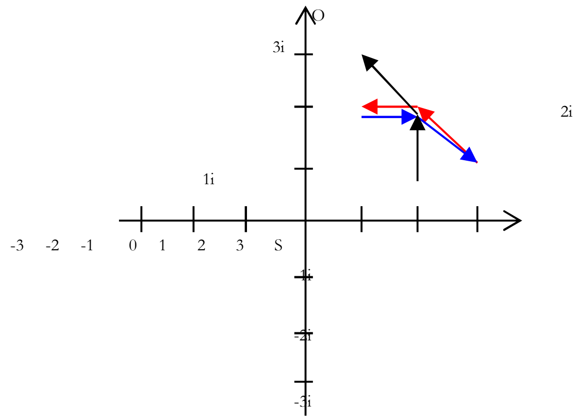




3. <<3.i1>, <2.i1>, <1.i3>> × <<i3.1>, <i1.2>, <i1.3>>

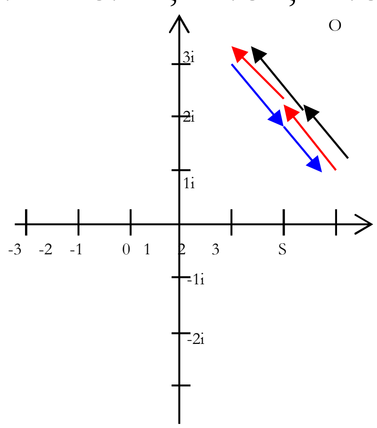
4. <<3.i1>, <2.i2>, <1.i2>> × <<i2.1>, <i2.2>, <i1.3>>

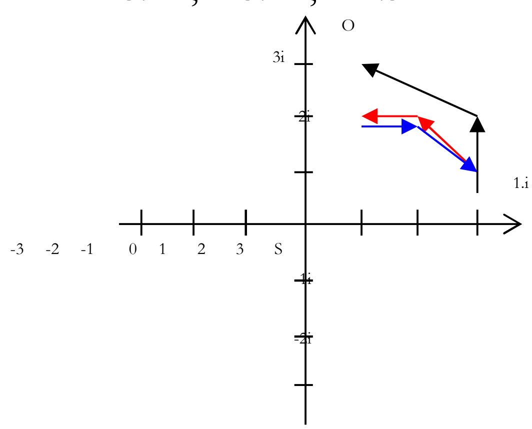




5. <<3.i1>, <2.i2>, <1.i3>> × <<i3.1>, <i2.2>, <i1.3>>

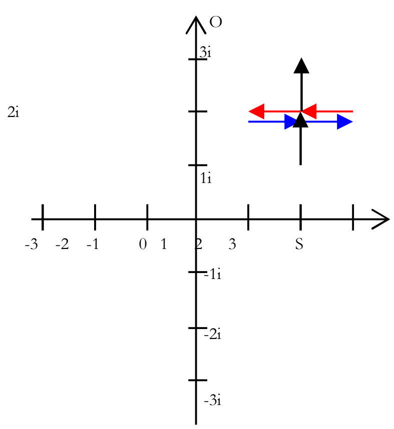
6. <<3.i1>, <2.i3>, <1.i3>> × <<i3.1>, <i3.2>, <i1.3>>

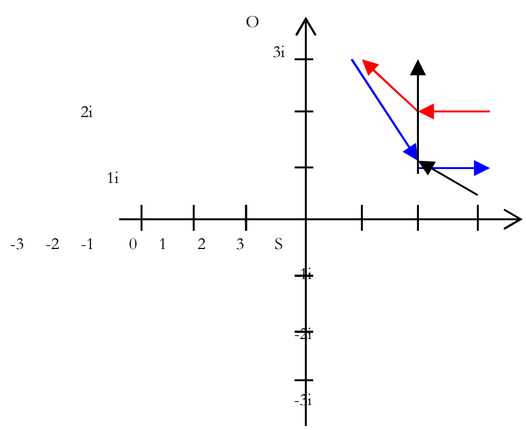




7. <<3.i2>, <2.i2>, <1.i2>> × <<i2.1>, <i2.2>, <i2.3>>

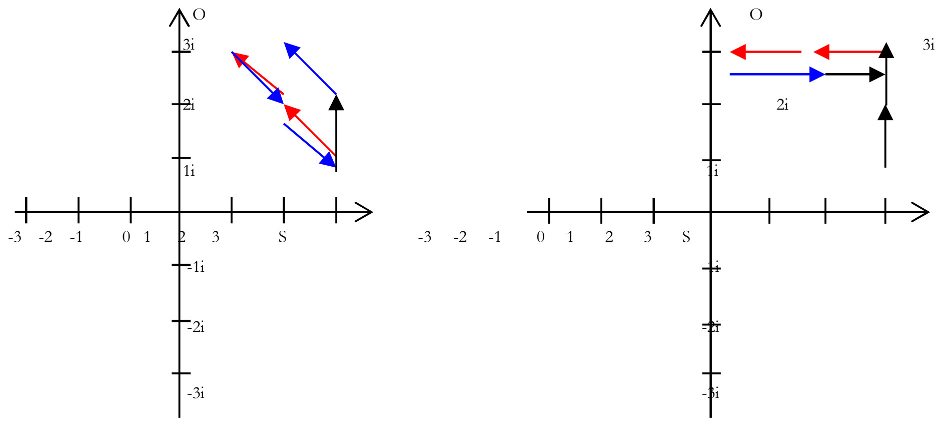
8. <<3.i2>, <2.i2>, <1.i3>> ×<<i3.1>, <i2.2>, <i2.3>>





9. <<3.i2>, <2.i3>, <1.i3>> × <<i3.1>, <i3.2>, <i2.3>>

10. <<3.i3>, <2.i3>, <1.i3>> × <<i3.1>, <i3.2>, <i3.3>>



3. Schreiben wir für komplexe Realitätsthematik Rthc und für reele Rthr, dann haben wir also

Rthr(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3),

wobei Δ(ZKl, Rth) = 0 nur im alle der eigenrealen, dualidentischen Zeichenklasse, sonst gilt immer Δ(Zkl, Rth) > 0, und zwar deshalb, weil jedes Paar konverser Subzeichen (a.b) und (a.b)° = (b.a) sowohl in einer anderen Triade als auch in einer anderen Trichotomie, d.h. sowohl in einer anderen Zeile als auch in einer anderen Spalte der Gausschen Zahlenebene liegen:

3				1.3	2.3	3.3
2	1.2			2.2	3.2	
1	1.1	2.1	3.1			
	1	2	3			

Dagegen gilt

Rthc(3.ai 2.bi 1.ci) = (ci.1 bi.2 ai.3),

d.h. wir haben
Rthc(1.ci → 2.bi → 3.ai) = (ai.3 → bi.2 → ci.1),

d.h. eine komplexe Zeichenklasse und ihre Rthc verhalten sich genau so wie Morphismus und Heteromorphismus (vgl. Kaehr 2009, S. 28 ff.). Das bedeutet also fernerhin, dass sich komplexe Zeichenklassen als echte (dreistellige) semiotische Diamanten darstellen lassen; z.B.

(3.1i 2.1i 1.3i) × (3i.1 1i.2 1i.3) ≡

$$(3i.1 \leftarrow 1i.3)$$

$$(3.1i \rightarrow 2.1i) \circ (2.1i \rightarrow 1.3i)$$

$$(3.1i \rightarrow 1.3i)$$

Umgekehrt lassen sich jedoch reelle Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) nicht als echte semiotische Diamanten darstellen, da, wie Kaehr betont hatte, einfache Retrosemiosen der Gestalt (3.1 1.2) → (2.1 1.3) keine Heteromorphismen sind. Man könnte hier also höchstens von „falschen semiotischen Diamanten" sprechen.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Neuausgabe. Glasgow 2009, Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Toth, Alfred, Komplexe semiotische Analyse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Konverse Subzeichen als Realitätstest?

1. Bekanntlich enthält die sog. kleine semiotische Matrix von Bense

$1.1 \quad 1.2^{x} \quad 1.3^{y}$

$2.1^{x} \quad 2.2 \quad 2.3^{z}$

$3.1^{y} \quad 3.2^{z} \quad 3.3$

zu jedem Subzeichen (a.b) auch sein konverses Subzeichen (a.b)° = (b.a), wobei die Hauptdiagonale die selbstidentischen „genuinen" Subzeichen (1.1), (2.2), (3.3) enthält. Da wir in Toth (2009a, b) argumentiert hatten, das Verfahren des „testing of reality" (Mitterauer) bestehe, einfach ausgedrückt, darin, dass Zeichenklassen von ihren Realitätsthematiken aus getestet werden, könnte man folgern, dass dieses Verfahren bereits auf der Subzeichen-Ebene funktionieren und man also alle (a.b) durch ihre konversen (b.a) prüfen könne.

2. Dies ist aber aus zwei Gründen unhaltbar:

2.1. Es gibt kein Entscheidungsverfahren darüber, ob innerhalb der semiotischen Matrix ein Subzeichen ein (a.b) oder ein (a.b)° = (b.a) ist, denn alle neun Subzeichen scheinen ja in Zeichenklassen auf.

2.2. Man sollte sich davor hüten, Konversen und Dualia miteinander zu verwechseln, wie dies in der Peirce-Bense-Semiotik ständig gemacht wurde (und leider noch wird). Rein formal gilt zwar

$(a.b)° = (b.a) = \times(a.b)$,

aber diese Doppelgleichung ist, wie aus Kaehr (2008) hervorgeht, eine Fata Morgana und nur für den fragilen Fall von monokontexturalen semiotischen Systemen gültig; vgl. etwa in einer 4-kontexturalen Semiotik

$(1.3)_{3,4}° = (3.1)_{3,4} \neq \times(1.3)_{3,4} = (3.1)_{4,3}$

3. Min n-kontexturalen semiotischen Systemen mit n > 3 gilt also: Konversion ≠ Dualisation, und falls Dualisation als Realitätstestung einsetzbar ist, muss sie also anhand der umgekehrten Ordnung der Kontexturen überprüfbar sind. Diese Einsicht führt also dazu, dass wir ab n > 3 nicht mehr mit einer semiotischen Matrix

auskommen, sondern dass wir eine für nicht-dualisierte und eine für dualisierte Subzeichen brauchen. Beide enthalten dann natürlich alle ihre konversen im Sinne von abgeschlossenen Mengen:

Nicht-dualisierte Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Dualisierte Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{4,3,1} & 2.1_{4,1} & 3.1_{4,3} \\ 1.2_{4,1} & 2.2_{4,2,1} & 3.2_{4,2} \\ 1.3_{4,3} & 2.3_{4,2} & 3.3_{4,3,2} \end{pmatrix}$$

D.h. die beiden Matrizen sind also nicht bloss (monokontexturale) Transponierte voneinander, sondern jedes Subzeichen als Morphismus ist durch seinen entsprechenden Hetermorphismus ersetzt. Daraus folgt somit: Realitätstestung im Sinne von Überprüfung semiotischer Realität, vermittelt in Zeichenklassen, durch ihre dualen Realitätsthematiken verlangt die Konversion der n-Tupel der Kontexturenzahlen und nicht nur die Konversion der Subzeichen. Damit ist es also ausgeschlossen, bereits Subzeichen auf ihre Realität hin zu testen, es sei denn, man benütze das polykontexturale 2-Matrizen- anstelle des monokontexturalen 1-Matrizen-Systems.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Der "Realitätstest" der Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Echte und falsche semiotische Diamanten. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Die Geburt der Negation aus der Spiegelung

1. In seinem sehr frühen Werk „Raum und Ich", das er als 24jähriger publizierte, schrieb Max Bense u.a. den folgenden erstaunlichen Text: „Niemals kann aber ohne verbindenden Spiegel ein Mensch sich selbst in die Augen sehen. Niemals kann das Ich sich selbst denkend begrifflich fassen. Ichhheit ist der Ursprung der Objektivierung. Das objektsetzende Ich kann sich nicht selbst zum Objekt machen. Es gehört aber zur Tragödie des Ichs, dass es sich dennoch darum bemühte, sich selbst zu denken, denkend zu leben und zu verstehen, sich selbst gegenüber zu sein. Darum schuf das Ich sich sein gespiegeltes Abbild, jenes Gegenüber-Ich, das Nicht-Ich. Und um Sein denkend zu verstehen, schuf das Ich das Nichtsein, den abgründigen Spiegel, der die Frage nach dem Ich, dem Sein und dem Sinn des Seins mit dem Lächeln des Irren zurückwarf. Und das Leid des Ichs begann, als es sich selber schauen wollte, sich selber dachte, indem es die eigene Verneinung schuf. Da senkten sich mit der Illusion des Nichts Weltangst und Weltleid in die tiefen und hohen Triebe des Lebens. Denn das Nichts offenbarte das erste Grauen. Das Sichschauen-Wollen ist die erste Feindschaft des Ichs mit sich selbst. Das gespiegelte Ich ist die logische Wurzel des Nichtbegriffs" (Bense 1934, S. 40).

2. Unter den 10 Peirceschen Zeichenklassen gibt es nur eine einzige, welche sich in dem Sinne spiegelt wie sich ein Mensch in einem Spiegel betrachtet:

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)

Man Bense sprach in diesem Falle bekantlich von der Eigenrealität, da Zeichen- und Realitätsthematik identisch sind. Der „verbindende Spiegel" ist hier der Dualisationsoperator. Demgegenüber stellen alle anderen Zeichenklassen und Realitätsthematiken keine Spiegelungen voneinander dar, vgl. z.B.

(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3),

was wir hier also haben ist der äusserliche Zusammenfall von konversen und dualen Subzeichen, vgl.

$(3.1)^\circ = \times(3.1) = (1.3)$, $(2.1)^\circ = \times(2.1) = (1.2)$, $\times(1.3) = (1.3)^\circ = (3.1)$.

3. Demzufolge muss die Lösung des von Bense leider nicht behandelten Problems, wie denn aus einer Spiegelung eine Negation entstehen könne, da doch angenommen wird, dass der Spiegel die vor ihm stehende Person verdopple, aber doch nicht in ihr Gegenteil verkehre (was wäre auch das Gegenteil einer Person?), in der Aufbrechung der obigen Gleichheitsreihe liegen, vgl.

$(3.1\ 2.1\ 1.3)° = (1.3\ 1.2\ 3.1)$
$\times(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 1.2\ 1.3)$,
d.h. $(1.3\ 1.2\ 3.1) \neq (3.1\ 1.2\ 1.3)$

$(3.1\ 2.2\ 1.3)° = (1.3\ 2.2\ 3.1)$
$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$,
d.h. $(1.3\ 2.2\ 3.1) \neq (3.1\ 2.2\ 1.3)$

Es gilt also offenbar $(a.b)°° = \times(a.b)$, d.h. der Unterschied zwischen einfacher und doppelte Dualisation betrifft nicht nur die Umkehrung der Subzeichen, sondern auch ihrer Ordnung innerhalb der Triaden. Hier fällt also die eigenreale mit den übrigen 9 Zeichenklassen zusammen!

Nur dann, wenn also gilt

$(a.b)° \neq \times(a.b)$,

kann aus einer Spiegelung Negation entstehen. Um dies zu zeigen, greife ich auf die von Rudolf Kaehr (2008) eingeführten Kontexturenzahlen für Zeichenklassen zurück, die wohl einzige wirklich grundlegende Neuerung in der gesamten modernen Semiotik seit langem. Gehen wir aus von einer 4-kontexturalen Semiotik, dann haben wir für unsere beiden Zeichenklassen

$(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$

Wenn wir nun die Subzeichen konvertieren, bekommen wir

$(3.1_{3,4})° = (1.3_{3,4})$
$(2.1_{1,4})° = (1.2_{1,4})$
$(2.2_{1,2,4})° = (2.2_{1,2,4})$ (identitiv),

wenn wir sie aber dualisieren, bekommen wir

$\times(3.1_{3,4}) = (1.3_{4,3})$
$\times(2.1_{1,4}) = (1.2_{4,1})$
$\times(2.2_{1,2,4}) = (2.2_{4,2,1})$ (nicht-identitiv),

d.h. also es gilt für Triaden

$\times(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 1.2_{4,1}\ 1.3_{4,3})$
$\times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

und somit ist also die Eigenrealität aufgehoben:

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) \neq \times(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4}) = (3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$,

d.h. anstatt identitiver („genuiner“ Subzeichen) wie in

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

haben wir jetzt nicht-identitive, womit der logische Identitätssatz aufgehoben ist. Damit stellt also

$(3.1_{4,3}\ 2.2_{4,2,1}\ 1.3_{4,3})$

eine Form der Negation von

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$

dar. Allerdings ist es in dem von uns auf Gründen der Deutlichkeit gewählten 4-kontexturalen Beispiel so, dass z.B. die 3 Kontexturen 1, 2, 4 natürlich bereits 3! = 6 Negationszyklen aufweisen, d.h. es liegt natürlich keine elementare Negation vor wie bei $p \rightarrow NP$ und $NNp = p$. Dennoch scheint mir das angeführte Beispiel zu zeigen, dass Benses geniale Idee, dass die Spiegelung die Wurzel der Negation ist, sich beweisen lässt. In unserem Beweis haben wir gezeigt, dass in mehrkontexturellen Systemen Konverse und Dualia nicht mehr zusammenfallen und es daher keine eigenreale Dualisation mehr gibt, womit der Satz der Identität aufgehoben ist und dadurch Raum für die Emergenz von Negation schafft.

Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Selbstgrenzen, Identität und Eigenrealität

1. Der Verlust von Selbstgrenzen wird von Mitterauer (2002) u.a. für die Entstehung von Schizophrenie verantwortlich gemacht. Genauer ist unter Selbstgrenze die Grenze zwischen einem Ich und seiner Umgebung zu verstehen. Nun hat das Ich als Subjektposition in der Subjekt-Objekt-Alternative der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik aber gar keine Möglichkeit, eine Umgebung aufzubauen, denn dazu fehlt ihm mindestens ein Vermittlungswert. Dieser Vermittlungs- oder mediative Wert wird von Günther auch als Rejektions- oder Transjunktionwert bezeichnet, und seine Funktion besteht darin, eine binäre Alternative einer aristotelischen Logik als ganze zu verwerfen. Rejektion besteht somit nicht etwa darin, was Mitterauer offenbar annimt, zwischen „feasible" und „non-feasible" Konzepten zu unterscheiden, sondern primär darin, mehr logischen Spielraum dadurch zu schaffen, dass einer Logik mehr Subjektplätze beschafft werden. Die Konsequenz hieraus ist natürlich die Elimination des logischen Identitätssatzes und damit die Öffnung der Kontexturgrenzen zwischen Subjekt und Objekt oder, semiotisch gesprochen, Zeichen und Objekt.

2. Da das Objekt eines Zeichens wie das Zeichen selbst nach Peirce nur vermittelt, und zwar im Rahmen eines dualen Repräsentationssystems, auftreten kann, ergibt sich als erste Möglichkeit zur semiotischen Bestimmung der Umgebung eines durch die Zeichenthematik ausgedrückten Subjektes seine duale Realitätsthematik, die also die vermittelte Objektthematik darstellt. Formal:

Vermittlung der Subjektposition durch Zeichenthematik:

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

Vermittlung der Objektposition durch Realitätsthematik:

Rth = ×Zkl = ×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3).

Hiermit kann also ein Zeichen (z.B. „Meerjungfrau") in Bezug auf seinen Realitätsgehalt „getestet" werden.

3. Grundsätzlich ist es so, dass Zeichen nicht nur aus Objekten bestehen, welche durch Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9) zu Zeichen erklärt werden, sondern als Ursprung von Zeichen können auch vorgängige Zeichenprozesse selbst stehen (Toth 2009), etwa dann, wenn Schlange und Vogel zum Drachen oder Mädchen und Fisch zur Nixe gekreuzt werden. In diesen Fällen wird ja nicht ein in der Realität beobachtbares Objekt zum Zeichen erklärt, sondern Versatzstücke der objektalen Realität werden in einem

Zeichenprozess amalgamiert und dann zum Zeichen erhoben. Diese Fälle sind jedoch im Hinblick auf Krankheitsindizien insofern harmlos, als niemand wirklich an deren Existenz glaubt, sie sind also blosse Ausdrücke von Zeichenkreativität und insofern nicht radikal neu, als sie ja, wie gesagt, aus Versatzstücken der Realität bestehen. Fundamental neue Formen von Realität können auf diesem Wege der Semiose aus Zeichenprozessen prinzipiell nicht gewonnen werden, denn dies würde voraussetzen, dass wir imstande wären, radikal verschiedene Formen von Realität wahrnehmen zu können als diejenige, welche uns umgibt und deren Teil wir sind.

4. Ganz anders wird es allerdings, wenn an die reale Existenz solcher Gedankenzeichen oder „Zeichen aus dem Nichts", wie sie Berkely genannt hatte, geglaubt wird. Es handelt sich dann nämlich nicht mehr um repräsentative, sondern um präsentative Zeichen. Ein Schaupieler, der Julius Caesar spielt, repräsentiert ihn in seiner Rolle, aber ein „Kranker", welcher allen Ernstes glaubt, Julius Caesar (oder dessen Reinkarnation) zu sein, präsentiert ihn, kurz: er IST Julius Caesar. Das semiotisch und kybernetisch sowie logisch Bemerkenswerte hieran ist allerdings, dass dieser Unterschied zwischen Präsentation und Repräsentation nur dann gilt, wenn sowohl der Betroffene wie seine Umgebung einer 2-wertigen aristotelischen Logik angehören. Denn sobald wir auch nur einen 3. Wert haben, ist ja die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt offen, was die beliebige Austauschbarkeit von Zeichen und Objekt impliziert. Das der Identitätssatz eliminiert ist, mag jemand nicht nur Julius Caesar, sondern gleich noch Hitler, Mussolini und Stalin sein, denn auch die Individualität fällt, wo das Identitätsgesetz fällt (vgl. Günther 1957). Streng genommen kann dann allerdings auch nicht mehr zwischen Zeichen und Objekt unterschieden werden, denn woran soll man das Zeichen in einer Semiotik erkennen, deren Objekte nicht transzendent und also gerade durch eine bestehende Kontexturgrenze erkenntlich sind?

5. Formal ist also etwa die Person Hans Müller eigenreal, da die ebenfalls auf Aristoteles zurückgehende Persönlichkeitskonzeption eine Idem-Hic-et Nunc-Origo voraussetzt, d.h. eine Person kann zur selben Zeit nur an einem Ort sein und nicht mehrfach auftreten. Es gibt also in einer 2-wertigen Logik keine Doppelgänger, weil das Identitätsprinzip nicht aufgehoben ist. Das Auftreten von Doppelgängern ist also primär ein Indiz für eine nicht-aristotelische Logik und nur in 2-wertigen Systemen ein Indiz für Krankheit. Wie bereits Günther (1954) nachgewiesen hatte, gilt aber die 2-wertige Logik nicht einmal in subatomaren Systemen. 2-wertig gilt aber z.B.

Zkl (Hans Müller) = $(3.1_1\ 2.2_1\ 1.3_1)$
Zkl (Napoleon) = $(3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_2)$

mit

Hans Müller ≠ Napoleon
und

$(3.1_1\ 2.2_1\ 1.3_1) \neq (3.1_2\ 2.2_2\ 1.3_2)$.

Heben wir aber die Kontexturgrenzen auf, kann es sein, dass wir

$(3.1_{1,2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1,2})$

bekommen, also eine Person, die gleichzeitig Hans Müller und Napoleon ist. Wir haben also zwei Subjekte und damit eine mindestens 3-wertige Logik. Der Übergang zu höherwertigen logischen und semiotischen Systemen verhindert also sozusagen 2-wertige Abnormitätenkabinette. Rejektion führt neue Werte in die aristotelische Logik ein und realisiert somit Intentionen anstatt sie zu verhindern.

6. Welches sind aber die Umgebungen von Hans Müller, Napoleon und Hans Müller-Napoleon? Wir hatten oben als eine erste Möglichkeit semiotischer Umgebungen die dualen Realitätsthematiken angeführt. Bei kontexturierten Zeichenklassen kommt somit ausserdem die von Kaehr als heteromorphismisch bezeichnete Umgebung der umgetauschten Kontexturenzahlen dazu, vgl.

$\times(3.1_{1,2}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{1,2}) = (3.1_{2,1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_{2,1})$

bzw. allgemein

$\times(3.a_{\alpha,\beta}\ 2.b_{\gamma,\delta}\ 1.c_{\varepsilon,\zeta}) = (c.1_{\zeta,\varepsilon}\ b.2_{\delta,\gamma}\ a.3_{\beta,\alpha})$.

Hier ergibt sich also als zusätzliche Möglichkeit der Realitätstestung die Bestimmung des Verhältnisses von Morphismen zu ihren Heteromorphismen. Dass hier kein einfaches Vorwärts-Rückwärts-Verhältnis vorliegt wie in dem pädagogisch intendierten Beispiel Kaehrs, dass dasselbe Stück Wegs hinter dem Auto herauskommt, wenn ich von A nach B fahre, wie vorne „gefressen" wird (Kaehr 2009, S. 16 ff.) bzw. dass ich B soweit nähere wie ich A verlasse, ergibt sich schon dann, wenn z.B. in 4 Kontexturen bereits 3 Kontxturenzahlen mit 3! = 6 Permutationen auftreten, und dem einen Morphismen (α, β, γ) also die 5 Heteromorphismen (α, γ, β), (β, α, γ), (β, γ, α), (γ, α, β), (γ, β, α) gegenüberstehen.

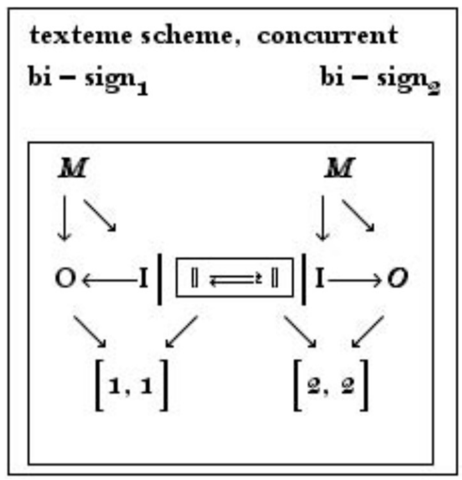
Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Dreiwertige Logik und die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation. Zürich 1954, Digitalisat: http://www.vordenker.de/ggphilosophy/gg_heisenberg-relation.pdf
Günther, Gotthard, Ideen zu einer Metaphysik des Todes. In: ders., Beiträge zur Grundlegung einer operatonsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980, S. 1-13
Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgoew 2009, Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf
Mitterauer, Bernhard, Too soon on earth. Towards an interdisciplinary theory of schizophrenia. http://www.sbg.ac.at/fps/people/Mitterauer/Too%20soon%20on%20earth.pdf (2002)
Toth, Alfred, Zeichen aus dem Nichts? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Matching conditions für Bi-Zeichens und für kategoriale Dyaden

1. Rudolf Kaehrs polykontexturale Semiotik besteht, grob gesagt, in der Einsicht, dass es zu jedem Morphismus auch eine spezielle Form der Umkehrung gibt, den Heteromorphismus. Wie der Morphismus die Abbildung für eine Kategorie ist, so ist der Heteromorphismus die Abbildung für eine Saltatorie. Entsprechend dieser Komplementarität wird zwischen Zeichen- und Bi-Zeichen unterschieden (Kaehr 2009):



2. Eine ähnliche Situation herrscht in der Theorie der kategorialen Dyaden (vgl. Toth 2010), nur dass Matching-Conditions hier eben zwischen allen Dyaden und nicht nur zu jeweils einem Paar pro Bi-Zeichen stattfinden.

Neben I Ξ I wie oben in Kaehrs Bild kann man natürlich MΞ M und OΞO matchen (homogene Matches). Daneben gibt es an heterogenen Matches M Ξ O, M Ξ I und O Ξ I. Das wichtige ist aber, dass jeweils nur eine Ecke des Zeichens und seines Bi-Zeichens gematcht werden, denn die Basis-Zeichenrelation ist bei Kaehr triadisch und nicht wie in der Theorie der kategorialen Dyaden triadisch.

Konkateniert man triadische Zeichenrelationen aus kategorialen Dyaden, so gibt es genau folgende 6 Möglichkeiten, welche den folgenden numerischen Subzeichen-Paaren entsprechen

[B°, A°]	=	(3.2, 2.1)
[A°B°, A]	=	(3.1, 1.2)
[B, A°B°]	=	(2.3, 3.1)
[A°, BA]	=	(2.1, 1.3)
[B, A°B°]	=	(2.3, 3.1)
[B°, BA]	=	(3.2, 1.3)

Auf diese sehr einfache Weise kann man also entweder vom Kaehrschen oder meinem Modell aus bestimmen, welche Entsprechungen zwischen den jeweiligen Matching Conditions bestehen:

$$\left.\begin{array}{ll} M \equiv M & [A^\circ B^\circ, A], [A^\circ, BA] \\ O \equiv O & [B^\circ, A^\circ] \\ I \equiv I & [B, A^\circ B^\circ], [B, A^\circ B^\circ] \end{array}\right\} \text{homogene}$$

$$\begin{array}{lll} O \equiv M & [B^\circ, BA]s & \text{inhomogen} \end{array}$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Die kommunikative Zeichenrelation, in: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Kontext und Kontextur

1. Unter „Kontext“ oder „Konnex“ versteht man in der Peirce-Bense-Semiotik „den Zusammenhang von Zeichen im Interpretantenbezug“ (Bense/Walther 1973, S. 55). Spätere Semiotiker wie Ditterich (1990) haben im Interpretantenbezug eine „sekundäre Bedeutung“ gesehen, die es z.B. erlaubt, die beiden Erscheinungsformen des Planeten Venus als „Morgenstern“ vs. „Abendstern, d.h. Extension und Intension von Namen zu unterscheiden. Tatsächlich aber spielt der Interpretantenbezug – und damit die Erweiterung des dyadischen zu einem triadischen Zeichenmodell – bei Peirce allein die Rolle der semiotischen Repräsentation des logischen Schemas von Begriff, Satz und Schluss bzw. Behauptung, Satz und Beweis (vgl. z.B. Walther 1979, S. 103).

2. Das grosse semiotische Mysterium beruht aber darin, was ein „Interpretant“ überhaupt ist. Die Angaben selbst bei Walther erscheinen teilweise widersprüchlich: So erfahren wir zuerst, dass der „Jemand“, der ein Mittel zur Bezeichnung für ein Objekt benutzt, der Interpretant dieses Zeichens ist (Walther 1979, S. 73, oben). Demnach ist aber der Interpretant eine ontologische und keine semiotische Kategorie. Einige Zeilen später jedoch präzisiert Walther, man dürfe beim Interpretanten „nicht nur an eine Person denken“, sondern es sei darunter „ganz allgemein das ´Interpretierende´ (...) und d.h. der Zusammenhang, in dem der Interpret das Zeichen versteht, gemeint“ (1979, S. 73, unten). Allein, auch das mysteriöse „Interpretierende“ hängt hier wieder vom Interpreten, also von einer ontologischen Kategorie, ab. Was somit der Unterschied zwischen Interpret und Interpretant ausmacht, bleibt unklar. Der Interpret kann jedenfalls nur dann eine „sekundäre“ Bedeutung bzw. einen „Sinn“ über einer Bezeichnungsfunktion stiften , wenn das dyadische Zeichen eine Funktion von ihm, d.h. einer ontologischen Kategorie ist:

Zeichen Ξ $(M \rightarrow O) = f(\mathcal{I})$.

3. Es gibt also keinen Grund zur artifiziellen Einführung einer dritten Kategorie, welche eine semotische Kopie des ontologischen Interpreten ist, so, wie das semiotische Mittel M eine Kopie des Zeichenträgers $\mathcal{M}$ und das semiotische (interne) Objekt O eine Kopie des externen Objekts Ω ist. Günther hatte deshalb wohl zutreffend vermutet, dass sowohl die Einführung der 3. Kategorie als auch die Begrenzung der Zeichenrelation auf 3 statt 4, 5, 6, ... Relationen im Zusammenhang mit der christlichen Trinität stehe und daher mystisch sei (Günther 1978, S. VII ff.).

4. Ein weiterer Grund für die Insuffizienz des Peirceschen Interpretanten ist dessen Doppeldeutigkeit: Als „subjektives Subjekt“ kann er nämlich sowohl Sender als auch Empfänger sein, und die Peircesche Reduktion höherer n-adischer Relationen auf triadische führt daher zu einer Personalunion beider kommunikativer Funktion, wie sie

später dann tatsächlich von Shannon und Weaver in deren Kommunikationstheorie und von Chomsky in dessen Syntaxtheorie etabliert worden ist.

5. Prinzipiell bedeutet ein Zeichen ein Substitut eines Objektes zu allerlei praktischen Zwecken, was wir wie folgt darstellen können:

$\Omega_i \rightarrow \mathcal{M}$

Der materiale Zeichenträger gehört nun aber selbst der Welt der Objekte des ontologischen Raumes an, d.h. es gilt

$\mathcal{M} \subset \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_i, \Omega_n\}$.

Da jedoch die Wahl des Mittels frei ist (Bense 1967, S. 9), gilt möglicherweise

$\mathcal{M}_i \subset \Omega_j$,

d.h. das Taschentuch, mit dessen Verknüpfung ich mich daran erinnern möchte, morgen meine Tochter zum Flughafen zu bringen, hat materiell mit seinem referentiellen Objekt nichts zu tun, genauso wenig wie das Papier, das die Photographie eines leiblichen Objektes trägt oder das Holz, das den Wegweiser trägt, der zur nahen Stadt weist. Somit gilt also

$\mathcal{M}_i \subset \Omega_i$

nur für den Fall der natürlichen Zeichen, Anzeichen oder Symptome, denn z.B. gehören rote Flecken ja tatsächlich zu gewissen Krankheiten wie Masern oder Röteln und weisen nicht bloss „wegweiserhaft“ auf sie hin.

6. Wenn es sich aber nicht nur um ein Privatzeichen handelt (bei dem Sender und Empfänger tatsächlich identisch sind, denn das von mir geschaffene Zeichen soll ja niemand anderen als mich selbst erinnern, etwas zu tun bzw. nicht zu vergessen), dann müssen Sender und Empfänger verschieden sein, d.h. zwei ontologische Kategorien einnehmen. Das müssen in diesem Sinne zwei Interpretanten $\mathcal{I}_S$ und $\mathcal{I}_E$ sein, die damit 2 Kontexte, den Sender- und den Empfänger-Kontext, voraussetzen. Das natürliche Zeichen setzt dagegen, ebenso wie das Privatzeichen, 1 Kontext voraus. Bereits 1992 hatte nun Peter Wuss vom Standpunkt der Filmsemiotik darauf hingewiesen, dass Filme und weitere narrative Strukturen 3 Kontexte verlangen, dann nämlich, wenn es sich um Stereotype handelt (Wuss 1992). Die 1-kontextuellen Fälle korrespondieren somit mit perzeptionsgeleiteten Strukturen (Topik-Ketten), die 2-kontextuellen Fälle mit konzeptgeleiteten Strukturen (Kausal-Ketten), und die 3-kontextuellen Fälle mit stereotypengeleiteten Strukturen („Story-Schemata“). Interessanterweise kommen wir damit auf die alte Peirce Dreier-Unterscheidung von rhematischen (topikalen) (3.1), dicentischen (kausalen) (3.2) und argumentischen (stereotypen) (3.3) Konnexen zurück. Wir sollten allerdings nicht vergessen, dass Sender und Empfänger ontologische, die drei narrativen Strukturen aber semiotische Kategorien sind. Als Konnexe innerhalb von Zeichenrelationen können wir keine ontologischen Kategorien brauchen.

Anderseits brauchen wir aber die Interpreten auch nicht als Interpretanten in die Zeichenrelation einzubauen, sondern es ist natürlicher, sie als Interpreten ausserhalb der dydischen Zeichenrelationen zu belassen – und zwar als Kontexturen.

Eine Kontextur ist eine elementare logische Situation, in der ein Zeichen von seinem Objekt unterschieden werden kann, d.h. in der ein Subjekt und ein Objekt vorhanden sind. Eine Kontextur setzt damit semiotisch mindestens einen zweitheitlichen, d.h dicentischen Interpretantenbezug (3.2) voraus. Da Kontexturen, wie wir aus Günthers und Kaehr Werk wissen, sowohl offen wie geschlossen als auch sowohl – als auch sowie weder – noch sein können, können sie semiotisch somit auch argumentisch (3.3) sein. Nur die semiotisch offenen Konnexe sind somit keine Kontexturen, aber dies ist sinnvoll angesichts der Tatsache, dass es sinnlos ist, Kontexturen unterhalb von K = 2 zu unterscheiden. In der Linguistik entspricht dieser Tatsache genau jener Satztyp der „Topic introductions", bei denen die Frage nach einem Subjekt sinnlos ist, nicht aber diejenige nach einem Topic, denn Sätze wie z.B. „Es war einmal ein alter König" dienen ja gerade dazu, ein Topik (3.1) im Satz (3.2) zu etablieren, also zu einer Sujekt-Prädikat-Struktur hinzuführen (, der hatte eine wunderschöne Tochter.), die somit eine elementare Kontextur darstellt.

Setzt man also Kontexturen (K) statt Kontexte (K), dann gilt:

$\mathsf{K}1$ = K2, $\mathsf{K}2$ = K3, $\mathsf{K}3$ = K4, usw.

Somit kann man auf die triadische Erweiterung des binären Zeichenmodells verzichten und die folgenden möglichen 9 Zeichentypen

(1.1 2.1) (1.1 2.2) (1.1 2.3)
(1.2 2.1) (1.2 2.2) (1.2 2.3)
(1.3 2.1) (1.3 2.2) (1.3 2.3)

einfach durch $\alpha, \beta, \gamma \in$ K = (1, 2, 3, ...) kontexturieren, also etwa

$(1.1\ 2.1)_{1,2}$, $(1.2\ 2.3)_{1,3,4}$, $(1.3\ 2.1)_{1}$, ...

d.h. man kann als Indizes sowohl k $\in$ K als auch $\mathsf{k} \in \mathsf{K}$ verwenden. Der grosse Vorteil gegenüber den Zeichenklassen mit eingebetteten Interpretanten liegt aber darin, dass man nun Kombinationen wie (3.1, 3.3), (3.2 3.1, 3.3), (3.1 3.2 3.3 3.4) usw. ohne Verstoss gegen die Peirceschen Basistheorie darstellen, bei der in einer Zeichenklasse ja nur entweder (3.1), (3.2) oder (3.3) und ferner kein höherer Interpretant stehen kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Baden 1967

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Strukturen. Klagenfurt 2000

Günther, Gottard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Was wir vom Tode wissen können

1. Das Leben ist vom Tode durch eine sogenannte Kontexturgrenze getrennt. Kontexturgrenzen sind absolute Grenzen, die nur in einer Richtung überschritten werden können. Alle Kontexturgrenzen können auf die logische Grenze zwischen Subjekt und Objekt zurückgeführt werden, welche der semiotischen Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt entspricht. In erkenntnistheoretischer Interpretation besagt das, dass die Wahrnehmung der ganzen Welt an der Dichotomie von Ich und Du hängt. Nach Günther (1975) ist die Kontexturgrenze zwischen Leben und Tod nicht grösser und nicht kleiner an diejenige zwischen einem Ich und einem Du, denn in der zweiwertigen Logik, nach der unser Denken funktioniert, gibt es kein Drittes, Vermittelndes, das imstande wäre, eine dialektische Austauschrelation Ich $\rightleftarrows$ Du, Zeichen $\rightleftarrows$ Objekt, Subjekt $\rightleftarrows$ Objekt, Leben $\rightleftarrows$ Tod zu bwerkstelligen.

2. Die logische Dichotomie von Subjekt und Objekt lässt sich weiter zurückführen auf diejenige von Position und Negation, so zwar, dass das Subjekt negativ und das Objekt positiv bestimmt ist. Das Subjekt ist also Reflexion, Repräsentation, Zeichen, kurz: dynamisch, während das Objekt tote Materie, factum brutum, Präsentation, Bezeichnetes ist. Weil nun das Zeichen dynamisch ist, kann es ein Objekt substituieren, aber nicht umgehert, denn statische Objekte können nicht füreinander stehen. Streng genommen, stehen sie nicht einmal für sich, denn sie repräsentieren nicht, indem sie für etwas stehen, sondern sie präsentieren, indem sie für sich selbst sind. Ontologie ist immer Präsentation, Substitution immer Repräsentation. Dabei stellt sich also heraus, dass es im Grunde nur diese zwei Daseinsformen gibt: das Sein in sich selbst und das Sein oder Stehen für Anderes. Was in sich selbst steht, ist Subjekt, was für Anderes steht, ist Objekt. Wiederum gibt es in einem Denken, das auf der aristotelischen Logik beruht, keine vermittelnde dritte Instanz, welche eine Brücke über den Abgrund zwischen den Dichotomien schlägt.

3. Damit haben wir den Zusammenhang zwischen den Dichotomien und den Kontexturgrenzen hergestellt. Es scheint so, dass sich immer dann eine Kontexturgrenze einschleicht, sobald wir zwei absolute Begriffe einander als Gegensätze gegenüberstellen. Damit erhebt sich die Frage, warum zwei absolute Begriffe denn nicht wie Vorder- und Rückseite eines Blattes Papier bestehen können, so wie es für die Semiotik de Saussure beim Paar Signifikant/Signifikat behauptet hatte. Der Grund liegt offenbar darin, dass Absolutes einen Umraum für sich beansprucht und sich daher auf keinen Fall berühren darf, denn dann wäre es ja nicht mehr absolut, d.h. abgelöst. So stehen wir also vor dem Paradox, dass gerade Paare von absoluten Begriffen, die wir als unvermittelte einführen, ein drittes, vermittelndes Glied verlangen. Das ist die Wurzel der Vorstellungen von der Brücke zwischen Diesseits und Jenseits, die in den

Mythologien je nachdem als Steg, Pfad, Fluss, See zwischen Festland und Insel, Berg zwischen Felsentälern, usw. ausgemalt wurden.

4. Was nun die Grenze zwischen einem Ich und einem Du anbelangt, so kann man sagen: Die ganze Kommunikation dient einzig und allein dem gigantischen (und häretischen) Zwecke, die ursprünglich festgesetzte Grenze zwischen Subjekt und Objekt aufzuheben. Als Mittel dienen die Zeichen, denn auf Objekte kann man zwar hinweisen, aber mit ihnen nicht kommunizieren. So dient also das Zeichen, obwohl es selbst ein absolutes Glied einer absoluten Dichotomie mit absoluter Kontexturgrenze ist, dazu, zwischen dem absoluten Subjekt und dem absoluten Objekten zu vermitteln, indem es versucht, die zwischen Subjekt und Objekt bestehende absolute Grenze aufzuheben. Weil diese Kontexturgrenze per definitionem absolut ist, geht das natürlich nur approximativ. Das Zeichen dürfte von allen Glieder der aufgezählten Dichotomien das einzige sein, das diese Doppelfunktion erfüllt, eine Funktion auszufüllen, von der es selbst ein Teil ist.

5. Damit stellt sich aber als nächste Frage, was denn zwischen dem Zeichen und seinem Objekt vermittle, nachdem das Zeichen ja offenbar imstande ist, zwischen Subjekt und Objekt zu vermitteln. Die geniale Lösung wurde für die Logik von Gotthard Günther und Rudolf Kaehr vorgeschlagen: Die Dichotomie wird einfach aufgelöst, indem sie auf eine proömiell genannte Relation zurückgeführt wird, die neben Ordnungs- auch Austauschrelationen zulässt. Damit sind die in Abschnitt 1 genannten Austauschpaare möglich. Logisch bedarf es dazu der Aufhebung des Identitätssatzes, indem das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten durch ein Gesetz des ausgeschlossenen Vierten, Fünften, ... ersetzt wird. Man bringt also die Identität nicht aus der Logik heraus, sondern verschiebt sie auf eine nächst höhere Stufe. Dadurch gehören nun beide Glieder der Dichotomie der gleichen Kontextur an, womit natürlich die Kontexturgrenze verschwindet, etwa so, wie wenn man zwei Wohnungen zusammenlegt, indem man die Zwischenmauern niederreisst. Urbild und Abbild werden dadurch allerdings ununterscheidbar, und ebenso Zeichen und Objekt, Subjekt und Objekt, Leben und Tod, Mann und Frau, Sonne und Mond, usw. Offenbar erkauft man sich die Öffnung der Kontexturgrenzen und damit die Reversibilität der Transgression nur um den Preis der Ununterscheidbarkeit der absoluten Glieder, die jetzt in einer coincidentia oppositorum zusammenfallen. Was nützt es also, ins Jenseits schauen zu können, wenn wir Diesseits und Jenseits nicht mehr unterscheiden können, da der Fall des Identitätssatzes ja die Ununterscheidbarkeit impliziert? Was hilft uns die Introspektion in das Du, wenn es plötzlich wie das Alter Ego erscheint? Das ist genau die Überlegung, an der die ebenso schönen wie falschen Jenseitsmärchen scheitern, die nach dem folgenden Muster gestrickt sind: Zwei Freunde versprechen sich, dem andern den Trauzeugen zu machen, wenn er denn heiratet. Nun stirbt aber einer der Freunde, und der andere heiratet. Um sein Versprechen nicht zu brechen, geht der lebende Freund

zum Grab des Toten und bittet ihm, sein Trauzeuge zu sein. Da öffnet sich das Grab, der Tote steigt herauf, und bevor er seines Amtes walten kann, überwältigt den lebenden Freund die Neugier, und er fragt den Toten, ob er nicht einen kurzen Blick ins Jenseits tun könne. Dieser bejaht, und als der Freund nach einer Viertelstunde wieder ins Diesseits zurückkehrt, findet er dieses so verändert, dass er sich gar nicht mehr auskennt. – An dieser Stelle erklären alle Märchen umständlich, dass nun plötzlich Autos kreischen und Flugzeuge brausen, wo früher Pferdekutschen ächzten, dass aus der Pfarrei ein Bischofssitz geworden sei, und dass die Vierteilstunde in „Wahrheit" dreihundert Jahre gewesen sind, usw., aber der entscheidende Punkt ist, dass der lebende Freund, aus dem Jenseits zurückgekehrt, nicht mehr dazu kommt, im Diesseits etwas über das Jenseits zu erzählen. Hier zeigt sich also die eminente Kraft der Kontexturgrenze in stark poetischer Ausmalung.

6. Werfen wir zum Schluss noch einen Blick auf die sozusagen praktische Entstehung von Kontexturgrenzen. Ein Subjekt, das imstande ist, ein Objekt A für ein Objekt B zu setzen (das Objekt B durch das Objekt A zu substituieren), stellt damit selbst eine Kontexturgrenze zwischen A und B auf. Er kann z.B. eine Haarlocke seiner Geliebten abschneiden oder die Frau photographieren usw. Die Vorteile sind, dass er das Bild, d.h. ein Zeichen oder einen realen Teil, d.h. einen Index (und damit wieder ein Zeichen) seiner Geliebten besitzt und vor allem dass diese nicht mehr örtlich und zeitlich anwesend sein muss, wenn sie der Freund „sehen" will. Der Zeitpunkt t(A) und der Zeitpunkt t(B) sowie der Ort l(A) und der Ort l(B) können damit also paarweise verschieden werden. Nun treffen wir auch hier die für Kontexturgrenzen typische Monolateralität an: Der Freund kann zwar jederzeit seine Freundin durch eine Photographie zum Zeichen erklären, aber das Umgekehrte ist nicht möglich: Mag er auch so oft in der örtlichen und zeitlichen Ferne die Photographie küssen, so wird sie sich niemals in seine Freundin verwandeln. Man kann nun zwar argumentieren, dass eine Vermittlung zwischen A und B es im Grunde bewerkstelligen müsste, um die Gleichungen t(A) = t(B) sowie l(A) = l(B) aufzustellen, aber ist sich wenig bewusst, dass die Physik sich nicht nach den Gesetzen der Logik richtet. Man könnte sich nun zwar eine relativistische Umwelt so vorstellen, dass die Gleichungen durch Einstein-Rosen-Brücken einigermassen erfüllt werden, dadurch, dass z.B. durch das Küssen des Photos (Zeichens) sich ein Wurmloch bildet, wodurch die Geliebte in nullkommanichts aus ihrem Ort l(B) und ihrer Zeit t(B) an den Ort l(A) und die Zeit t(A) ihres Freundes transportiert wird, aber das wäre erstens ein vom logischen unabhängiger Vorgang, und zweitens liegen solche Korrelationen zwischen logischen bzw. semiotischen Vorgängen einerseits und physikalischen Vorgängen anderseits bis heute vollkommen im Dunkeln. Etwas unwissenschaftlich, ganz bestimmt aber unbefriedigend müsste man eigentlich sagen: Seine Fähigkeit, A durch B zu substituieren, bezahlt ein Subjekt damit, dass es statt des Objektes einen schlechten Abklatsch davon bekommt. Das Subjekt kann nämlich beim geliebten Objekt bleiben und die Zeichen zur Vermittlung zwischen

Subjekt und Objekt einsetzen anstatt zur Substitution des Objektes. Bilateralität in Substitutonen gibt es nämlich nur dort, wo Substituendum und Substitutum identisch sind, und Identität besagt, dass sich ein A und B durch kein einziges Merkmal unterscheiden, d.h. dass der Durchschnitt ihrer Merkmalsmengen leer ist, und dies ist beim Zeichen definitionsgemäss nicht der Fall, da sonst kein Bedürfnis da wäre, ein Objekte überhaupt durch ein Zeichen zu substituieren.

Literatur

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 1. Hamburg 1975, S. 1-75

Zeichen und Transzendenz

1. Ein Zeichen setzen bedeutet, ein Objekt A an einer Stelle l0 zu einem Zeitpunkt t0 durch ein Objekt B so zu ersetzen, dass B an einer Stelle l1 zu einem Zeitpunkt t1 auf A referiert:

$\dashv Z \equiv B(l0,t0) \rightarrow A(l1,t1)$

2. Ein Zeichen substituiert nun zwar sein Objekt, eliminiert es aber nicht. Die Welt wird also durch jene Menge an Merkmalen, welche das Zeichen und sein Objekt gemein haben, verdoppelt:

$$\mathcal{M}(\Omega) \rightarrow (\mathcal{M}(\Omega) + (\mathcal{M}(\Omega) \cap \mathcal{M}(Z)) \equiv \mathcal{M}(A) + ((\mathcal{M}(A) \cap ((\mathcal{M}(B))$$

3. Es gibt 4 verschiedene Stufen der mengenteoretischen Beziehungen zwischen Zeichen und Objekt.

3.1. Das Icon oder Abbild

$$\mathcal{M}(A) \cap \mathcal{M}(B) < 1,$$

d.h. $|\mathcal{M}(A)| \approx |\mathcal{M}(B)|$

3.2. Der Index mit Tangentialpunkt

$$\mathcal{M}(A) \cap \mathcal{H}(\mathcal{M}(B)) \neq \varnothing,$$

d.h. $[\mathcal{M}(A) = (a_1, a_2, a_3, \ldots, a_i, \ldots, a_n) \wedge \mathcal{M}(B) = (b_1, b_2, b_3, \ldots, b_i, \ldots, a_n)] \rightarrow \exists!\ a_i = b_i$

Ein Beispiel ist ein Weg, der zu einer Stadt führt, diese also in einem Punkt berührt.

3.3. Der Index mit Tangentialpunkt

$$\mathcal{M}(A) \cap \mathcal{H}(\mathcal{M}(B)) = \varnothing,$$

d.h. $[\mathcal{M}(A) = (a_1, a_2, a_3, \ldots, a_i, \ldots, a_n) \wedge \mathcal{M}(B) = (b_1, b_2, b_3, \ldots, b_i, \ldots, a_n)] \rightarrow \neg\exists\ a_i = b_i$

Ein Beispiel ist ein Wegweiser, der in die Richtung einer Stadt weist, diese aber natürlich nicht berührt.

3.4. Das Symbol

$$\mathcal{M}(A) \cap \mathcal{M}(B) = \varnothing,$$

d.h. $| \mathcal{M}(A) | \neq | \mathcal{M}(B) |$

4. Wie man erkennt, ist es also unmöglich, dass ein Zeichen sein Objekt „erreicht", d.h. dass .$| \mathcal{M}(A) | = | \mathcal{M}(B) |$ gilt. Dieses wäre nur dann der Fall, wenn Zeichen und Objekt identisch wären

$$A \equiv B := \forall F.\ F(a) \leftrightarrow F(b),$$

d.h. also, wenn es kein Merkmal gäbe, durch welches sich A und B unterschieden. In diesem Fall gäbe es allerdings keinen Grund, A durch B zu ersetzen.

5. Es gibt somit nur dann einen Grund, ein Objekt durch ein Zeichen zu ersetzen, wenn Objekt und Zeichen nicht identisch sind. Damit zwei Objekte nicht identisch sind, muss jedoch der logische Identitätssatz (bzw. die verwandten Sätze des ausgeschlossenen Dritten und des Widerspruchs) gelten, und in den bisher besprochenen Fällen gilt er innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik, d.h. zwei Objekte sind entweder identisch oder sie sind es nicht. Nun kann man eine 3-wertige Logik mit ausgeschlossenem Vierten konstruieren, das die folgenden Identitäten aufweist:

$$1 \equiv 2,\ 2 \equiv 3,\ 1 \equiv 3,$$

wobei $1 \equiv 2$ die klassische 2-wertige Identität ist. Hebt man also diese auf, gibt es zwar immer noch zwei Identitäten, aber mit dem Fall der klassischen Identität wird natürlich impliziert, dass wir nun

$$| \mathcal{M}(A) | = | \mathcal{M}(B) |$$

haben, d.h. dass Zeichen und Objekt identisch werden. Auf dieser fortgesetzten Aufhebung von Seinsdentitätssätzen und Schaffung neuer Reflexionsidentitäten beruht die ganze Günther-Logik, und es ist daher bald, z.B. bei Kronthaler (1992), die Idee der „Heirat von Semiotik und Struktur" durch Aufhebung der „Objekttranszendenz des Zeichens" aufgetaucht. Hierzu ist allerdings zu sagen, dass sich mit dem Verfahren der progressiven Elimination von Seinsidentitäten nichts daran ändert, dass ein Zeichen, das mit seinem Objekt identisch ist, von diesem ununterscheidbar ist. Das ist Kronthaler im Grunde natürlich klar, und deshalb greift er neben der Stellenwertlogik auf eine weitere Theorie Günthers zurück, nämlich die Keno- und Morphogrammatik. Diese beruht auf derElimination der Werte (Zahl-, Zeichen- und logische Werte), wobei nurmehr Leerformen oder Platzhalter zurückbleiben, in die Werte eingesetzt werden können. Mit diesem Verfahren kann nun neben der Objekttranszendenz auch das nach Kronthaler zweite Limitationstheorem der Zeichen, die Zeichenkonstanz, aufgehoben werden, d.h. es wird durch eine in Morphogrammen realisierte Strukturkonstanz ersetzt. Das Problem, das sich hier jedoch stellt, ist, dass Zeichen ohne Zeichenkonstanz nicht mehr erkennbar sind, und weil sie nicht mehr erkennbar sind, sind sie auch nicht mehr zu kommunikativen Zwecken verwendbar.

Zusammengefasst lässt sich also sagen: Wird das Theorem der Objekttranszendenz aufgehoben, werden Zeichen und Objekt identisch, und die Schaffung eines nicht-vorgegebenen Zeichens zusätzlich zu den vorgegebenen Objekten ist daher sinnlos. Wird ferner das Theorem der Zeichenkonstanz (Materialität) der Zeichen aufgehoben, verlieren die Zeichen ihre Erkennbarkeit (die ja z.B. von Saussure negativ, d.h. in gegenseitiger Opposition zueinander, definiert worden war) und damit ihren Sinn, nämlich denjenigen der Kommnunikation. Ergänzend sollte auch noch erwähnt werden, dass auf der Ebene der Keno- und Morphogrammatik wegen der Erweiterung und Aufspaltung der Peano-Zahlen in die drei Gruppen der qualitativen Zahlen (Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen) das Peanosche Induktionsaxiom natürlicher Zahlen nicht mehr formulierbar ist, d.h. es gibt keine Nachfolgerelation mehr bei Keno- und Morphogrammen. Mit der Nachfolgerelaton fällt aber natürlich auch die Peircesche Definition des Zeichens als einer verschachtelten Relation einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation (1→2.→3) weg, so dass das Zeichen auch nicht relational definiert werden kann. (Die Kronthalersche Mathematik der Qualitäten stellt vom Standpunkt der quantitativen Mathematik her nicht einmal ein Gruppoid dar.)

6. Es gibt somit keine Möglichkeit, Zeichen und Objekt miteinander zu „verheiraten" (vgl. Toth 2003). Sobald man ein Objekt A durch ein Objekt B ersetzt (d.h. das Objekt A zum Zeichen B „erklärt" bzw. „thetisch einführt"), entsteht eine Kontexturengrenze zwischen A und B, die A und B auf ewig voneinander scheidet, falls A und B nicht identisch sind, und das können sie, wie oben ausgeführt wurde, nicht sein. Zeichen und Objekt können somit mit logischen Tricks zwar zur Koinzidenz gebracht werden, aber **die Idee der Polykontexturalitätstheorie, dass Zeichen und Objekt erkenntnistheoretisch bzw. logisch und semiotisch geschieden innerhalb ein und derselben Kontextur (d.h. entweder „dem Diesseits" oder „dem Jenseits") koexistieren können, gibt es nicht.**

7. Ein Zeichen kann somit **entweder** im „Diesseits“ **oder** im „Jenseits“ existieren, wobei wir in Übereinstimmung mit Günther (1979) unter „Jenseits“ die Menge der (nicht-klassischen) Reflexionsbereiche meinen. Allgemein hat eine n-wertige Logik (n-1) Jenseitse, wobei das eine Jenseits jeweils für den (klassischen) Bereich der Seinsnegation reserviert ist. Das Verdienst, ein Notationsverfahren für „jenseitige“ Zeichen eingeführt zu haben, gebührt Kaehr, der in Kaehr (2008) die Kontexturenzahlen als Indizes für Zeichenrelationen und in Kaehr (2009) den Morphogrammen nachempfundene Strukturdiagramme eingeführt hat.

8. Von allen Dichotomien dürfte diejenige von Zeichen/Objekt die ursprüngliche sein, da sie auf alle Zeichen anwendbar ist und nicht nur die die sprachlichen Aussage-Zeichen wie die logische Dichotomie von Wahr/Falsch bzw. Objekt/Subjekt – ganz zu schweigen von späteren wie Ich/Du oder Diesseits/ Jenseits, usw. Entscheidet sich der Mensch also, ein Objekt zum Zeichen zu erklären, schafft er damit auch die Urform des Jenseits, indem die automatisch auftretende Konjekturgrenze die beiden Glieder der Dichotomie absoluten voneinander trennt. Demzufolge ist also die Peircesche Konzeption einer „immanenten“, d.h. „nicht-transzendentalen“ Semiotik, wie sie vor allem von Bense (1976) im Anschluss an Hausdorff (1976) ausgebaut wurde, ein ganz und gar unhaltbares Konzept. De facto ist es so, dass innerhalb der Semiotik nur bereits bezeichnete Objekte, und zwar qua Objektbezügen, existieren, d.h. die Semiotik enthält von der transzendenten Relation von Objekten und Zeichen nur die Zeichen. Der thetische Introduktionsprozess als transzendentaler Akt ist damit aussersemiotisch, und die Beziehungen zwischen „semiotischem Raum“ und „ontologischem Raum“ (Bense 1975, S. 65 f.) bleiben in der Terminologie stecken. Konkrete Zeichen, die über effektive, d.h. nicht relational bereits abstrahierte, Zeichenträger (Mittel vs. Mittelbezüge) verfügen, sind daher in dieser Semiotik überhaupt nicht behandelbar. Stimmt man dagegen mit der auf der Hand liegenden These überein, dass die Zeichenschöpfung selbst bereits ein semiotischer Akt ist, dann gehört auch die mit dem Zeichen geschaffene Objekttranszendenz ebenso wie das Objekt selbst in die Semiotik. Damit verbietet sich auch ganz natürlich eine absonderliche Idee wie die Pansemiotik. Peirce eigene Theorie ist dagegen weniger als pansemiotisch zu bezeichnen, sondern eher als aprioritätsleugnerisch. Gibt man das Hirngespinst einer nicht-transzendentalen Semiotik auf, so muss man logischerweise auch die weiteren Phantasmen ihrer Nicht-Apriorität und Nicht-Platonizität (Gfesser 1990, S. 133) aufgeben.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Externe und interne semiotische Transzendenz

1. Sobald man ein Objekt A durch ein Objekt B ersetzt (d.h. das Objekt A zum Zeichen B „erklärt" bzw. „thetisch einführt"), entsteht eine Kontexturengrenze zwischen A und B, die A und B auf ewig voneinander scheidet, falls A und B nicht identisch sind, und das können sie, wie in Toth (2010) gezeigt, deshalb nicht sein, weil sich die Substitution sonst schlicht erübrigte. Wie aus der Polykontexturalitätstheorie bekannt, können Zeichen und Objekt zwar mit logischen Tricks zur Koinzidenz gebracht werden, aber **die Idee der Polykontexturalitätstheorie, dass Zeichen und Objekt erkenntnis-theoretisch bzw. logisch und semiotisch geschieden innerhalb ein und derselben Kontextur (d.h. entweder „dem Diesseits" oder „dem Jenseits") koexistieren können, gibt es nicht.**

2. Daraus folgt nun, dass ein Zeichen somit **entweder** im „Diesseits" **oder** im „Jenseits" existieren kann, wobei wir in Übereinstimmung mit Günther (1979) unter „Jenseits" die Menge der (nicht-klassischen) Reflexionsbereiche meinen. Allgemein hat eine n-wertige Logik (n-1) Jenseitse, wobei das eine Jenseits jeweils für den (klassischen) Bereich der Seinsnegation reserviert ist. Das Verdienst, ein Notationsverfahren für „jenseitige" Zeichen eingeführt zu haben, gebührt Kaehr, der in Kaehr (2008) die Kontexturenzahlen als Indizes für Zeichenrelationen und in Kaehr (2009) den Morphogrammen nachempfundene Strukturdiagramme eingeführt hat. Damit ist es also möglich, die Bereiche der realen bezeichneten Objekte dadurch in die Semiotik einzuführen, dass Zeichenrelationen in verschiedenen Kontexturen fungieren können und dass der Fall der Peirceschen Semiotik lediglich die 1- oder monokontexturale Variante eines theoretisch unendlich kontexturierten semiotischen Systems darstellt. Weil sich die Kontexturen $K > 1$ effektiv auf externe ontologische und logische Bereiche beziehen, sprechen wir in diesem Fall von **externer semiotischer Transzendenz** (wobei natürlich vom Zeichen aus gesehen das Objekt und vom Objekt aus gesehen das Zeichen transzendent sind).

3. Diese Konzeption der externen semiotischen Transzendenz ist eine bedeutende Erweiterung der Theoretischen Semiotik, denn die Peircesche Semiotik ist insofern pansemiotisch als sie die Wahrnehmung aprorischer Objekt leugnet: „Gegeben ist, was repräsentiert ist" (Bense 1981, S. 11), d.h. wenn wir ein Objekt wahrnehmen, ist es bereits repräsentiert – und damit ein Zeichen. Es dürfte wesentlich zum praktischen Untergang der Peirce-Semiotik beigetragen haben, dass solchem Unsinn bis heute nicht widersprochen ist. Allein das Bensesche „Invarianzprinzip" (1975, S. 39 ff.), dass im wesentlichen besagt, dass ein Zeichen, das ein Objekt bezeichnet, dieses Objekt nicht verändern kann, stellt ja klar heraus, was ich andernorts als Axiom formuliert hatte: Dass nämlich bei der Umwandlung eines Objektes in ein Metaobjekt (und damit in ein Zeichen, vgl. Bense 1967, S. 9) das Objekt selbst bestehen bleibt. Durch die Semiose

wird also sozusagen die Welt verdoppelt; zusätzlich zum „ontologischen Raum" wird ein „semiotischer Raum" (Bense 1975, S. 65 f.) produziert. Die geringste Konsequenz hieraus ist natürlich, dass das, was durch das Zeichen nicht berührt wird, nämlich das Objekt, tatsächlich existiert – und sogar als dem Zeichen vorgegenes.
Von hier aus hätte eigentlich der Schluss bereits für Peirce nahe gelegen, dass die Semiotik gerade deshalb transzendent sein muss, da sie mit der Zeichensetzung eines Kontexturgrenze zwischen dem Zeichen und dem Objekt errichtet und die beiden dadurch absolut gewordenen Begriffe als transzendent zueinander sind. Was Peirce im Grunde behauptet, ist, dass wir apriorische Objekte nicht wahrnehmen können, weil wir sie bereits beim Betrachten in irgendeiner Form für unsere Sinne „filtern". Das ist aber nicht dasselbe, wie ein Objekt zum Zeichen zu erklären. Wie ich in Toth (2008) dargelegt hatte, muss daher zwischen ontologischem und semiotischem Raum noch eine präsemiotische Ebene angenommen werden. Sonst werden Wahrnehmung und Zeichensetzung identisch, und wir sind wirklich alle Semiotiker einfach darum, weil wir sehen können.

Mindestens als Arbeitshypothese müssen also die Objekte und also der ontologische Raum bestehen bleiben, denn ganz offenbar sind die Objekte ja vor-gegeben, d.h. es gibt vor unserer Wahrnehmung und daher primär unabhängig von ihnen. Es spricht somit überhaupt nichts gegen die Annahme aprorischer Objekte; diese Annahme drängt sich im Gegenteil im Sinne des common sense auf. Dass man damit auch die dritte „definitorische" Eigenschaft der Peirceschen Semiotik, die Platonizität, beerdigen muss, versteht sich von selbst. Im Gegensatz zu den Angaben bei Gfesser (1990, S. 133) ist die Semiotik daher ein transzendentales, apriorisches und platonisches Organon. Sie mag sich damit stärker von der Mathematik entfernen, als es Peirce lieb gewesen ist, aber dies auch nur teilweise und vor allem nur scheinbar.

4. Im Rahmen der absolut-immanenten oder besser nicht-transzendentalen, nicht-apriorischen und nicht-platonischen Peirce-Semiotik hat man sich deshalb eines Tricks bedient, die mit der Abschaffung der Transzendenz ebenfalls abhanden gekommene Subjekts- und Objektsdifferenzierung sozusagen durch die Hintertür wieder hereinzuschleusen, nämlich durch die von Bense erfundenen Realitätsthematiken. Formal ist eine Realitätsthematik genau dasselbe wie eine Zeichenklasse, nur ist sie ihre konverse Relation, d.h. es gilt

$$\text{Rth} = \text{Zkl}^{\circ} = (3.a\ 2.b\ 1.c)^{\circ} = (c.1\ b.2\ a.3),$$

doch wird nun die Zeichenklasse als Subjektpol und die Realitätsthematik als Objektpol der Erkenntnis bestimmt (Gfesser 1990), wofür es zwar nicht inhaltlich, aber wie hier (und nicht bei Peirce) gezeigt wird, formal einen Anhaltepunkt gibt: Da Realitätsthematiken und Zeichenklassen zueinander in der Relation von Vollinversionen stehen (d.h. sowohl die Subzeichen wie die ganze Relation werden invertiert), kann man die Realitätsthematik als (2-wertige) Negation der Zeichenklassen und vice versa auffassen. Damit sind also Subjekt und Objekt bis auf ihre Zuschreibung zu einer der beiden Klassen definiert. Schliesslich und endlich ist damit eine Zeichenklasse ihrer Realitätsthematik und eine Realitätsthematik ihrer Zeichenklassen transzendent, d.h. die Dualisation fungiert als Transoperation, indem sie Triaden und Trichotomien vertauscht. Wir können somit im Gegensatz zu externen in diesem Fall von **interner semiotischer Transzendenz** sprechen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2.Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zeichen und Transzedenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Was ist überhaupt ein Zeichen?

1. Mein mehr als 2000seitiges und 4-bändiges Werk „Ontologische, disponible und semiotische Kategorien" musste ich bedauerlicherweise mit der höchst pessimistischen Feststellung abschliessen: "Im Grunde weiss niemand, was eigentlich ein Zeichen ist" (Toth 2009, S. 2124). Wenn ich ein Etwas nehme und es zum Zeichen erkläre, dann bleibt zwar dieses Etwas bestehen, da nach dem Benseschen Invarianzprinzip (Bense 1975, S. 39 ff.) das Zeichen sein Objekt nicht beeinflussen kann, allerdings ist aber dieses Etwas gleichzeitig „kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu Etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9). Dieses semiotische Dilemma hat nun drei Implikationen:

1. Wenn das Objekt ist, dann muss das Zeichen notwendigerweise nicht sein, d.h. das Zeichen existiert nicht.

2. Wenn das Objekt durch ein anderes Objekt substituiert wird, d.h. wenn das Substituens nicht das Nichts und das Substituendum nicht das Sein ist, so muss das Substituens ein Anderes Sein sein. Dann ist aber das Zeichen selbst wiederum ein Objekt.

3. In einer 2-wertigen Logik, in der es keine Vermittlung gibt, sind die genannten 2 Alternativen die einzigen: das Zeichen als Anderes ist entweder das Nichts oder ein anderes Sein. Geht man hingegen von einer 3-wertigen Logik aus, kann man die zusätzliche Subjektposition als Mediativum zwischen Objekt und Zeichen einsetzen.

2.1. Das Schema für diese Alternative sieht wie folgt aus:

Objekt	Zeichen
Objekt	Subjekt
Sein	Nichts

2.2. Diese Alternative führt zu einem circulus vitiosus, denn wenn ich das Objekt statt durch das Zeichen durch ein Objekt erkläre, muss ich ja das zweite Objekt zu ein drittes, das dritte durch ein viertes ... ersetzen, ohne dass ich je zum Punkt komme, wo ich die Reihe durch ein Zeichen abbrechen kann. Das (n+1)-te Objekte trägt gar nichts zur Zeichenwerdung des n-ten Objektes bei, so dass dieser Umweg nicht nur zirkuklär, sondern vollkommen sinnlos ist. Damit fällt also diese 2. Alternative weg.

2.3. Obwohl Bense im selben Buch feststellte: „Die semiotische Denkweise ist keine strukturelle“ (1975, S. 22), d.h. die Semiotik klar als monokontextural auswies, geht er bei der folgenden Definition des Zeichens von einer Vermittlung und damit von einer mindestens 3-wertigen polykontexturalen Logik aus: Das Zeichen vermag „die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein (...) zu thematisieren“ (1975, S. 16). Das Zeichen ist hier also nicht einfach das Nichts der Subjektivität, sondern eine Funktion über den zwei Variablen Objektivität und Subjektivität, vergleichbar der Hegelschen Bestimmung des Werdens. Eine sehr ähnliche Konzeption findet sich auch ein Jahr später, wenn Bense die Repräsentativtät als Funktion zwischen Ontizität und Semiotizität definiert. Der Unterschied zwischen den beiden Konzeptionen besteht darin, dass nach der ersten das Zeichen zwischen ontologischen und nach der zweiten zwischen semiotischen Kategorien vermittelt. Danach ist also Repräsentativität eine Vermittlung der Vermittlung.

3. Von unseren ehemals drei Alternativen sind also die folgenden beiden übrig geblieben: Das Zeichen ist entweder ein Nichts. Dann aber kann man in einer monokontexturalen Welt nichts mehr dazu sagen, es ist unbestimmbar, und die Aussage, dass das Zeichen als Substitutens eines Etwas notwendig das Nichts sein muss, ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass das Zeichen nicht existiert, dass es keine Zeichen gibt. Oder aber das Zeichens ist eine zwischen Sein und Nichts, zwischen Objekt und Subjekt vermittelnde Funktion. Dann aber ist es nach Günther ebenfalls ein Nichts, nur ein Nichts, das sich in mindestens zwei statt nur einer Subjektposition abspielt. Im Gegensatz zum Nichts einer 2-wertigen aristotelischen Logik ist das Nichts einer 3-wertigen nicht-aristotelischen Logik strukturierbar, und es ist desto besser strukturierbar, je höher die Anzahl der zur Verfügung stehenden ontologischen Orte, d.h. Subjektpositionen sind. Für diese beiden Alternativen sind nun kürzlich Lösungen vorgeschlagen worden.

3.1. Die erste Lösung besteht darin, das monokontexturale Nichts der Zeichen dadurch zu strukturieren, dass man es kontexturiert (Kaehr 2008). Das grosse Problem besteht hier allerdings darin, dass man zuerst die Zeichenklassen bzw. die semiotischen Kategorien haben muss, aus denen das Nichts des Zeichens besteht, bevor man seine monokontexturale Struktur auflösen bzw. „disseminieren“ kann. Welches sind aber die Kategorien des Nichts? Bisher gab es nur Kategorien des Seins, und eine Metaphysik des Todes ist trotz Günther (1957) und Toth (2007) weiterhin ein Desiderat. Dass der Trick aber funktioniert, so zu tun, als gäbe es Kategorien des Nichts, d.h. die semiotischen Fundamentalkategorien, ist im Grunde ganz erstaunlich. Ein (theoretisch allerdings nicht sehr weit führender) Versuch der Einführung explizit negativer Kategorien wurde bereits in Toth (2001) gemacht.

3.2. Die zweite Lösung besteht darin, die Peircesche Semiotik direkt auf den Kenogrammen und Morphogrammen, den Strukturationen des Nichts, aufzubauen (Toth 2003, 2009a-e). Hier wird also die folgende Feststellung Kronthalers berücksichtigt: „Die Repräsentationszeichen sind Zeichen für anderes, die Keno'zeichen' sind Zeichen an sich und für sich sowie für anderes" (1986, S. 19). Kenogramme markieren als Platzhalter von Qualitäten die ontologischen Orte, wo logische, mathematische und semiotische Werte eingeschrieben werden können, sie selbst aber „sind" nur in ihrer Relationalität, d.h. sie markieren die Spur bzw. die Differenz selbst, von der Derrida gesagt, sie existiere nicht (Barthes/Derrida, in: Foucault 1968, S. 60). Die Ebene der Keno- und Morphogramme ist also die Ebene der semiotischen Präsentation, die in der Semiotik nur bereits repräsentiert im semiotischen Teilsystem der Realitätsthematiken angesiedelt wurde (vgl. Bense 1975, S. 84).

3.3. Die konkrete Lösung sieht also so aus:

3.3.1. Wir nehmen an, dass es das Nichts gibt (das folgt daraus, dass angenommen wird, dass es das Sein gibt), und dass sich dieses Nichts in seiner Negativität strukturieren lässt. Als Bausteine dieser Struktur setzen wir die von Günther (1976-80) eingeführten Kenogramme, die sich zu Morphogrammsequenzen beliebiger Länge, den Kontexturen, zusammensetzen lassen, wobei von den sechs mathematischen Schadach-Transformationen (vgl. Mahler 1993, S. 46) drei zu der Unterteilung jeder Kontextur in Proto-, Deutero- und Trito-Struktur führen, abhängig von der Art der Wiederholung der Kenozeichen in den Sequenzen (vgl. Kronthaler 1986, S. 20 ff.).

3.3.2. Da wir eine triadische Semiotik im Auge haben, wählen wir Morphogramme der Kontextur K = 3. Nach 3.3.1. ergeben sich folgende drei Strukturen:

3.3.2.1. Proto-Struktur

000
001
012

card(Proto) = 3

3.3.2.2. Deutero-Struktur

000
001
012

card(Deut) = card(Proto) = 3

3.3.2.3. Trito-Struktur

000
001
010
011
012

card(Trit) = 5

3.3.3. Anstatt nun die Kenogramme mit den natürlichen Zahlen $\mathbb{N} \cup \{0\}$ zu belegen und zu einer Mathematik der Qualitäten zu gelangen, oder anstatt sie mit logischen Werten {0, 1, 2, 3, ..., n}zu belegen, um zu einer polykontexturalen Logik zu gelangen, belegen für die drei Kenosymbole 0, 1, 2 bzw. □△☼ mit logisch-erkenntnistheoretischen Relationen, wobei z.B. gelte

0 → Es
1 → Ich
2 → Du

Wir bekommen dann folgende belegte Proto-, Deutero- und Trito-Struktur:

PS = DS	TS
000 → EsEsEs	000 → EsEsEs
001 → EsEsIch	001 → EsEsIch
012 → EsIchDu	010 → EsIchEs
	011 → EsIchIch
	012 → EsIchDu

Wie man erkennt, wird also in allen drei Wiederholungsstrukturen die reine objektale Es-Struktur bis hin zur maximalen Subjektstruktur mit Gleichverteilung der drei logisch-erkenntnistheoretischen Relationen aufgebaut. Im Falle der 4-kontexturalen tetradischen Trito-Semiotik mit dem Zusatzwert

3 → Wir

hätten wir dann:

0000 → EsEsEsEs
0001 → EsEsEsIch
0010 → EsEsIchEs
0011 → EsEsIchIch
0012 → EsEsIchDu
0100 → EsIchEsEs
0101 → EsIchEsIch
0102 → EsIchEsDu
0110 → EsIchIchEs
0111 → EsIchIchIch
0112 → EsIchIchDu
0120 → EsIchDuEs
0121 → EsIchDuIch
0122 → EsIchDuDu
0123 → EsIchDuWir

3.3.4. Ist man nun auf der maximalen 3-kontexturalen (oder 4-kontexturalen) Stufe angelangt, kann man die logisch-erkenntnistheoretisch Funktionen mit semiotischen Werten belegen. Eine „natürliche" Belegung ist:

0 → Es → Objektbezug
1 → Ich → Interpretantenbezug
2 → Du → Mittelbezug

Erklärungsbedürftig ist lediglich die Zuweisung des logisch-erkenntnistheoretischen Du zum semiotischen Mittelbezug. Dieser wird hier als objektives Subjekt und damit als Vermittlung zwischen Objekt- und Interpretantenbezug aufgefasst, also genauso wie dies Peirce mit seiner Bezeichnung des „Repräsentamen" für den Mittelbezug intendierte und wie dies in Benses semiotischer Konzeption des Kommunikationsschemas geschehen ist, wo der Mittelbezug als zwischen Sender-Objektbezug und Empfänger-Interpretantenbezug vermittelnder Kanal fungiert (Bense 1971, S. 40).

3.3.5. Es wäre nun allerdings falsch, würden wir sogleich die numerischen semiotischen Werte in die obigen Abbildungsreihen einsetzen. Wir müssen uns vielmehr bewusst sein, dass die Notation der qualitativen Zahlen als 000, 001, ..., 012 ja rein konventionell ist und dass wegen der Struktur- statt Zeichenäquivalenz auf der Kenogrammebene ja z.B. gilt

$000 \cong 111 \cong 222 \cong 333 \cong ...$

Wenn wir also z.B. die folgenden üblichen Zuweisungen zwischen den semiotischen Bezügen und den numerischen Kategorien vornehmen:

0 → Es → Objektbezug → 2
1 → Ich → Interpretantenbezug → 3
2 → Du → Mittelbezug → 1,

dann gilt natürlich wegen der Strukturäquivalenz im Prinzip beliebiger Austausch der qualitativen Zahlen, solange sie die Struktur nicht angreifen, d.h. wir bekommen mit den Zuweisungen z.B.

000 → (111, 222, 333)
001 → (112, 113, 223)
012 → (123)

Wenn wir festsetzen, dass die so erzeugten eindeutig-mehrmöglichen Abbildungen der qualitativen Zahlen auf die semiotischen Werte die trichotomischen semiotischen Werte sein sollen, dann erhalten wir wegen der Konstanz der triadischen Werte sowie ihrer Ordnung in jeder der 10 Peirceschen Zeichenklassen (3.x 2.y 1.z) mit $x, y, z \in \{.1, .2, .3\}$:

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)
001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)
011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)
012 → (3.1 2.2 1.3)

und somit sämtliche 10 Peirceschen Zeichenklassen zuzüglich die irregulären Zeichenklassen

010 → (3.1 2.2 1.1), (3.2 2.3 1.2).

Was wir also bekommen, wenn wir, startend mit der Strukturierung des Nichts durch Morphogramme und Belegung der Morphogramme zuerst mit logisch-erkenntnistheoretischen und dann mit semiotischen Werten, sind die 10 Peirceschen

Trichotomien, d.h. die Realitätsthematiken! Ferner sehen wir, dass diese einfach dadurch entstehen, dass sie als Sekundärwerte in einer „Prokrustes-Bett" der Ordnung

$a > b > c$ sowie $a, b, c \in \{1., 2., 3.\}$

gesteckt werden. Zeichenthematiken sind damit abgeleitete Realitätsthematiken, und diese entstehen durch Belegung des strukturierten Nichts! Da jedoch die numerischen semiotischen Werte nicht wie die numerischen Werte der natürlichen Zahlen für sich selbst stehen, sondern für die bereits abgeleieteten Kategorien Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug, war es nötig, die qualitativen Zahlen zunächst durch primäre logisch-erkenntnistheoretische Relationen zu belegen.

4. Kurzer Ausblick. In dem hier präsentierten semiotischen Modell, das die im Titel gestellte Frage „Was ist überhaupt ein Zeichen" zu beantworten versucht, sind wir also von den Kenogrammen ausgegangen und bei den Realitäten der Zeichen gelandet, während semiotische Modelle üblicherweise mit den Objekten beginnen und eine mehr oder minder mysteriöse „thetische Einführung" der Zeichen (Bense/Walther 1973, S. 26) voraussetzen, welche die Semiose vom Objekt zum Zeichen im Sinne der „Metaobjektivierung" vollziehen (Bense 1967, S. 9). Dadurch gerät man aber in Not, denn man transformiert damit ein Etwas in ein Nichts, das angeblich ein Zeichen für dieses Etwas sein soll. Das führt, wie eingangs gezeigt, nicht nur zu circuli vitiosi, sondern zu barem Nonsens. Da das Zeichen tatsächlich ein Nichts ist, strukturieren wir daher dieses Nichts auf der tiefsten präsentationellen Ebene der Kenogrammatik und transformieren es schrittweise bis hinauf zur repräsentationellen Semiotik. Man darf sich also mit Recht fragen, ob nicht die Güntherschen „Wörter" der „Negativsprache" (vgl. Günther 1978, S. 307 ff.), die sich durch Hamiltonkreise sowie „Permutogramme" (vgl. Thomas 1994) darstellen lassen, in Wahrheit die Zeichen selbst sind. Das semiosische Modell einer polykontexturalen, d.h. auf qualitativen anstatt quantitativen Zahlen beruhenden Semiotik führt somit vom Kenogramm zum Zeichen, und seine Umkehrung ist die Kenose, während das semiosische Modell der monokontexturalen Semiotik vom Objekt zum Zeichen, aber möglicherweise nie mehr zurück führt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Foucault, Michel, Théorie d'ensemble. Paris 1968
Günther, Gotthard, Ideen zu einer Metaphysik des Todes. In: Archiv für Philosophie 7, 1957, S. 335-347

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993
Thomas, Gerhard G., On Permutographs II. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), Gotthard Günther – Technik, Logik, Technologie. München 1994, S. 145-165
Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik.
In: Bernard, Jeff/Wihalm, Gloria (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics. Bd. I. Wien 2001, S. 117-134
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Ontologische, disponible und semiotische Kategorien. 4 Bde. Klagenfurt 2009
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Qual.%20sem.%20Zahlenth..pdf (2009a)
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Qual.%20sem.%20Zahlenth.%20II.pdf (2009b)
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie III. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Qual.%20Sem.%20Zahlenth.%20III.pdf (2009c)
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie IV. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Qual.%20sem.%20Zth.%20IV.pdf (2009d)
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie V. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Qual.%20sem.%20Zth.%20V.pdf (2009e)

Kenose oder thetische Einführung?

1. Obwohl ich dem im Titel stehenden Thema bereits eine grössere Anzahl von Arbeiten gewidmet hatte, wird es in Rudolf Kaehrs bisher jüngster Publikation (Kaehr 2010) wie folgt nochmals angeschnitten: „Similar to the ´Ancient´ Japanese and Chinese understanding of perception, the kenomic matrix is not presuming an apriori space, the matrix, but is put on stage, ´inszeniert´, by the action of perception. This is not identical to say, it is constructed or re-constructed, but it is understood as the chiastic interplay as such of ´configuration and restitution´" (Kaehr 2010, p. 8). Es also hier um nichts weiteres als den zentralen Prozess der Semiose, mit dem jede Semiotik steht oder fällt – und vielleicht sogar noch um mehr: ob wir Benses berühmt-berüchtigtes Axiom (1967, S. 9) der thetischen Einführung eines Zeichens als Metaobjektivation – und damit den grössten Teil der Semiotik – aufgeben müssen oder nicht.

2. Nach meiner eigenen, v.a. in Toth (2008a-c) niedergelegten Theorie, gibt es Gründe dafür anzunehmen, dass eine vollständge Semiotik nicht nur ein Paar

$\Sigma = <\Omega, ZR>$,

sondern ein Tripel

$\Sigma = <\Omega, DR, ZR>$

erfüllt, wobei DR (Menge der „disponiblen Relationen") auf einer zusätzlich zu den 3 Peirceschen Fundamentalkategorien zu stipulierenden 4. Kategorie der Nullheit anzusiedeln ist (vgl. Bense 1975, S. 40 ff., 45 ff., 65 ff.). Von besonderem Interesse ist Benses Bemerkung: „Der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase O^0, über denen der $r > 0$-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65).

Daraus folgt also, dass nach Bense (1975, S. 65) das Zeichen eine tetradische Relation über 4 Fundamentalkategorien ist

$ZR^* = {}^4({}^33, {}^22, {}^11, {}^00)$,

wobei 0^0 nichts anderes als das Objekt ist. Das heisst aber, ZR* ist im Gegensatz zur rein nicht-transzendenten Zeichenrelation ZR (vgl. Gfesser 1990, S. 133) eine partiell-transzendente Zeichenrelation, denn sie enthält ja nicht nur das Zeichen, sondern auch das von ihm bezeichnete Objekt. Damit enthält aber ZR* im Gegensatz zu ZR auch die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt:

$ZR^* (ZR \nparallel \Omega)$,

während für das Peircesche Zeichen gilt

$ZR = (M, O, I) \parallel \Omega$.

Die Einbettung des bezeichneten Objektes als 0-relationales, kategoriales Objekt in die Peircesche Zeichenrelation, also der Prozess $ZR \rightarrow ZR^*$, hat enorme

Konsequenzen für die Dreiheit von Logik, Mathematik und Semiotik – wie es scheint, die einzigen drei Wissenschaften, als deren gemeinsame tiefste Basis die Kenogrammatik (und Morphogrammatik) betrachtet werden kann, denn: „Qualitative Zahlen sind kenostrukturierte Wertzahlen“ (Kronthaler 1986, S. 26), dazu gehört aber auch die 0 (vgl. Toth 2003, S. 14). Bislang gehörte die Null ja nur zu den Repertoires der Logik und der Mathematik, die kenostrukturiert wurden, nicht aber zur Semiotik, als deren numerische Basis nach Bense (1980) ausdrücklich die „Primzeichen“, d.h. 1, 2, 3, galten. Streng genommen war es also vor ZR → ZR* unmöglich, die Semiotik zu kenostrukturieren im Sinne des folgenden Parallelismusschemas, wonach die Logik kenostrukturierte Wertzahlen mit der Interpretation „Wahrheitswerte“, die Mathematik kenostrukturierte Wertzahlen mit den Interpretationen „Kardinalität“ oder „Ordinalität“ und die Semiotik kenostrukturierte Wertzahlen mit den Interpretationen „Kardinalität“, „Ordinalität“ und „Relationalität“ thematisieren.

Nur am Rande sei bemerkt, dass der Parallelismus immer noch gestört ist, und zwar deswegen, weil die logischen Wertzahlen hier semiotisch, d.h. ausserlogisch interpretiert werden, und zwar im Sinne des Zutreffens oder Nichtzutreffends von Aussagen und nicht einfach durch die ordinale, kardinale oder relationale Struktur ihrer Wertzahlen. Wäre es möglich, die Logik als den Bereich der kenostrukturierten Ordinalität, die Mathematik als den Bereich der kenostrukturierten Ordinalität und Kardinalität und die Semiotik als den Bereich der kenostrukturierten Ordinalität, Kardinalität und Relationalität zu verstehen? Man könnte dann z.B. die Kaehrsche „Graphematik“ im Sinne einer vierten, alle 3 Hauptwissenschaften und sich selbst vermittelnden Wissenschaft begreifen.

3. Nach Benses Axiom gilt nun: „Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur was zum Zeichen erklärt wird“. Dazu gibt es jedoch zwei Lemmata: „Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden“ (1). „Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“ (2) (1967, S. 9). Daraus folgt nun vor allem, dass ein Zeichen zum Zeichen erklärt werden muss, d.h. dass Zeichen nicht (wie Objekte) vorgegeben sind. Damit müssen sie also offenbar einen Zweck erfüllen. Als Metaobjekte ersetzen sie Objekte durch Relationen. Wesen der Zeichen ist also offenbar die Substitution von Objekten durch Relationen zum Zwecke der Referenz. Ein Zeichen, das nicht referiert, kann nach Lemma 2 kein Zeichen sein, und nach Lemma 1 und 2 ist es kein Objekt mehr. Nun ist es aber eine offenkundige Tatsache, dass die Objekte selbst, auch wenn sie zum Zeichen, d.h. Metaobjekten, erklärt werden, bestehen bleiben: Wenigstens theoretisch kann ich das Taschentuch, das ich verknote, um mich morgen an etwas zu erinnern, immer noch als Taschentuch verwenden.

Es gibt aber weitere, gravierendere Probleme: Erstens folgt aus Benses Invarianz-Prinzip (1975, S. 39 ff.), dass , sobald ein Objekt in ein Metaobjekt transformiert ist, dieses Metaobjekt das ursprüngliche Objekt nicht mehr beeinflussen kann. Und zweitens ist der Prozess der Metaobjektivierung irreversibel. Wäre er nämlich reversibel und könnte demzufolge das Metaobjekt auf sein Objekt zurückwirken, so würde das bedeuten, dass die Grenzen von Zeichen und Objekt offen sind, und wie es scheint (das wird bei Bense an keiner Stelle auch nur annäherungsweise ausgedrückt) gehört gerade die kontexturelle Grenze zwischen Zeichen und Objekt zur Definition des Zeichens. Mit jedem Objekt, das metaobjektiviert wird, wird also gleichzeitig eine Kontexturgrenze eingerichtet, d.h. Objekt und Zeichen werden ontologisch, logisch und erkenntnistheoretisch voneinander geschieden. Man könnte das noch einfacher dadurch ausdrücken, dass man sagt: Wird ein Objekt zum Zeichen erklärt, schafft das Zeichen immer ein Jenseits, und zwar ist vom Zeichen aus das Objekt und vom Objekt aus das Zeichen „jenseitig", d.h. transzendent. Würden nämlich ein Objekt und sein Zeichen der gleichen Kontextur angehören, so dass also beide diesseitig oder jenseitig wären, wären sie ja nicht mehr unterscheidbar. Die Unterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt setzt also bereits die Kontexturgrenze voraus (und nicht etwa umgekehrt, das ist hier aber natürlich „klassisch" gedacht, denn im transklassischen Sinne setzen sie sich gegenseitig voraus).
In anderen Worten: Die Unterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt setzt mit dem Kontexturbegriff die Dichotomie von Subjekt und Objekt voraus. Nun ist aber, wie Günther und Kaehr feststellen, die Kenogrammatik eine Ebene, die so tief ist, dass sie diese wie alle übrigen Dichotomien unter-gehen, d.h. Dichotomien setzen die zweiwertige aristotelische Logik voraus, aber zu deren Unter-gehung wurde die Kenogrammatik gerade geschaffen. Falls es also Zeichen und Objekte gibt auf der Kenoebene, können wir sie nicht unterscheiden. Das bedeutet aber dasselbe wie: Es gibt keine Zeichen und Objekte auf der Kenoebene.

> Von Kontexturen zu sprechen macht also streng genommen in Sonderheit auf der Keno-Ebene keinen Sinn, es ist dies eine Interpretation der Kenoebene vom übergeordneten Standpunkt des 2-wertigen aristotelischen Denkens aus. Das „Zeichen" bzw. „Objekt" auf der Kenoebene „weiss" also nicht, in welcher „Kontextur" es liegt, und es ist dies auch völlig gleichgültig. (Im Landes des Nichts haben eben die Toten „einander vergessen", wie es im „Tod des Vergil" von Hermann Broch heisst.)

Wenn es aber keine Objekte auf der Kenoebene gibt, woher kommen die Objekte dann? Offenbar erst später, und erst auf dieser (hier vorerst kaum supponierbaren) späteren Ebene können sie dann zu Metaobjekten, d.h. Zeichen erklärt werden. Was aber nehmen wir war, wenn es nichts Objekthaftes ist? Da man kaum behaupten kann, dass jedes Objekt allein durch seine Perzeption zum Zeichen wird – denn die Zeichensetzung ist ein intentionaler Akt -, so ist jedenfalls nur sicher, dass es keine Zeichen sind, die wir wahrnehmen. Es kann sich beim Wahrgenommenen daher um

Objekte handeln. Wenn das aber so ist, dann findet unsere Wahrnehmung nicht auf der Keno-Ebene statt, und in diesem Fall liegt ein Widerspruch zur Aussage Kaehrs vor, die wir im 1. Abschnitt zitiert hatten.

4. Kaehr geht aber offenbar ohnehin nicht mit dem klassischen semiotischen Modell der Semiose oder Zeichengenese konform, die mit dem Objekt beginnt und, evtl. durch eine präsemiotische Ebene „disponibler" Relationen, beim Zeichen endet, d.h. vom ontologischen zum semiotischen Raum im Sinne Benses (1975, S. 65 f.) führt. In Mahler (1993), einem Werk, bei dem Kaehr mitgearbeitet hat, liest man: „Die Semiotik kann Zeichen nur als aus einem schon gegebenen Alphabet stammend voraussetzen, den semiotischen Zeichen ist aber die Semiose, der Prozess der Zeichengenerierung selbst vorgeordnet. Die Kenogrammatik, insofern sie dem Prozess der Semiose notierbar macht, muss also der Semiotik systematisch vorgeordnet werden, da sie diese überhaupt ermöglicht" (1993, S. 34).
Wir stehen damit also, wie im Titel angekündigt, vor der Wahl, die Zeichen entweder klassisch wie bei Peirce und Bense als Metaobjektivationen mittels thetischer Einführung oder transklassisch wie bei Kaehr und Mahler als Wertbelegungen von Kenogrammen zu erklären. Wenn wir Peirce und Bense folgen, bedeutet das nun aber: Unsere Sinne strukturieren die Objekte vor. Das würde also bedeuten, dass der Bensesche ontologische Raum nicht nur aposteriorische, sondern auch apriorische Objekte enthielte und dass unsere Wahrnehmung eine Art von Filtersystem darstellt, welche aposteriorischen Aspekte dieser Objekte für uns wahrnehmbar sind. Das würde also streng genommen sogar bedeuten, dass die Wahrnehmung und mit ihr die Semiose nicht im ontologischen Raum der Objekte, sondern erst im präsemiotischen Raum der disponiblen Kategorien anfängt. Der ontologische Raum wäre dann mehr oder minder eine black box, und von einer weiteren Kontexturgrenze vom präsemiotischen Raum getrennt, indem unsere Sinne eine Perzeption erst ermöglichen. Eine solche Auffassung, die seit längerer Zeit in der Kognitionspsychologie (neben anderen Modellen) verwendet wird, findet sich etwa in der Achitekturtheorie von Joedicke (1985, S. 10), wo sogar von zwei Filtersystemen ausgegangen wird: von den „objekten Filtern", welche den Übergang apriorischer zu aposteriorischen Objekten, und von „subjektiven Filtern", welche den Übergang von aposteriorischen Objekten zu Zeichen bewerkstelligen. Wenn wir $\mathcal{F}$ für „Filter" setzen, könnten wir dann unser obiges Tripel-Modell der allgemeinen Semiose wie folgt notieren

$\Sigma = <\Omega, \mathcal{F}_{\mathbf{obj}}, \mathrm{DR}, \mathcal{F}_{\mathbf{subj}}, \mathrm{ZR}>$,

mit

$\Omega \rightarrow \mathcal{F}_{\mathbf{obj}}$ Übergang aprior. zu aposter. Raum

$\mathcal{F}_{\mathbf{obj}} \rightarrow \mathrm{DR}$ Übergang aposter. Raum zu wahrgenommenen Objekten

$\mathrm{DR} \rightarrow \mathcal{F}_{\mathbf{subj}}$ Übergang wahrgen. Objekte zu kulturspezif. Wahrnehmung

$\mathcal{F}_{\mathbf{subj}} \rightarrow$ ZR thetische Setzung des Zeichens

Damit wäre also die Semiose des Zeichens um einiges komplizierter als die Bensesche Metaobjektivation bzw. die thetische Setzung selbst wäre nichts anderes als der Abschluss der Objektsperzeption durch das System der subjektiven Filter. Allein, auch hier muss man sich fragen: So überzeugend dies klingt und so sehr das alles für einmal in Einklang mit der unsäglichen Kognitionsforschung steht: Ist das wirklich alles? Liegt wirklich die Intention des Verknüpfens eines Taschentuches in $\mathcal{F}_{\mathbf{subj}} \rightarrow$ ZR, d.h. ist sie mit phylogenetisch determinierter Wahrnehmung identisch? Das kann niemand glauben, der sich bewusst ist, dass Zeichen die einzige Möglichkeit für den Menschen (sowie Tiere) darstellen, die Welt zu verdoppeln (da bei der Metaobjektivation, wie wir gehört haben, die Objekte ja 1. bestehen und 2. unangetastet [Invarianz!] bleiben, d.h. im Grunde die Schöpfung zu wiederholen. Mit den logischen Werten wird ja nur mitgeteilt, ob etwas wahr oder falsch ist, zutrifft oder nicht zutrifft, etc., d.h. eine Abbildung wird für jeden einzelnen Fall kontrolliert. Mit den mathematischen Werten werden die Objekte ebenfalls nicht substituiert, ausserdem findet keine Referenz statt zwischen z.B. der Zahl 5 und fünf Kerzen. Durch die mathematischen Werte werden Objekte nur abgezählt, d.h. es handelt sich wieder um eine Abbildung, aber diesesmal ganzer Zahlenreihen und nicht nur von zwei Werten und Stück für Stück. Erst mit den semiotischen Werten ist also jene Stufe erreicht, wo Objekte bis auf ihre Isomorphie mit der kategorialen semiotischen Struktur referentiell substituiert werden.

5. Geht man hingegen von der 2. Möglichkeit aus (Kaehr/Mahler), gibt es keine Objekte, und damit fällt natürlich auch die Unterscheidung von Apriorität und Aposteriorität weg. Denn sebst wenn es Objekte gäbe, dann wären unsere Sinne ebenso eingerichtet, dass sie „strukturierte Nichtse" sind, die von uns in irgend einer hochproblematischen Form nicht nur objekthaft ausgestattet werden, sondern vor allem so, dass wir sogar auf der Präzeichen-Ebene zwischen Lemonen, Zitronen, Madarinen und Orangen oder Stachelbeeren, Mirabellen, Reinelclauden, Pflaumen, Aprikosen, Pfirsichen usw. unterscheiden können. Dabei hat ja das Nichts selbst keinerlei Möglichkeiten, das „Fleisch" um die zu perzipierten kenomatischen „grids" zu legen, denn woher sollte es auch stammen? Um dieses sich auch bei der Metaobjektivation sich stellenden Problem zu lösen hatte Bense auf der Basis der Gestaltpsychologie eine präsemiotische „Werkzeugrelation" einführte (1981, S. 33), die, sehr vereinfacht gesagt, besagt, dass wir bei der Perzeption von Objekten (also durch die oben erwähnten objektiven Filter) bereits zwischen

Form – Funktion – Gestalt

unterscheiden. Ein Stein ist also bei der Perzeption deshalb kein apriorischer Stein, weil er eine Form hat (z.B. wie ein Kinderkopf), dass er eine mögliche Funktion hat (z.B. als Waffe dienen kann), und dass er insgesamt eine Gestalt hat (was also bereits auf einem sehr frühen perzeptorischen Stadium erlaubt, zwischen Kiesel, Stein, Fels bzw. pebble, cobble, stone, boulder o.ä. zu unterscheiden). Von dieser präsemiotischen Werkzeugrelation können wir also einerseits nicht abstrahieren – das schaltet für uns apriorische Wahrnehmung aus; wir werden niemals wissen, wie „ein Stein an sich" aussieht und was das überhaupt ist. Anderseits liegt hier in der Wekzeugrelation der Urgrund dafür, weil wir überhaupt wahrnehmen können und Wahrgenommenes voneinander unterscheiden. Der berühmte „Unterschied" kommt ja nicht aus dem kenomatischen Nichts, wo es, wie wir gesehen haben, gar keine Objekte gibt, die zu unterscheiden wären, sondern geht aus einer präsemiotischen Trichotomie hervor, die Götz in seiner Dissertation mit „Sekanz", „Semanz" und „Selektanz" benannt hat (1982, S. 4, 28 u. pass.). Sekanz meint die werkzeugrelative Form, der Schnitt trennt also hier also zwei oder mehr Formen voneinander. Semanz ist ein Vorläuferbegriff der Bedeutung und bringt mit einer möglichen Funktionsbestimmung eines Objektes die Abgrenzung von zwei oder mehr Zwecken hinein. Die Selektanz schliesslich hebt auf die potentielle Wahl des vorgefundenen und perzipierten Objektes ab: man wird schwerlich einen Kieselstein wählen, um einen Feind zu töten, aber auch kaum ganze Felsblöcke als Basiselemente für ein Mauerwerk nehmen. Wir sind hier auf einer Stufe, wo die Realität als unsere Umgebung anfängt, Sinn und Bedeutung zu bekommen, in dem wir sie im Hinblick auf Ihre Verwendbarkeit manipulieren lernen. Apriorische Objekte sind nicht manipulierbar, sie sind auch nicht verwendbar. Die Gebete zu Gott bleiben unerhört.

Der Mechanismus der Götzschen präsemiotischen Triade sieht wie folgt aus:

Präs. Tr. = (0.1, 0.2, 0.3) → M. Tr. → (1.1, 1.2, 1.3) → O.Tr. (2.1, 2.2, 2.3) →
I.Tr. = (3.1, 3.2, 3.3),

d.h. die trichotomische kategoriale Differenzierung vererbt sich von der Ebene der Nullheit auf die Ebene der Erstheit und von dort auf die Ebenen der Zweitheit und Drittheit. Das Zeichen ist somit eine ausdifferenzierte präsemiotische Wahrnehmungsrelation und keine aus dem Nichts ins Nicht strukturierte Menge von ebenfalls aus dem Nichts kommenden semiotischen Werten, wie dies bei der Kenose angenommen werden müsste. Sie findet ausserdem auf der Objektebene, d.h. der kategorialen Nullheit statt, dort also, wo Objekte als kategoriale in Zeichenrelationen einbettbar sind

$ZR^* (ZR \nparallel \Omega) = (M, O, I, \Omega)$.

Nach Abschluss der Vererbung tritt in Übereinstummung mit der Metaobjektivationstheorie die Kontexturgrenze auf:

$ZR = (M, O, I) \parallel \Omega$,

und das Zeichen zieht sich in sein semiotisches Jenseits zurück bzw. belässt sein bezeichnetes Objekt in seinem ontologischen Jenseits.

Das Problem ist hier aber noch keineswegs zu Ende. Es zeigt sich ein Ringen mit allen Dämonen der Selbstreferentialität, wenn es nur darum geht, die Entstehung des

Zeichens und der Semiose in Übereinstimmung mit den semiotischen Nachbarwissenschaften, der Mathematik und der Logik, zu zeigen. Im Grunde genommen weiss auch heute noch niemand, was ein Zeichen überhaupt ist. Auch wenn die Entscheidung zwischen Kenose und Metaobjektivationstheorie klar zugunsten letzterer ausfällt, kann niemand von der Hand weisen, dass das Zeichen ein zeichenwertgefülltes Plerem des Kenos ist wie die Zahl ein zahlenwertgefülltes und der logische Wert ein wahrheitswertgefülltes ist. Nur kann diese Füllung oder Einsetzung nicht auf der Kenoebene stattfinden, weil sie nämlich die Existenz von Objekten voraussetzt, die zu Zeichen metaobjektiviert werden. Anderseits darf aber die Einsetzung auch nicht so spät stattfinden, dass wir uns bereits auf der präsemiotischen Ebene bzw. der Ebene der Benseschen Werkzeugrelation befinden. Dann bliebe also nur der Übergang $\Omega \rightarrow \mathcal{F}_{\mathbf{obj}}$ vom apriorischen zum aposteriorischen Raum als Phase übrig, wo semiotische Wertbelegung stattfindet. Daraus würde dann aber folgen, dass kenogrammatische Grids von unserer Wahrnehmung direkt auf die zu perzipierenden Objekte projiziert werden, aber auch sogleich präsemiotisch mit Hilfe der Götzschen Trichotomie „aufgefüllt" werden. D.h. die präsemiotischen Werte (0.1), (0.2), (0.3) würden direkt auf Kenos abgebildet. Dies würde auch der von mir in Toth (2008d, S. 166 ff.) eingeführten präsemiotisch-semiotischen Vererbungstheorie nicht widersprechen. Wir hätten dann also folgenden Mechanismus

$$\Omega \rightarrow \mathcal{F}_{\mathbf{obj}} \begin{cases} N(\Omega\mathcal{F}_{\mathbf{obj}}) = \text{Keno} \rightarrow \{(0.1), (0.2), (0.3)\} = \Omega_{(0.1), (0.2), (0.3)} & \text{semiot. Bel.} \\ N(\Omega\mathcal{F}_{\mathbf{obj}}) = \text{Keno} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, \ldots\} = \Omega_{0, 1, 2, 3, \ldots} & \text{mathem. Bel.} \\ N(\Omega\mathcal{F}_{\mathbf{obj}}) = \text{Keno} \rightarrow \{0, 1\} = \Omega_{0, 1} & \text{logische Bel.} \end{cases}$$

> Man bemerke, dass die Götzsche Unterteilung der Nullheit (die später u.a. auch von dem Mathematiker Stiebing übernommen worden war) das folgende voraussetzt:
> $(0.1) = 0 \times .1$, $(0.2) = 0 \times .2$, $(0.3) = 0 \times .3$,
> was natürlich jedesmal = 0 ergäbe.

Die mögliche Richtigkeit des obigen Schemas wird m.E. dadurch intuitiv nahegelegt, dass wir beim Betrachten von vorgegebenen Objekten ja nicht GEZWUNGEN sind, diese präsemiotisch im Sinne der Werkzeugrelation zu strukturieren, sondern dass man eine Vorstellung von der Anzahl der vor uns liegenden Stein haben kann, dass also nicht nur eine Belegung der Kenostruktur mit semiotischen, sondern auch mit mathematischen Werten möglich ist. Etwas schwieriger ist naturgemäss ein Beispiel zu finden, wo logische Vorstrukturierung vorliegt, da sich die Logik ja nicht primär mit Objekten, sondern mit Aussagen beschäftigt. Wenn aber etwa jemand einen Bilderrahmen um einen Busch legt (wie dies z.B. um 1980 im St. Galler Pärkli beim Broderbrunnen geschah), dann wird eine falsche Aussage anhand von Objekten gemacht, nämlich der

Busch fälschlich als Kunst- anstatt als Naturobjekt durch den Rahmen bezeichnet. Der „Künstler" hat in diesem Falle also sein kenomatisches Grid, das er dem Busch „übergestülpt" hatte, mit einem logischen Wert belegt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3, 3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Kaehr, Rudolf, What Chinese grammar? In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Memristics/Hype/Memristics:%20Memristors,%20the%20hype.pdf (2010)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (a, b)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (c)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (d)

Ein 2-dimensionales Modell der Zeichengenese

1.1. Meine Aufsätze zum Thema Semiotik und Ontologie sind in Bd. 3 und 4 meiner gesammelten Werke vereinigt (Toth 2010a, b). Vorausgeschickt sei, dass es zuerst bis heute kein allgemein akzeptiertes, nicht-widersprüchliches Modell der Zeichengenese gibt. Allgemein akzeptiert ist nur, dass das Zeichen „die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein" als Funktion überbrückt:

$Z = f(\omega, \beta)$.

Dies ist im Wesentliches die erste Theorie, die auf Bense (1967, S. 9) zurückgeht und auf dem semiotischen Axiom beruht „Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Zeichen mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt". In diesem unmittelbaren Modell wird also ein Objekt direkt auf ein Zeichen abgebildet. Semiotik ist also eine Struktur im Sinne der Modelltheorie, welche das folgende Paar erfüllt:

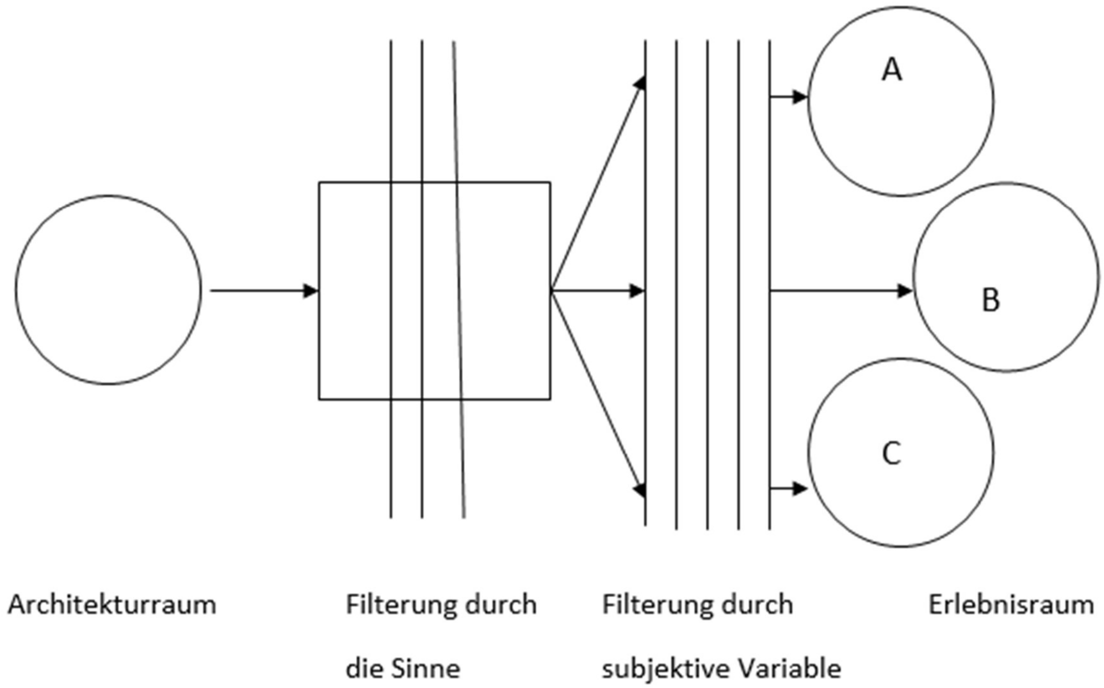
$\Sigma = <\omega, \beta>$.

1.2. Die zweite Theorie der Zeichengenese, die auf ein erweitertes, vermitteltes Modell zurückgeht, bildet das Objekt nicht direkt auf ein Zeichen ab, sondern nimmt eine Zwischenstufe der kategorialem Nullheit an: „Der Raum mit der 0-relationalen Strkutur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase, über denen der r > 0-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt (Bense 1975, S.65). Danach ist eine Semiotik also eine Struktur, welche das folgende Tripel erfüllt:

$\Sigma = <\omega, \delta, \beta>$,

wobei δ für die benseschen „verfügbaren" bzw. „disponiblen" Etwase steht (vgl. auch Bense 1975, S. 45 f.). Ein Objekt wird in diesem Modell also zuerst auf eine disponible Zeichenrelation abgebildet, bevor diese auf eine reale Zeichenrelation abgebildet wird.

2. Beide dieser Modelle haben gemeinsam, dass sie in ihrer Abfolge sich mit der landläufigen Vorstellung der Genese eines Zeichens decken: Der Knoten, den ich in ein Taschentuch mache, um mich an etwas zu erinnern, wird durch Modell 1.1., die Schrift, die ich benutze, um die Aussage von jemandem für andere zu konservieren, wird durch Modell 1.2. beschrieben, wobei die Schrift hier als System disponibler Relationen zwischen z.B. zwischen der Rede und dem potentiellen Leser der aufgezeichneten Rede fungiert. Modell 1.2. entspricht ferner einem weithin verbreiteten Perzeptionsmodell, wie z.B. demjenigen architektonischer Objekte, mit dem Joedicke (1985, S. 10) arbeitet:



Allgemein entspricht also dem Architekturraum der aposteriorische Teilraum des ontologischen Raumes, dem quadratisch gezeichneten mittleren Raum der prä-semiotische Raum (vgl. Toth 2007), und dem Erlebnisraum der semiotische Raum. „Objektive“ Filter führen damit vom ontologischen in den präsemiotischen, und „subjektive“ Filter vom präsemiotischen in den semiotischen Raum, wobei das subjektive Filtersystem nach Joedicke vor allem phylogenetisch und kulturpezifisch determiniert ist, wonach man also wenigstens auf eine gewisse Weise die Zeichen als „kulturelle Bausteine“ (allerdings nicht im Sinne Ecos) verstehen kann.

3. Die im letzten Abschnitt enthaltene Behauptung, der aposteriorische Raum sei nur ein Teilraum des ontologischen Raumes, gründet sich in der heute weit akzeptiere Einsicht, wir würden nur einen Teil unserer Realität wahrnehmen. Dafür, dass wir überhaupt Objektivität wahrnehmen können, benötigen wir ja die objektiven Filter, und diese filtrieren ihrer Natur nach eben in perzipierbar-aposteriorische sowie nicht-perzipierbare apriorische Realität. So weist mindestens das Korrelat $\mathcal{J}$ aus OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{J}$) darauf hin, dass bereits ein Teil Objektivität in Subjektivität umgewandelt worden ist. Im folgenden bezeichnen wir den apriorischen Teilraum des ontologischen Raumes mit AR. Eine Semiotik ist demnach eine Struktur, welche alle Elemente im folgenden Quadrupel erfüllt

$\Sigma = <\{AR\}, \{OR\}, \{DR\}, \{ZR\}>$.

Darin – um es nochmals zu sagen - ist {AR} ist Menge aller apriorischen Objekte, {OR} die Menge aller aposteriorischen Objekte, {DR} die Menge der disponiblen

Relationen, und {ZR} die Menge aller Zeichenrelationen. Wir können nun die Filter wie folgt als Transformationen definieren:

$\mathcal{F}_{\text{obj}} : \{OR\} \rightarrow \{DR\}$

$\mathcal{F}_{\text{subj}} : \{DR\} \rightarrow \{ZR\}$

Mit Transitivität folgt also

$\mathcal{F}_{\text{subj}}\,\mathcal{F}_{\text{obj}} = \{OR\} \rightarrow \{ZR\}$,

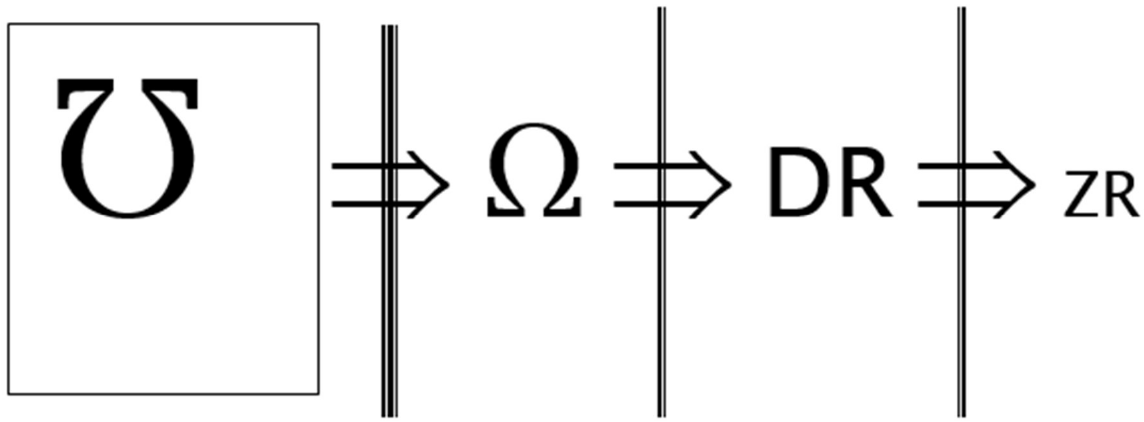
was eine topologische Definition des Modells 1.1. ist. Demnach ist Zeichengenese im Sinne von Metaobjektivation nichts anderes als als zweimalige Anwendung von Filtern auf die Objekte des aposteriorischen Teilraums des ontologischen Raumes. Der Vorteil dieser Definition besteht also darin, dass hiermit zum ersten Mal das Zeichen als nicht-intentionale Entität definiert werden kann.

Allerdings ist damit der Übergang

$\{AR\} \rightarrow \{OR\}$

nicht definiert. $\mathcal{F}_{\text{obj}}$ besagt ja in Übereinstimmung mit dem Joedicke-Modell, dass das, was wir wahrnehmen, keine Objekte, sondern disponible Relationen sind. Genau auf der Ebene der disponiblen Relationen tauchen aber nach Bense (1975, S. 65 f.) die kategorialen Objekte O^0 auf. **Daraus folgt also, dass unsere Erkenntnis weder apriorisch noch aposteriorisch, sondern bereits präsemiotisch ist.** Der Übergang vom apriorischen zum aposteriorischen Raum ist lediglich nowendig, damit wir beim Akt der Wahrnehmung bereits den Unter-schied im Sinne Spencer Browns machen können, indem wir nämlich die von uns wahrgenommenen Objekte hinsichtlich sehr allgemeiner Prä-Kategorien wie Form, Funktion, Gestalt (Wiesenfahrth), Mittel, Gegenstand, Gebrauch (Bense 1981, S. 33) oder Sekanz, Semanz, Selektanz (Götz 1982, S. 4, 28) „imprägnieren". Die durch das objektive Filtersystem den Gegenständen auferlegten, ihre Wahrnehmung ermöglichenden Raster sind also sozusagen eine moderne Version der alten Eidyllia-Theorie, wonach die Gegenstände selbst kleine Partikeln zu ihrer Wahrnehmung, Identifikation, Unterscheidung aussenden.

Wie der nicht-definierte Übergang $\{AR\} \rightarrow \{OR\}$ ausschaut, darüber können wir erst dann mehr sagen, wenn wir die Strukturen von {OR} genauer angeschaut haben. Bevor wir das tun, halten wir aber fest, dass aus unserem semiogenetischen Modell vor allem noch etwas viel Erstaunlicheres folgt: Es weist nämlich nicht nur 1 Kontexturengrenze auf wie die bisherigen semiogenetischen Modelle, sondern 3:



(wobei {℧} = {AR} und {Ω} = {OR}).

Die Hauptkontexturengrenze befindet sich somit erwartungsgemäss zwischen {AR} und {OR}, zwei Nebenkontexturengrenze befinden sich zwischen {OR} und {DR} sowie {DR} und {ZR}. Es gibt somit 2 Kontexturengrenzen zwischen Zeichen und Objekt und nicht, wie bisher allgemein angenommen, 2, gesetzt wenigstens, dass die Semiose zwischen Objekt und Zeichen vollständig ist.

Nun definieren wir im Anschluss an Toth (2010)

AR = $<\Omega, \Omega°>$,

d.h. das noch nicht durch den Kontexturübergang 1 gegangene apriorische Objekt besteht einmal aus dem nachher noch wahrnehmembaren (aposteriorischen) Teil Ω, ferner besteht es aus einem nachher nicht mehr wahrnehmbaren (apriorischen) Teil, den wir mit Ω^0 bezeichnen. Ferner sind wie üblich (Toth 2010)

OR = $(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

DR = (M°, O°, I°)

ZR = (M, O, I)

Bei AR gibt es somit zwei Möglichkeiten:

AR = $\{<\Omega_i, \Omega_i°>\}$ oder

AR = $\{<\Omega_i, \Omega_j°>\}$ (mit $i \neq j$), mit $i, j \in \{.1., .2., .3.\}$.

Somit gilt also

$\{AR\} = \{\{<\Omega_{(.)i(.)}, \Omega_{(.)j(.)}°>\}\}$,

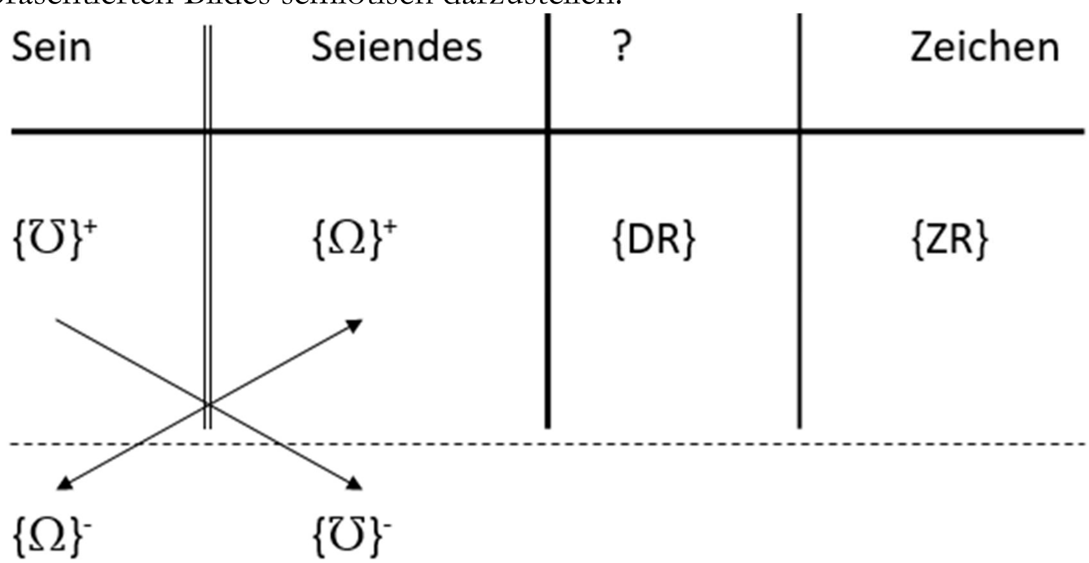
d.h. mit den Punkten werden alle 4 möglichen Kombinationen von Peirce-Zeichen, d.h. Kombinationen aus Haupt- und Stellenwerten der Dyaden offen gelassen:

x.y., .x.y, x..y, .xy.

Damit hätten wir die formalen Grundlagen zu einer vollständigen Ontologie des Seins. „Nun erhebt sich aber angesichts der ontologischen Differenz zwischen Sein und

Seiendem das Problem der ‚meontologischen Differenz' zwischen Nichts und Nichtseiendem" (Bense 1952, S. 80). Bei Heidegger liest man in diesem Zusammenhang: „Das Nichts ist das Nicht des Seienden und so das vom Seienden her erfahrene Sein. Die ontologische Differenz ist das Nicht zwischen Seiendem und Sein. Aber sowenig Sein als das Nicht zum Seienden ein Nichts ist im Sinne des nihil negativum, sowenig ist die Differenz als das Nicht zwischen Seiendem und Sein nur das Gebilde einer Distinktion des Verstandes (ens rationis). Jenes nichtende Nicht des Nichts und dieses nichtende Nicht der Differenz sind zwar nicht einerlei, aber das Selbe im Sinne dessen, was im Wesenden des Seins des Seienden zusammengehört" (Heidegger 1965, S. 5).

Ich versuche im folgenden, die Angaben Heideggers auf der Basis des oben präsentierten Bildes semiotisch darzustellen:



Man beachte, dass die ontologische Differenz mit der ersten, „scharfen" Kontexturengrenze zusammenfällt. Diese bewirkt im Sinne der Heideggerschen Bestimmungen, dass Sein und Nichts auf der einen sowie Seiendes und Nichten(des) auf der anderen Seite in einer chiastischen Relation stehen und also nicht einmal durch die horizontale gestrichelte Linie, welche die Negation repräsentiert, gespiegelt sind, denn nur so entkommt man dem Problem des Heideggerschen nihil negativum einerseits und des ens rationsis anderseits. Die dick ausgezogene Kontexturengrenze zwischen den den ontologischen Raum im Sinne Benses (1975, S. 65 f.) repräsentierten Teilbereichen des Seins und des Seienden sowie denjenigen des präsemiotischen und des semiotischen Raumes ist also die im Rahmen der Polykontexturalitätstheorie immer wieder hervorgehobene Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt. Allerdings scheint der von Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) verwendete Notbehelfsbegriff der „Disponibilität" nicht geeignet, in einer Reihe mit den etablierten Begriffen Sein – Seiendes - ? – Zeichen zu stehen.

4. Wir können nun mit dem technischen Teil dieser Arbeit weiterfahren. Die oben aufgestellte Definition

$AR = \{<\Omega_{(.)i(.)}, \Omega_{(.)j(.)°}>\}$

muss somit natürlich parametrisiert werden. Wenn wir im Blick auf den „scharfen" Kontexturübergang i, j ∈ {.1., .2., .3.} setzen, bekommen wir

$\{<\pm\Omega_{1.}, \pm\Omega_{1.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{2.}, \pm\Omega_{1.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{3.}, \pm\Omega_{1.°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{1.}, \pm\Omega_{2.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{2.}, \pm\Omega_{2.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{3.}, \pm\Omega_{2.°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{1.}, \pm\Omega_{3.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{2.}, \pm\Omega_{3.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{3.}, \pm\Omega_{3.°}>\}$

$\{<\pm\Omega_{1.}, \pm\Omega_{.1°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{2.}, \pm\Omega_{.1°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{3.}, \pm\Omega_{.1°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{1.}, \pm\Omega_{.2°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{2.}, \pm\Omega_{.2°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{3.}, \pm\Omega_{.2°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{1.}, \pm\Omega_{.3°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{2.}, \pm\Omega_{.3°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{3.}, \pm\Omega_{.3°}>\}$

$\{<\pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{1.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{1.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{1.°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{2.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{2.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{2.°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{3.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{3.°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{3.°}>\}$

$\{<\pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.1°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.1°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.1°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.2°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.2°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.2°}>\}$
$\{<\pm\Omega_{.1}, \pm\Omega_{.3°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.2}, \pm\Omega_{.3°}>\}$ $\{<\pm\Omega_{.3}, \pm\Omega_{.3°}>\}$

Wir können nun analog zu

$\{OR\} = \{(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})\}$

setzen

$\{AR\} = \{<A^*, B^*, C^*>\}$,

wobei gelten soll

$A^* = \{<\{\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\mathcal{M}_{(.)j(.)°}\}>$

$B^* = \{<\{\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\Omega_{(.)j(.)°}\}>\}$

$C^* = \{<\{\mathcal{J}_{(.)i(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)j(.)°}\}>\}$.

Dann ist

$\{AR\} = \{<\pm\Omega_{i}, \pm\Omega_{j°}>\} = <\pm A^*, \pm B^*, \pm C^*> =$

$\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)}{}^\circ\}>\}\}, \{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)}{}^\circ\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}{}^\circ\}\}$.

$OR = \{\pm\mathcal{M}_i, \pm\Omega_i, \pm\mathcal{I}_i\}$

mit

$\pm\mathcal{M}_i \in \{\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, ..., \pm\mathcal{M}_n\}$

$\pm\Omega_i \in \{\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, ..., \pm\Omega_n\}$

$\pm\mathcal{I}_i \in \{\pm\mathcal{I}_1, \pm\mathcal{I}_2, \pm\mathcal{I}_3, ..., \pm\mathcal{I}_n\}$.

Bevor wir nun zum präsemiotischen und semiotischen Raum kommen, sei daran erinnert, dass die Zeichenrelation bereits für von mir parametrisiert eingeführt worden war (vgl. Toth 2001 u. 2008, S. 52 ff.), und zwar im Zusammenhang mit der Einführung komplexer Peircezahlen (Primzeichen) in Analogie zu komplexen Peanozahlen. Damit sind wir nun legitimiert, auch den intermediären präsemiotischen Raum als Raum von parametrisierten Klassen disponibler Kategorien einzuführen:

$DR = \{\pm M^\circ_i, \pm O^\circ_i, \pm I^\circ_i\}$

mit

$\pm M^\circ_i = \{\pm M^\circ_1, \pm M^\circ_2, \pm M^\circ_3, ..., \pm M^\circ_n\}$

$\pm O^\circ_i = \{\pm O^\circ_1, \pm O^\circ_2, vO^\circ_3, ..., \pm O^\circ_n\}$

$\pm I^\circ_i = \{\pm I^\circ_1, \pm I^\circ_2, \pm I^\circ_3, ..., \pm I^\circ_n\}$,

Für die Zeichenklassen ergibt sich wie bekannt

$ZR = \{\pm M, \pm O, \pm I\}$

mit

$\pm M_i = \{\pm M_1, \pm M_2, \pm M_3, ..., \pm M_n\}$

$\pm O_i = \{\pm O_1, \pm O_2, \pm O_3, ..., \pm O_n\}$

$\pm I_i = \{\pm I_1, \pm I_2, \pm I_3, ..., vI_n\}$.

Aus den 7 Quadrupeln, die in Toth (2010) dargestellt worden waren, erhalten wir nun die folgenden relationalen Mengen, wobei, zur Erinnerung, VZ für Vollständige Zeichenrelation, OK für Objektkategorie, KO für Kategorienobjekt, KZ für Kategorienzeichen, ZK für Zeichenkategorie, OZ für Objektzeichen und ZO für Zeichenobjekt steht:

1. VZ = $\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)}{}^\circ\}>\}\}, \{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)}{}^\circ\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{I}_{(.)j(.)}{}^\circ\}>\}, <\{\pm\mathcal{M}_1, ..., \pm\mathcal{M}_n\}, \{\pm M^\circ_1, ..., \pm M^\circ_n\},$

$\{\pm M_1, \ldots, \pm M_n\}>, <\{\pm\Omega_1, \ldots, \pm\Omega_n\}, \{\pm O^\circ_1, \ldots, \pm O^\circ_n\}, \{\pm O_1, \ldots, \pm O_n\}>, <\{\pm\mathcal{I}_1, \ldots, \pm\mathcal{I}_n\}, \{\pm I^\circ_1, \ldots, \pm I^\circ_n\}, \{\pm I_1, \ldots, \pm I_n\}>\}$

2. OK = $\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\},\{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{I}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}, <\{\pm\mathcal{M}_1, \ldots, \pm\mathcal{M}_n\}, \{\pm M^\circ_1, \ldots, \pm M^\circ_n\}>, <\{\pm\Omega_1, \ldots, \pm\Omega_n\}, \{\pm O^\circ_1, \ldots, \pm O^\circ_n\}>, <\{\pm\mathcal{I}_1, \ldots, \pm\mathcal{I}_n\}, \{\pm I^\circ_1, \ldots, \pm I^\circ_n\}>\}$

3. KO = $\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\},\{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{I}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}, <\{\pm M^\circ_1, \ldots, \pm M^\circ_n\}, \{\pm\mathcal{M}_1, \ldots, \pm\mathcal{M}_n\}>, <\{\pm O^\circ_1, \ldots, \pm O^\circ_n\}, \{\pm\Omega_1, \ldots, \pm\Omega_n\}>, <\{\pm I^\circ_1, \ldots, \pm I^\circ_n\}, \{\pm\mathcal{I}_1, \ldots, \pm\mathcal{I}_n\}>\}$

4 KZ = $\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\},\{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{I}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}, <\{\pm M^\circ_1, \ldots, \pm M^\circ_n\}, \{\pm M_1, \ldots, \pm M_n\}>, <\{\pm O^\circ_1, \ldots, \pm O^\circ_n\}, \{\pm O_1, \ldots, \pm O_n\}>, <\{\pm I^\circ_1, \ldots, \pm I^\circ_n\}, \{\pm I_1, \ldots, \pm I_n\}>\}$

5. ZK = $\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\},\{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{I}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}, <\{\pm M_1, \ldots, \pm M_n\}, \{\pm M^\circ_1, \ldots, \pm M^\circ_n\}>, <\{\pm O_1, \ldots, \pm O_n\}, \{\pm O^\circ_1, \ldots, \pm O^\circ_n\}>, <\{\pm I_1, \ldots, \pm I_n\}, \{\pm I^\circ_1, \ldots, \pm I^\circ_n\}>\}$

6 OZ = $\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\},\{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{I}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}, <\{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}, \{\pm M_1, \ldots, \pm M_n\}>, <\{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}, \{\pm O_1, \ldots, \pm O_n\}>, <\{\pm\mathcal{I}_1, \ldots, \pm\mathcal{I}_n\}, \{\pm I_1, \ldots, \pm I_n\}>\}$

7. ZO = $\{\{<\{\pm\mathcal{M}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{M}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\},\{\{<\{\pm\Omega_{(.)i(.)}\}, \{\pm\Omega_{(.)j(.)^\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\pm\mathcal{I}_{(.)i(.)}\}, \{\pm\mathcal{I}_{(.)j(.)^\circ}\}>\}, <\{\pm M_1, \ldots, \pm M_n\}, \{\pm\mathcal{M}_1, \ldots, \pm\mathcal{M}_n\}>, <\{\pm O_1, \ldots, \pm O_n\}, \pm\Omega_1, \ldots, \pm\Omega_n\}>, <\{I\pm_1, \ldots, \pm I_n\}>\}, \{\pm\mathcal{I}_1, \ldots, \pm\mathcal{I}_n\} >\}$

5. Es ist uns hier also gelungen, ein vollständiges mathematisch-semiotisches Modell der Zeichengenese, sogar einschliesslich der Form der apriorischen Relationen, die uns normalerweise in einer „Black Box“ verborgen sind, zu rekonstruieren. Damit kann nicht nur das Modell 1.1 welches das Paar

$\Sigma = \langle \Omega, ZR \rangle$

und das Modell 1.2., welches das Tripel

$\Sigma = \langle \Omega, DR, ZR \rangle$

erfüllen, mathematisch präzise dargestellt werden, sondern auch das weitere Modell, nennen wir es einfach 1.3, welches das Quadrupel

$\Sigma = \langle \mho, \Omega, DR, ZR \rangle$

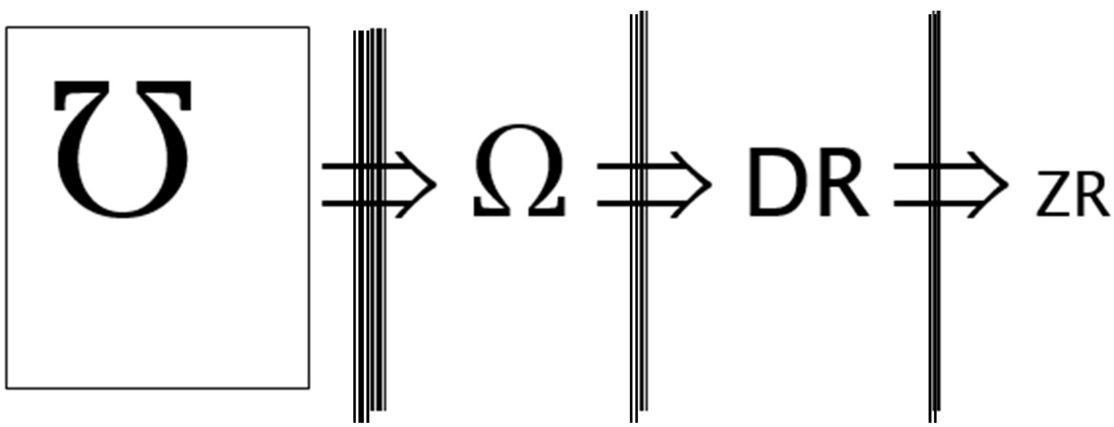
erfüllt. Auch wenn es trivial klingt – die Begründung folgt sogleich, müssen wir hier aussprechen: Diese 4 Semiotiken sind transzendental, denn sie gründen im Satz vom Grunde.
Revolutionär war es demnach, wenn mit Bruch von mehereren tausend Jahren Geistesgeschichte (die Mathematik natürlich eingeschlossen) Günther alle diese Modelle verwarf und an den Anfang des Objektes, das eingeschlossen war im ontologischen Raum, ein jeglicher Materialität und Formkonstanz entblösstes Nichts setzte, von dem man nicht einmal sagen kann, es nähme den Platz der Objekte ein, denn solche gibt es auf dieser tiefsten Güntherschen Ebene gar nicht, die ja unter den bipolaren binären Dichotomien liegt. Damit ist es ferner auch sinnlos zu sagen, Günther habe die Semiogenese ihrer Transzendentalität befreit, da auch der Unterschied von Diesseits und Jenseits jenseits der Günther-Logik liegt. Bei Günther, und, in seiner Nachfolge bei Kronthaler (1986, S. 26) steht also am Anfang der Semiogenese nicht das Objekt, sondern ein Morphogramm genanntes Leerpattern, das aus Kenogrammen besteht und in das Werte aus den drei „graphematischen“ (Kaehr) Basiswissenschaft der Mathematik, Logik und Semiotik eingeschrieben werden können. Im Falle der Wertbelegung führt diese Inskription in der Mathematik zunächst zu den Peanozahlen $\mathbb{N} \cup 0$, in der Logik zu den Wertzahlen 0 und 1 und in der Semiotik zu den Peirce-Zahlen 0, 1, 2, 3 (wobei die 0 für die Ebene der Präsemiotik reserviert ist). Dabei sind die Wertbelegungen durch die drei Ebene des Proto-, Deutero- und Trito-Systems gegliedert, wobei das Proto-System dem Peano-System am nächsten steht.

> Ein Problem besteht hier darin, dass die Abbildung Keno → Wertzahlen (mit den drei Schadach-Transformationen) zunächt zu den Trito-, dann zu den Deutero- und schliesslich zu den Proto-Zahlen führen muss, da bei Trito→Deutero die Positionsabstraktion und bei Deutero→Proto die Itrationsabstraktion eintritt. Der Übergang von Proto→Peano (mit „Qualitätssprung“) wird Monokontexturalisierung genannt. Keno setzt also einerseits bereits Wertzahlen aus der Mathematik,

Logik, Semiotik voraus, nämlich zur Belegung, anderseits aber treten diese ja erst am Schluss der Abstraktoionskette, beim Übergang Proto→Peano, auf!

Stimmt es somit, dass beim kenogramatischen Modell der Zeichengenese im Gegensatz zum metaobjektiven Modell die Kenostruktur den Platz des Objektes einnimmt? – Die Antwort ist nach dem bisher Gesagten: ja und nein. Ja, denn die Kenogrammatik liegt tiefer als die Dichotomien, daraus folgt, dass es dort auch keine Objekte geben kann und wir somit im „meontischen" Kontexturbereich des Nichts sind. Nein, denn die Kenogrammatik setzt Wertzahlen voraus, die bereits die abgeschlossene Zeichengenese voraussetzen, denn die Werte stammen aus der Mathematik, der Logik und der Semiotik! Wir haben hier offenbar das „kenogrammatische Paradox der drei Fundamental-Wissenschaften" vor uns.

Ich schlage hier aber eine Lösung vor, um die beiden Modelle der Zeichenbildung, mit denen wir es in dieser Arbeit zu tun haben, das sog. zeichengenetische Modell



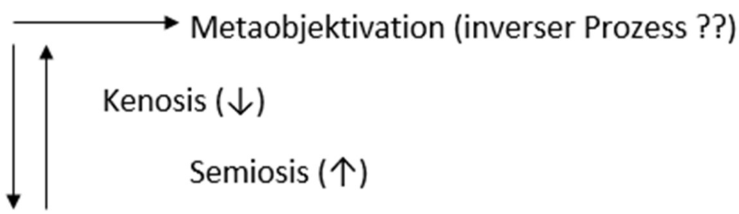
und das sog. Semiosis-Kenosis-Modell (zum Begriff und zu Erläuterungen der Kenosis vgl. Mahler 1993, ferner Kronthaler 1986, S. 16)

Wert-Struktur ⇒ Trito-Struktur ⇒ Deutero-Struktur ⇒ Proto-Struktur

miteinander zu vereinigen:

	℧ ⇒	Ω ⇒	DR ⇒	ZR
Peano				
Protero				
Deutero				
Trito				

Diesem kombinierten Modell liegt also die Struktur



zugrunde. Der horizontale schwarze Strich trennt Qualitätszahlen von Quantitätszahlen. Der vertikale schwarze Strich trennt Apriorität von Aposteriorität.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952
Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80
Heidegger, Martin, Von Wesen des Grundes. 5. Aufl. Frankfurt am Main 1965
Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985
Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow, umfangreiche Edition 2004

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff/Withalm, Gloria (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Illokalität des Bewusstseins. München 2010, a

Toth, Alfred, Zeichen und Objekt. 2 Bde. München 2010, b

Bi-Zeichen, ihre mögliche Verallgemeinerung durch Repräsentationen der Permutationen von Kontexturenzahlen

1. Rudolf Kaehr gebührt das Verdienst, die Semiotik kontexturiert zu haben (vgl. z.B. Kaehr 2008 sowie zahlreiche weitere Papers). Ein Zeichen bzw. seine relatio-nalen Bestandteile, können damit an mehr als einem ontologischen Ort, und zwar gleichzeitig, auftreten. Man erinnert sich an die Idee der nicht vom aristotelischen Denken beeinflussten Kelten, die keinen Anstoss daran genommen haben, dass eine Person zur selben Zeit an zwei Orten sein konnte. Der Anschluss zum Zeichen ergibt sich hier aus der Mythologie via Deixis (gr. deikn-y-mi = dt. zeig-en).

2. Eine kontexturierte Zeichenrelation kann demnach allgemein wie folgt definiert werden

$ZR^* = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta})$,

wobei die Anzahl der Indizes $i \in I$ von der maximalen Kontextur von ZR^* abhängt. Dabei gilt, dass nur genuine Subzeichen (identitive Morphismen) maximale Kontexturenzahlen zu sich nehmen können, z.B. in K = 3

$ZR^* = (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$,

in K = 4:

$ZR^* = (3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3)$, usw.

3. Nehmen wir o.B.d.A. an, ZR^* sei definiert für K = 4, also mit „Spielraum“ für triadische Zeichenrelationen. Für jeden Morphismus $\alpha \in I$ gilt dann $|K| = 3$, und für jeden Morphismus $\alpha \notin I$ gilt $|K| = 2$, d.h allgemein

$(\alpha \in I) \rightarrow |K| = n$

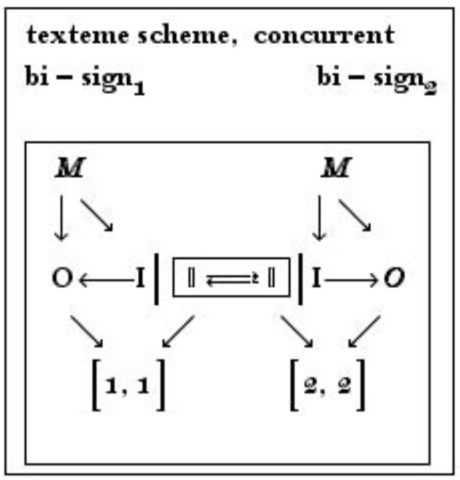
$(\alpha \notin I) \rightarrow |K| = (n-1)$.

Für die Kontexturenzahlen ergibt sich daher, dass sie in n! auftreten können:

K	$\wp(n)$
1	1
2	4
3	6
4	24
...	...

Wenn aber bereits K = 2 4 Permutationen seiner Kontexturenzahlen besitzt, dann muss daraus auch folgen, dass das Zeichen, das in diesen Kontexturen aufscheint, ebenfalls 4mal auftaucht. Nun ist aber (vgl. z.B. Kaehr 2009) neben der regulären Ordnung der Kontexturenzahlen

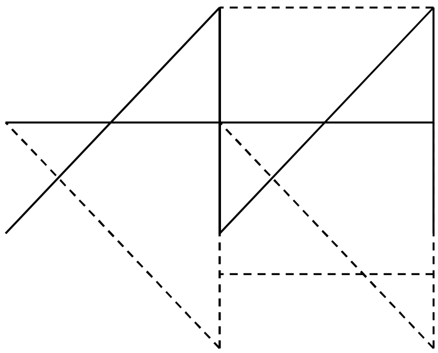
α,β,γ
lediglich die inverse Ordnung
γ,β,α
definiert, nämlich als „Heteromorphismus“. Nicht definiert sind hingegen die 4 weiteren möglichen Permutationen
α,γ,β; β,α,γ; β, γ, α; γ,α,β.
Das heteromorphismische Zeichen wird von Kaehr explizit als eine Art von Kon-Zeichen eingeführt, das mit seinem Zeichen zusammen zwei „Bi-Zeichen“ (Bi-Sign) bildet:



Zeichen und Konzeichen bzw. die beiden Bi-Zeichen sind wie folgt in ein Textem eingebettet:

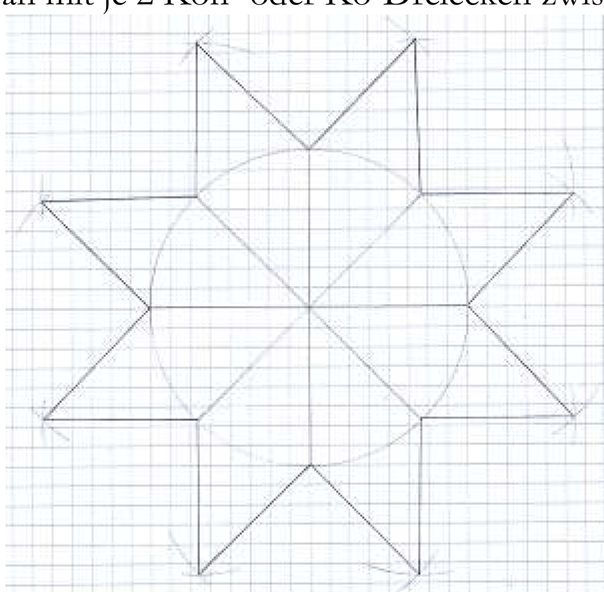
texteme :
diamond = (sign + environment)
bi – sign = (diamond + 2 – anchor)
texteme = (composedbi – signs + chiasm).

4. Wenn K = 2 ist, dann bekommt also das morphismische Bi-Zeichen die Kontexturenzahlen der Ordnung α, β und das heteromorphismische Bi-Zeichen die Kontexturenzahlen der Ordnung β, α. Was aber ist, wenn K = 3 ist? Man kann dann zwar dem morphismischen Zeichen die Zahlenordnung α, β, γ und dem heteromorphismischen die Zahlenordnung γ, β, α zuordnen, aber welchen Zeichen entsprechen die übrigen 4 Permutationen? Die Lösung liegt darin, dass das Kaehrsche Bi-Zeichen-Schema bzw. Textem offenbar ein Fragment einer komplexeren semiotischen Struktur ist, die man wie folgt darstellen könnte:



Für n = 6 haben wir hier also zwei weitere, nach untern gespiegelte Bi-Zeichen, die offenbar meontisch sind und als „semiotische Negate“ den Benseschen „Co-Zeichen“ (Bense 1979, S. 93 ff.) entsprechen.

Für K = 2 (n = 4) scheint also der Bereich des Linearen und für K = 3 (n = 6) derjenige des Bereich des Flächigen auschöpft, denn für K = 4 gibt es n = 24 Permutationen, die man nicht mehr als flächige m-Reihen von je n-Bi-Zeichen mit (n-1) Abständen darstellen kann. Als Modell bietet sich jedoch ein Stern mit 8 Zacken, d.h. Dreiecken an mit je 2 Kon- oder Ko-Dreiecken zwischen jedem adjazenten Paar von Zacken:



In diesem Fall muss jedoch untersucht werden, wie die Kon- und Ko-Zeichen, d.h. die „intermediären“ Permutationen

β, γ, δ / β, δ, δ

α, γ, δ / δ, α, γ

auf die Kon- und Ko-Zeichen verteilt sind.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Negative und positive Schöpfung

1. Die Ordnung von Dichotomien ist kognitiv determiniert und irreversibel:
0.1. <Zeichen/Objekt>, *<Objekt/Zeichen>
1.1. <Subjekt / Objekt>, *<Objekt / Subjekt>
1.2. <Sein / Nichts>, *<Nichts / Sein>
1.3. <Wesen / Erscheinung>, *<Erscheinung / Wesen>
1.4. <Tag / Nacht>, *<Nacht / Tag>
1.5. <Leben / Tod>, *<Tod / Leben>, usw. (vgl. Müller 1997).
Nun folgt aus (1.1.)
1.6. Zeichen = Subjekt
und aus (1.2)
1.7. Zeichen = Sein.
Hieraus folgt aber
1.8. Subjekt = Sein
und daher
1.9. Objekt = Zeichen
und daher ein Widerspruch.
2. Nach 1.8. ist also das Zeichen Objekt, nach 1.7. und 1.8. ist es aber Subjekt. Wenn wir also mit Bense (1967, S. 9) davon ausgehen, dass die Semiose Metaobjektivation ist, also Transformation eines Objektes in Relation durch „thetische Setzung" (Fichte), dann kann dieser Prozess in den zwei entgegengesetzten Richtungen verlaufen:
2.1. Sein → Zeichen → Nichts
2.2. Nichts → Zeichen → Sein.
In 2.1. liegt negative Schöpfung vor, in 2.2. positive Schöpfung.
Wenn man dem Wortlaut von Moses I, 1 ff. folgt (Übers. von Buber und Rosenzweig):

> Gott sprach: Licht werde! Licht ward. Gott sah das Licht: daß es gut ist. Gott schied zwischen dem Licht und der Finsternis. Gott rief dem Licht: Tag! und der Finsternis rief er: Nacht! Abend ward und Morgen ward: Ein Tag. Gott sprach: Gewölb werde inmitten der Wasser und sei Scheide von Wasser und Wasser!

so wird klar, dass der Sprechakt die neuen Gegenstände, abstrakt gesagt also das Zeichen das Objekt schafft. Genauer heisst es bei Joh. I, 1 (Luther-Bibel):

> Im Anfang war das Wort, und das Wort war bei Gott, und Gott war das Wort. Dasselbe war im Anfang bei Gott. [3]Alle Dinge sind durch dasselbe gemacht, und ohne dasselbe ist nichts gemacht, was gemacht ist.

Hier wird also vollends klar, dass das Zeichen sein Objekt erschafft und dass das Zeichen darüberhinaus mit dem Schöpfer identisch ist. Das ist nun nicht nur die Umkehrung der Semiose, in der ein Objekt durch ein Zeichen bezeichnet wird, sondern es folgt daraus, dass nicht nur das Zeichen Nichts ist, sondern auch der Schöpfer. Wenn aber der Schöpfer Nichts ist, dann muss er Teil dieses Nichts sein, das da am Anfang der Welt geherrscht haben muss nach Ausweis der beiden Bibelstellen sowohl des Alten wie des Neuen Testaments, denn das Nichts ist genauso wenig mit Seinsbrocken vermengt wie das Sein Löcher des Nichts aufweist. Wir haben also in Übereinstimmung mit der Negativen Theologie sowie einigen weiteren Vertretern (Amos 5, 18, Teile der Gnosis, Meister Ekkehard, A. Silesius; jüdische Tradition des Zimzum usw.) eine Schöpfung aus dem Nichts vor uns.

3. Das Problem geht aber noch viel tiefer (vgl. Toth 2009a, b, 2010). Bisher sind wir ja von Dichotomien ausgegangen, um die Schöpfungsrichtung zu bestimmen, d.h. festzustellen, ob es sich bei der biblischen Schöpfung um eine positive oder negative Schöpfung handelt. Ob positiv oder negativ: Die Schöpfung aber stellt sich immer noch in ihrem dichotomischen Prokrustesbett dar als das Andere des Schöpfers, der ja mit dem Schöpfungsprozess gleichgesetzt wird. Was also zurückbleibt, sind die weiteren Dichotomien
Schöpfer / Schöpfung, bzw.
Schöpfungsakt / Schöpfungsprodukt,
die also nach unseren bisherigen Untersuchungen folgende Teilergebnisse zeigen:
semiotisch: Nichts → Sein
logisch: Negation → Position
phänom.: Erscheinung → Wesen
ethisch: Böses → Gutes
ästhetisch: Hässliches → Schönes
math.: freie Variable → gebundene Variable
teleol.:Indetermination → Determination

Die biblische Schöpfung ist also ganz genau wie physikalisch-kosmologische Schöpfung eine Schöpfung, die sich energetisch und informationell durch massive Erniedrigung der Entropie auszeichnet, d.h. vom „Chaos zum Kosmos“ (Hausdorff) führt. Erkenntnistheoretisch bewegt sie sich somit vom meontischen zum ontologischen Raum, womit sie vollkommen aus der Rahmen der aristotelischen Logik und der auf ihr aufgebauten Ontologie/Metaphysik fällt, die bekanntlich über keine Todesmetaphysik verfügt, denn nach klassisch-griechischer Auffassung, zu der etwa auch noch Hegel zählt, gilt, „dass im tiefsten Reflexionsgrunde unserer Subjektivität nicht eine unsterbliche ´Seele´, sondern der Tod wohnt. Und zwar ein platter Tod, ein Tod ohne die geringste metaphysische Relevanz“ (Günther 1980, S. 2; Toth 2007, S. 39).

4. Eine Logik, deren Ontologie über eine Todesmetaphysik verfügt, ist die von Günther geschaffene polykontexturale Logik, ein durch Transoperatoren verbundenes Netzwerk von disseminierten Individualkontexturen, in den die klassische Logik weiterhin gilt. Diese wird also nur dort überstiegen, wo zwischen den Kontexturen, und damit zuallererst zwischen den Dichotomien, hin- und herbewegt wird (vgl. Kronthaler 1986, S. 38 ff.). Nach polykontexturaler Auffassung befinden sich somit die monokontextural geschiedenen Glieder von Dichotomien innerhalb der jeweils gleichen Kontextur. Die polykontexturale Logik befindet sich daher auf einer viel tieferen Stufe als die aristotelische Logik, insofern sie die für unser abendländisches Denken basale Teilung von Diesseits und Jenseit unter-geht. Was monokontextural getrennt ist, ist also polykontextural noch zusammen. Und wenn wir die Schöpfung untersuchen wollen und dabei nicht bereits die dichotomische Teilung hineintragen wollen, um uns am Schluss im Kreise zu drehen, müssen wir sie eben hintergehen, indem wir von Aristoteles eine Stufe hinunter zu Günther und Kaehr steigen.

Auf dieser Stufe fallen nun mit den Gliedern der Dichotomien die Gesetze der Identität, des ausgeschlossenen Dritten, des absolut verbotenen Widerspruchs und natürlich auch der Satz vom Grunde weg: wir bewegen uns ja von der aristotelischen zur Günther-Logik vom Grund zum Abgrund, genauer: von der Ontik zur Meontik, also dorthin, wo Günther gesagt hatte: „Diese Welt hat Gott noch nicht geschaffen, und es gibt auch keinen Bauplan für sie, ehe ihn nicht das Denken in einer Negativsprache beschrieben hat“ (1980, S. 87 f.). Findet also nach aristotelisch-biblischer Auffassung an der Spitze einer als Pyramide gedachten Sublimation von Materie in Geist die coincidentia

oppositorum statt, so findet sich nach polykontexturaler Auffassung dort statt, wo Materie und Geist und eben alle Dichotomien noch nicht geschieden sind.
In Spencer Browns „Laws of Form” lautet Axiom 1: “Draw a distinction!” (Mach einen Unterschied!), und das zugehörige Lemma heisst: Axiom 1: „Call the space in which [the distinction] is drawn the space severed or cloven by the distinction“ (Spencer Brown 1969, S. 3). Der Unterschied ist also sozusagen der Baustein des Nichts, diese Welt, die sich Gottes Schöpfung entzieht, weil er selbst Teil davon ist. Wer diese Folgerung nicht anerkennt, müsste erklären können, wer Gott geschaffen hat, und das ist unmöglich, weil, er nach Joh. I 1 mit dem Schöpfungsakt identisch ist. Er muss sich also selbst geschaffen haben in diesem von ihm verkörperten Schöpfungsprozess, den wir vor-dichotomisch „Leere“ nennen. Nach der Zeichentheorie Spencer Browns muss er damit aber mit dem „Unterschied“ identisch sein, denn dieser ist es, der den leeren Raum in zwei Umgebungen teilt und damit die erste elementare Dichotomie errichtet, die später mit der Negativität der Unterschiede, der Zeichen zusammenfällt, aus der die Objekte als positive facta bruta geschaffen werden.
So wie also die Zeichen erkenntnistheoretisch den Objekten vorangehen, gehen die Kenogramme, die Platzhalter der Leere in der Güntherschen Logik, den Zeichen voraus: Die Kenogramme sind die Elemente der Meontik, wie die Zeichen die Elemente der Semiotik und die Objekte die Elemente der Ontik sind. Damit geht aber die Kenose auch der Semiose voraus (Mahler 1995, S. 34). Das bedeutet nun, dass wir zur Rekonstruktion des Schöpfungsprozesses, d.h. zur Erfüllung des am Anfang dieser Studie gegebenen Schemas

Nichts → Zeichen → Sein

die folgenden Abbildungen vornehmen müssen:

Kenogramme → Zeichen → Objekte

Da die Kenogramme und ihre Sequenzen, die Morphogramme, berechenbar sind (Kronthaler 1986, Mahler 1995), da die Zeichen ebenfalls berechenbar sind (z.B. Toth 2006), brauchen wir uns nach einem „Kalkül der Objekte“ umzuschauen, der mindestens mit der Semiotik kompatibel. Ein solcher liegt vor in Stiebings „Objekt-Arithmetik“ (Stiebing 1981). Da Kaehr (2008) nachgewiesen hatte, dass man für triadisch-trichotomische Zeichen am besten von 4 Kontexturen ausgeht, benötigen wir also zur Berechnung der Kenogramme ein qualitativ-mathematisches Trito-System der Kontextur K = 4, die 10 Peirceschen Zeichenklassen und die 8 Objektklassen der Stiebingschen Arithmetik sowie Transformationssysteme, welche die Übergänge zwischen ihnen bewerkstelligen:

T-System K = 4	Zeichenklassen	Objektklassen
0000	3.1 2.1 1.1	000
0001	3.1 2.1 1.2	100
0010	3.1 2.1 1.3	010
0011	3.1 2.2 1.2	001
0012	3.1 2.2 1.3	110
0100	3.1 2.3 1.3	101
0101	3.2 2.2 1.2	011
0102	3.2 2.2 1.3	111
0110	3.2 2.3 1.3	
0111	3.3 2.3 1.3	
0112		
0120		
0121		
0122		
0123		

Fest stehen bei diesen Abbildungen allerdings bislang nur die drei eingezeichneten, wobei die Abbildung der eigenrealen Schemata mehrdeutig ist. Die Aufdeckung der Gesetze der übrigen Abbildungen bedeutet also nichts weniger als die Aufdeckung der Gesetze des Schöpfungsplanes.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: Thinkartlab, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html, 2008

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Mai 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1995

Müller, Gereon, Beschränkungen für Binomialbildung im Deutschen. Ein Beitrag zur Interaktion von Phraseologie und Grammatik. In: Zs. für Sprachwissenschaft 16/1-2, 1997, S. 5-51

Spencer Brown, George, Laws of Form. London 1969

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Kenomatisches Licht und pleromatische Finsternis. : Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Schoepf.%20plerom.%20F.%20II.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Die Schöpfung aus der pleromatischen Finsternis. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Schoepf.%20plerom.%20Finsternis.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Die Selbstschöpfung aus dem Nichts. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Selbstschoepfung.pdf (2010)

Die Abbildungen von Trito-4-Systemen via Trichotomische Triaden auf Zeichenrelationen sowie von Zeichenrelationen via thematisierte Realitäten auf Stiebingsche Objektklassen

1. Da Kaehr (2008) nachgewiesen hatte, dass man für triadisch-trichotomische Zeichen am besten von 4 Kontexturen ausgeht, benötigen wir also zur Berechnung der Kenogramme ein qualitativ-mathematisches Trito-System der Kontextur K = 4, die 10 Peirceschen Zeichenklassen und die 8 Objektklassen der Stiebingschen Arithmetik sowie Transformationssysteme, welche die Übergänge zwischen ihnen bewerkstelligen.

1. Da Kaehr (2008) nachgewiesen hatte, dass man für triadisch-trichotomische Zeichen am besten von 4 Kontexturen ausgeht, benötigen wir also zur Berechnung der Kenogramme ein qualitativ-mathematisches Trito-System der Kontextur K = 4, die 10 Peirceschen Zeichenklassen und die 8 Objektklassen der Stiebingschen Arithmetik sowie Transformationssysteme, welche die Übergänge zwischen ihnen bewerkstelligen.

2. Transformationssystem T-4 → Zkln

0000	→	3.1 2.1 1.1	
0001	→	3.1 2.1 1.2	1. Trich. Triade
0010	→	3.1 2.1 1.3	
0011	→	3.1 2.2 1.2	
0012	→	3.1 2.2 1.3	2. Trich. Triade
0100	→	3.1 2.3 1.3	3. Trich. Triade
0101	→	3.2 2.2 1.2	
0102	→	3.2 2.2 1.3	4. Trich. Triade
0110	→	3.2 2.3 1.3	5. Trich. Triade

0111	→	3.3 2.3 1.3
0112	→	3.3 2.3 1.3
0120	→	3.3 2.3 1.3
0121	→	3.3 2.3 1.3
0122	→	3.3 2.3 1.3
0123	→	3.3 2.3 1.3

6.-9. Trich. Triade

|ZR 3×3| = 27 ^{3}R, die sich in 9 Trichotomische Triaden unterteilen.

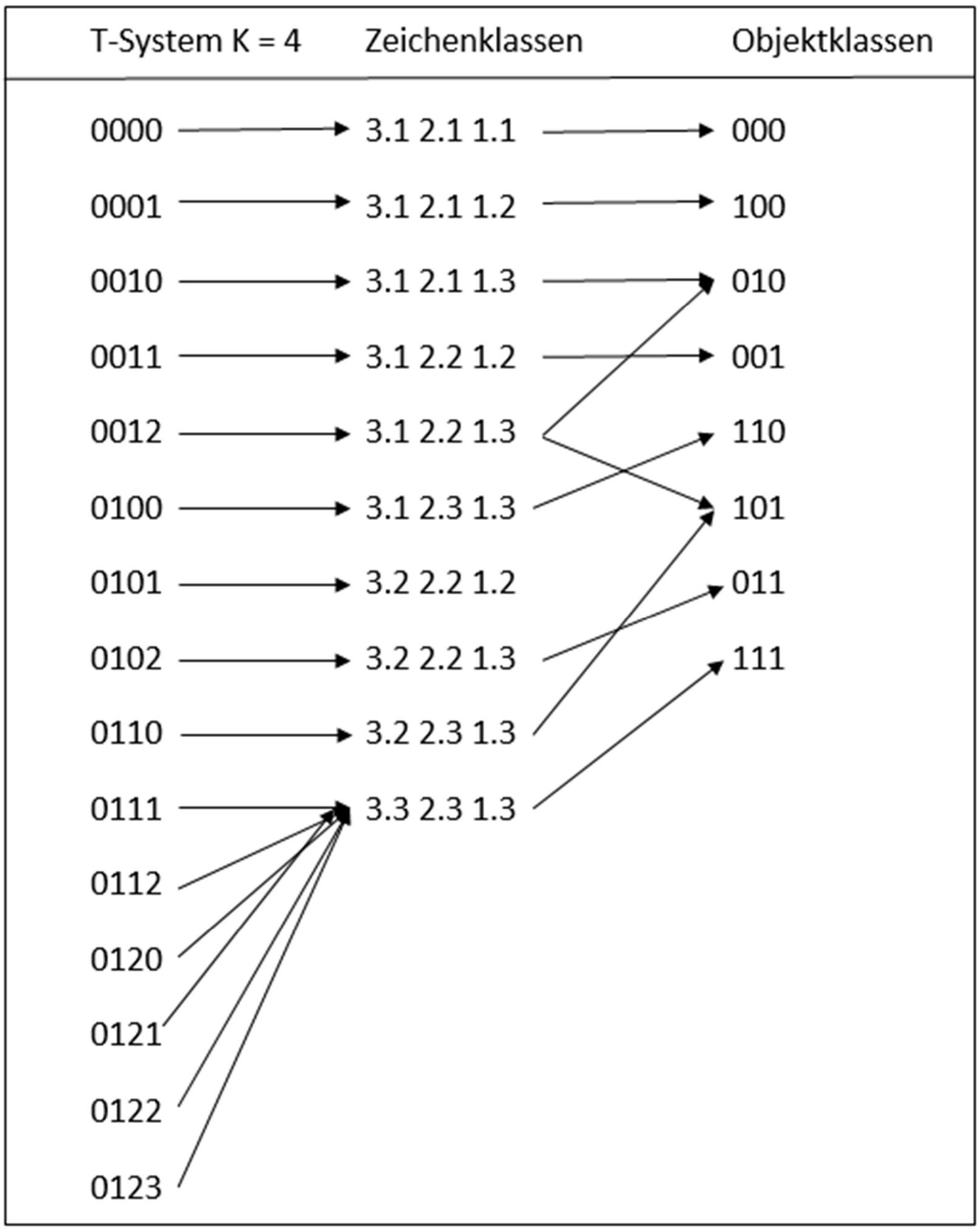
2. Transformationssystem Zkln → Objektsklassen

Anstatt, wie Stiebing (1981) es getan hatte, diejenige Objektklasse mit der geringsten Semiotizität mit 111 und diejenige mit der höchsten mit 000 zu bezeichnen, tun wir es hier umgekehrt.

M-M	3.1 2.1 1.1	000
M-O	3.1 2.1 1.2	100
M-O	3.1 2.1 1.3	010
O-M	3.1 2.2 1.2	001
ER	3.1 2.2 1.3	110
I-M	3.1 2.3 1.3	101
O-O	3.2 2.2 1.2	011
O-M	3.2 2.2 1.3	111
I-O	3.2 2.3 1.3	
I-I	3.3 2.3 1.3	

Hier gibt es also keine eindeutigen Abbildungen, insofern ein Urbild mehrere Bilder haben kann. Ferner ist das Urbild des Bildes (3.2 2.2 1.2), also des „reinen“ Objektes, nicht zuordbar. Es scheint eine ähnliche Rolle wie die eigenreale Zkl unter den Zkln zu spielen.

3. Kombinierte Transformationssysteme T-4 → Zkln → Objektsklassen



Nach Toth (2010) stellt dieses komplexe Transformationssystem also den vollständigen semiotischen Plan der Schöpfung dar.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: Thinkartlab, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html, 2008

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Toth, Alfred, Negative und positive Schöpfung. Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Der semiotische Zusammenhang von matching conditions in (Bi-) Zeichenreihen

1. Nach Kaehr (2009) treten Zeichen im polykontexturalen Zusammenhang immer mit ihren „Spiegelzeichen“ zusammen auf, wobei der Zusammenhang zwischen einem Zeichen und seinem Spiegelzeichen durch sog. „matching conditios“ geleistet wird. Hierbei werden homogene und heterogene Fälle unterschieden,wobei der Zusammenhang kategorienweise durch je einen Morphismus und seinen entsprechenden „Heteromorphismus“ im Rahmenmodell einer Diamantenstruktur gegeben ist. Die heteromorphismische Relation kann damit als die Umgebung jeder morphismischen Relation bestimmt werden. Die Verkettung von Bi-Zeichen nennt Kaehr (im völligem Untrschied zur üblichen strukturalistischen Verwendung des Terminus) „Textem“:

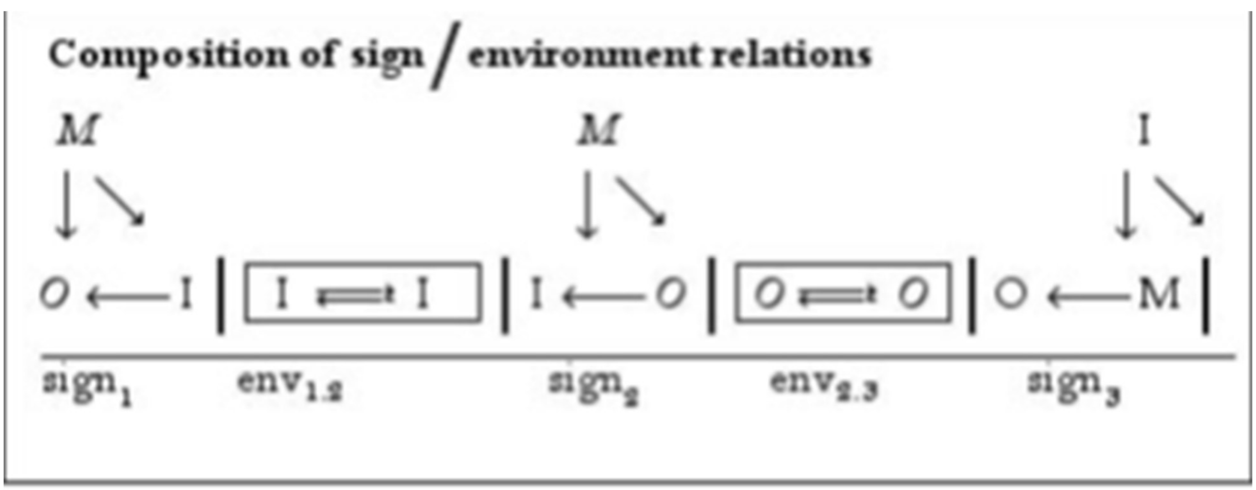
texteme:

$$diamond = (\text{sign} + \text{environment})$$

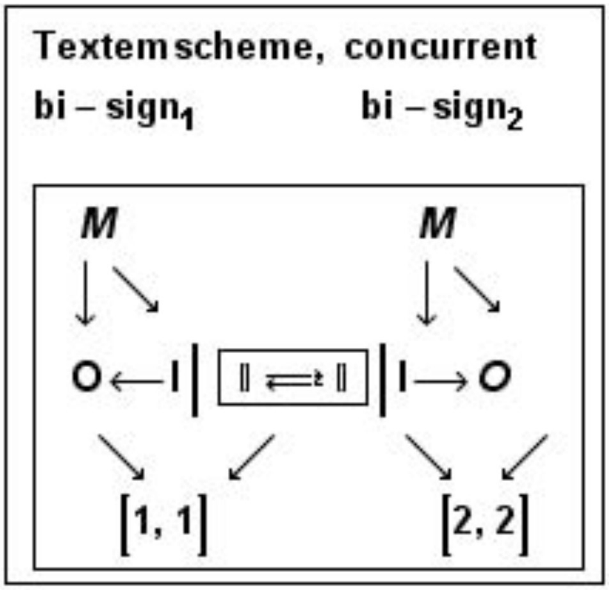
$$bi - sign = (\text{diamond} + 2 - \text{anchor})$$

$$texteme = (\text{composed bi} - \text{signs} + \text{chiasm}).$$

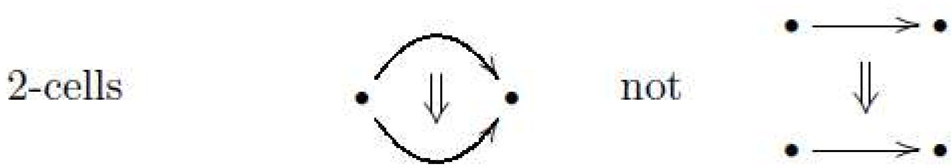
Die folgende Darstellung aus Kaehr (2009, S. 6) zeigt den Anfang einer Zeichenreihe, wobei für jedes Zeichen seine heteromorphismische Umgebung eingezeichnet ist:



2. Schaut man sich nun ein Bi-Zeichen an



so führen hier von M → O nicht nur eine, sondern zwei Abbildungen, nämlich einmal der Morphismus M → I und einmal der Heteromorphismus M → I´ (mit der matching condition I ⇄ I´. Kategorietheoretisch handelt es sich hier also um eine Bikategorie der Form



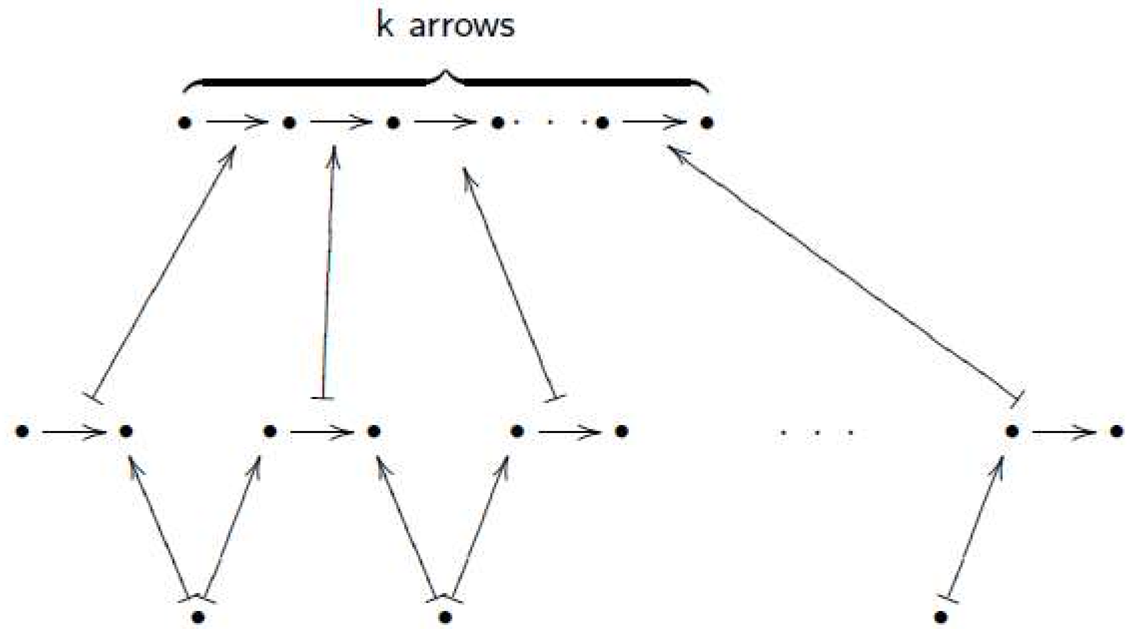
(Cheng/Lauda 2004, S. 2), also um eine n-Kategorie, bei der mit zunehmendem n die Assoziativitätsbedingungen die Rolle der Kompositionen und Identitäten übernehmen. (Dieser Verlust an Stringenz hat eine gewisse Parallele beim Übergang von Körpern zu Schiefkörpern im Zahlenbereich, wo ja gerade ebenfalls die Assoziationsbedingungen eine tragende Rolle spielen.)

$X(0), X(1)$	Data: objects and morphisms
$X(2)$	Structure: composition
$X(k) \quad k \geq 3$	Properties: asserting that associativity holds

(Cheng/Lauda 2004, S. 73).

Im Rahmen der höherdimensionalen Kategorietheorie ergibt sich nun aber die Möglichkeit, die Zusammenhänge nicht nur der Bi-Zeichen in Kaehrschen Textemen, sondern selbst die Zusammenhänge zwischen den matching conditions zu „berechnen“. Dabei gehen wir von der folgenden Skelettdarstellung von Bi-

Zeichenreihen aus, die Cheng und Lauda völlig unabhängig von der Semiotik für sog. Segal-Kompositionskarten gegeben hatten:



Hier werden also in semiotischer Interpretation gerade die machting conditions, d.h. Paare von Morphismus und Heteromorphismus, auf ihren inner-textematischen Zusammenhang bestimmt. Schematisch kann man das wie folgt ausdrücken:

$$M^n \equiv O^{n+1} \equiv M^{n+1} \equiv O^{n+2} \equiv M^{n+2} \equiv O^{n+2} \equiv \ldots$$

$$\Downarrow$$

$$(M^n \equiv O^{n+1}) \rightarrow (M^{n+1} \equiv O^{n+2}) \rightarrow (M^{n+2} \equiv O^{n+2}) \equiv \ldots$$

Literatur

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge 2004

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. Glasgow 2009, http://www.thinkartlab.com/CCR/2009/02/diamond-text-theory.html

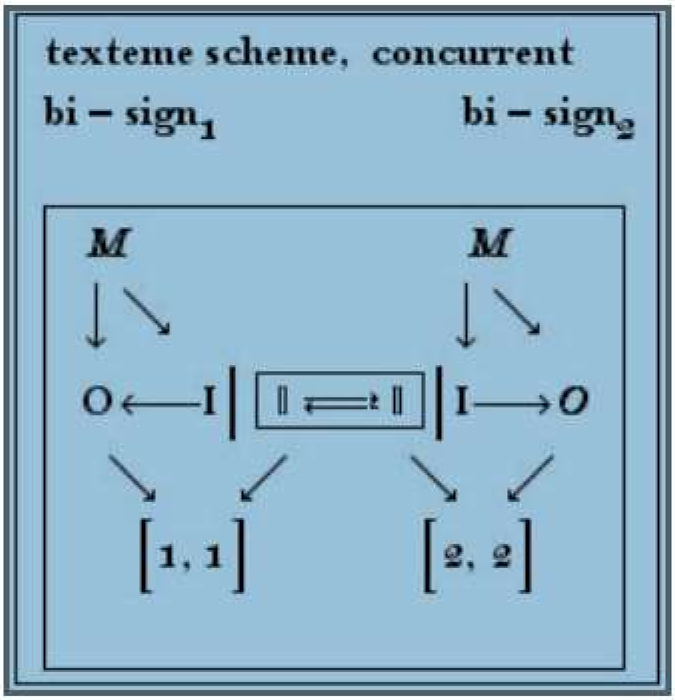
Klärungen zum „Wert“ eines Zeichens

1. Der Begriff des „Wertes“ in der Semiotik, der bekanntlich bei Peirce gar nicht vorhanden ist, dürfte aus dem hochproblematischen Systembegriff de Saussures stammen, also auf die Dichotomie von Langue und Parole zurückgehen. Dies ist jedoch eine jener relativ zahlreichen Dichotomien, deren Gültigkeit de Saussure für die allgemeine Zeichenwissenschaft allein aufgrund der Linguistik beansprucht; sie entspricht annähernd dem antiken Unterschied von Ergon und Energeia und der modernen Differenzierung Chomskys zwischen Kompetenz und Performanz. Im Grunde ist es aber erstaunlich, dass gerade diese Dichotomie sich als Teil der allgemeinen Zeichenwissenschaft hat halten können. Niemand wird zwar die Praktikabilität dieser Unterscheidung für die Sprachtheorie bestreiten können, aber wie steht es in den nicht-verbalen Zeichensystemen? Kann man wirklich sinnvoll zwischen Langue und Parole unterscheiden etwa bei Verkehrszeichen, Gestik, Mimik, Proxemik? Was bedeutete eine nicht-triviale „Tiefenstruktur“ der Musik, des Tanzes, der Uniformen, Wegweiser, Ampeln, Weinmarken, des Schmuckes?

2. Ohne Systembegriff jedoch kein Zeichenwert, denn Saussure sagt in nicht zu überbietender Klarheit: „In allen diesen Fällen stossen wir also statt auf von vornherein gegebene Vorstellungen auf Werte, die sich aus dem System ergeben. Wenn man sagt, dass sie Begriffen entsprechen, so deutet man damit zugleich an, dass diese selbst lediglich durch Unterscheidungen bestehen, die nicht positiv durch ihren Inhalt, sondern negativ durch ihre Beziehungen zu den andern Gliedern des Systems definiert sind. Ihr bestimmtestes Kennzeichen ist, dass sie etwas sind, was die andern nicht sind“ (1967, S. 139 f.). Vom Peirceschen Standpunkt aus gibt es nun aber kein vorgegebenes System der Zeichen, es gibt jedoch das Gesetz der Autoreproduktivität von Zeichen, das zur Folge hat, dass kein Zeichen allein bestehen kann, weil es immer wieder interpretiert werden muss; technisch gesagt, weil der triadische Interpretantenbezug selbst ein Zeichen (im Zeichen) ist. Falls also überhaupt von einem System bei der Peirceschen Semiotik die Rede sein kann, dann wird es durch die Zeichen und ihre Autoreproduktion fortlaufend geschaffen und ist nicht etwas wie ein vorgegebenes Raster, in welches die Zeichen hineinkommen, so, wie es etwa bei der Zahlenreihe der Fall ist, in der sogar zwischen zwei natürlichen Zahlen immer noch unendliche viele Zahlen liegen, denn erstens ist es sinnlos, von einer vorgegebenen Ordnung von Zeichen zu sprechen (1, 2, 3, ..., n) und zweitens ist es ebenfalls sinnlos, zu sagen, dass zwischen zwei Zeichen wiederum eine grosse Menge von Zeichen liegt. Im Gegensatz zur Reihe der natürlichen Zahlen haben Zeichen keinen Anfang und kein Ende; es ist ebenso sinnlos, von einem „ersten“ wie von einem „letzten“ Zeichen zu sprechen (vgl. Bense 1992), so dass der Systembegriff der Zeichen auch in dieser Hinsicht stark relativiert wird. Da jedes Zeichen im Spannungsfeld von Eigen- und Fremdreferenz steht (denn jedes Zeichen ist in mindestens einem Subzeichen mit der Zeichenklasse

der Eigenrealität verbunden, vgl. Walther 1982), sollte man Zeichensysteme weder als statisch noch dynamisch, sondern besser vielleicht als „oszillierend“ bezeichnend.

3. Falls der Begiff der systemischen **semiotischen Oszillation** akzeptiert werden wird, wage zu behaupten, dass sich erst von dieser Voraussetzung her eine Möglichkeit ergibt, den Peircschen (oszillativen) Systembegriff auf den morphismischen und hetero-morphismischen Systembegriff der Kaehrschen semiotischen Diamanten zu übertragen. Das Basisgerüst semiotischer Diamenten von Kaehr ist ja das „Bi-Zeichen“ (Bi-Sign):



texteme :

diamond = (sign + environment)

bi – sign = (diamond + 2 – anchor)

texteme = (composedbi – signs + chiasm) .

(Diese wie die folgenden zwei Darstellungen entnommen aus Kaehr 2009.)

Das Bi-Zeichen tritt also in polykontexturalem Kontext an die Stelle des a priori monokontexturalen Peirceschen Zeichens. Es wird damit durch das Verhältjnis von Morphismus und Heteromorphismus – bzw. erst durch die Ermöglichung heteromor-phismischer Relationen – systemisch wertstiftend im Sinne Saussures.

Im polykontexturalen Kontext werden nun nicht Zeichen, sondern Bi-Zeichen textuell verbunden, dabei ergeben sich also zwei Möglichkeiten: die morphismische Komposition kann „homogen“ oder „heterogen“ sein, wie Kaehr sagt, d.h. die Kaegorien der zu verbindenenden Zeichen der Bi-Zeichen können gleich oder verschieden sein. Auch hier ist zu betonen, dass in der monokontexturalen Semiotik nur gleiche Kategorien (M/M, O/O, I/I) oder gleiche Subzeichen (1.1/1,1, 1.2/1.2, ..., 3.3/3.3) verbunden werden konnten. Im polykontexturalen Kontest können nun aber auch verschiedene kraft der durch duie Kontexturenzahlen ermöglichten „matching conditions“, wie Kaehr sagt, verbunden werden. Man vergleiche die Schemata der beiden, homogenen und heterogenen, Möglichkeiten aus Kaehr (2009):

$$\frac{\left[\left(M_\alpha \longrightarrow I_\omega\right) \diamond \left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,1)} \odot \left[\left(M_\alpha \longrightarrow I_\omega\right) \diamond \left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,2)}}{\left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,1)} \Big| \, {}^{(2)}\left(\tilde{I}_\omega \rightleftarrows \tilde{I}_\alpha\right)^{(1)} \Big| \left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,2)}}$$

Diamond composition rule for homogeneous semiotic texteme

$$\frac{\left[\left(M_\alpha \longrightarrow I_\omega\right) \diamond \left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,1)} \odot \left[\left(I_\alpha \longrightarrow M_\omega\right) \diamond \left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)\right]^{(1,2)}}{\left(M_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,1)} \left\| \begin{pmatrix} \tilde{I}_\omega \leftarrow \tilde{I}_\alpha & (1) \\ \tilde{M}_\omega \leftarrow \tilde{M}_\alpha & (2) \end{pmatrix} \right\| \left(I_\alpha \longrightarrow O_\omega\right)^{(1,2)}}$$

Diamond composition rule for heterogeneous semiotic texteme

Was nun die durch diese beiden Basistypen von Komposition ermöglichten semiotischen Werte Werte betrifft, könnte man im homogenen Falle von semiotischen Eigenwerten und im heterogenen Falle von semiotischen Fremdwerten (die „gematcht“ werden können) sprechen.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

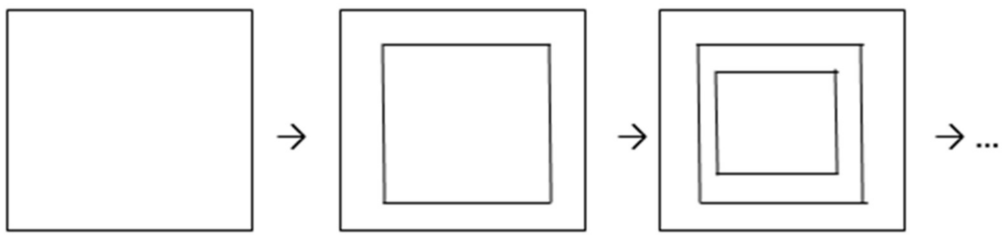
Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. In: The Chinese Challenge, Thinkart-Lab Glasgow, 2009, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf

Saussure, Ferdinand de, Grundfragen der Allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Null und Nullheit

1. Am Anfang steht der (leere) Raum. Er differenziert aus sich selbst zwischen Innenraum und Aussenraum, d.h. zwischen sich selbst und seiner Umgebung. Damit kann er Subjektivität erzeugen, sie ist das Komplement zwischen dem Ganzen, in das der Raum hineingestellt ist und sich selbst:



Das kann man formal wie folgt notieren:

$O \rightarrow S(O) \rightarrow S((S(O)) \rightarrow S(S((S(O))) \rightarrow \ldots$

$$S(O)=O' \qquad S((S(O)) = O'',$$

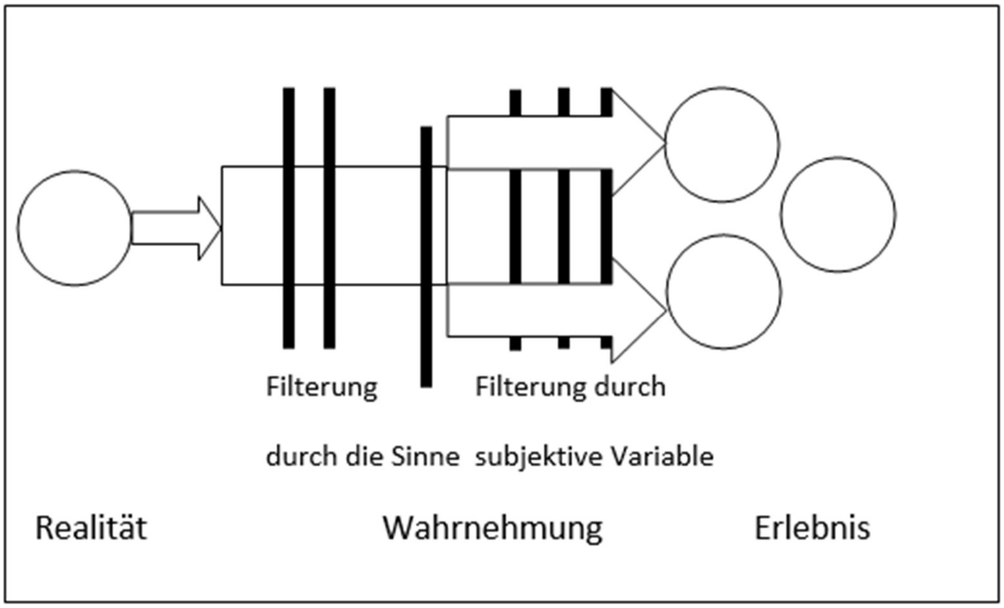
also

$S \rightarrow (S/O) \rightarrow (S/O)'' \rightarrow (S/O)''' \rightarrow \ldots.$

Am Ende wird also das Subjekt in Objektivität aufgelöst (Toth 2007):

$S \rightsquigarrow O.$

2. Der allgemeine Raum sei die Realität im Sinne von totaler Objektivität. Zwischen Realität und Erlebis vermitteln nach Joedicke (1985, S. 10) Filter, welche ihrerseits zwischen Wahrnehmung und Erlebnis vermitteln:



Stehe $\mho$ für die Realität, Ω_i für ein beliebiges Objekt, dann gilt:

$\mho = \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n\}$

$\mho \to OR = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$.

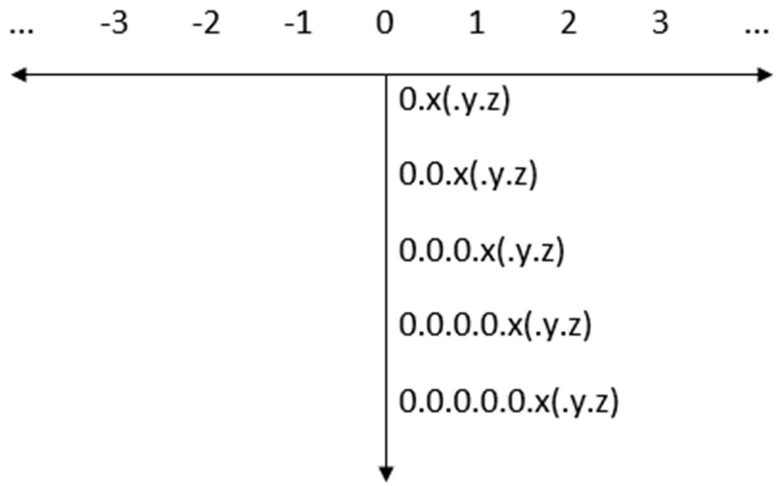
$\Omega \to ZR$,

$\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\} \to (M, O, I)$.

Damit ist die vollständige Semiose ein Prozess, der vom ontischen über den präsemiotischen zum semiotischen Raum führt; als geordnetes Tripel dargestellt:

$\sum = < \Omega, \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\} \to (M, O, I) >$.

3. Auf dem horizontalen Zahlenstrahl ist der vertikale Zahlenstrahl 0.(0, ..., 0)(.x.y.z) der numerische Ort der semiotischen Nullheit, d.h. von $\mho \to OR = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$. Der Punkt 0 selber ist der semiotische Ort der Apriorität, d.h. $\mho = \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n\}$. 1, 2 und 3 sind die numerische Orte der semiotischen Peirceschen Universalkategorien:



Wegen des orthogonalen Verhältnisses von semiotischer Apriorität und Disponibilität ergibt sich eine zwiefache Katabasis:

3.x	3.x.y	3.x.y.z
2.x	2.x.y	2.x.y.z
1.x	1.x.y	1. x.y.z
0.x	0.x.y	0.x.y.z

0.0.x	0.0x.y	0.0.x.y.z	-1.x	-1.x.y	-1.x.y.z
0.0.0.x	0.00x.y	0.0.0.x.y.z	-2.x	-2.x.y	-2.x.y.z
0.0.0.0.x	0.0.0.0x.y	0.0.0.0.x.y.z	-3.x	-3.x.y	-3.x.y.z

Die linke Katabasis ist ein dimensionaler Abstieg mit konstant gehaltenem logischem Wert, die rechte Katabasis ist eine logische Spiegelung mit konstant gehalteneter Dimensionalität.

Literatur

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Transgression and subjectivity. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 48/2, 2007, 73-79

Aus dem SemTechLab (Semiotical Technical Laboratory), Direktor: Prof. Dr. Alfred Toth, 8225 East Speedway, Tucson 85710 (USA)

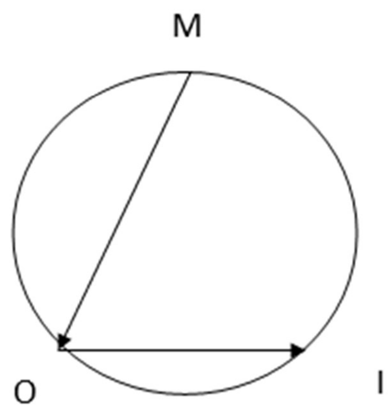
Zeichenrelationen von Bisimulativgeichungen mit leerer Menge und semiotische Diamanten

1. Zu „semiotischen Diamanten“ vgl. Toth (2008, S. 177 ff.) und Kaehr (2008). Sie lassen sich sehr gut mit Hilfe von Kreismodellen darstellen, ähnlich wie dies Günther (1979) mit den Negationszyklen getan hatte. Wie in allen letzten Arbeiten gehen wir von Aczels (1988) Mengentheorie (ohne Plenituditäts-Axiom) aus und definieren:

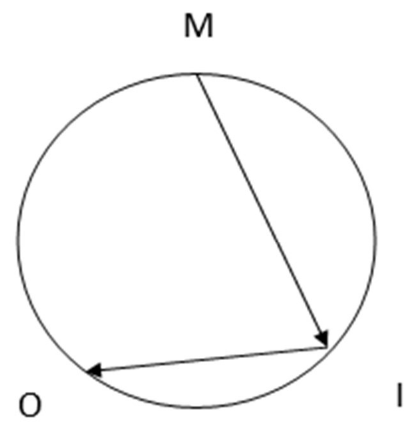
x = {{x}, Ø}, y = {{{x, y}}, Ø}, z = {{{{{x, y, z}}}}, Ø}

Da jede triadische Zeichenrelation 3! = 6 Permutationen hat, bekommen wir die im folgenden präsentierten 6 Darstellungen:

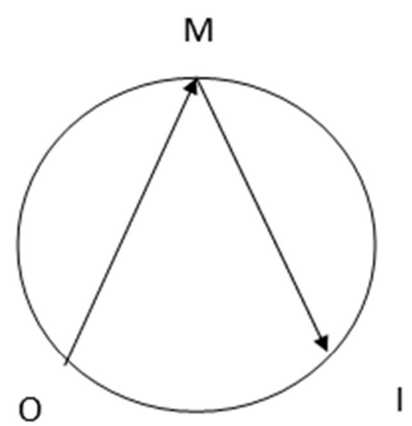
1. (M → O → I) := {{{x}, Ø}, {{{x, y}}, Ø}, {{{{{x, y, z}}}}, Ø}}



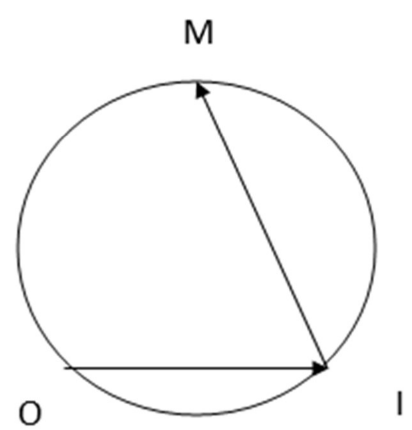
2. (M → I → O) :=   {{{x}, Ø}, {{{{{x, y, z}}}}, Ø}, {{{x, y}}, Ø}}



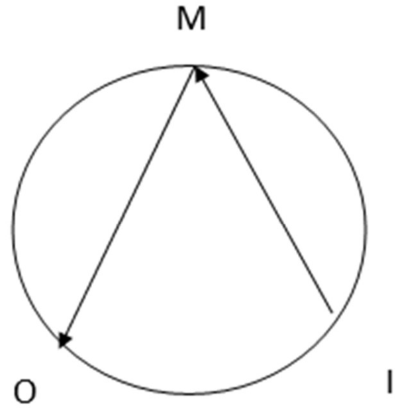
3. (O → M → I) :=   {{{{x, y}}, Ø}, {{x}, Ø}, {{{{{x, y, z}}}}, Ø}}



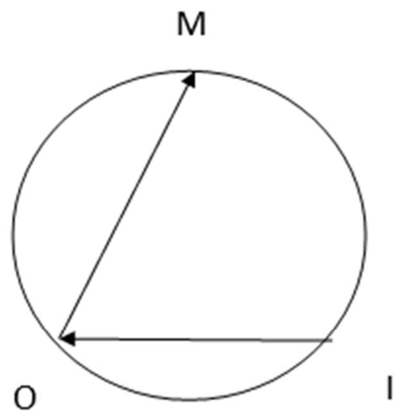
4. (O → I → M) :=   {{{x, y}}, Ø}, {{{{{x, y, z}}}}, Ø}, {{x}, Ø}}



5. (I → M → O) := {{{{{{x, y, z}}}}, Ø}, {{x}, Ø}, {{{x, y}}, Ø}}



6. (I → O → M) := {{{{{{x, y, z}}}}, Ø}, {{{x, y}}, {{x}, Ø}}



Bibliographie

Aczel, Peter, Non-well-founded sets. Cambridge1988

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 2 Bd. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Fibonacci-Zahlen und Peirce-Zahlen

1. Wie bekannt, kann man die Fibonacci-Zahlen durch die Formel

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

berechnen. Dabei wird als Anfangswert 0 und für die zweite Zahl 1 gesetzt; jede weitere Zahl ist dann die Summe ihrer beiden Vorgängerzahlen:

f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}	f_{17}	f_{18}	f_{19}	f_{20}	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$f_{...}$
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1.597	2.584	4.181	6.765	10.946	17.711	28.657	46.368	...

2. Setzt man jedoch als Anfangswert 1, so erhält man

FZ =(1, 1,2, 3, 5,..),

d.h. die Anfangszahl wird sozusagen zweimal gesetzt. Obwohl hier nur eine Spekulation möglich ist, möchte ich doch darauf hinweisen, dass die Notwendigkeit, die semiotische Erstheit verdoppelt zu setzen, von Rudolf Kaehr (2008, S. 1) entdeckt wurde:

> **Firstness as a doublet**
> A composition always is accompanied by an environment of its morphisms. Therefore, an initial object or the number 1, firstness, is diamond theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e.(A | a). That is, as a morphism, and as a hetero-morphism. A diamond initial object is not a singular object but a *doublet*. Also called *bi-object*. Furthermore, self-identity is able to distinguish its directionality as left (lo) and right (ro) order.

Im Gegensatz zu den Peirce-Zahlen

PZ = (1, 2, 3),

die als rein monokonteturale Zahlen ja keine Unterscheidung zwischen Objekt und Umgebung ermöglichen, wird diese Nowendigkeit also von den Fibonacci-Zahlen erfüllt.

3. Man braucht aber die Anfangs-0 bei den Fibonacci-Zahlen gar nicht wegzulassen, denn sie korrespondiert genau mit der von Kaehr entdeckten „diamond zeroness" (2008, S. 1) bzw. den bereits von Bense stipulieren Kategorialzahlen, welche eine trichotomische Untergliederung von Objekten mit Relationszahl r = 0 ermöglichen (Bense 1975, S. 65 ff.). Diese durch r = 0 gekennzeichneten Objekte bilden dann den „ontischen" im Gegensatz zum „semiotischen Raum" (mit r > 1):

ontischer Raum (oR) = {(x.y) | x = 0 ∧ y ∈ {1, 2, 3}

semiotischer Raum (sR) = {(x.y) | x ∈ {1, 2, 3} ∧ y ∈ {1, 2, 3}.

In polykontexturalen semiotischen Diamanten (Kaehr 2008, S. 46)

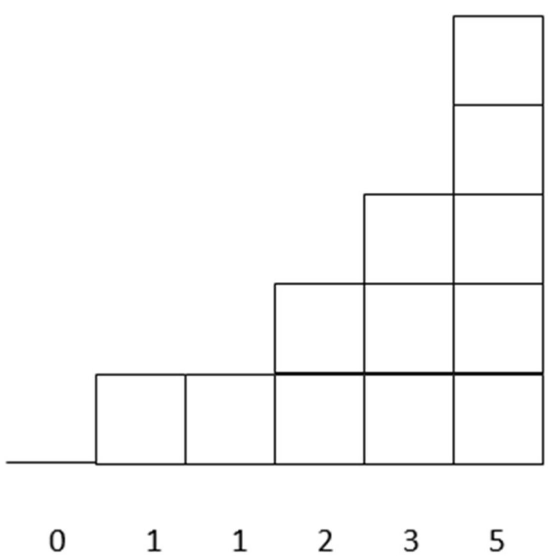
Diamond semiotics scheme, anchors omitted

$$\mathrm{Diam}(ZR) = \begin{pmatrix} \varnothing \mid \varnothing \\ A \mid a \\ A \Longrightarrow B \mid c \\ A \Longrightarrow B \Longrightarrow C \mid b_2 \longleftarrow b_1 \\ A \Longrightarrow B \Longrightarrow C \Longrightarrow D \quad \mid b_2 \leftarrow b_1 \parallel c_2 \leftarrow c_1 \end{pmatrix}$$

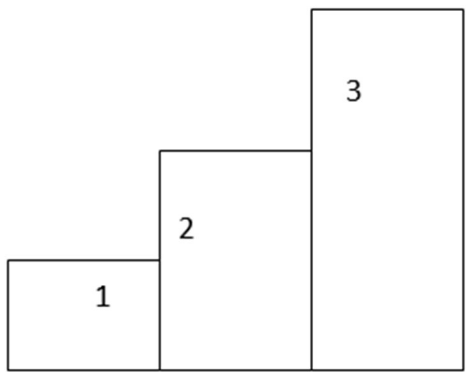
with the operators $ops = \{\Longrightarrow,\ o,\ \mid,\ \longleftarrow,\ \parallel\}$:
morphism $(\Longrightarrow)$, composition (o), separation $(\mid)$,
hetero – morphism $(\longleftarrow)$, saltisition $(\parallel)$.

finden wir also die leere Menge durch sich selbst eingeführt, gefolgt von der monadischen Relation, wie oben gezeigt als Dublette eingeführt, und dann die dyadische, triadische und tetradische Relation.

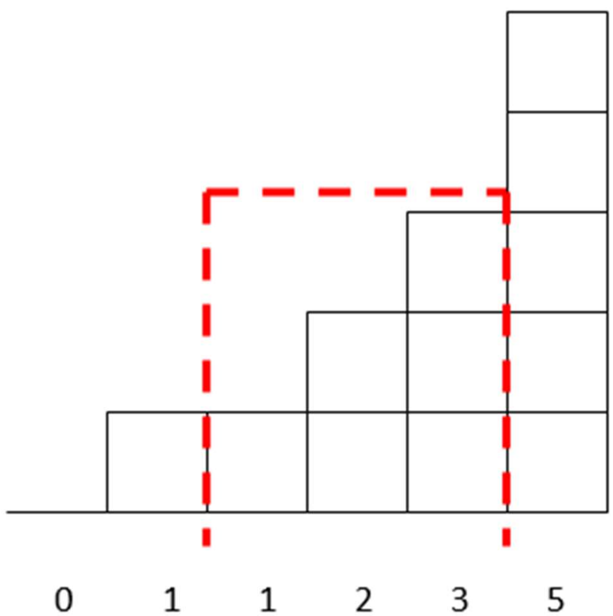
4. Auch wenn nun die Peircesche Semiotik auf Triaden beschränkt ist, ist es nun aber interessant, dass der 5-stufige Aufbau des Kaehr-Diamanten wiederum mit einer 5-Stufigkeit nicht der Peirce-Zahlen, sondern der Fibonacci-Zahlen korrespondiert:



Dagegen schaut die Struktur der Peirce-Zahlen, bei denen ja der Nachfolger der n-ten Zahl die Summe aller n Zahlen ist, wie folgt aus (Toth 2010):



Die Peirce-Zahlen nehmen also innerhalb der Fibonacci-Zahlen den folgenden Teilraum ein:



Nach PZ = FZ = 3 verändert sich aber das Verhältnis 1:1 zwischen Relationalzahl unhd Stufenzahl. Wir müssen aus diesem Gründe zusätzlich den Begriff der Stufenzahl (SZ) in die Semiotik einführen und verstehen darunter die Differenz

$$SZ = \left(\sum_{i=0}^{n} \sigma i - \sum_{i=n-1}^{n} \sigma i \right) .$$

Die Stufenzahl ist also der „Überschuss“ zwischen der Summe aller n Summanden und derjenigen nur der letzten beiden Summanden einer n-stelligen Relation. In der eingangs gegeben Progression der Fibonacci-Zahlen

f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}	f_{17}	f_{18}	f_{19}	f_{20}	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$f_{...}$
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1.597	2.584	4.181	6.765	10.946	17.711	28.657	46.368	...

sind die SZ also einfach die Differenz des Funktionsindexes und der Fibonacci-Zahl, d.h.

SZ = {0, 0, 1, 1, 1, 0, 2, 6, 13, 25,45, 78, 132, ...}

Die durch die Differenz von n-stelliger Relation und n-ter Fibonacci -Zahl verursachten „Sprünge“ beginnen nun nach R = 3, d.h. die triadische Zeichenrelation ist die letzte, bei der Relations- und Fibonacci-Zahl noich übereinstimmen (d.h. SZ = 0 ist). Für R = 4 gibt es gar keine Fibonacci-Zahl, und für R = 5,d.h. eine pentadische semiotische Relation, ist eine um den Wert 1 höhere Stufenzahl nötig, wie man am besten aus dem obigen Diagramm ersieht.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

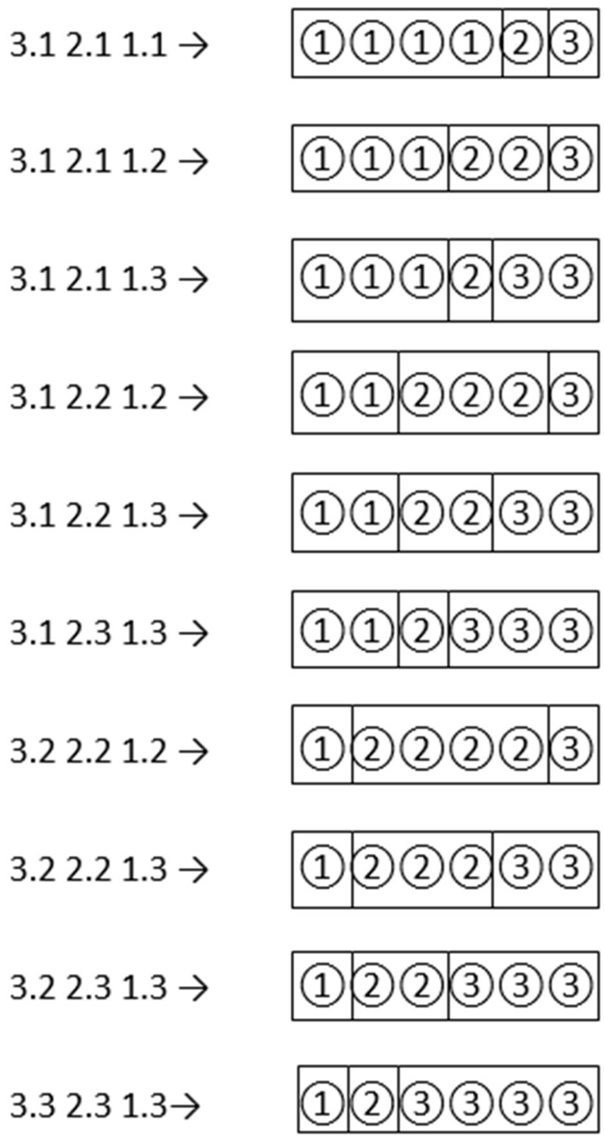
Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: ders., Diamond Semiotic Short, Studies. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2008)

Toth, Alfred, Treppe, Eskalator, Lift. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Treppe,%20Esk.,%20Lift.pdf (2010)

Semiotische Monomorphien?

1. Rudolf Kaehr hat in einer weiteren Arbeit, die man nur als bahnbrechend bezeichnen kann, zwischen „First and second- order approaches to morphogrammatics" unterschieden. Während man in der Morphogrammatik der 1. Ordnung Morphogramme vor allem als Kenogramm-Sequenzen und deren Äquivalenz durch ihre Länge bestimmte, besteht die erste der beiden wesentlichen Neuerungen der Morphogrammatik der 2. Ordnung darin, dass man nun anstatt der Länge von den Operatoren auf Kenogramm-Sequenzen oder Morphogrammen selbst ausgeht: „A first striking result of such an application is the intriguing insight and construction of the possibility of the *sameness* of morphograms of different kenomic complication, i.e. different length" (Kaehr 2010, S. 3). Hier setzt nun gleich die zweite der beiden Neuerungen in der Morphogrammatik der 2. Ordnung ein: „Morphograms as such are in fact unconceivable. What might be achieved is to observe and register the results of interactions with and between morphograms. Hence, different morphograms might give similar responses to interactions. This leads to a new concept of equivalence, similarity and bisimilarity: Two morphograms are morphogrammatically equivalent if their parts (monomorphies) are indistinguishable. This forms an operational and interactional or even interventional equivalence for all sorts of algorithms and machines" (Kaehr 2010, S. 3 f.).

2. Im folgenden wird der Vorschlag gemacht, die Zeichenklassen der Peirceschen Semiotik als Ketten von Fundamentalkategorien zu schreiben, und zwar so, dass gleiche Kenogramme zusammenstehen und jede Kette in progressiver Ordnung notiert ist:



Wie man erkennt, sind die Abbildungen der Zeichenklassen auf die „morphogrammatischen“ Ketten eindeutig. Da jede Zeichenklasse die Form

Zkl = (a.b c.d e.f) mit a ≠ c ≠ e

hat (nur die Triaden, nicht aber die Trichotomien müssen paarweise verschieden sein, da für die letzteren gilt: b ≤ d ≤ f), besteht also jedes „semiotische Morphogramm“ aus drei „semiotischen Monomorphien“. Alle Monomorphien sind homogen (z.B. [1], [22], [3333]), wobei Monaden [a], Dyaden [22], Triaden [333] und Tetraden [3333] aufscheinen können. Heterogene Monomorphien wären nichts anderes als die bekannten Primzeichen, Subzeichen und Zeichenklassen,m unter denen jedoch wiederum die homogenen („genuine Subzeuchen“ bzw. „identische Semiosen“oder auch „identitive Morphismen“ genannt) einen speziellen Platz einnehmen.

3. Noch eine Bemerkung zur Dekomposition von „semiotischen Morphogrammen“, die ja eines der bedeuenden ungelösten Probleme der Semiotik darstellt. In der folgenden Tabelle wird das „semiotische Morphogramm“ auf der linken Seite durch Veränderung seiner Länge, auf der rechten Seite durch Veränderung der Position seiner Bestandteile schrittweise dekomponiert. Ob dieser mein Versuch etwas taugt, würde ich gerne – wie alles in dieser Arbeit (worauf ja das Fragezeichen im Titel bereits Bezug nimmt) der Kritik vorlegen:

Bsp.: 3.1 2.3 1.3 → ①① | ② | ③③③

112333	6! = 720 Permutationen)	
11233 3	5! + 1 = 121	
1123 33	4! + 2! = 26	
112 333	3! + 3! = 12	abzgl. ident.
1 12 333	1! + 2! + 3! = 9	Perm.
1 1 2 333	1! + 1! + 2! + 3! = 7	
1 1 2 3 33	1! + 1! + 2! + 1! + 2! = 7	
1 1 2 3 3 3	1! + 1! + 1! + 1! + 1! + 1! = 6	

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch of a typology of abstract memristic machines. In: ThinkartLab, http://memristors.memristics.com/Machines/Orientation/orientation.pdf (2010)

Die kenogrammatische Identität von Eigenrealität und Kategorienrealität

1. Bereits Bense (1992) hatte eine strukturelle und phänomenologische Verwandtschaft der selbst-dualen Zeichenklasse der Eigenrealität

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

und der quasi-selbst-dualen Zeichenrelation der Kategorienrealität

$\times(3.3\ 2.2\ 1.1) = (1.1\ 2.2\ 3.3)$

vermutet und auf die symmetrische Transposition zwischen (3.3) und (3.1) auf der einen sowie (1.1) und (1.3) auf der anderen hingewiesen und deshalb im Falle der Kategorienrealität (KR) von „Eigenrealität schwächerer Repräsentation“ (1992, S. 40) gesprochen.

2. Wie nun in Toth (2010) gezeigt wurde, kann man semiotische Monomorphien (zum Begriff vgl. Kaehr 2008) erzeugen, indem man die Fundamentalkategorien von Zeichenrelationen in lexikographischer Ordnung nebeneinander schreibt. Nur im Falle der Eigenrealität (ER) erhalten wir ein symmetrisches semiotisches „Morphogramm“:

3.1 2.2 1.3 → $\boxed{\boxed{1\;1 \mid 2\;2 \mid 3\;3}}$

Da durch die Monomorphien die Zeichen- durch Strukturkonstanz ersetzt wird, repräsentiert das Morphogramm der KR auch die Zeichenklasse der eigenrealitöt (ER):

3.3 2.2 1.1 → $\boxed{\boxed{1\;1 \mid 2\;2 \mid 3\;3}}$

Die sowohl ER als auch KR gemeinsame kenogrammatische Struktur ist somit

$KGr_{ER/KR}$ = (□□△△■■).

Daraus leiten wir das semiotische Fundamentaltheorem ab:

Theorem:	**Eigenrealität und Kategorienrealität sind kenogrammatisch identisch.**

3. Damit dürfte es in Zukunft möglich, die gesamte Semiotik auf eine neue Basis zu stellen. Dies ist aber auch deswegen nötig, Eigen- und Kategorienrealiät sehr spät in der Geschichte der Semiotik entdeckt wurde (sieht man von den Bemerkungen zur „Mitrealität" in Benses Aesthetica ab, die seit 1954 erschien, ist die erste explizite Erwähnung Bense 1986, S. 136). Ferner haben wir bis heute nicht viel mehr als Annäherungen zum Phänomen der Kategorienrealität (vgl. passim in Bense 1992 und zahlreiche Aufsätze von mir in meinem „Electronic Journal" u.a. zur Homöostase semiotischer Systeme).

Das Wesentliche, was jedoch durch das neu gefundene Theorem ausgesagt wird, ist, dass Kategorialität selbst selbst-referentiell ist, d.h. auch die Fundamentalkategorien sind eigenreal, thematisieren also wie die Zeichen und die Zahl keine andere als ihre eigene Realität, nämlich semiotische Realität.

Ich kann und möchte nun in diesem ersten Aufriss nicht in die Details gehen, sondern es bei der erregenden Feststellung bewenden lassen, dass damit das wohl bedeutendste Problem der Philosophie, wie die Subjekt in die Welt kommt, einer Lösung näher kommt. Wie bekannt, behauptet ja gerade zur Zeit eine der neusten Arbeit zur Kosmologie von Hawking, dass das Universum selbsterschaffen, also autogenetisch ist. Man bemerkt, dass es sich hier um das physikalische Äquivalent zur smeiotischen Eigenrealität im Sinne von selbst-gegebenen, also autopoietischen Systemen handelt. Damit ist aber nur die objektive Seite dieser Welt erklärt, und man musste in der Geschichte der Philosophie zu solch genialen, aber gewagten Theorien wie dem kabbalistischen Zimzum, der Selbsterschaffung Gottes durch Kreation von Subjektivität als Rückzug im Innern von

Objektivität Zuflucht nehmen. Wenn man aber mit der kenogrammatischen Identität von Eigenrealität und Kategorienrealität von der Selbstegegebenheit der Fundamentalkategorien, also von Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit, ausgehen darf und muss, dann ist nicht nur die objektive Seite des Universums qua kategoriale Wirklichkeit, sondern auch die subjektive qua kategoriale Notwendigkeit vorgegeben. Dass diese Auffassung gravierendste Folgen für die Theorie der Apriorität semiotischer Systeme in Sonderheit im Zusammenhang mit der Genese der Semiose hat, das kann man sich nun leicht vorstellen.

Literatur

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realität. Baden-Baden 1986

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics of Change, Glasgow 2008

Toth, Alfred, Operatoren an semiotischen Monomorphien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010 (erscheint)

Eine Verallgemeinerung der beiden kronthalerschen Limitationsaxiome für monokontexturale Systeme

1. Monokontexturale sind gegenüber polykontexturalen Systemen nach der schönen Arbeit Kronthalers (1992) durch zwei Limitationsaxiome prinzipiell begrenzt:

1.1. Das Axiom der Objekttranszendenz. Es besagt, dass das durch ein Zeichen bezeichnete Objekt diesem ewig transzendent ist (und umgekehrt). Anders ausgedrückt: Vom Zeichen zu seinem Objekt führt kein Weg hin und zurück bzw. der Weg ist irreversibel.

1.2. Das Axiom der Zeichenkonstanz. Dieses etwas problematischere Axiom besagt, dass es neben der Konstanz des Objektes auch eine Konstanz der Form, d.h. eine Konstanz des materialen Zeichenträgers gibt, welche die Monokontexuraität von Zeichen verbürgt. Zeichenkonstanz muss in polykontexturalen Systemen durch Strukturkonstanz ersetzt werden.

(Eine viel etabliertere „Checkliste" monokontexturaler „Schibboleths" hat später Kaehr [Kaehr 2004] vorgelegt. Da sie von ganz anderen, logischen und nicht primär semiotischen, Grundaxiomen ausgeht, gehe ich an dieser Stelle nicht auf sie ein.)

2. Wie in Toth (2010b) dargestellt, kann die fundamentale zweiwertige Dichotomie von Zeichen und Objekt, auf welche sämtliche späteren Dichtomien zurückgehen, seinerseits auf die noch elementarere Dichotomie von Eigenheit und Fremdheit zurückgeführt werden. Wir erhalten damit zwei bi-dichotomische Modelle

Z	O
A_O	E_O
E_Z	A_Z

O	Z
A_Z	E_Z
E_O	A_O

mit folgenden 4 Austauschrelationen:

1. $A_O \leftrightarrow E_O$

2. $A_O \leftrightarrow A_Z$

3. $E_Z \leftrightarrow E_O$

4. $E_Z \leftrightarrow A_Z$

Man kann die ersten beiden Ausdrücke als substitutionskonstant und die zweiten als substituendumskonstanz bezeichnen. Wir werden darauf zurückkommen.

Nun ist

E = (3.1 2.2 1.3/3.1 2.2 1.3)

A = (3.3 2.2 1.1/3.3 2.2 1.1),

wobei nach Toth (2010a) Eigen- und Kategorienrealität auf kenogrammatischer Ebene identische monomorphismische Strukturen besitzen (Benses „Eigenrealität stärkerer und schwächerer Repräsentation" 1992, S. 40), d.h.

E = (3.1 2.2 1.3/3.1 2.2 1.3)

(△△□□○○)

A = (3.3 2.2 1.1/3.3 2.2 1.1)

Wegen der Doppeldeutigkeit der E und A als Zeichen- oder Objektssubstitute (was wir hier durch verschiedenen Fonto angedeutet haben) folgt aber, dass zwischen der Ebene der semiotischen Repräsentation und der Ebene der kenogrammatischen Präsentation eine intermediäre Ebene der objekts- und/oder zeichenindizierten kenogrammtischen Ebene eingeschoben sein muss, ohne welche die obige Ableitung nicht möglich wäre:

1. Repräsentative Bi-Dichotomie

$E_Z = (3.1\ 2.2\ 1.3)$ $A_Z = (3.3\ 2.2\ 1.1)$	$E_O = (3.1\ 2.2\ 1.3)$ $A_O = (3.3\ 2.2\ 1.1)$

2. Präsentativ-repräsentative (Mono-) Dichotomie

$(\triangle\triangle\square\square\bigcirc\bigcirc)_Z$ $(\triangle\triangle\square\square\bigcirc\bigcirc)_O$

3. Präsentatives Kenogramm

$(\triangle\triangle\square\square\bigcirc\bigcirc)$

Auf Ebene 2 ist also die Differenz zwischen Zeichen und Objekt wenigstens noch als „Spur" (siehe meine diesbezüglichen Arbeiten) vorhanden. Umfassende Abklärungen zu diesem Modell nicht nötig.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2004

Toth, Alfred, Eigen und Fremd. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010 (2010a)

Toth Alfred, Operatoren über semiotischen Monomorphien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010 (2010b)

Pathologien der Semiotik

1. Eine Besonderheit der Peirceschen Kategorienlehre besteht bekanntlich darin, dass Peirce seine Kategorien mit den später von Bense so bezeichneten „Primzeichen" (bzw., wie ich vorziehe: Peirce-Zahlen) zu identifizierenn, was es ihm erlaubt, eine semiotische Matrix aus der kartesischen Multiplikation dieser kategorien herzustellen. So entspricht also z.B. (1.1) der „Möglichkeit der Möglichkeit", (1.2) der „Wirklichkeit der Möglichkeit", (2.1) der „Möglichkeit der Wirklichkeit", usw. Eine beliebige Zeichenklasse wie z.B. (3.1 2.1 1.3) enthält also z.B. 3 mal die Erstheit, 1mal die Zweitheit und 2mal die Erstheit, d.h. ausgehend von der maximalen (argumentischen) Zeichenklasse (3.3 2.3 1.3) mit Repräsentationswert 3+3+2+3+1+3 = 15 entfallen 2/15 für M, 1/15 für O und 3/15 = 1/5 für I. Geht man als Basis von jeder Zeichenklasse separat aus, entfallen bei Rpw(3.1 2.1 1.3) = 11: 2/11 für M, 1/11 für O und 3/11 für I. Was wir hier also vor uns haben, sind **gebrochene Kategorien**. Wenn wir uns bewusst sind, dass ein Kategorie ein (seins- oder bewusstseinsmässiges) Universale ist, so ist das nichts als barer Unsinn.

2. Dieser philosophische Unsinn wird dort zum mathematischen und logischen Unsinn, wenn die Zusammensetzungen dieser gebrochenen Kategorien, d.h. die kartesischen Produkte, relationentheoretisch untersucht werden. Wenn wir für M := ^{1}R, O := ^{2}R, I := ^{3}R setzen, erhalten wir folgende **relationentheoretische Matrix**:

	^{1}R	^{2}R	^{3}R
^{1}R	^{1}R^{1}R	^{1}R^{2}R	^{1}R^{3}R
^{2}R	^{2}R^{1}R	^{2}R^{2}R	^{2}R^{3}R
^{3}R	^{3}R^{1}R	^{3}R^{2}R	^{3}R^{3}R

Wohl kann eine 3-stellige Relation eine 1-stellige binden (^{3}R^{1}R); aber das Umgekehrte (^{1}R^{3}R) ist unmöglich. Ferner haben wir hier gesättigte neben unter- und übersättigten Relationen. Sind letztere einfach unmöglich, müsste man bei Fällen wie (^{3}R^{1}R) valenztheoretisch noch ein ^{2}R binden können, dass wir also drei mögliche dyadische Subzeichen in einer 3. semiotischen Dimension bekommen (^{2}R ^{3}R^{1}R), (^{3}R^{2}R ^{1}R) oder (^{3}R^{1}R^{2}R) = (2.3.1), (3.2.1) oder (3.1.2), wobei nicht einmal klar wäre, welche Zahlen hier Triade, Trichotomie oder Dimensionszahl sind. Niemand würde in der logischen Linguistik Ausdrücke wie „Zürich liegt zwischen St. Gallen" oder „Maria liebt Adam einen Brief“ als grammatisch akzeptieren. Genauso aber verhalten sich die relationalen gebrochenen Peirceschen Kategorien, da sie jeder Valenz spotten.

3. Nun ist es so, dass bereits Bense (1971) Permutationen der semiotischen „Normalform“

ZR = (M, O, I)

akzeptiert hat. So ist (O, M, I) das Schema der Kommunikation, (I, M, O) dasjenige der Peirceschen Kreativität. Dass (I, M, O) einfach das Schema der dualen Realitätsthematiken ist, ist klar. Zusammen mit den beiden übrigen möglichen Grundformen (O, I, M) und (M, I, O) ist also die ganze Menge $\wp$(M, O, I) semiotisch definiert. Damit kommen aber zu den bereits aufgezählten kategorialen und relationalen Pathologien als nächstes die **mengentheoretischen** Pathologien, da wir nun entsprechend der Grunddefinition des Zeichens (Bense 1979, S. 53)

1. ZR = (M, ((M $\subset$ O), (O $\subset$ I)))

auch noch haben

2. ZR = (M, ((M $\subset$ I), (I $\subset$ O)))

3. ZR = (O, ((O $\subset$ M), (M $\subset$ I)))

4. ZR = (O, ((O $\subset$ I), (I $\subset$ M)))

5. ZR = (I, ((I $\subset$ M), (M $\subset$ O)))

6. ZR = (I, ((O $\subset$ O), (O $\subset$ M))),

d.h. insbesondere alle Fälle, wo Obermengen kleiner als Untermengen und Untermengen grösser als Obermengen sind.

4. Eine vierte, **kontexturelle**, Pathologie ist nicht sehr leicht aufzufinden. Gehen wir aus von der numerischen semiotischen Matrix in ihrer 3-kontexturalen Form (Kaehr 2009, S. 9):

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

Mit Bense (1986, S. 14 ff.) sprechen wir von M, O und I als Universen. Wie man sieht, gilt für triadische Universen ($\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.}$), während für trichotomische Universen (wegen 3.a 2.b 1.c mit a ≤ b ≤ c) gilt ($\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3}$). Als nächstes zeigen wir die Verteilungen der komntexturellen Vermittlungen:

1. Im Teilbereich von ($\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.}$) gilt:

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{21} \neq \varnothing \quad \underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \varnothing \quad \underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \varnothing$

$\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{31} = \varnothing \quad \underline{U}_{22} \cap \underline{U}_{23} \neq \varnothing \quad \underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \varnothing$,

2. Im Teilbereich ($\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3}$) gilt:

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{12} \neq \varnothing \quad \underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \varnothing \quad \underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \varnothing$

$\underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{13} = \varnothing \quad \underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{23} \neq \varnothing \quad \underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \varnothing$

Was für Schlüsse können hieraus gezogen werden? Erstens sind die Verhältnisse für die Tripeluniversen völlig unabhängig von den Peirce-Zahlen, denn sie sind strukturell identisch (dies selbst ist eine Art von schwacher Pathologie). Zweitens aber stehen wir vor der semiotisch erregenden Tatsache, dass sowohl im trichotomischen

$(1.2)_1 \subset (1.3)_3$

als auch im triadischen Fall

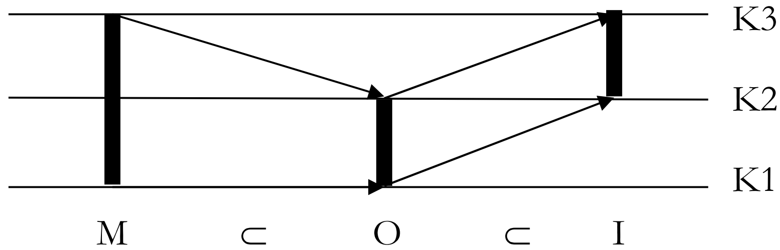
$(1.3)_3 \subset (2.3)_2$

zwei Teiluniversen, obwohl sie ineinander topologisch enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen können, und zwar obwohl hier keine Spur von semiotischer (via Subzeichen oder Semiosen) bzw. kontextureller Mediation vorliegt!

Wenn wir jedoch nochmals zur Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53) zurückgehen

$ZR = (M_{1.3}, ((M_{1.3} \rightarrow O_{1.2}), (O_{1.2} \rightarrow I_{2.3}))),$

so erkennen wir, dass hier noch alles in Ordnung ist, denn alle Kategorien sind nicht nur durch Mengeninklusion, sondern auch durch kontexturellen Zusammenhang miteinander verbunden:



In Toth (2010) hatte ich diese kontexturelle Pathologie als semiotischen Satz formuliert:

Theorem: Semiotische Teilsysteme können, obwohl sie topologisch ineinander enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen.

Da die Verhältnisse in der obigen Tabelle dann pathologisch zu werden beginnen, wenn man die einfachen Kategorien durch die „gebrochenen" ersetzt, dürfte der Grund für die kontexturelle Pathologie ebenfalls in den gebrochenen Kategorien liegen.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Repräsenation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: Diamond Semiotic Short Studies, S. 251 ff. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2009)

Toth, Alfred, Der Zusammenhang von Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2010)

Kontexturen und Eigenrealität

1. Die bereits ins Altertum zurückgehende Hauptunterscheidung der Zeichen betrifft die sog. Zeichen φύσει und θέσει, die in der Klassifikation der natürlichen und künstlichen Zeichen oder Anzeichen und thetisch eingeführten Zeichen weiterlebt, auch wenn die Abgrenzungen von Autor zu Autor schwanken können.

2. Wann ist ein Zeichen eigenreal? Genau dann (auch wenn das nirgendwo bei Bense so steht), wenn es keine andere als seine Realität, nämlich die Zeichenrealität, thematisiert. Demnach fallen sämtliche künstlichen Zeichen weg, sie sind ja durchwegs fremdreal, denn sie wurden gerade dafür geschaffen, damit ein beliebiges Zeichen ein beliebiges Objekt bezeichnen kann – oder wie es umgekehrt bei Bense (1967, S. 9) heisst: damit im Prinzip jedes Objekt zum Zeichen erklärt werden kann. Wären diese thetischen Zeichen also eigenreal, gäbe es eine direkte Verbindung zwischen Zeichen und Objekt. Und weil das Objekt als vorgegebenes primordial ist, müsste das Zeichen in einer der folgenden drei Relationen zu seinem Objekt stehen:

1. $\Omega \subset ZR$

2. $\Omega = ZR$

3. $\Omega \supset ZR$

In Fall 1 ist das Zeichen in sein Objekt eingebettet wie z.B. das Pattern der Eisblume in das Objekt Eisblume. Fall 2 würde die perfekte Identität von Zeichen und Objekt bedeuten. Diese wird durch Benses Dualitätsbestimmung der Eigenrealität: $\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$ gegeben. Wir werden uns allerdings sogleich noch fragen müssen, was das eigentlich genau bedeutet. Im Fall 3 wäre das Zeichen die Obermenge, d.h. das Objekt sein echter Teil. Das würde nichts anderes bedeuten als dass das Zeichen vorgegeben und das Objekt thetisch eingeführt ist (ein interessanter Gedanke, den ich bereits in früheren Arbeiten behandelt habe).

Alle diese drei Gleichungen funktionieren indessen nur dann, wenn sowohl links und rechts der Gleichung mindestens ein materiales Glied in Beziehung zueinander gesetzt werden. Da das Objekt nicht relational dargestellt werden kann (es sei denn trivialerweise als $\Omega = O^0$, vgl. Bense 1975, S. 66), muss das Zeichen selbst eine materiale Komponente mit dem Objekt teilen, und dies ist selbstverständlich das selektierte Mittel, nennen wir es $\mathcal{M}$ im Unterschied zum relationalen Mittelbezug M. (Es ist also in Sonderheit $\mathcal{M}^0 \neq M^1$.) Das sieht dann also so aus:

1´. $\Omega \subset (\mathcal{M}, ZR)$

2´. $\Omega = (\mathcal{M}, ZR)$

3´. $\Omega \supset (\mathcal{M}, ZR)$,

d.h. zwischen Ω und $\mathcal{M}$ muss einfach stets $\Omega \cap \mathcal{M} \neq \emptyset$ gelten.

3. Daraus folgt also, dass die Zeichen und Objekt in den Gleichungen 1´bis 3´in den gleichen Kontexturen liegen. Es ist also in Sonderheit keine Vermittlung nötig:

[Ω, ZR].

Das bedeutet allerdings nicht, dass ZR hier eigenreal ist, da wir nichts über die Homogenität von Ω bzw. $\mathcal{M}$ wissen.

4. Eigenrealität, wie Bense sie verstanden hat, zeigt sich formal an der Identität von Zeichen- und Realitätsthematik:

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$.

Dass dies jedoch nur eine scheinbare Identität ist, bedingt dadurch, dass (in monokontexturalen) Systemen Konversen und Dualia formal zusammenfallen:

$\times(3.1) = (3.1)^{0} = (1.3)$

$\times(1.3) = (1.3)^{0} = (3.1)$,

hat Kaehr (2008) gezeigt, indem er die Subzeichen kontexturiert hat:

$\times(3.1_{3}\ 2.2_{1.2}\ 1.3_{3}) \neq (3.1_{3}\ 2.2_{2.1}\ 1.3_{3})$.

Hier kommt also zwar den formale Zusammenfall von Konversen und Dualia nicht zum Ausdruck, aber die (duale) Nicht-Identität zwischen Zeichen- und Realitätsthematik zeigt sich an der umgekehrten **Reihenfolge der Kontexturen**. D.h. es gilt also nicht nur

$(2.2_{1.2}) \neq (2.2_{2.1})$,

sondern auch

$(3.1_{3}) \neq (3.1_{3})$,

$(1.3_{3}) \neq (1.3_{3})$.

Wodurch unterscheidet sich somit die angeblich eigenreale von den fremdrealen Zeichenklassen wie z.B.

$\times(3.1\ 2.3\ 1.3) = (3.1\ 3.2\ 1.3)$

$\times(3.1_{3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 3.2\ 1.3)$?

Antwort: Sie unterscheiden sich immer noch durch den formalen Zusammenfall von Konversen und Dualia. Ja, selbst nicht einmal dann, wenn Gebilde wie die folgenden:

$\times(1.1\ 2.2\ 1.1)$

$\times(1.1\ 1.1\ 1.1)$

Zeichenklassen wären, läge vollständige formale Eigenrealität vor, denn wie man leicht zeigt

$\times(1.1_1\ 2.2_2\ 1.1_3) = (1.1_3\ 2.2_2\ 1.1_1)$

$\times(1.1_1\ 1.1_2\ 1.1_3) = (1.1_3\ 1.1_2\ 1.1_1)$

wäre dann immer noch die Reihenfolge der Kontexturen verschieden:

$1, 2, 3 \neq 3, 2, 1.$

5. Damit können wir zusammenfassen:

Eigenrealität (sensu stricto) gibt es nicht. Bei Zeichen φύσει deswegen nicht, weil niemals

$\mathcal{M} = \Omega$,

sondern stets

$\mathcal{M} \subset \Omega$

gilt, da ($\mathcal{M} = \Omega$) $\Rightarrow$ ZR = Ω.

Bei Zeichen θέσει deshalb nicht, weil die Reihenfolge der Kontexturen notwendig konvertiert wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Proizesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow 2008

Kontexturierte Peirce-Zahlen als Domänen und als Kodomänen

1. Stellen Sie sich einen Lattenzaun vor mit n Latten. Um aus diesen n Latten einen Zaun zu verfertigen, der diesen Namen verdient, wird man die n Latten so anordnen, dass damit auch (n-1) Zwischenräume, wir nennen sie: Zwischenlatten, entstehen. Genau genommen besteht also ein Lattenzaun aus n Latten sowie (n-1) Zwischenlatten. Hat eine Menge n, deren Elemente qualitativ gleich sind, bei jeder Permutation immer (n-1) Zwischenräume? Verlangen Sie von Ihrem Lattenzaun, dass die Zwischenlatte immer den Raum von 2 Latten umfasst. Dann ist also (n-1) = 2n, d.h. n = 2n +1. Was wissen wir überhaupt von dem Nichts als Platzhalter des Seins bzw. von dem aus Unterbrüchen des Nichts definierten Sein?

2. Im folgenden wollen wir einen bedeutenden Schritt weitergehen, indem wir die Objekte, d.h. die Latten, von der einen („irdischen“) Kontextur befreien. Eine Latte kann also in mehr als einer Kontextur erscheinen. Eine Kontextur ist aber der Geltungsbereich aus Positivität und Negativität, d.h. sie schliesst das Nichts ein. Jede Latte partizipiert demnach durch ihre Kontexturierung als Objekt am Nichts, d.h. am Jenseits der Latte, das als Zwischenraum definiert wurde. Damit wird also nun ein mathematischer Zusammenhang hergestellt zwischen den n Latten und den (n-1) Zwischenräumen, der weit jenseits der Arithmetik liegt. Streng genommen hätten wir die Frage, wieviel wir wirklich wissen über Latten und Zwischenlatten schon längst dahingehend beantworten sollen, dass sie an sich schon zwei verschiedenen Kontexturen angehören, etwa so wie Äpfel und Birnen, zwischen denen ja jegliche Arithmetik verboten ist, wie man aus den Anfängen des Mathematikunterrichts weiss. Daraus folgt jetzt also, dass man nicht nur die Latten, sondern auch die Zwischenlatten kontexturieren muss, also das Nichts, das zwischen dem Sein der Objekte steht. Was schliesslich die Relation der Latten und Zwischenlatten betrifft, so ist sie bidirektional, d.h. man kann beim Bau eines Zauns natürlich sowohl von den Latten als auch von den Zwischenräumen ausgehen.

3. Ein Subzeichen ist das kartesische Produkt aus zwei Monaden, von Bense (1980) als Primzeichen bezeichnet:

$(a.b) = a. \times .b$ mit $a, b, \in \{1, 2, 3\}$,

wobei der rechte Punkt P^{ϱ} und der linke Punkt P^{λ} den Morphismus $(a \rightarrow b)$ abkürzen:

$<a. \in P^{\varrho}, .b \in P^{\lambda}> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta}$.

Für Kontexturen K wollen wir kleine Buchstaben verwenden: i, j, k, ... ∈ K. Nach dem oben Gesagten haben wir dann also

$<a._{i.j} \in P^{\varrho}, .b_{k.l} \in P^{\lambda}> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta\ <i,j>\rightarrow<k,l>}$.

Einfach gesagt, gibt es also die folgenden Abbildungsmöglichkeiten zwischen kontexturierten Subzeichen:

$a_{ij} \rightarrow b_{kl}$ $a_{ij} \rightarrow b_{lk}$ $a_{ji} \rightarrow b_{lk}$ $a_{ij} \rightarrow b_{jk}$

$a_{ij} \leftarrow b_{kl}$ $a_{ij} \leftarrow b_{lk}$ $a_{ji} \leftarrow b_{lk}$ $a_{ij} \leftarrow b_{jk}$

Aufgaben.

1. Die Gleichsetzung der oberen und der unteren Reihe von Abbildungen bedeutet die Verwechslung von Latten und Zwischenlatten.

2. „Die Existenz ist nicht hier und nicht dort, sie ist dazwischen“ (Max Bense, Fernsehsendung zum 60. Geburtstag 1979 produziert von SWF, Regie: Georg Bense).

4. Sei a ∈ tdPz (triadische Peirce-Zahlen) und b ∈ ttPz (trichotomische Peirce-Zahlen). Dann kann man die tdPz und die ttPz jeweils als Zeile und Spalte einer im triadischen Falle quadratischen 3×3-Matrix notieren und erhält auf diese Weise die folgende, von Kaehr (2008, S. 6) gegebene kategorial-semiotische Matrix:

	1	2	3
1	$1 \rightarrow 1_{1.3}$	$1 \rightarrow 2_1$	$1 \rightarrow 3_3$
2	$2 \rightarrow 1_1$	$2 \rightarrow 2_{1.2}$	$2 \rightarrow 3_2$
3	$3 \rightarrow 1_3$	$3 \rightarrow 2_2$	$3 \rightarrow 3_{2.3}$

Wegen der oben gegebenen 8 möglichen Abbildungen ergibt sich aber als weitere Matrix jene, bei der statt der Kodomänen die Domänen kontexturiert sind:

	1	2	3
1	$1_{1.3} \rightarrow 1$	$1_1 \rightarrow 2$	$1_3 \rightarrow 3$
2	$2_1 \rightarrow 1$	$2_{1.2} \rightarrow 2$	$2_2 \rightarrow 3$
3	$3_3 \rightarrow 1$	$3_2 \rightarrow 2$	$3_{2.3} \rightarrow 3$

Zwei weitere Matrizen ergeben sich durch „Umkehrung der Pfeile" (Latten vs. Zwischenlatten!):

	1	2	3
1	$1 \leftarrow 1_{1.3}$	$1 \leftarrow 2_1$	$1 \leftarrow 3_3$
2	$2 \leftarrow 1_1$	$2 \leftarrow 2_{1.2}$	$2 \leftarrow 3_2$
3	$3 \leftarrow 1_3$	$3 \leftarrow 2_2$	$3 \leftarrow 3_{2.3}$

	1	2	3
1	$1_{1.3} \leftarrow 1$	$1_1 \leftarrow 2$	$1_3 \leftarrow 3$
2	$2_1 \leftarrow 1$	$2_{1.2} \leftarrow 2$	$2_2 \leftarrow 3$
3	$3_3 \leftarrow 1$	$3_2 \leftarrow 2$	$3_{2.3} \leftarrow 3$

5. Weil in monokontexturalen Systemen $\times(a.b) = (a.b)^{\circ} = (b.a)$ gilt, ist also die Transponierte einer semiotischen Matrix gerade jene, bei der Zeilen und Spalten vertauscht sind:

$$\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 1_{1.3} & 1 \rightarrow 2_1 & 1 \rightarrow 3_3 \\ 2 \rightarrow 1_1 & 2 \rightarrow 2_{1.2} & 2 \rightarrow 3_2 \\ 3 \rightarrow 1_3 & 3 \rightarrow 2_2 & 3 \rightarrow 3_{2.3} \end{pmatrix}^{T} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 1_{1.3} & 2 \rightarrow 1_1 & 3 \rightarrow 1_3 \\ 1 \rightarrow 2_1 & 2 \rightarrow 2_{1.2} & 3 \rightarrow 2_2 \\ 1 \rightarrow 3_3 & 2 \rightarrow 3_2 & 3 \rightarrow 3_{2.3} \end{pmatrix}$$

Strukturell gilt also $M^T = M$, d.h. es werden unkontexturierte Primzeichen der Domäne auf kontexturierte Primzeichen der Kodomäne durch Morphismen abgebildet, die von den Domänen zu den Kodomänen führen (ϱ-Direktional).

Auf jeden Fall aber handelt es suich bei den vier semiotischen Matrizen um 4 verschiedene semiotische Systeme und nicht nur um Varianten von Kaehrs $cat^{(3)}(Sem^{(3,2)})$.

Literatur

Bense, Max, Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3, 1980

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow 2010, elektr. Version unter www.thinkartlab.com erhältlich

Iteration und Akkretion semiotischer Strukturen durch Spiegelung

1. Die Bensesche Theorie der Eigenrealität des Zeichens beruht bekanntlich (vgl. Bense 1992) auf der angeblichen Dualidentität von Zeichen- und Realitätsthematik der Relation

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$.

Hier wird also behauptet, dass vor und nach der Dualisationsoperation die selben Subzeichen an den selben Stellen der Relationen stehen:

$\times(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) = (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A)$,

doch wie man anhand von

$(A \to B \to C) \nparallel (C \to B \to C)$

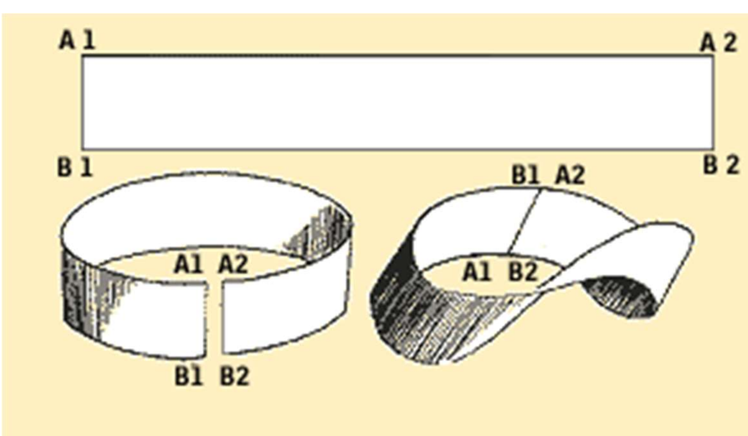
sieht, ist das falsch. Selbst dann, wenn es eine semiotische Relation gäbe wie

$\times(1.1_A\ 1.1_B\ 1.1_C) = (1.1_C\ 1.1_B\ 1.1_A)$,

ist das falsch, denn die Reihenfolge der Plätze wird umgekehrt. **Dualisierung ist also insofern Wiederholung des Neuen.** Das stimmt damit überein, dass Kaehr (2008) feststellte, dass auch die Reihenfolge der Kontexturen bei der Dualisierung sich ändert:

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2.1}\ 1.3_3)$.

Wenn wir also das von Bense herangezogene Modell des Möbius-Bandes nehmen



dann entspricht also dem doppelten Durchlauf des Bandes nicht die Dualisierung, sondern die Trialisierung der Zeichenrelation:

$$\underbrace{(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) \times (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A) \times (3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) \times (}\,3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A) \times \ldots$$

ZR R(ZR) = ZR^{-1} RR(ZR) = $(ZR^{-1})^{-1}$ = ZR

1 2 3

Das ist aber der Normalfall bei allen übrigen Zeichenrelationen und Relationen im allgemeinen. Bei der „eigenrealen" Zeichenklasse ist es nur so, dass dank der Binnensymmetrie

3.1 2.×.2 1.3

die jeweils konversen bzw. dualen Subzeichen mit den nicht-konversen bzw. nicht-dualen formal zusammenfallen. **Es gibt also von den Subzeichen und ihren Positionen, von denen sie innerhalb einer Zeichenrelation ja nicht abtrennbar sind, also keine Eigenrealität.**

2. Kommen wir auf die Kontexturierung Kaehrs (2008) zurück. Wie man anhand des Vergleichs

$\times(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) = (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A)$.

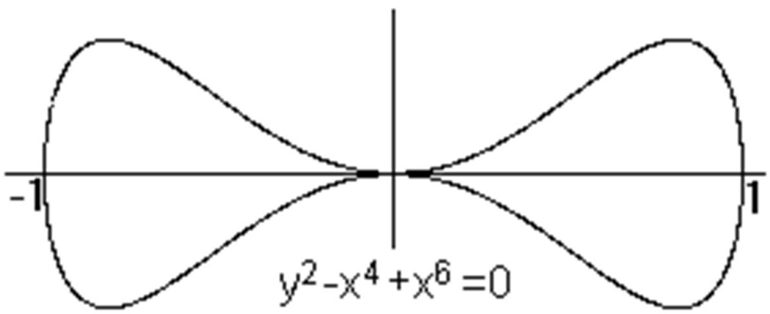
$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2.1}\ 1.3_3)$

weiters erkennt, stimmen ferner die Verhältnisse bei der Reihenfolge der Subzeichen ebenfalls nicht mit denen der Kontexturenzahlen überein, denn bei $\times(2.2_{1.2}) = (2.2_{2.1})$ liegen(1.2) und (2.1) ja nicht nur in verschiedenen Positionen ((A → B → C) vs. (A ← B ← C)), sondern sie sind selbst noch invertiert. Daraus folgt also ausserdem: **Von den Kontexturenzahlen der Subzeichen her gibt es ebenfalls keine Eigenrealität.** Ferner lernen wir: Es gibt offenbar kein einheitliches geometrisches Modell (wie das Möbiusband), das sowohl der Inversion der Relation als auch der Inversion der Kontexturenzahklen Rechung trägt. Das folgende Beispiel mag diesen Sachverhalt illustrieren: Für die Dualisation von Subzeichen und ihren Positionen benötigen wir stets Trialisierung, um von der Ausgangsrelation wieder zur Ausgangsrelation zurückzukommen, also eine 3-schleifige Kurve. Nun gibt es aber bereits in 4 Kontexturen 3-stellige Kontexturenzahlen:

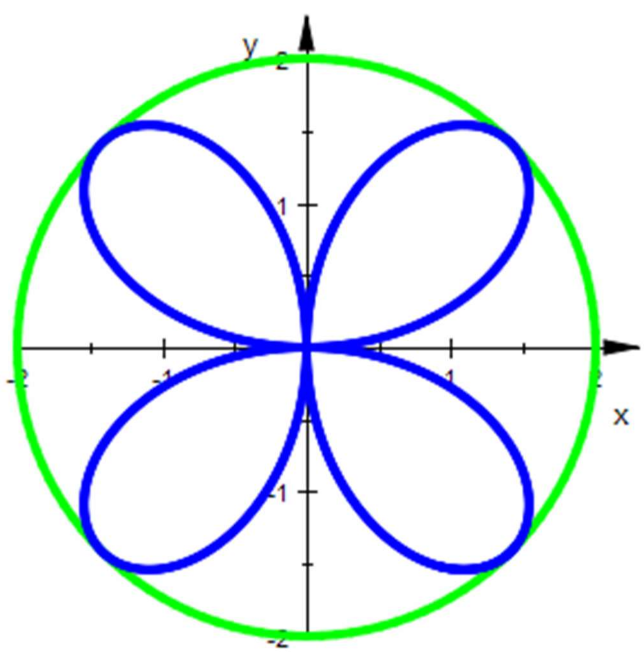
$\times(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{4.3})$.

Um aber von (1.2.4) zu (4.2.1) zu kommen, muss je nachdem die ganze Permutationsmenge $\wp$(1.2.4) durchlaufen werden, es gibt also nicht nur 3, sondern 6 Möglichkeiten ({(1.2.4), (1.4.2), (2.1.4), (2.4.1), (4.2.1), (4.1.2)}).

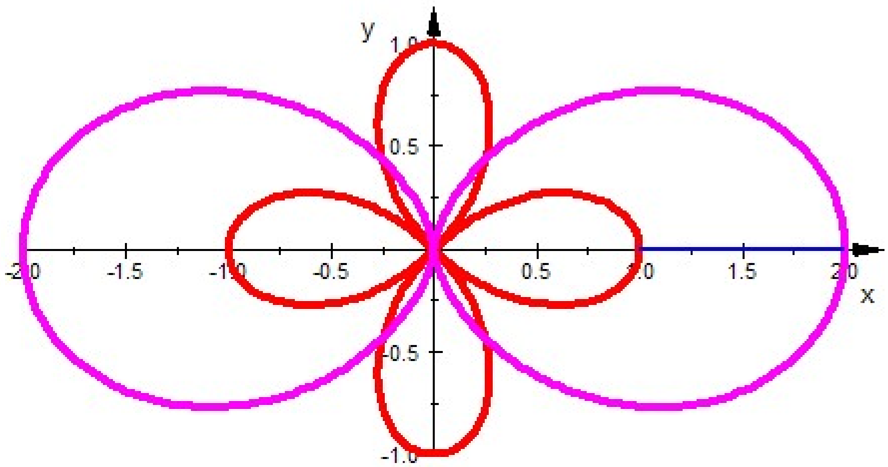
Für K = 3 mit (3-1) = 1 Kontexturenzahlenpaar genügte also im Prinzip ein geometrisches Modell wie das folgende:



Für K = 5 mit (5-1) = 1 Kontexturenquadrupel könnte man ein Modell wie das folgende wählen:



und für K = 7 mit (7-1) = 1 Hexupel kann man eine Variante der Rosette nehmen, die folgende Illustration hat zu grosse äussere Schleifen:



Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow 2008

Konverse Subzeichen

1. Die semiotische Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

setzt sich in ihrer Horizontalen aus trichotomischen und in ihrer Vertikalen aus triadischen Perice-Zahlen zusammen:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} & .1 & .2 & .3 \\ \hline 1. & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2. & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3. & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}\right)$$

Für die kartesische Multiplikation gilt somit für alle a ∈ tdP und alle b ∈ ttP:

SZ = a. × .b = (a.b) „Koinzidenz von Haupt- und Stellenwerten".

2. Wie bereits in Toth (2010) gezeigt wurde, stellt jedoch die Subzeichen-Struktur

(a.b)

nur einen Spezialfall unter 4 möglichen Strukturen dar die übrigen 3 sind:

(a. b.), (.a, .b), (.a b.). Diese Semiosen können mit Hilfe der Freyd-Scedrovschen Katgegorietheorie wie folgt als Morphismen definiert werden:

a.b = a□b

.ab = □ab

ab. = ab□

a..b = a□□b

Definieren wir mit nun mit Freyd und Scedrov (1989, S. 3):

□x := dom(x)

y□ := codom(y)

xy := Komposition von x und y,

dann haben wir also

a.b = a dom(b)

.ab = dom(a, b)

ab. = codom (a, b)□

a..b = a□□b.

Wir gehen aber noch einen Schritt weiter. Da für die Peircesche Semiotik gilt

dom(a.) = V(a.), codom(a.) = N(a.)

dom(.a) = V(.a), codom(.a) = N(.a).

Damit erhalten wir also folgende Übersicht

a.b = a dom(b) = aVb = ab

.ab = dom(a, b) = Vab

ab. = codom (a, b) = Nab

und können die semiotische Matrix wie folgt notieren

$$\left(\begin{array}{c|ccc} & VV3 & V3 & 3 \\ \hline 1 & [1/VV3] & [1/V3] & [1/3] \\ N1 & [N1/VV3] & [N1/V3] & [N1/3] \\ NN1 & [NN1/VV3] & [NN1/V3] & [NN1/3] \end{array}\right)$$

Wie man erkennt, fallen somit die oft störenden Konversen weg, die überdies mit den entsprechenden Dualia koinzidieren (z.B. in der „Eigenrealität“: (3.1) = $(1.3)^{\circ}$ = ×(1.3), (2.2) = $(2.2)^{\circ}$ = ×(2.2)), denn wir haben

$[1/V3]^{\circ}$ = [N1/VV3]

$[1/3]^{\circ}$ = [NN1/VV3]

$[N1/3]^{\circ}$ = [NN1/V3].

Damit gilt selbstredend auch das Gesetz der verdoppelten Negation, das zur Ausgangsform zurückführt, nicht mehr länger:

$[1/V3]^{\circ\circ}$ ǂ [1/V3], usw.

Man beachte noch, dass die Zählung im Bereich der diagonalen Peirce-Zahlen, d.h. der Hauptdiagonalen der Matrix, verläuft, und zwar wie folgt zweigleisig:

[NN1/VV3] → [N1/V3] → [1/3] = [NN1 → N1 → 1] / [VV3 → V3 → 3], d.h.

„parallaktisch“, um einen Begriff R. Kaehrs zu verwenden:

$$
\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] \arrow[drr] & N1 \arrow[r] & NN1 \\
VV3 \arrow[r] & V3 \arrow[r] & 3
\end{tikzcd}
$$

Literatur

Freyd, Peter J./Scedrov, Andre, Categories, Allegories. New York 1989

Toth, Alfred, Kartesische Multiplikation als Spezialfall morphismischer Abbildung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, (2010)

Kann man Zeichen addieren und multiplizieren?

1. Dass man an einer Strasse z.B. 165 Verkehrsschilder findet, ist etwas, das man nachzählen kann, und niemand wird die hier vorausgesetzte Addition von Zeichen bezweifeln. Die Frage ist nur, was hier eigentlich addiert wird. Ein Verkehrsschild ist nämlich kein reines Zeichen, sondern ein semiotisches Objekt (vgl. Walther 1979, S. 122 f.) und setzt sich aus einem Zeichenträger, z.B. einer Metallkonstruktion, sowie dem Zeichen selber, z.B. dem Stop-Signal, zusammen. Selbst dann, wenn zwei solche Stop-Zeichen nebeneinander stehen würden, würde man dies zwar als sinnlos empfinden, aber eben nur darum, weil es zwei sind – und somit wiederum die Möglichkeit ihrer Addition bestätigen. Jetzt stellen wir uns aber mehrere kurz hintereinander aufscheinende Blitze vor. Auch hier sind sie zwar als visible Zeichenträger zählbar („Es hat vier mal hintereinander geblitzt"), aber niemand wird sagen, es seien drei Blitze erschienen, denn im gegensatz zur Quantität kann die Qualität des Blitzes als Zeichen für ionische Funktentladung nicht addiert werden; man kann höchstens sagen, es habe stärker oder schwächer geblitzt (resp. es blitze weiter weg oder näher). Also kann auch nicht nur bei Zeichenobjekten, sondern auch bei echten Zeichen nur das Objekt bzw. der Objektbezug addiert werden. Wird der Mittelbezug addiert, liegt hingegen bereits qualitative Addition vor (1 Apfel + 1 Birne = 2 Früchte: quantitative Objektsaddition unter Verlust der Qualität), und Sprachen wie das Ungarische unterscheiden daher streng zwischen két cigaretta = zwei Zigaretten derselben Marke und két cigarettát = zwei Zigaretten verschiedener Marke. Werden schliesslich die Konnexe der Zeichen, d.h. die Interpretantenbezüge, addiert, liegen verschiedene Zeichen vor, und auch hier weichen Sprachen, die über keine Möglichkeiten qualitativer Addition verfügen, auf deren quantitative Reduktion aus: „2 Eheringe", auch wenn sie material exakt identisch wären, setzt zwei verschiedene Ehepaare voraus, die also logisch verschiedenen Kontexturen angehören, und der Plural „Eheringe", dem korrekten rein objektalen Plural „Ringe" nachgebildet, verrät sich also schlechter Behelf.

2. Der scheinbare semiotische Widerspruch, dass z.B.

aa

zwei „token", aber 1 „type" (Peirce), lässt sich nun dadurch auflösen, dass man die Zeichen auf ihre kenogrammatische Basis zurückführt und als Addition die von Kaehr definierte Operation der Coalition (Kaehr 2010, S. 11) einführt:

2.2. Coalition as addition

Example

$MG_1 = \left[\text{abba}\right]$, $MG_2 = \left[a\right]$

$\left[\text{abba}\right] + \left[a\right]$:

MG	loc_1	loc_2	loc_3
Dec	mg_1	mg_2	mg_1
Ken	a	b	a
	$\varnothing$	b	$\varnothing$

$\xrightarrow{\text{coalition}}$

MG	loc_1	loc_2	loc_3	loc_4
Dec	mg_1	mg_2	mg_1	mg_3
Ken	a	b	a	a
	$\varnothing$	b	$\varnothing$	$\varnothing$

=

MG	loc_1	loc_2	loc_3
Dec	mg_1	mg_2	mg_1
Ken	a	b	a
	$\varnothing$	b	a

MG	loc_1	loc_2	loc_3	loc_4
Dec	mg_1	mg_2	mg_1	mg_3
Ken	a	b	a	b
	$\varnothing$	b	$\varnothing$	$\varnothing$

MG	loc_1	loc_2	loc_3	loc_4
Dec	mg_1	mg_2	mg_1	mg_3
Ken	a	b	a	c
	$\varnothing$	b	$\varnothing$	$\varnothing$

Kronthaler (1986) spricht in vergleichbaren Fällen von „Absorption". abba + a = {abbaa, abab, abac}, d.h. in den letzten beiden Fällen übt das addierte bzw. koaleszierte Zeichen Einfluss auf den „Summanden", d.h. die Ausgangskenofolge, aus. Im ersten Falle liegt in der Terminologie Kronthalers „Juxtaposition" vor. Semiotisches Beispiel: (2.1 1.2) + (.2) = (2.1 1.2 .2), (2.1 2.1), (2.1 1.a) (a ∈ {1, 2, 3}}. Eine Frage ist, ob neben .2 auch 2. (allgemein: neben .a auch a. zum gleichen Resultat führt. Ferner ist offen, ob das juxtaponierte Primzeichen zu einem dreistelligen Subzeichen führt oder nicht (Stiebing/Toth/Kaehr).

3. Viel schwieriger ist die Multiplikation von Zeichen vorstellbar. Was ergibt 2 Eheringe multipliziert mit 2 Eheringen? Oder qualitativ: 2 Ehepaare multipliziert mit ihren Eheringen? Auch hierauf findet sich die Anwort in der Kenogrammatik Kaehrs (2010, S. 13), und zwar wird kenogrammatische Multiplikation als „Cooperation“ aufgefasst:

2.4.1. Multiplication

Multiplication tables for kmul([*a*, *b*], [*a*, *b*])

kmul	*a*	*b*
1	*a*	x
2	*b*	y

kmul	*a*	*b*	*b*'	*b*''	*b*'''
a	*a*	*b*	*b*	*c*	*c*
b	*b*	*a*	*c*	*a*	*d*

$$\mathbf{kmul}\left(\begin{array}{|c|}\hline a\\\hline b\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|}\hline a\\\hline b\\\hline\end{array}\right) = \left\{\begin{array}{|c|c|}\hline a & b\\\hline b & a\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|}\hline a & b\\\hline b & c\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|}\hline a & c\\\hline b & a\\\hline\end{array}, \begin{array}{|c|c|}\hline a & c\\\hline b & d\\\hline\end{array}\right\}$$

$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline a & b\\\hline b & a\\\hline\end{array}$	loc_1	loc_2	loc_3	loc_4
Dec	mg_1	mg_2	mg_3	mg_4
	a	*b*	*a*	∅
	∅	*b*	∅	∅
Ken	x	y	z	u

$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline a & b\\\hline b & c\\\hline\end{array}$	loc_1	loc_2	loc_3	loc_4
Dec	mg_1	mg_2	mg_3	mg_4
	a	*b*	*c*	∅
	∅	*b*	∅	∅
Ken	x	y	z	u

$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline a & c\\\hline b & a\\\hline\end{array}$	loc_1	loc_2	loc_3	loc_4
Dec	mg_1	mg_2	mg_3	mg_4
	a	*b*	*c*	*a*
Ken	x	y	z	u

$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline a & c\\\hline b & d\\\hline\end{array}$	loc_1	loc_2	loc_3	loc_4
Dec	mg_1	mg_2	mg_3	mg_4
	a	*b*	*c*	*d*
Ken	x	y	z	u

Non – commutativity

kmul([ab], [aaa]) ≠ kmul([aaa], [ab])

kmul([ab], [aaa]) = [ababab]

kmul([aaa], [ab]) = [aaabbb]

Wenn wir für Cooperation ∞ verwendet, haben wir also: ab ∞ ab = {abba, abbc, abca, abcd}, also in 3 Fällen dieser eindeutigen Merkdeutigkeit als Produkt erscheinen Werte, die nicht in den Summanden aufscheinen. Semiotisch gibt also z.B. (1.2) ∞ (1.2) = ((1.2), (2.1)), ((1.2), (2.a)), ((1.2), (a.b)), ((1.2), (a.c)), wobei die Belegungen von a, b, c $\in$ {1, 2, 3} vom Kontext abhängt.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics for Dummies. In: ThimkArtLab 26.9.2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Addition und Subtraktion von Zeichen

1. In Toth (2010) wurden Addition und Multiplikation von Zeichen auf die von Kaehr (2010) eingeführten kenogrammatischen Operationen Coalition und Cooperation zurückgeführt. Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass bei der Addition von Zeichen stets nur deren objektiver, d.h. quantitativer Anteil, addiert wird und dass die Multiplikation von Zeichen noch bedeutend schwerer vorstellbar ist. Soviel mir bekannt ist, hat man sich bislang noch wenig Gedanken zu den Umkehroprationen gemacht. Während jedoch über eine Division von Zeichen gar nichts bekannt ist, gibt es einige Kapitel bei Kronthaler (1986) zur Subtraktion, und bei Kaehr (2010, S. 16 f.) werden zwei weitere additive Operationen zusammen mit ihren „Inversen", also als Analoga von Subtraktionen, eingeführt. Der vorliegende kleine Beitrag erschöpft sich darin, diese 4 neuen kenogrammatischen Operationen in die Semiotik einzuführen und je ein Beispiel für sie anzugeben.

2.1. Konkatenation (K), bei Kronthaler (1986) Juxtaposition genannt.

Beispiele: K(ab, ba) = abba, K(2.1, 1.2) = (2.1 1.2).

2.2. Konkatenative Dekomposition (DK).

Beispiele: DK(abba) = ab, ba. Es ist also K^0 = DK.

2.3. Verkettung (V).

Beispiele: V(2.1 1.2) = (2.1.2). V produziert also aus zwei dyadischen Subzeichen, von denen die Kodomäne des ersten mit der Domäne des Beispiel identisch ist, ein triadisches Subzeichen (Stiebing/Kaehr/Toth). Ist L die Länge eines Morphogramms, so gilt: L(V(MG1, MG2)) = L(MG1+MG2)-1.

2.4. Fusion, Verschmelzung (F).

Beispiele: F(ab, ba) = aba, F(3.2 2.1 1.2) = (3.2.1.2) = (3.2 1.2). Es ist also: L(F(MG1, MG2)) ≤ L(K(MG1, MG2)).

2.5. Fusions-Dekomposition (FK).

Beispiele: FK(aba) = abba, (3.2 1.2) = 3.2 2.1 1.2. Da die Verkettung die einfachste Form der Fusion ist, gibt es streng genommen noch ihre Umkehrung V^0 = (2.1.2) = (2.1 1.2).

Literatur

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics for Dummies. In: ThinkArtLab, 26.9.2010

Nochmals: Die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt

1. Eine der neusten Publikationen Rudolf Kaehrs (Kaehr 2010) erlaubt eine viel präzisere formale Fassung des Kontexturübergangs zwischen Zeichen und Objekt, als es bislang möglich war (vgl. z.B. Toth 2008, 2009). Setzen wir wie üblich Ω für Objekt und ZR für Zeichen, dann gehen wir aus von

$$\Omega_1 \cap_{1.2} Z_2 = \varnothing,$$

wodurch die Diskontexturalität von Zeichen und Objekt festgestellt wird.

2. Um die Kontexturgrenze zwischen Ω und ZR aufzuheben, führen wir die Vermittlungsrelation $\cup_{i.j}$ ein:

$$\Omega_1 \cup_{1.2} Z_2,$$

in diesem Fall befindet sich Ω in Kontextur 1. Es ist aber auch nötig, den Fall zu berücksichtigen, wo sich Ω in Kontextur 2 befindet:

$$Z_1 \cup_{1.2} \Omega_2.$$

Wie jedoch R. Kaehr aufmerksam gemacht hat, „the third system has to be considered. It represents the contexture where the result of the interplay of the two contextures is explicitly stated” (2010, S. 19). Wir erhalten damit

$$\boxed{\begin{array}{c} \Omega_1 \circ_1 Z_2 \\ \\ \cup_{1.2} \\ \\ Z_1 \circ_2 \Omega_2 \end{array}}$$

Dieses ist also der formale Ausdruck sowohl für die Beziehung des Zeichens zu seinem Objekt als für diejenige des Objekts zu seinem Zeichens, wenn beide, Zeichen und Objekt, nicht mehr länger diskontextural geschieden sind.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics for Dummies. ThinkArtLab 26.9.2010

Toth, Alfred, Der Fall Bienlein. In: Electromic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Ansätze zu einer Theorie der Bifunktorialität in der Semiotik

1. Bereits bei den Zeichenklassen, die über der Grossen Semiotischen Matrix konstruiert werden und deren Grundschema wie folgt ausschaut

GZkl = (3.a 3.b 2.c 2.d 1.e 1.f),

stellt sich die Frage, welche Objekte hier wie aufeinander abgebildet werden und ob nicht auch die Morphismen zwischen den Objekten auf eine Art aufeinander abgebildet werden müssen. GZkl enthält als eingebettete die entsprechende Zkl

Zkl = 3.a 2.c 1.e,

wobei wir hier als Menge der Objekte O = {3.a, 2.c, 1.e} und als Menge der Morphismen M = {(3.a) → (2.c), (2.c) → (1.e)} haben, d.h. wir bewegen uns soweit also noch im Bereich der (gewöhnlichen) 1-Kategorien.

2. Wenn wir hingegen von GZkl ausgehen, haben wir jeweils zwei Positionen für die Triaden, d.h. die eine von beiden bestimmt die andere (wobei es Sache der Konvention ist, welche primär und welche sekundär ist). In anderen Worten: Während die in GZkl eingebettete triadische Grundstruktur Zkl seriell geordnet ist, sind die „sekundären Triaden" jeweils zu ihren „primären Triaden" parallel. Wir können GZkl daher auch wie folgt darstellen:

$$\begin{array}{lllll} & (3.b \quad 2.b \quad 1.d) & \updownarrow & \text{parallel} & \\ \text{GZkl} = & (3.a \quad 2.c \quad 1.e) & & \longrightarrow & \text{seriell.} \end{array}$$

Daraus folgt, dass wir folgende zusätzlichen Morphismen hbaen wizischen Objekten:

(3.b) → (3.a)

(2.b) → (2.c)

(1.d) → (1.e),

nennen wir sie γ, δ, ε. Diese bestimmen nun aber ferner die 1-kategorialen Morphismen

(3.a) → (2.c) := α

(2.c) → (1.e) := β,

und zwar haben wir passend zu den 2-kategorialen Objekten dann folgende 2-kategoriale Morphismen:

$$\begin{tikzcd}
(3.b) \arrow[r, "\alpha'"] \arrow[d, "\gamma"'] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow A"] & (2.c) \arrow[r, "\beta'"] \arrow[d, "\delta"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow B"] & (1.e) \arrow[d, "\varepsilon"] \\
(3.a) \arrow[r, "\alpha"'] & (2.d) \arrow[r, "\beta"'] & (1.f),
\end{tikzcd}$$

d.h. die „parallelen" Pfeile sind wie folgt definiert:

A := (α´ → α)

B := (β´ → β).

3. Zum theoretischen Hintergrund vgl. den folgenden Text aus Kaehr (2010):

3.2. Monoidal categories

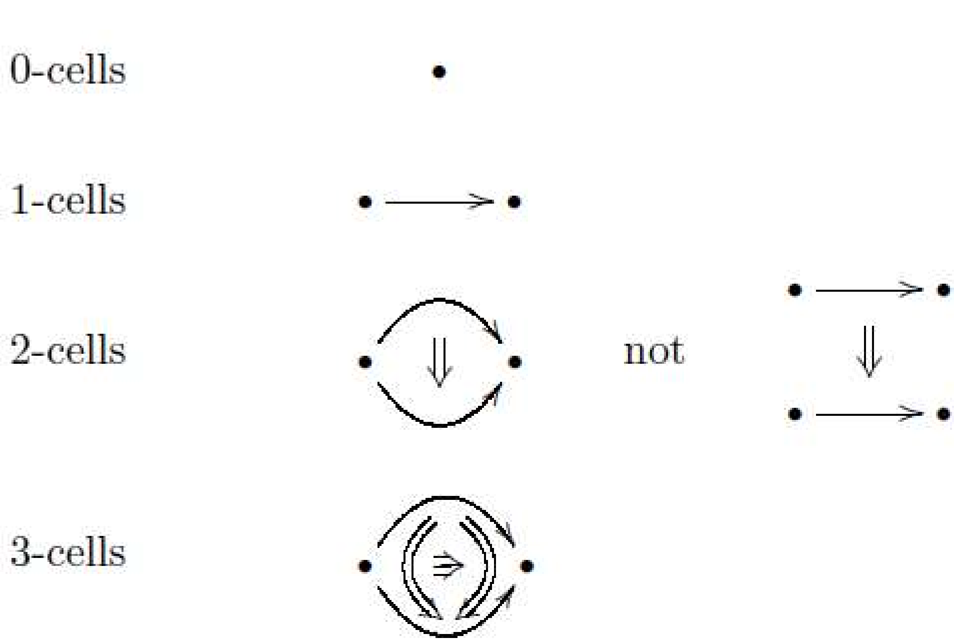
3.2.1. Bifunctoriality

Monoidal categories might be considered as another strategy to introduce *multitude* within the framework of a Grothendieck universe. A multitude over objects of a universe is established by the introduction of a new type of composition: *yuxtaposition*.
This yuxtaposition, which is a parallel operation in contrast to the serial operation of composition, is considered as of the same level of abstraction as the fundamental operation of composition. This gets its reason with a change of strategy from an *abstract* mathematical to a more *concrete* physical modeling of operations and processes, i.e. *serial* for composition (∘) and *parallel* for yuxtaposition (⊗). With the obvious condition of strictness that no composition becomes a yuxtaposition and vice versa, no yuxtposition becomes a composition.

$$CAT_{BIF} = \left(obj, \circ, \otimes\right)$$

The great advantage of this subversive approach to category theory is the introduction of an inter-relation between composition and yuxtaposition inscribed as bifunctoriality.

sowie folgende Darstellung über die Zellen voin n-Kategorien bei Cheng (2004):



4. Man erkennt, haben wir in der Semiotik also die „verbotenen“ 2-Zellen der rechten Struktur im obigen Bild vor uns; nochmals gezeigt anhand unseres Beispiels:

$$\begin{tikzcd}
(3.b) \arrow[r, "\alpha'"] \arrow[d, "\gamma"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow A"] & (2.c) \arrow[r, "\beta'"] \arrow[d, "\delta"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow B"] & (1.e) \arrow[d, "\varepsilon"] \\
(3.a) \arrow[r, "\alpha"] & (2.d) \arrow[r, "\beta"] & (1.f),
\end{tikzcd}$$

wobei dies also die allgemeine 2-kategorientheoretische Struktur von Benses sog. „erweiterten“ Zeichenklassen der „Grossen Semiotik Matrix“ ist.

4.1. Eine erste weitere verwandte Struktur finden wir in der Architektursemiotik Arins (1981):

12.13 DIE FEINDIFFERENZIERUNGEN DES SYMBOLISCHEN RAUMES BZW. DES ARCHITEKTONISCHEN EINZELZEICHENS MIT DEM RHEMATISCHEN INTERPRETANTEN (3.1).

Da die Objektwelt nicht allein durch Zeichenklassen und durch ihre Differenzierungen präzise erfaßt werden kann, wurden hier Feindifferenzierungen untersucht. Einzelraum als Zeichen ist: (3.1 2.3 1.3).

	M 1.	O 2.	I 3.		M 1.	O 2.	I 3.		M 1.	O 2.	I 3.	
	1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3	—1.(M)
$\boxed{3.1}$	2.1	2.2	2.3	$\boxed{2.3}$	2.1	2.2	2.3	$\boxed{1.3}$	2.1	2.2	2.3	—2.(O)
	3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3	—3.(I)

ABB. 12.13.A.
ALLGEMEINES SCHEMA DER DIFFERENZIERUNG EINER ZEICHENKLASSE DURCH MULTIPLIKATION IHRER SUBZEICHEN MIT DENEN DER KLEINEN MATRIX NACH BENSE

I: Interpretanten-Bezug.

M
$\boxed{3.1}$ — O
I

1.1 MM 1.2 MO 1.3 MI	Dies ist hier zur "Wahrnehmung" und zur "möglichen Interpretation"erforderlich.

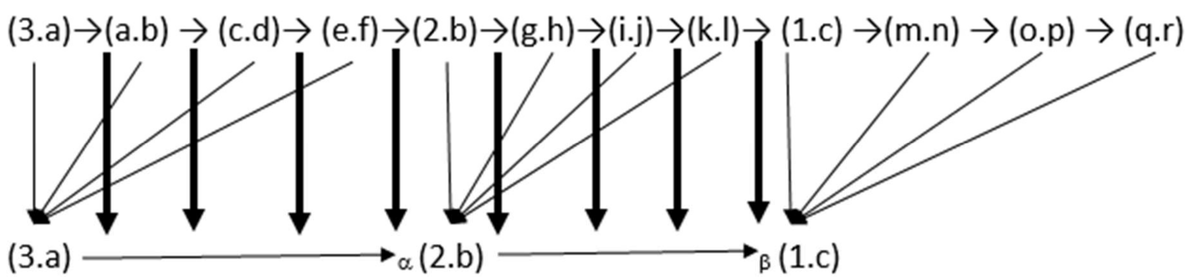
M: Jeder Einzelraum ist als Mittel ein singuläres Mittel und diese Singularität ist dominierend. Sie läuft über 2.Heit zu SinZ.(1.2). Damit haben wir hier ein objektorientiertes Mittel, d.h. ein Objekt als Zeichen vor uns. Da aber der rhematische Interpretant (3.1) des Zeichens über ein Objekt-Zeichen (1.2) läuft und durch dieses bestimmt wird, so haben wir hier ein singuläres Zeichen, SinZ. über offenen Interpretantensystemen. Daher ist die Differenzierung ein SinZ.-Rhema.

Differenzierung:
3.1 1.2
IM MO (semiotisch)
NM MW (modal)

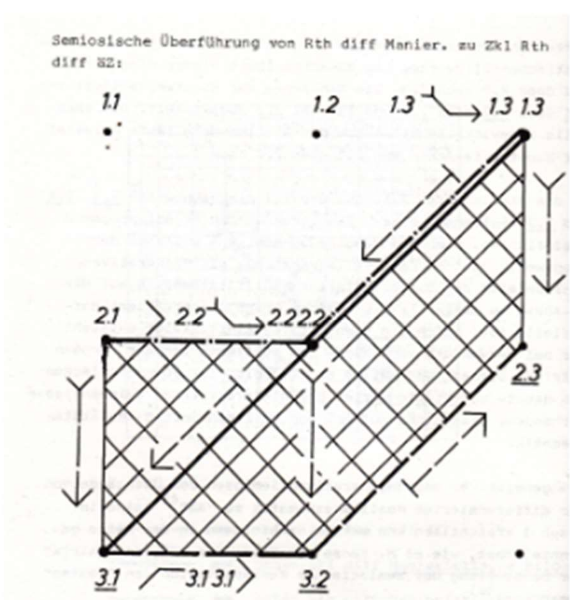
Hier wird also die eine „subsidiäre“ Parallelstelle auf 3 (primäre, sekundäre, tertiäre Subzeuichen) ausgeweitet, wobei jeweils alle 9 Subzeichen aus allen Bezügen in Frage kommen. Als allgemeines Strukturschema einer derartig konstruierten Zeichenklasse ergibt sich also

	(1.1)	(1.1)	(1.1)		(1.1)	(1.1)	(1.1)		(1.1)	(1.1)	(1.1)
	...	....	...		...	...	...		...	...	...
<u>(3.a)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)	<u>(2.b)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)	<u>(1.c)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)
	...	...	...		...	....	...		...	...	...
	(3.3)	(3.3)	(3.3)		(3.3)	(3.3)	(3.3)		(3.3)	(3.3)	(3.3)

und als allgemeines Kategorienschema:



4.2. Eine zweite weitere verwandte Struktur finden wir in der Kunstsemiotik Steffens (1981):



In diesem Modell wird von sog. „generativen Einflussfelder" primärer, sekundärer, ..., n-ärer Subzeichen auf die Hauptsubzeichen, d.h. auf diejenigen der in einer GZkl eingebetteten Zkl ausgegangen (Steffen 1981, S. 8 ff.). Da das Arinsche Modell (4.1) ein maximales Modell ist, was die Auswahl der Subzeichen sowohl als auch der semiotischen Dimensionen betrifft, bringt das Steffenschen Modell nichts Neues für die Theorie der semiotischen Bifunktorialität.

Literatur

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher-Dimensional Categories. http://www.cheng.staff.shef.ac.uk/guidebook/guidebook-new.pdf (2004)

Kaehr, Rudolf, From Universe to Polyverses. In: http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1041&context=thinkartlab (2010)

Steffen, Werner, Zum semiotischen Aufbau ästhetischer Zustände von Bildwerken. Diss. phil. Stuttgart 1981

Konverse und duale kontexturierte Subzeichen

1. In monokontexturalen Semiotiken fallen konverse und duale Subzeichen zusammen:

$(a.b)^{o} = \times(a.b) = (b.a)$,

z.B. $(2.1)^{o} = \times(2.1) = (1.2)$.

2. Kaehr (2009) hatte bereits darauf aufmerksam gemacht, dass dieser Zusammenfall nicht für kontexturierte Subzeichen gilt, wenigstens nicht für solche der Kontexturen $K \geq 2$:

$(2.2)_{1.2}{}^{o} \neq \times(2.2)_{1.2} = (2.2)_{2.1}$.

3. Schauen wir uns nun aber die Subzeichen selber als kartesische Produkte aus Primzeichen, an. Wegen $(a.a)_{\alpha.\beta}{}^{o} \neq \times(a.a)_{\beta.\alpha}$ benötigen wir hierzu eine Matrix der Zeichenklassen und eine (transponierte) Matrix der Realitätsthematiken:

	$.1_{1.3.4}$	$.2_{1.2.4}$	$.3_{2.3.4}$
$1._{1.3.4}$		$1.2_{1.4}$	
$2._{1.2.4}$	$2.1_{1.4}$		
$3._{2.3.4}$			

	$.1_{4.3.1}$	$.2_{4.2.1}$	$.3_{4.3.2}$
$1._{4.3.1}$		$1.2_{4.1}$	
$2._{4.2.1}$	$2.1_{4.1}$		
$3._{4.3.2}$			

(Entsprechend für 1.3/3.1 und 2.3/3.2.) Obwohl nun die Subzeichen selbst nichts Neues zu bringen scheinen, haben wir

$(1.2)_{1.4} = (1._{1.3.4}, .2_{1.2.4}) \neq (2._{1.2.4}, .1_{1.3.4}) = (2.1)_{1.4}$,

und allgemein für alle Subzeichen (a.b) mit $a. \neq .b$:

$(a.b)_{\alpha.\beta} = (a._{\alpha.\beta.\gamma}, .b_{\alpha.\delta.\gamma}) \neq (b._{\alpha.\delta.\gamma}, .a_{\alpha.\beta.\gamma}) = (b.a)_{\alpha.\gamma}$.

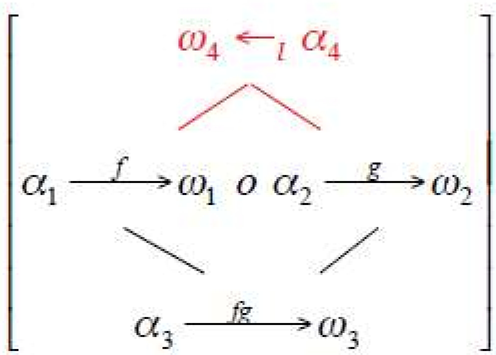
Bei kontexturierten Subzeichen ist also streng zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen (Primzeichen) zu unterscheiden.

Literatur

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Kl.%20Peirce-Z-Arithm..pdf (2009)

Semiotische Diamanten und Realitätsthematiken

1. Der wesentliche Unterschied zwischen einer (algebraischen) Kategorie und einem (polykontexturalen) Diamanten, wie er von Kaehr (2008) eingeführt worden ist, liegt darin, dass letzterer einen sog. Heteromorphismus besitzt, eine Inversionsfunktion der komponierten Abbildungen der in den Diamanten eingebetteten Kategorie (Abb. aus Kaehr 2008, S. 14):



Es ist also

ZR = $(\alpha_1 \rightarrow \omega_1/\omega_2 \rightarrow \alpha_2)$, Het. = $(\alpha_2 \rightarrow \alpha_1)$,

wobei in Het. die Reihenfolge der Kontexturenzahlen, sofern es 2 oder mehr sind, umgestellt wird:

ZR = $(\alpha_{\alpha.\beta} \rightarrow \omega_{\gamma.\delta} \rightarrow \alpha_{\varepsilon\zeta})$, Het. = $(\alpha_{\zeta.\varepsilon} \rightarrow \alpha_{\beta.\alpha})$.

2. Dagegen ergibt sich ein von der Zeichenklasse verschiedener Diamant, wenn wir die entsprechende Realitätsthematik nehmen:

RR = $(\alpha^{\circ}_{\zeta.\varepsilon} \rightarrow \omega^{\circ}_{\delta}/\omega^{\circ}_{\gamma} \rightarrow \alpha^{\circ}_{\beta.\alpha})$, Het. = $(\alpha^{\circ}_{\beta.\alpha} \rightarrow \alpha^{\circ}_{\zeta.\varepsilon})$.

Man lernt hieraus, dass, wenn man die ganzen Dualsysteme betrachtet, die Konversen von Subzeichen nicht mit den Dualia zusammenfallen, den je für die Matrix einer ZR und je für die Matrix einer RR gilt zwar

$(a.b)^{\circ} = \times(a.b) = (b.a)$,

aber wenn man beide „Pole der semiotischen Erkenntnisrelation“ (Gfesser), d.h ZR und RR berücksichtigt, gilt

$$(a.b)_{\alpha.\beta}{}^{\mathbf{0}} = (b.a)_{\alpha.\beta} \neq \times(a.b)_{\alpha.\beta} = (b.a)_{\beta.\alpha}.$$

3. Die Kaehrsche Entdeckung der Heteromorphismen, die angewandt auf die ZR-Matrize, die Konversen der Subzeichen einer Zeichenklasse, und, angewandt auf die RR-Matrize, deren Dualia liefert, lehrt uns also vor allem, dass es im Falle von semiotischer Repräsentation nicht genügt, die drei Subzeichen einer Zeichenklasse, also z.B.

$$ZR = (a.b\ c.d\ e.f)$$

zu berücksichtigen, sondern dass zu jedem Subzeichen auch der konverse und der duale „Zwilling“ gefunden werden muss:

$$DS = \left\{ \begin{array}{l} (a.b) = \{(a.b), (a.b)^{\mathbf{0}}, \times(a.b)\} \\ (c.d) = \{(c.d), (c.d)^{\mathbf{0}}, \times(c.d)\} \\ (e.f) = \{(e.f), (e.f)^{\mathbf{0}}, \times(e.f)\} \end{array} \right\}$$

Matrixdarstellung für DS = (3.2 2.2 1.3 × 3.1 2.2 2.3):

$$\left(\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{e.f} \\ 2.1 & \underline{c.d} & a.b \\ \underline{(e.f)^{\mathbf{0}}} & \underline{(a.b)^{\mathbf{0}}} & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & \underline{c.d} & 2.3 \\ \underline{\times(e.f)} & \underline{\times(a.b)} & 3.3 \end{pmatrix} \right)$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2009

Semiotische Disremptionen

1. Der Begriff der Disremption stammt von R. Kaehr (2003, S. 17, 23) und wird in der Kenogrammatik für „Orte erzeugende Übergänge“ im Sinne iterativer oder akkretiver Wiederholung, d.h. Wiederholung des Alten oder Wiederholung des Neuen, verwendet. Ob der an sich gute Begriff für die Semiotik trifft, muss ich vorderhand dahingestellt sein lassen, denn es scheint bei Zeichenrelationen ausschliesslich akkretive und also keine iterativen Wiederholungen zu geben, so dass man also einfach von „semiotischen Akkretionen“ sprechen könnte. Immerhin wird aber mit dem gleichen Begriff der Anschluss an die übergeordnete Polykontexturalitätstheorie gewährleistet.

2. In der Terminologie von Toth (2006) handelt es sich bei den Orten erzeugenden Übergängen also um Transit erzeugende Transitionen. Dabei muss daran erinnert werden, dass Gfesser (1990) recht hat, wenn er das klassische Peircesche semiotische Universum als abgeschlossen betrachtet, denn die monokontexturale Zeichenfunktion vermittelt zwischen Sein und Bewusstsein (Bense 1975, S. 16), ohne jedoch dem einen oder anderen Raum selbst anzugehören, sondern spannt einen dritten, semiotischen Raum auf (Bense 1975, S. 65 f.). Anders verhält es sich natürlich bei der polykontexturalen Semiotik, die demgemäss kein Peirceschen abgeschlossenes Universum bilden kann, d.h. sie bildet kein Universum, das im Bilde des Transitraums einen ewig abgeschlossenen Korridor bildet, eine „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit“, wie Bense (1952, S. 100, vgl. auch S. 98) sich ausgedrückt hatte, aus der es genauso wenig ein Entkommen bzw. Aus-Treten gibt wie aus der Reise in Kafkas „Landarzt“. Die monokontexturale Semiotik ist eine Geisterbahn, die polykontexturale eine Landschaft, in der es Geisterbahnen gibt.

3. Semiotische Disremptionen sind in 2- oder n-Dimensionen möglich. Bei letzteren beschränken wir uns auf 3 Dimensionen (vgl. Stiebing 1978).

3.1. Modell der minimalen 2-dimensionalen semiotischen Disremptionen. Sei (a.b) die allgemeine Form eines Subzeichens.

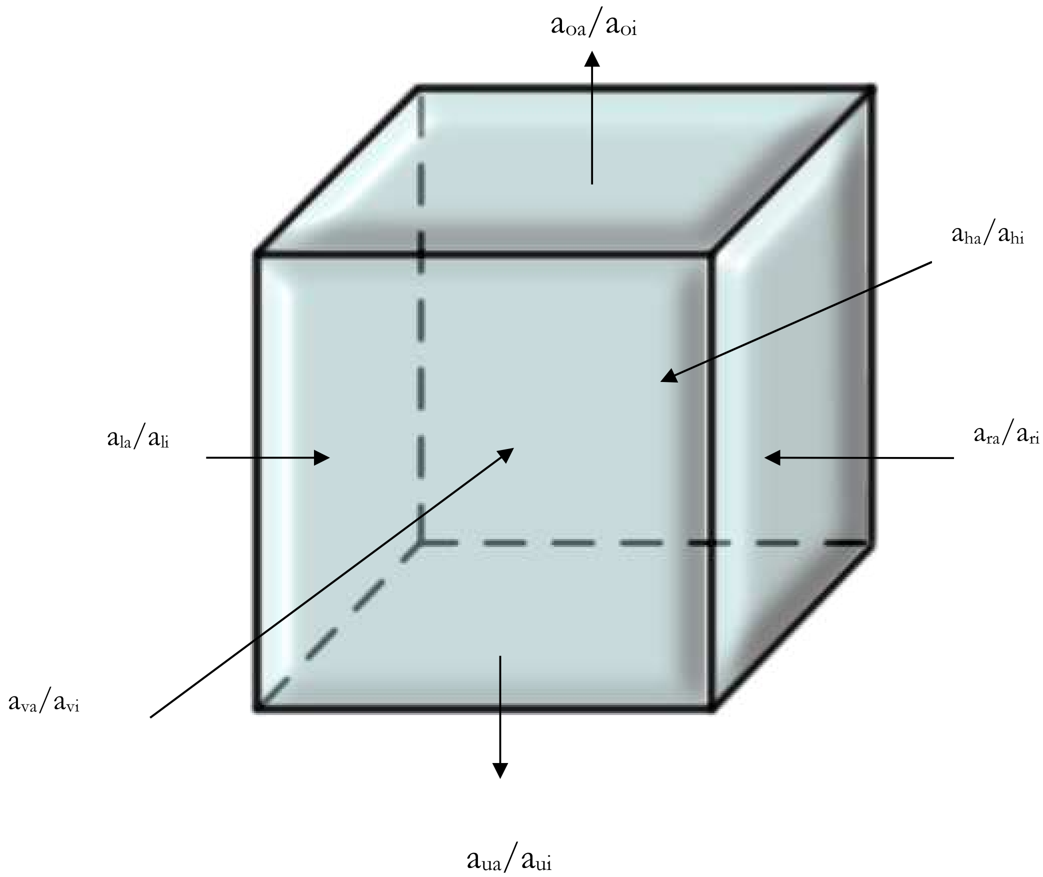
	α			
β	a.	δ	b	ε
	γ			

Dabei sind;

α = a. γ = a. ε = .a

β = a. δ = .a

3.2. Modell der minimalen 3-dimensionalen semiotischen Disremptionen.



A nstatt der zwei möglichen Punkte

a. und .a

sowie der 4 möglichen Kombinationen

(a..a), (..a), (a..), (.aa.)

im semiotischen System 2-dimensionaler Disrumptionen finden wir als 2 mal 6 = 12 mögliche Punkte sowie144 mögliche Kombinationen von Primzeichen zu Subzeichen in der 3-dimensionalen Semotik, von denen die kartesischenProdukte (a..a) eine Ausnahme zu sein scheinen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift Bense 1990, ed. E. Walther

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkerischer Leere. Glasgow 2003

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2006

Die inklusive mono- und polykontexturale Zeichendefinition

1. Nach Bense genügt die übliche Peircesche Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

nicht, da damit die sog. Zeichenfunktionen nicht in die Definition eingehen. Bense hatte deshalb bereits in seiner Grundlegung einer automatentheoretischen Semiotik (1971, S. 42) die folgende, um die Bezeichnungsfunktion o und die Bedeutungsfunktion i erweiterte Definition gegeben:

ZR* = (M, O, I, o, i).

Indessen krank auch diese Definition daran, dass die Zeichenfunktionen zusammen mit den Kategorien Inklusionsrelationen bilden. Bense (1979, S. 53) hatte deshalb die folgende vollständige Zeichendefinition vorgeschlagen:

ZR*** = (M, ((M → O), (M → O → I))).

Man sollte allerdings nicht vergessen zu bemerken, dass zur Darstellung von ZR*** im Gegensatz zu ZR* und ZR** eine gewöhnliche Mengentheorie wie etwa diejenige von Zermelo-Fraenkel nicht mehr ausreicht, da ZR*** unendliche Regresse (Mirimanoff-Serien) nach sich zieht und somit sehr schnell in Paradoxen verendet. Innerhalb der Monokontexturalität kann man das Problem z.B. damit lösen, dass das Aczelsche Anti-Fundierungsaxiom einsetzt oder „Urelemente“ definiert (vgl. Toth 2010 und weitere Arbeiten).

2. In der Polykontexturalität ist es hingegen natürlich nicht nötig, sich vor Paradoxien zu hüten, die ja an die Monokontexturalität gebunden sind. Trotzdem empfiehlt es sich, die inklusorische Zeichendefinition beizubehalten und von ZR*** anstatt von ZR*/ZR** auszugehen. Man kann nun ZR*** sehr einfach dadurch mit der Polykontexturalitätstheorie kompatibel machen, dass man die sog. semiotische Diamantendefinition von Kaehr (2008)

Diam(ZR) = ((A | a), (A → B | c), (A → B → C | $b_2 \leftarrow b_1$)

als Inklusionsrelation, d.h. als „Relation über Relationen“, wie Bense sich ausdrückte, definiert:

$M := (M \mid m)$

$O := (M \rightarrow O \mid m \leftarrow o)$

$I := (M \rightarrow O \rightarrow I \mid I \leftarrow o \leftarrow m)$

Damit erhalten wir

$ZR^{****} = ((M \mid m), ((M \mid m) \rightarrow ((M \rightarrow O \mid m \leftarrow o), (M \mid m) \rightarrow (M \rightarrow O \mid m \leftarrow o) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I \mid I \leftarrow o \leftarrow m)))$.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow 2008

Toth, Alfred, Eine neue semiotische Matrix mit AFA. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Neue%20sem.%20Matrix%20mit%20AFA.pdf (2010)

Kontexturierte Kategorien und Garben?

1. Sehr stark vereinfacht, könnte man sagen, eine Kategorie bestehe aus einer Domäne, einer Kodomäne und den Morphismen (Pfeilen) zwischen den Elementen, die aus ersterer auf letztere abgebildet werden:

$\underline{\underline{K}} = (X, \pi, Y)$.

Entsprechend besteht eine Garbe aus zwei topologischen Räumen G und X sowie einem (lokalen) Homöomorphismus, d.h. einer Abbildung, die jede offene Teilmenge aus G auf eine offene Teilmenge aus X abbildet:

$\underline{\underline{G}} = (G, \pi, X)$.

Rein formal weisen also sowohl die Kategorie als auch die Garbe die gleiche „Tiefenstruktur“ auf. Die Existenzberechtigung von Garben ergibt sich „for passing from local to global situations“ (Kashiwara/Shapira 2006, S. V), semiotisch also etwa beim Übergang von Monaden und Dyadenkombinationen zu Triaden (vgl. Toth 2010).

2. Wenn wir von den für die meisten mathematischen Strukturen geforderten Zusatzbedingungen für Identitäten und Kompositionen wiederum absehen, könnte man die von Kaehr (2008) eingeführten Saltatorien wie folgt definieren:

$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{K}}^{\circ} = (Y, \pi, X)$.

Wenn dies so tut, müsste man allerdings den Unterschied zwischen Saltatorien und dualen Kategorien definieren (von den Zusatzbedingungen des Chiasmus und der Verankerung, die sich aus der Diamantentheorie ergeben, sehen wir hier ebenfalls ab). Entsprechend könnte man aus Symmetriegrümnden eine „inverse Garbe“ wie folgt definieren:

$\underline{\underline{G}}^{\circ} = (X, \pi, G)$.

3. Bisher haben wir bewusst die Kontexturen weggelassen. Nun treten Kategorien und Garben immer nur in 1 Kontextur auf, aber Saltatorien und „inverse Garben“ immer in ≥ 1 Kontexturen. Diese Asymmetrie ist jedoch nicht einzusehen, ausserdem ist eine Saltatorie nicht nur auf der Umkehrung der Ordnung der Kontexturenzahlen definiert, sondern auch auf der Umkehrung der Pfeile („Hetero-Morphismus“). Nichts hindert uns also daran, die folgenden 4 Neudefinitionen vorzunehmen:

$\underline{\underline{K}} = (X_{\alpha.\beta}, \pi, Y_{\gamma.\delta}, i, j \in C)$

$\underline{\underline{K}}^0 = (Y_{\delta.\gamma}, \pi, X_{\beta.\alpha}, i, j \in C)$

$\underline{\underline{G}} = (G_{\alpha.\beta}, \pi, X_{\gamma.\delta}, i, j \in C)$

$\underline{\underline{G}}^0 = (X_{\delta.\gamma}, \pi, G_{\beta.\alpha}, i, j \in C)$.

Man beachte, dass damit auch die duale Kategorie definiert ist:

$\times K = (Y_{\gamma.\delta}, \pi, X_{\alpha.\beta}, i, j \in C)$.

Nur die mit ^{0} bezeichneten Gebilde kehren also nicht nur die Reihenfolge von Bild und Urbildelementen um, sondern auch die Reihenfolge der Kontexturzahlen. vielleicht könnte man also von „saltatorischer“ Kategorie und „saltatorischer“ Garbe oder von Hetero-Kategorie und Hetero-Garbe sprechen, denn die Einführung der Saltatorien ist ja keine von der Kategorientheorie separate Theorie, sondern ihre polykonteturale Erweiterung.

Literatur

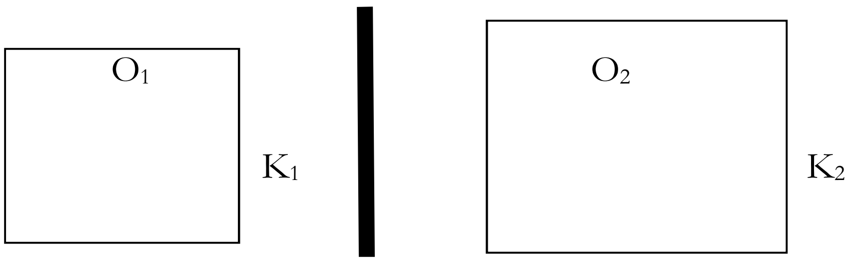
Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2008

Kashiwara, Masaki/Schapira, Pierre, Categories and Sheaves. New York 2006

Toth, Alfred, Vorüberlegungen zu einem semiotischen Garbenbegriff. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Eine grundsätzliche Frage zur kontexturellen Vereinigung von Kontexturen

1. Nehmen wir an, ein Objekt O_1 gehöre dem Diesseits an, und dieses Diesseits sei die Kontextur K_1. Ferner nehmen wir an, es gebe ein Objekt O_2, das dem Jenseits, also der Kontextur K_2, angehöre. In einer klassischen, d.h. monokontexturalen Welt, sind somit die beiden Objekte O_1 und O_2 ewig voneinander geschieden, d.h. O_1 ist zu O_2 transzendent und O_2 ist zu O_1 transzendent, und zwischen den beiden Kontexturen K_1 und K_2 verläuft eine Kontexturgrenze:



Dem Fall, wo 3 Kontexturen bzw. Universen (U) vorliegen, hat Kaehr (2010) wie folgt formalisiert:

$$\left(\mathcal{U}_1 \bigcap_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \bigcap_{1.2.3} \mathcal{U}_3 = \emptyset$$

Das bedeutet also, dass die kontexturale Schnittmenge zwischen zwei oder mehr Kontexturen, welche durch Kontexturgrenzen voneinander geschieden sind, stets leer sind. Die leere Menge drückt also die Transzendenz aller Objekte zueinander aus, die sich innerhalb der Kontexturen befinden.

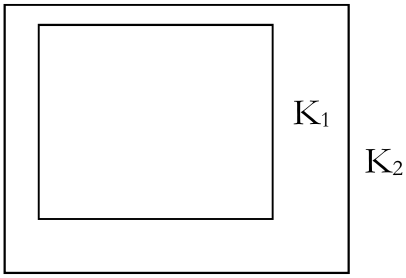
2. Kaehr (2010) schlägt nun vor, die Aufhebung der Kontexturengrenzen entsprechend durch eine kontexturelle Vereinigung zu formalisieren:

$$\mathcal{U}^{(3)} = \left(\mathcal{U}_1 \sqcup_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \sqcup_{1.2.3} \mathcal{U}_3$$

In unserem Fall hätten wir also

$K_1 \mid K_2 \rightarrow K_1 \cup_{1.2} K_2$,

graphisch

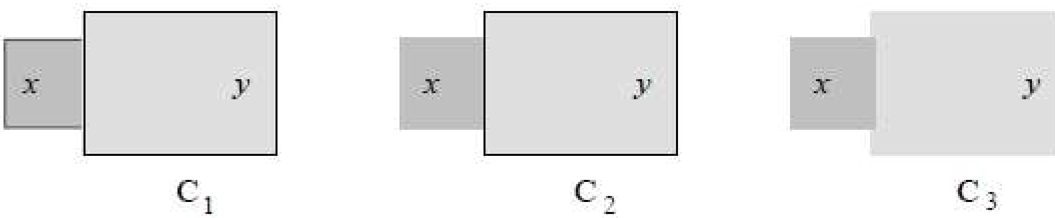


Das bedeutet aber, dass die „kleinere“ Kontextur jetzt eine Teilmenge der „grösseren“ geworden ist ($K_1 \subset K_2$) und dass für die Objekte gilt

$O_1, O_2 \subset K_2$.

Nun lesen wir aber bei Rilke: „Wir wissen nichts von diesem Hingehn, das/ nicht mit uns teilt“ (Rilke 1997, S. 464). Wenn also das Hingehen nicht uns teilt, folgt daraus zweierlei: Einerseits werden wir als Diesseitige kein Teil des Jenseits, anderseits wird das Jenseitige kein Teil des Diesseits. Damit fällt aber eine kontexturelle Vereinigung, wie sie oben skizziert wurde, als Modell des Kontexturübergangs weg, und die sich uns nun stellende Frage lautet: Wie kann das Objekt O_1 aus K_1 in K_2 eingehen, so dass O_1 weder Teil von K_2 noch K_2 Teil von O_1 wird?

3. Von den drei möglichen mereotopologischen Modellen (vgl. Cohn/Varzi 2003, S. 5)



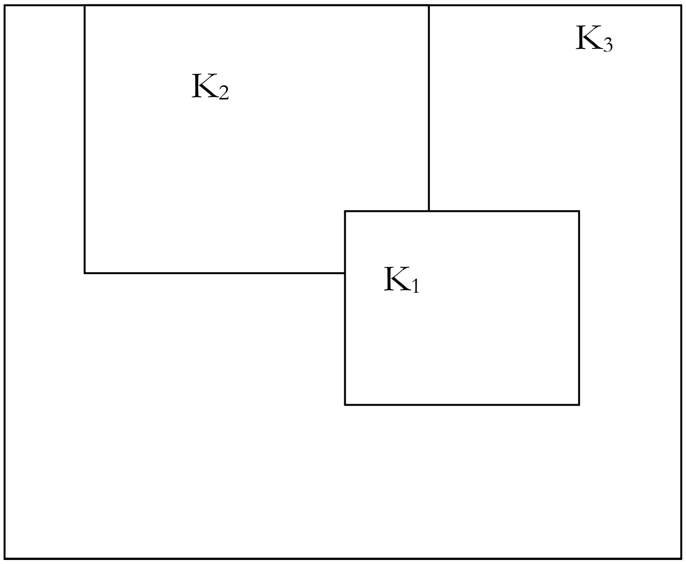
$$C_1(x, y) \Leftrightarrow x \cap y \neq \emptyset$$
$$C_2(x, y) \Leftrightarrow x \cap c(y) \neq \emptyset \text{ or } c(x) \cap y \neq \emptyset$$
$$C_3(x, y) \Leftrightarrow c(x) \cap c(y) \neq \emptyset$$

scheiden das zweite und das dritte Modell aus, da in 3 beiden und in 2 eine der beiden Kontexturen „randlos“ ist. Das Kontexturenmodell Günthers dürfte jedoch gut mit dem Modell 1 übereinstimmen, und die beiden Mengen x und y stellen sich uns unter dem mereotopologischen Gesichtspunkt wie folgt dar:

$x = i(x) \cup c(x)$

$y = i(y) \cup c(y)$,

d.h. als Vereinigung von inneren Punktmengen und abschliessendem Rand. wir können somit zur Beantwortung unserer Frage folgendes Modell aufstellen:



Es wird also

$K_1 \mid K_2 \rightarrow \mathrm{C}(K_3) \supset (\mathrm{C}(K_2), \mathrm{C}(K_1))$ mit $K_1 \cap K_2 = \varnothing$,

die beiden ursprünglichen Kontexturen K_1 und K_2 sind also zu Teilmengen der *Ränder* einer neuen Kontextur K_3 geworden, da sie selber Ränder enthalten (also nicht den Modellen 2und 3 entsprechen), sind sie abgeschlossen in Bezug auf eine Zugehörigkeit zu K_3. K_1 und K_2 sind also weiter getrennt ($K_1 \cap K_2 = \varnothing$), aber nun in der neuen Kontextur K_3 quasi „aufgehoben". Das Jenseits K_2 „teilt" also nicht im Rilkeschen Sinne mit K_1, noch „teilt" K_1 mit K_2.

Literatur

Cohn, Anthony G. / Varzi, Achille C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357–390. Zitiert nach Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Kaehr, Rudolf, From Universe to Polyverses. http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1041&context=thinkartlab (2010)

Rilke, Rainer Maria, Die Gedichte. Frankfurt 9. Aufl. 1997

Semiose und Kontexturübergang

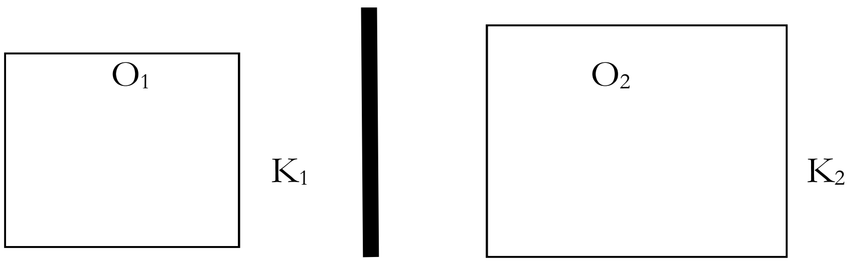
1. Nach Bense (1967, S. 9) entsteht ein Zeichen dadurch, dass ein Objekt meta-objektiviert wird. Damit wird die Welt gleichsam verdoppelt: denn das zum Zeuichen erklärte Objekt besteht ja weiterhin, von nun an allerdings mit einer ontologisch differenten „Kopie", einem „Substitut" oder „Verweis", der an Objektes Stelle verwendet wird. Besonders bemerkenswert ist dabei, dass trotz der ontologischen Differenz Zeichen und Objekte „Symbiosen" bzw. „Verwachsungen" (K. Bühler) eingehen können, etwa bei einer Prothese, die ein Objektzeichen ist, da sie als künstlich hergestelltes Objekt zeichenhaft das reale Objekt nachbildet oder bei einem Wegweiser, der ein Zeichenobjekt ist, wo die Orts- und Richtungsangaben nur dank dem materialen Objekt, das als Zeichenträger dient, sinnvoll sind.

2. In Toth (2010) wurde damit argumentiert, dass das Zeichen sich das Jenseits schafft und damit in kontexturellen Gegenssatz zum Objekt steht, das erst jetzt, d.h. durch das Zeichen, eine Kontextur bekommt. Objekte sind damit vorgegeben, Kontexturen nicht, Kontexturen entstehen erst durch nicht-vorgegebene Objekte wie Zeichen. Es ist immer das Zeichen, das im Jenseits steht, denn vom Diesseits aus herrscht die Welt der Objekte. Da kein Zeichen, wie es scheint, ein Objekt kreieren kann, ist die Verteilung der Objekte auf die Diesseitse und der Zeichen auf die Jenseits vorab festgelegt. Natürlich geht aber die Transzendenzrelation in beide Richtungen: so wie das Zeichen vom Objekt aus transzendent ist, ist das Objekt vom Zeichen aus transzendent.

3. Was wir im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit festhalten wollen, ist: man verdoppelt nicht ungestraft, denn sonst fallen sowohl das Original wie auch die Kopie in separate Kontexturen, damit der Geist des Doppelgängers nicht umgehen kann ("Lass mir dein Spiegelbild, du innig Geliebter, es soll mein und bei mir bleiben immerdar'. – 'Giulietta', rief Erasmus ganz verwundert, 'was meinst du denn? – Mein Spiegelbild?' [...]. Da rief Erasmus, wahnsinnig vor tötendem Liebesschmerz: 'Muss ich denn fort von dir? – Muss ich fort, so soll mein Spiegelbild dein bleiben auf ewig und immerdar. Keine Macht – der Teufel soll es dir nicht entreissen, bis du mich selbst hast mit Seele und Leib'. Giuliettas Küsse brannten wie Feuer auf seinem Munde, als er dies gesprochen, dann liess sie ihn los und streckte sehnsuchtsvoll die Arme aus nach dem Spiegel. Erasmus sah, wie sein Bild unabhängig von seinen Bewegungen hervortrat, wie es in Giuliettas Arme glitt, wie es mit ihr im seltsamen Duft verschwand" (E.T.A.

Hoffmann, Die Abenteuer der Silvesternacht, in: H.R. Leber (Hrsg.), Werke in 4 Bänden. Salzburg 1985, S. 284).)

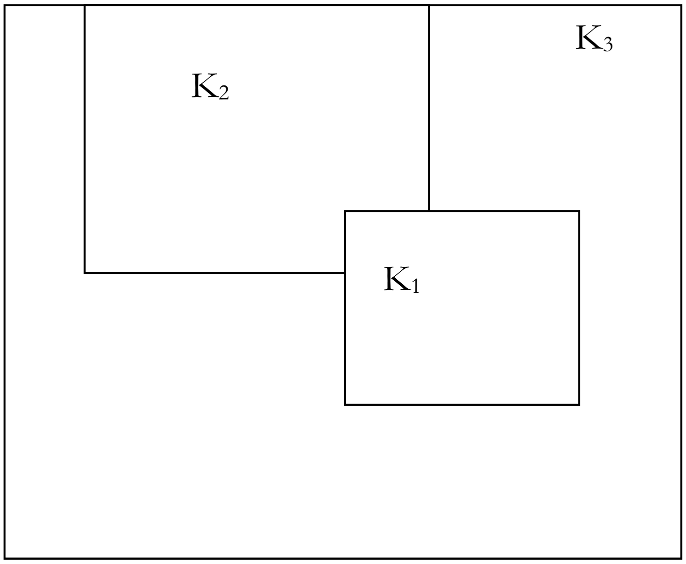
4. Wie verhält es sich nun mit den Kontexturen? Wie wir bemerkt hatten, bekommen auch vorgegebene Objekte, indem sie zu Zeichen erklärt werden, ihre Kontextur, die somit der Kontextur des Zeichens gegenübersteht:



mit (Kaehr 2010)

$$\left(\mathcal{U}_1 \bigcap_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \bigcap_{1.2.3} \mathcal{U}_3 = \emptyset$$

Falls K_1 das Diesseits ist, ist also O_1 das Objekt, das im Jenseits des K_2 zum Zeichen (O_2) erklärt wird. In Wahrheit kann aber der Kontexturübergang, dessen Existenz in der obigen Formel durch die leere Menge verbürgt ist, niemals aufgehoben werden, denn das würde z.B. die Identität von Leben und Tod eines Individuums oder diejenige von Zeichen und Objekte – damit aber auch deren Ununterscheidbarkeit und somit die totale Sinnlosigkeit des Kontexturbegriffs implizieren. Daher wurde in Toth (2010) als Lösungsvorschlag des Problems das folgende Modell vorgeschlagen:



Es ist also mereotopologisch (mit c = closure oprator, i = internal operator)

$K_1 \mid K_2 \rightarrow c(K_3) \supset (c(K_2), c(K_1))$ mit $K_1 \cap K_2 = \emptyset$,

die beiden ursprünglichen Kontexturen K_1 und K_2 sind also zu Teilmengen der *Ränder* einer neuen Kontextur K_3 geworden. Da sie selber Ränder enthalten, sind sie abgeschlossen in Bezug auf eine Zugehörigkeit zu K_3. K_1 und K_2 sind also weiter getrennt ($K_1 \cap K_2 = \emptyset$), aber nun in der neuen Kontextur K_3 quasi „aufgehoben". Das Jenseits K_2 partizipiert also nicht an K_1, noch patizipiert K_1 an K_2.

Damit kommen wir zum Schluss: Bei der Metaobjektivierung entsteht ein Zeichen und damit 2 Kontextruren, nämlich diejenige des Objekts und diejenige des Zeichens selbst. Dagegen ensteht beim Kontexturübergang eines Objektes O_1 aus der Kontextur K_1 zu einem Objekt O_2 aus der Kontextur K_2 eine 3. Kontextur, deren Ränder die beiden usprünglichen Kontexturen angehören und in der sie „aufgehoben" sind. Diese „Asymmetrie" ist bei kontexturierten Zeichenklassen zu berücksichtigen.

Literatur

Kaehr, Rudolf, From Universe to Polyverses. http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1041&context=thinkartlab (2010)

Toth, Alfred, Eine grundsätzliche Frage zur kontexturellen Vereinigung von Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Das Zeichen als Ding mit variabler Stellenzahl

1. Die Peircesche Zeichenrelation ist eine Relation über drei Relationen: einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen (Bense 1979, S. 53):

$ZR^3 = (^1M \subset {}^2O. \subset {}^3I)$.

Soweit also nichts Neues. Wenn man jedoch diese Verteilung der Stellenzahlen auf die Relata belässt, ist es weder möglich, von der Ordnung (M, O, I) abweichende Zeichenrelationen, noch semiotische Diamanten (vgl. Toth 2007, S. 177-190; Kaehr 2008) anzusetzen. In Sonderheit fällt dann auch die Ordnung (I, O, M), die aus der Dualisation ×(M, O, I) der „Normalordnung" hervorgeht und für die Realitätsthematiken charakteristisch ist, weg. Ferner fallen etwa die Ordnungen (O, M, I) für das Kommunikationsschema und (M, I, O) sowie (I, M, O) für das Kreationsschema (Bense 1971, S. 39 ff.) weg. Kurz gesagt, sind 5 von 6 Permutationen von (M, O, I) betroffen. Bei den 4, die nicht für Zkl und Rth reserviert sind, finden wir nun aber folgende Inklusionordungen:

$(^1M \subset {}^3I \supset {}^2O)$

$(^2O \supset {}^1M \subset {}^3I)$

$(^2O \subset {}^3I \supset {}^1M)$

$(^3I \supset {}^1M \subset {}^2O)$

2. Wir haben also das Problem der ungesättigten Relationen. Im Bereich der verbalen Zeichen sind etwa Sätze wie „∅ liebt", „Fritz schlägt ∅" oder „A. liegt zwischen X" ungrammatisch. Wenn wir die obigen 4 Relationen aber zulassen, müssen wir auch die untersättigten gestatten, also

$^2O \supset {}^1M$

$^3I \supset {}^1M$

$^3I \supset {}^2O$

Der Vorteil davon ist, dass wir auf diese Weise das Zeichen als Ding temporal strukturieren können (vgl. z.B. Toth 2008) und die Zeichen als temporale Dinge dann im Sinne von Smith (1996) den Objekten als lokale Dinge gegenüberstehen. Da jedoch Temporalität hier ebenfalls über mengentheoretische Ordnungen definiert wird, kommen wir, wie schon bei Toth (2011), zum Schluss, dass vom topologischen Standpunkt aus kein Unterschied besteht zwischen Zeichen und Objekten. In Sonderheit sind die mereotopologischen Gesetze, wie sie z.B. in Smith (1996) zusammengestellt wurden, ausnahmslos sowohl für Objekte als auch für Zeichen gültig. Um den Schein des Paradoxen in den drei obigen „pathologischen“ Inklusionsordnungen zu entfernen, brauchen wir nur anstelle fixer variable Stellenzahl für die Relata einzuführen:

$^{1}M \rightarrow {}^{[\mathbf{1},2,3]}M$
$^{2}O \rightarrow {}^{[1,\mathbf{2},3]}O$
$^{3}I \rightarrow {}^{[1,2,\mathbf{3}]}I$,

wobei die fett markierten die „genuinen“ Stellenzahlen sind.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Kaehr, Rudolf, Toth´s semiotic diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008)
Smith, Barry, Mereotopology: A Theory of Parts and Boundaries. In: Data and Knowledge Engineering 20, 1996, S. 287-303

Homogene und heterogene Mesozeichen

1. Entsprechend der „matching conditions" für Texteme bzw. Bi-Signs, wo R. Kaehr (2009) zwischen „homogenen" und „heterogenen" Übergängen unterschieden hat, will dieser Aufsatz neben den bereits aus Bense (1981, S. 87 ff.) bekannten homogenen Mesozeichen heterogene einführen und dabei eine weitere Besonderheiten der semiotischen Basistheorie aufdecken.

2. Nach Bense hängen Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken „nur dann zusammen, wenn sie mindestens in einem Subzeichen übereinstimmen" (1981, S. 67), also etwa bei <u>3.1</u> 2.1 1.3 /<u>3.1</u> 2.2 1.2 bzw. 3.1 1.2 <u>1.3</u>/2.1 2.2 <u>1.3</u>. Ohne Zusammenhang sind dann z.B. 3.1 2.1 1.1/3.2 2.2 1.2 bzw. 1.1 1.2 1.3/2.1 2.2 2.3. Mit dieser Definition werden also nur homogene Fälle behandelt, ausserdem können zwei verschiedene Zkln bzw. Rthn in maximal zwei Subzeichen, d.h. dyadisch, zusammenhängen.

3. Während also ein homogener Zeichenzusammenhang aus der Schnittmenge zweier Relationen besteht, soll ein heterogener Zeichenzusammenhang aus der Vereinigung der n-tupelweise verschiedenen Relationen bestehen, wobei bei den Subzeichen die 1. bzw. letzte Ziffer den gemeinsamen triadischen bzw. trichotomischen Wert angibt:

SZ1:	(3.1)	(1.2)
MZ1/2:	(3.1.2) (1.3.2)	
SZ2:	(3.2)	(3.2)

Ist pro Subzeichen-Paar nur ein (triadischer oder trichotomischer) Wert verschieden, ist das Mesozeichen triadisch. Allgemein gilt: Haben zwei n-stellige Relationen m gemeinsame Subzeichen, so ist das Mesozeichen (n-m)-stellig. Beispiel für m = 0:

SZ1:	(2.1)	(1.1)
MZ1/2:	(2.3) (1.2)	(1.3) (1.3)
SZ2:	(3.2)	(3.3).

Da triadische Relationen aus Dyaden zusammensetzbar sind (vgl. Walther 1979, S. 79), lauten die allgemeinen Schemata für heterogene Mesozeichen:

1. MZ[(a.b) → (a.c)] = (a.b.c)
2. MZ[(a.b) → (c.b)] = (a.c.b)
3. MZ[(a.b) → (c.d)] = ((a.b), (c.d))

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ein dreistufiges Negations-Mandala für Zeichenklassen

1. „The stipulation that our persona has 3 irreducible different identities, leads to a little negational ciycle, which its length, l = 4! = 24, could develop a kind of multi-phrenic Angst. Because this little loss of identity is well ruled by the negational rules, there is no need, neither for psychiatric help nor for uncontrolled over-reactions. Such multi-phrenic self-identity seems to be the constitution of subjectivity in a multi-cultured society. The classical solution to deal with such complexity is compartmentalization" (Kaehr 2008, S. 9). Kaehr (2008, S. 8) gibt folgende "Negations-Mandalas":

A simple cycle:

$$\neg_1\left(\neg_3\left(\neg_1\left(\neg_3\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

or the other way round:

$$\neg_3\left(\neg_1\left(\neg_3\left(\neg_1\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

two other clean cycle:

$$\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_2\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

$$\neg_2\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

now, mixed paths are leading back to Ego:

$$\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_2\left(\neg_1\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\neg_2\left(\neg_3\left(\mathrm{Ego}^{(3)}\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right)\right) = \mathrm{Ego}^{(3)}$$

The Mandala of Negations, $m = 4$.

2. Bei Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken gehören nur die konversen (solange sie undualisiert sind) den gleichen Kontexturen an, d.h. $[(a.b)_{\alpha.\beta.\gamma}]^{\circ} = [(b.a)_{\alpha.\beta.\gamma}]$ für alle a ≠ b. Man kann also nicht einfach eine Zeichenklasse in der Form von Hamilton-Kreisen schreiben, sondern man müsste im Prinzip dies für jedes der drei Subzeichen einzeln tun. Ich schlage hier deshalb ein anderes Verfahren vor, das dreistufig ist:

2.1. durch blosse Negation bleiben die Kontexturenzahlen konstant, d.h. nur die Subzeichen werden gemäss

$N\,1 = 1 \rightarrow 2$

$N2 = 2 \rightarrow 3$
$N3 = 1 \rightarrow 3$
substituiert. Wir haben dann z.B.
$N1(3.1_{3.4}\ 2.1_{2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.2_{3.4}\ 1.2_{2.4}\ 2.3_{3.4}) = (3.2_{3.4}\ 2.3_{3.4}\ 1.2_{2.4})$
$N2(3.1_{3.4}\ 2.1_{2.4}\ 1.3_{3.4}) = (2.1_{3.4}\ 3.1_{2.4}\ 1.2_{3.4}) = (3.1_{2.4}\ 2.1_{3.4}\ 1.2_{3.4})$
$N3(3.1_{3.4}\ 2.1_{2.4}\ 1.3_{3.4}) = (1.3_{3.4}\ 2.3_{2.4}\ 3.1_{3.4}) = (3.1_{3.4}\ 2.3_{2.4}\ 1.3_{3.4})$
Hier findet also ein automatischer Wechsel der Kontexturenzahlen statt.

2.2. durch blosse Dualisation werden die Kontexturenzahlen invertiert. Allerdings gilt simple Inversion nur für Paare; bei n-Tupeln mit n > 3 hat ein voller Zyklus somit n! Stufen. Z.B. bei K = 3 ist n = 3! = 6:
$\times\underline{(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})} = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{4.3})$
$\times(3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{4.3}) = (3.1_{3.4}\ 2.2_{4.1.2}\ 1.3_{3.4})$
$\times(3.1_{3.4}\ 2.2_{4.1.2}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{2.1.4}\ 1.3_{4.3})$
$\times(3.1_{4.3}\ 2.2_{2.1.4}\ 1.3_{4.3}) = (3.1_{3.4}\ 2.2_{2.4.1}\ 1.3_{3.4})$
$\times(3.1_{3.4}\ 2.2_{2.4.1}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{1.4.2}\ 1.3_{4.3})$
$\times(3.1_{4.3}\ 2.2_{1.4.2}\ 1.3_{4.3}) = \underline{(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})}$

2.3 Kombination von Negation und Dualisation. Z.B.:
$N1\times\underline{(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})} = (3.2_{4.3}\ 1.1_{4.2.1}\ 2.3_{4.3}) = (3.2_{4.3}\ \ 2.3_{4.2.1}\ 1.1_{4.3})$
$N2\times\underline{(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})} = (2.1_{4.3}\ 3.3_{4.2.1}\ 1.2_{4.3}) = (3.3_{4.3}\ \ 2.1_{4.2.1}\ 1.2_{4.3})$
$N3\times\underline{(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})} = (1.3_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 3.14_{4.3}) = (3.1_{4.3}\ \ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{4.2.1})$

Literatur
Kaehr, Rudolf, Which equality?
http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Equality/Equality.html 2008

Das Eine und das Andere

1. Das Andere ist nur vom Einen aus das Andere, d.h. es selbst, denn das Eine ist nur vom Anderen aus es selbst. Da es hier statt einer Zweiheit eine Dichotomie, d.h. eine Zerschneidung des Einen in Zwei gibt, interessiert natürlich, was das Andere vom Einen aus und was das Eine vom Anderen aus ist. Die verbalen Zeichensysteme verfahren hier auf drei verschiedene Arten:

1.1. Determinierte, rein quantiative Korrelativa: lat. alter – alter, griech. ἕτερος - ἕτερος. Die Determination bezieht sich immer auf eine Zweiheit. Beide Glieder der Korrelation sind identische Numeralia.

1.2. Determinierte, quantitativ-qualitative Korrelativa: dt. das eine – das andere, franz. l'un – l'autre, ung. egyik – másik. Nur das erste Glied der Korrelation ist ein Numerale.

1.3. Indeterminierte, quantitativ-qualitative oder qualitativ-quantitative Korrelativa: lat. alius – alius, griech. ἄλλος - ἄλλος. Kein Glied der Korrelation ist ein Numerale.

2. Unter den Redewendungen kommen in abnehmender Häufigkeit Dichotomien (Mann/Frau, Tag/Nacht, Leben/Tod, Zeichen/Objekt, Subjekt/Objekt, Subjekt/Prädikat), Trichotomien (Himmel/Erde/Wasser, Gottvater/Sohn/ Hl. Geist, Zeus/Poseidon/Hades, Isis/Osiris/Horus, Brahma/Vishnu/Shiva), Tetratomien (Adenin/Thymin/Guanin/Cytosin, Nord/Süd/West/Ost, Perat/ Hidekkel/Gihon/ Pischon) und evtl. Pentatomien (Daumen/Zeigefinger/Mittelfinger/Ringfinger/ kleiner Finger, die 5 Sinne, usw.) vor. Während es keine n-omninale für n > 2 zu geben scheint, zeichnen sich die zu den Dichotomien zu rechnenden Binomialen durch Nichtinversibilität aus: *ab und auf, *her und hin*, *rück- und vorwärts, vgl. auch *Gretel und Hänsel, *Moritz und Max, *Ollie und Stan, evtl. bei Trinominalen *Trick, Track und Tick, *Balthasar, Melchior, Kaspar, bei Quateronimalen *Pankraz, Sophie, Bonifaz, Servaz).

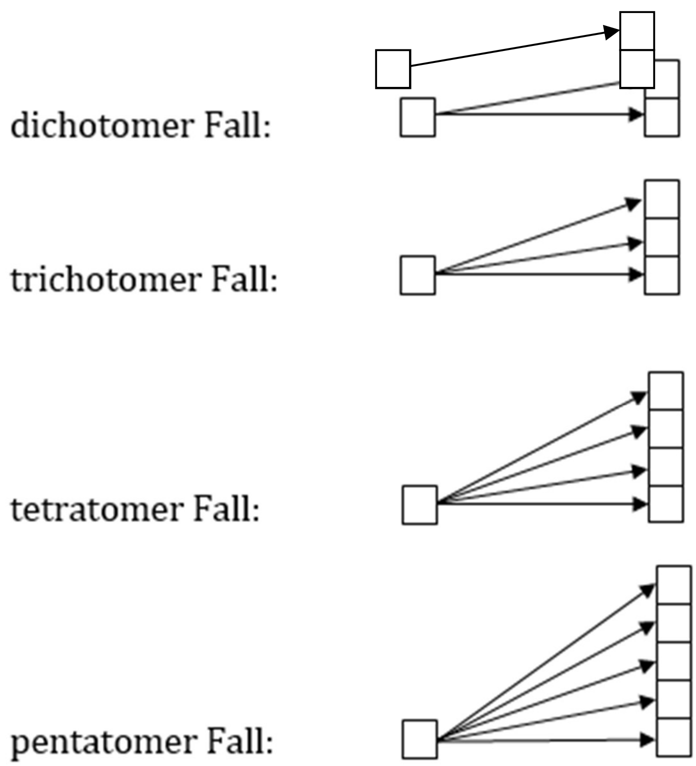
3. In den Fällen, wo nicht einfach das Selbe iteriert wird wie in den obigen Typen 1.1 und 1.3, wird das Andere als akkretiertes Eines diesem Einen gegenübergestellt. Bei echten n-tomien mit n > 2 taucht dieses akkretiert Eine als Anderes zudem in

mehrfacher Erscheinung auf (Korzybskische Multi-Ordinalität, eindeutige Mehrmöglichkeit (Kronthaler)).

Entsprechung in den logischen Negationszyklen

dichotomer Fall:	$N_1N_1\ p = p$ (↺)
trichotomer Fall:	$N_1N_2N_3\ p = p$ (↺)
tetratomer Fall:	$N_1N_2N_3N_4\ p = p$ (↺)
pentatomer Fall:	$N_1N_2N_3N_4N_5\ p = p$ (↺)

Entsprechung in n-morphismischen Kategorien



Für den dichotomen Fall gilt: Das Andere ist eine Bi-Abbildung des Einen auf sich selbst und das Eine. Genauer: Das Andere ist eine akkretive Abbildung des Einen auf sich selbst sowie eine iterative Abbildung des Einen auf sich selbst. Für n-tomien gilt: Das Andere ist eine Menge von (n-1) akkretiven Abbildungen des Einen auf sich selbst und 1 iterativen Abbildung des Einen auf sich selbst. In dem hier vorgeschlagenen Modell wird also innerhalb einer Kategorie mit n-Morphismen ein Modell vorgeschlagen, in dem (n-1) der n Morphismen durch die entsprechenden Hetero-Morphismus ersetzt wird (vgl. Kaehr 2008). Präziser ausgedrückt: (n-1) der n-

Morphismen einer n-otomie sind Hetero-Morphismen und 1 Morphismus ist ein Automorphismus.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2008

Fragen nach der Zuweisung von Kontexturenzahlen zu semiotischen Relationen

1. Kaehr (2008) geht davon aus, dass den semiotischen Fundamentalkategorien, d.h. den 1-stelligen semiotischen Relationen, Kontexturenzahlen zugewiesen werden. Damit kann also nicht erst ein Zeichen in einer Kontextur liegen, sondern bereits seine elementaren relationalen Bestandteile.

Das Vorgehen ist wie folgt: Eine n-adische Relation für n ≥ 3 wird in k (n-1)-adische dekomponiert. Nun hat eine n-stellige Relation $\binom{n}{k}$ k-stellige Partialrelationen (vgl. Menne 1991, S. 152). Somit enthält eine 3-stellige Relation 3 2-stellige, eine 4-stellige 4 3-stellige, eine 5-stellige 5 4-stellige, allgemein eine n-adische Relation (n-1)adische (n-1)-adische Partialrelationen, also genau so viele, wie die Anzahl der Einträge der entsprechenden quadratischen Matrix (n×n) beträgt. Somit hat also eine n-adische Relation immer höchstens (n-1)-stellige Kontexturenzahlen.

2. Diese Kontexturenzahlen, z.B. (1, 2), (2, 3), (1, 3) für eine 3-adische Semiotik, werden nun den 3 Fundamentalkategorien zugewiesen:

$(.1.)_{1.3}$, $(.2.)_{1.2}$, $(.3.)_{2.3}$

Hier stellt sich aber eine erste Frage: Wie oben festgestellt, liegen nach diesem Verfahren nicht erst die Zeichen, sondern bereits ihre Kategorien in Kontexturen. Nun liegen sie aber sogar je in 2 Kontexturen. Somit muss jede Kategorie verdoppelt, sozusagen als ihr eigener Zwilling oder Doppelgänger, auftreten. Ferner liegt zwischen jeder doppelt auftretenden Kategorie noch eine Kontexturgrenze, die dann aber per definitionem zur Kategorie selbst gehört!

Eine zweite Frage lautet: (.a.) ist nichts anderes als eine Portemanteau-Notation für zwei verschiedene Dinge. 1. für triadische Peirce-Zahlen der Form (a.), 2. für trichotomische Peirce-Zahlen der Form (.a). Nun erhalten aber beide Peirce-Zahlen dieselben Kontexturen, obwohl (a.) rechts- und (.a) linksbindend ist. Daraus folgt dann, dass konverse Subzeichen (wenigstens solange sie in der gleichen Matrix liegen) identische Kontexturenzahlen haben (z.B. $(1.3)_3$ und $(3.1)_3$). Zwei Probleme tauchen hier also auf: 1. Falls zwischen zwei triadischen Peirce-Zahlen eine Kontexturgrenze verläuft (1. ∥ 2., 2. ∥ 3. und 1. ∥ 3.), verläuft dann die gleiche Kontexturgrenze zwischen (1. ∥ .2, 2. ∥ .3 und 1. ∥ .3)? Falls es so ist, dann muss aber allgemein zwischen a. und .a die gleiche Kontexturgrenze verlaufen (a. ∥ .a). Dann aber können die Fundamentalkategorien (.1.), (.2.), (.3.) nicht in zwei verschiedenen Kontexturen liegen ($(.1.)_{1.3}$, $(.2.)_{1.2}$, $(.3.)_{2.3}$)! 2. Für die zueinander konversen Subzeichen spielt nach diesem Verfahren die Reihenfolge der Kontexturen keine Rolle, da ja $[(a.b)_{\alpha\beta} = (a.b)^{\circ\ \circ}{}_{\gamma\delta} \rightarrow \alpha = \gamma$ und $\beta = \delta]$. Falls man aber umgekehrt $[(a.b)_{\alpha\beta} = (a.b)^{\circ\ \circ}{}_{\gamma\delta} \rightarrow \alpha = \delta$ und $\beta = \gamma]$ setzte, müsste im Falle von z.B. $(.1.)_{1.3}$: $(1.)_{1}$ und $(.1)_{3}$ sein, und d.h. die Kontexturgrenzen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen wären verschieden. Sie würden sich in diesem Falle also gleich verhalten wie wenn sie in zwei verschiedenen Matrizen liegen, denn in diesem Fall gilt ja: $[(a.b)_{\alpha\beta} = \times\times(a.b)^{\circ}{}_{\gamma\delta} \rightarrow \alpha = \delta$ und $\beta = \gamma]$. Da dies nach der geübten Methode aber nicht der Fall ist, stellt sich sozusagen nebenbei die weitere Frage, warum denn Dualisation die Kontexturenzahlen umkehrt, Konversion aber nicht.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. ThinkartLab 2008

Subjekt, Objekt und Eigenrealität

1. Bekanntlich drückt in einem semiotischen Repräsentationssystem (Dualsystem) die Zeichenklasse die Subjekt- und ihre dual koordinierte Realitätsthematik die Objektposition aus (Gfesser 1990). Da die Triaden und Trichotomien bei der Dualisierung vertauscht werden, enthält also jede (triadische) Zeichenklasse in ihren Trichotomien die Realitätsthematik und umgekehrt jede (trichotomische) Realitätsthematik in ihren Triaden die Zeichenklasse. Wir können demnach ein Peircesches Dualsystem wie folgt notieren:

$DS = (3.a_{[S,O]}\ 2.b_{[S,O]}\ 1.c_{[S,O]}) \times (c.1_{[O,S]}\ b.2_{[O,S]}\ a.3_{[O,S]})$,

d.h., bei der Dualisierung wird nicht nur

$\times(a.b) = (b.a)$,

sondern auch

$\times[S, O] = [O, S]$.

2. Nun ist jedes [S, O] genau das, was man Kontextur nennt: den logischen und ontologischen Gültigkeitsbereich einer Subjekt-Objekt-Dichotomie. D.h. jedes [S, O] entspricht einer beliebigen Kontexturzahl. Noch anders ausgedrückt: Die obige DS-Formel ist die einfachste mögliche Schreibung einer kontexturierten Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik.

3. Allerdings ist nach Bense (1976, S. 54 f.) eine Trichotomie eine Zeichenklasse, in der jedes (a.b) durch $(a.b)° = (b.a)$ ersetzt wird. Daraus folgt aber, dass

$(a.b)° = \times(a.b) = (b.a)$

gilt. Ferner folgt mit dem obigen Gesagt, dass

$[S, O]° = \times[S, O] = [O, S]$

gilt. Weil die Realitätsthematik in den trichotomischen Stellenwerten der Zeichenklasse present ist, bevor die S-O-Relation in der Dualisation umgekehrt wird, geht es also nicht an, wie Kaehr (2008) das tut, dass er

$[(a.b)_{\alpha.\beta}° = (b.a)_{\alpha.\beta}] \neq [\times(a.b)_{\alpha.\beta} = (b.a)_{\beta.\alpha}]$

setzt, denn das würde dem Aufbau einer Zeichenklassen aus triadischen Haupt- und trichotomischen Stellenwerten sowie dem Aufbau einer Realitätsthematik aus trichotomischen Haupt- und triadischen Stellenwerten widersprechen. Man müsste dann 2 verschiedene Matrizen ad hoc ansetzen: eine für die Zeichenklassen und eine

für die Realitätsthematiken, d.h. eine für für die Subjekt- und eine für die Objektseite des Zeichens, was aber wiederum zum selben Widerspruch wie oben führt.
Wir haben darum keine Wahl, als die folgende Matrix anzusetzen:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2_{[S,O]} & 1.3_{[S,O]} \\ 2.1_{[O,S]} & 2.2 & 2.3_{[S,O]} \\ 3.1_{[O,S]} & 3.2_{[O,S]} & 3.3 \end{pmatrix}$$

was der folgenden 4-kontexturalen Matrix entspricht:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2_{1.4} & 1.3_{3.4} \\ 2.1_{4,1} & 2.2 & 2.3_{2.4} \\ 3.1_{4.3} & 3.2_{4.2} & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für die nicht-markierten genuine (identitiven) Subzeichen gilt offenbar
S = O bzw. O = S,
d.h., da sie dualinvariant sind, können sie SOWOHL als Subjekt ALS AUCH als Objekt fungieren.

4. Bekanntlich hat Kaehr (2008) versucht, die für polykontexturale Zeichenklassen nötige Aufhebung des logischen Identitätssatzes dadurch zu leisten, dass er mit der ad hoc eingeführten Dualisationsregel (s.o.)

$[\times(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{4.3})] \neq (3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})$,

die semiotische Eigenrealität aufhob. Nachdem wir dies als widersprüchlich nachgewiesen haben, stellt sich die Frage, wie es sich mit der Eigenrealität in unserer Matrix verhält, vgl.

$\times(3.1_{[O,S]}\ 2.2_{[S.S]}\ 1.3_{[S.O]}) = (3.1_{[O.S]}\ 2.2_{[OO]}\ 1.3_{[SO]})$,

d.h. es gilt also auch in unserem System z.B. in 4 Kontexturen:

$[\times(3.1_{4.3}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{3.4})] \neq (3.1_{4.3}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})$

wegen $(2.2)_{4.2.1} \neq (2.2)_{1.2.4}$.
Fazit: Es ist also möglich, die Eigenrealität in semiotischen Systemen aufzulösen, ohne die Subjekt-Objekt-Struktur einer Zeichenklasse bzw. die Objekt-Subjekt-Struktur einer

Realitätsthematik zu zerstören und damit entweder Dualisation und Konversion zu trennen oder ad hoc zwei semiotische Matrizen einzuführen.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Bayer, Udo/Walther, Elisabeth, Zeichen von Zeichen von Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds (2008). In: http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1000&context=thinkartlab, S. 44 ff.

In 2 Kontexturen liegende Zeichenklassen

1. In Toth (2011) wurde gezeigt, dass Kaehrs Aufhebung der Eigenrealität als dem semiotischen Pendant des logischen Identitätssatzes

$[\times(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{4.3})] \neq (3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4})$,

bzw. bereits in 3 Kontexturen

$[\times(3.1_3\ 2.2_{1.2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2.1}\ 1.3_3)] \neq (3.1_3\ 2.2_{2.4}\ 1.3_3)$

wegen $(2.2)_{1.2} \neq (2.2)_{2.1}$

zu einem Widerspruch führt, da nach einerseits nach Bense (1976, S. 54) die Dualisation definiert ist durch

$\times(a.b) := (a.b) \rightarrow (a.b)°$,

da aber anderseits sich aus Kaehrs System kontexturierter Zeichenrelationen ein Gesetz ableiten lässt, das

$[(a.b)_{\alpha.\beta}° = (b.a)_{\alpha.\beta}] \neq [\times(a.b)_{\alpha.\beta} = (b.a)_{\beta.\alpha}]$

lautet, d.h. also auf der Unterscheidung konverser und dualer Subzeichen basiert.

2. Nun hatte ich (2011) vorgeschlagen, ein Peircesches Dualsystem wie folgt zu definieren

$DS := (3.a_{[S,O]}\ 2.b_{[S,O]}\ 1.c_{[S,O]}) \times (c.1_{[O,S]}\ b.2_{[O,S]}\ a.3_{[O,S]})$,

d.h., bei der Dualisierung gilt nicht nur

$\times(a.b) = (b.a)$,

sondern auch

$\times[S, O] = [O, S]$.

Damit erhält man die folgende neue kontexturierte 3×3 Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2_{[S,O]} & 1.3_{[S,O]} \\ 2.1_{[O,S]} & 2.2 & 2.3_{[S,O]} \\ 3.1_{[O,S]} & 3.2_{[O,S]} & 3.3 \end{pmatrix}$$

die eine 1-kontexturale Matrix als elementarem Fall einer polykontexturalen darstellt. Die entsprechende 4-kontexturale Matrix z.B. sieht dann wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2_{1.4} & 1.3_{3.4} \\ 2.1_{4,1} & 2.2 & 2.3_{2.4} \\ 3.\,1_{4.3} & 3.2_{4.2} & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für die nicht-markierten genuine (identitiven) Subzeichen gilt offenbar
S = O bzw. O = S,
d.h. wir haben
$\times(a.a)_{S.S} = (a.a)_{O.O}$ bzw. $\times(a.a)_{O.O} = (a.a.)_{S.S}$
und damit
$\times(a.a)_{\alpha.\beta} = (a.a)_{\beta.\alpha}$.
3. Da also, vereinfacht gesagt, konverse Subzeichen sich nicht nur durch invertierte Primzeichen, sondern auch durch invertierte Kontexturenzahlen unterscheiden, und da es Zeichenklassen gibt, die mit (a.b) auch (b.a) enthalten, ohne dass a = b ist (die symmetrischen), folgt, dass es Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) gibt, die in 2 Kontexturen liegen. (Wegen der dyadischen Struktur der triadischen Semiotik ist das gleichzeitige Liegen einer Zkl/Rth in 3 Kontexturen natürlich ausgeschlossen.)

Zkln	Anzahl Kontexturen
3.1 2.1 1.1	1
3.1 $\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$	2
$\underline{3.1}$ 2.1 $\underline{1.3}$	2
3.1 2.2 1.2	1
$\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$	2
$\underline{3.1}$ 2.3 $\underline{1.3}$	2
3.2 2.2 1.2	1
3.2 2.2 1.3	1
$\underline{3.2}$ $\underline{2.3}$ 1.3	2
3.3 2.3 1.3	1

Es sind also genau die in Bezug auf die Paare von Subzeichen symmetrischen Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die in 2 Kontexturen liegen, d.h. die folgenden:

3.1	...	1.3
3.2	2.3	...
...	2.1	1.2

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds (2008). In: http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1000&context=thinkartlab, S. 44 ff.

Toth, Alfred, Subjekt, Objekt und Eigenrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Interaktionen zwischen semiotischen Matrizen

1. Unter den vielen bahnbrechenden Neuerungen, die der bedeutende Logiker und Mathematiker Rudolf Kaehr in die Semiotik eingeführt hat, finden sich Interaktionen zwischen semiotischen Matrizen (vgl. bes. Kaehr 2008, S. 18 ff.). Wir wollen uns einigen dieser Fälle hier vom rein semiotischen Standpunkt aus zuwenden. *Pace simplicitatis* gehen wir aus von der üblichen semiotischen Matrix, wie sie Max Bense (1975, S. 37 ff.) in die Peircesche Semiotik eingeführt hatte:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. Eine erste alternative Matrix stammt von Bense selbst: „Wir führen nun die Vertauschung von Zeilen und Kolonnen in der semiotischen Matrix, in der die Hauptzeichenklasen (Kolonnen) und die Hauptzeichenbezüge (Zeilen) festgelegt sind, als semiotische **Dualisierung** ein“ (Bense 1976, S. 54):

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.3 & 1.3 \end{pmatrix}$$

Durch die Transposition der Matrix kann man schön die Entsprechungen der zueinander konversen Subzeichen aufzeigen:

3.1 2.1 1.1 × 1.1 1.2 1.3
3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3
3.3 2.3 1.3 × 3.1 3.2 3.3.

3. Die Einsicht, dass die Operationen der Konversion und der Dualisierung auf Subzeichenebene identisch sind, d.h., dass $(a.b)° = \times(a.b) = (b.a)$ gilt, führte uns (Toth 2011) zu einem weiteren Typus einer alternativen semiotischen Matrix. Wenn man sich bewusst macht, dass jede Zeichenklasse ihre eigene duale Realitätsthematik in ihrer Trichotomie enthält und dass also umgekehrt jede Realitätsthematik ihre eigene duale Zeichenklasse in ihrer Triade „mitführt“:

(3. a 2. b 1. c) ×

(c. 1 b. 2 a. 3),

und wenn man sich ferner vergegenwärtigt, dass die Zeichenklasse den Subjekt- und ihre Realitätsthematik den Objektpol der verdoppelten semiotischen Repräsentation thematisieren, dann kann man jedes semiotische Dualsystem wie folgt notieren:

$(3.a_{[S.O]} \quad 2.b_{[S.O]} \quad 1.c_{[S.O]}) \quad \times \quad (c.1_{[O.S]} \quad b.2_{[O.S]}\ a.3_{[O.S]})$.

Da es für Zeichenklassen und Realitätsthematiken nur eine semiotische Matrix gibt (die durch Transposition angepasst werden kann), kann man eine Anzahl von alternativen Matrizen dadurch produzieren, dass man ein oder mehrere Subzeichen auf ihren entsprechenden Subjekt- und Objektpositionen miteinander vertauscht: $(a.b)_{[S.O]} \leftrightarrow (b.a)_{[O.S]}$:

3.1. Einfache Substitutionen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \underline{1.3} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & \underline{3.2} \\ 3.1 & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2. Komplexe Substitutionen

3.2.1. Substitutionen mit 2 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{\underline{3.1}} \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ \underline{\underline{1.3}} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{\underline{3.2}} \\ 3.1 & \underline{\underline{2.3}} & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & 2.2 & \underline{\underline{3.2}} \\ \underline{1.3} & \underline{\underline{2.3}} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2.2. Substitution mit 3 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{\underline{3.1}} \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{3.2} \\ \underline{\underline{1.3}} & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

Man kann alle diese Fälle als Interaktionen zwischen der Basismatrix und ihrer Transponierten auffassen. Zusätzlich geschieht dabei aber, wie gesagt, eine Vertauschung des Subjekt- und Objektanteils der Subzeichen, und d.h. der Kontexturen.

4. R. Kaehr ist nun auch hier einen bedeutenden Schritt weitergegangen, wenn er die Vertauschung eines Subzeichens durch sein duales bzw. konverses verallgemeinert hat auf beliebige Substitution von Subzeichen. Z.B. haben wir in dem folgenden Beispiel (Kaehr 2008, S. 19)

$[(1.2) \leftrightarrow (2.1)] \rightarrow [(2.3) \rightarrow (3.2)]$

$$[\text{inter, act, act}] \equiv [\blacklozenge, \circ, \circ]$$

$$Sem^{(3,2,2)}_{(\text{inter, act, act})} = \begin{array}{c} [\blacklozenge, \circ, \circ] \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1.1_{1.3} & 2.3_{2.3} & 1.3_{3} \\ 3.2_{2.3} & 2.2_{1.2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2.3} \end{pmatrix} \end{array}$$

Um die semiotische Bedeutung des weiteren Schrittes, den Kaehr tut, zu verstehen müssen wir kurz auf 2. zurückkommen: Wenn wir sagen, (a.b)° = (b.a) sei die Konverse zu (a.b), dann hindert uns natürlich nichts daran, (a.b) als (b.a) zu definieren und also zu sagen, (a.b) sei die Konverse zu (b.a). Anders gesagt: Nur weil (1.2), (1.3) und (2.3) „kleiner“ sind als (2.1), (3.1) und (3.2), verpflichtet uns dies nicht, die epistemische Ordnung bzw. Kontextuierung [S.O] den kleineren und die konverse Ordnung [O.S] den „grösseren“ Subzeichen zu adskribieren: man kann es auch umgekehrt tun, und es gibt somit 2 Möglichkeiten, und da man diese auf 2 Plätzen noch miteinander kombinieren kann, gibt es sogar 4 Möglichkeiten, nämlich

(a.b) / (a.b)
(a.b) / (b.a)
(b.a) / (a.b)
(b.a) / (b.a)

Nur schon mit einer einfachen Substitution kommen wir also auf 4 Matrizen. Diese sehen in der kategorietheoretischen Version Kaehrs (2008, S. 20) wie folgt aus:

Different modi of interaction with Sem^1 :

$$\begin{pmatrix} [\blacklozenge_1, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha^\circ{}_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ{}_3 & \alpha^\circ{}_2 & id_{2.3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\blacklozenge_2, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha^\circ{}_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ{}_3 & \alpha^\circ{}_2 & id_{2.3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} [\blacklozenge_3, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha^\circ{}_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha^\circ{}_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ{}_3 & \alpha^\circ{}_2 & id_{2.3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\blacklozenge_4, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ{}_3 & \alpha^\circ{}_2 & id_{2.3} \end{pmatrix}$$

5. Subjekt- und Objekts-Indizierung von Subzeichen ist sozusagen der einfachste Fall der Kontexturierung monokontexturaler Entitäten, doch bereits in der ersten der hier präsentierten abweichenden Matrizen ist durch [S.O] → [O.S] eine Umstellung der kontexturalen Ordnung erfolgt. Der Wechsel von Subjekt zu Objekt und umgekehrt ist aber nicht nur von epistemologischer, sondern v.a. von logischer Relevanz, da in der

aristotelischen Logik die Objektsposition der Position und die Subjektsposition der Negation korrespondiert. (Es wäre nach dem oben Gesagten allerdings falsch zu behaupten, die Realitätsthematik sei die „Negation“ der Zeichenklasse und umgekehrt, denn, wie gesagt, enthält ja bereits die Zeichenklasse trichotomisch ihre Realitätsthematik und umgekehrt die Realitätsthematik triadisch ihre Zeichenklasse. Daraus folgt in Sonderheit, dass für genuine Subzeichen entweder $(a.a)_{[S.S]}$ oder $(a.a)_{[O.O]}$ gilt.) Bereits bei der Konversion der von [S.O] bzw. [O.S] fängt also die Logik an, mit der Semiotik zu interagieren, und es bedeutete einen weiteren grossen Schritt, wenn Kaehr die von Günther eingeführte Operation der Transjunktion (Verwerfung einer 2-wertigen Alternative, also hier entweder [S.O] oder [O.S]) mit der semiotischen Interaktion (einer Menge von verschiedenen Operationen) identifizierte. So sieht das allgemeine Schema der oben reproduzierten 4 semiotischen Interaktionsmatrizen nach Kaehr (2008, S. 20) wie folgt aus:

General distribution tables for [inter, act, act]

[♦, ∘, ∘]	O_1	O_2	O_3
M_1	sem_1	x	x
M_2	$trans_2$	sem_2	x
M_3	$trans_3$	x	sem_3

Um diese Tabelle für Semiotiker einsichtig zu machen: Nach Kaehr wird jedem Primzeichen im elementaren Fall, d.h. bei 3 Kontexturen für eine triadische Semiotik, ein Paar von Subzeichen zugewiesen. Jedes Primzeichen liegt damit nicht nur in 1, sondern in 2 Kontexturen, und zwar sind diese Kontexturen-Paare die aus der Menge {1, 2, 3} möglichen 2er-Partialrelationen, also {1, 2}, {2, 3} und {1, 3}:

K	(.a.)
1, 3	$\rightarrow (.1.)_{1.3}$
1, 2	$\rightarrow (.2.)_{1.2}$
2, 3	$\rightarrow (.3)_{2.3}$

Nun entstehen Subzeichen bekanntlich aus kartesischer Multiplikation der Primzeichen. Entsprechend entstehen die Kontexturenzahlen der Subzeichen durch Durchschnittsbildung aus den Kontexturenzahlen der Primzeichen, z.B.

$(.1.)_{1.3} \times (.2.)_{1.2} \quad = (1.2)_{1}$

$(.1.)_{1.3} \times (.3.)_{2.3} \quad = (1.3)_{3}$

$(.2.)_{1.2} \times (.3.)_{2.3} \quad = (2.3)_{2}$

und natürlich

$(.1.)_{1.3} \times (.1.)_{1.3} = (1.1)_{1.3}$, usw.

(Aufgabe: Warum entstehen die Kontexturenzahlen der Dyaden nicht durch Vereinigungsbildung der Kontexturenzahlen der Monaden?)

Wenn wir also nun auf die obige Kaehrsche interaktionale Matrix zurückkommen:

$[\text{inter, act, act}] \equiv [\blacklozenge, \circ, \circ]$

$$Sem^{(3,2,2)}_{(\text{inter, act, act})} = \left(\begin{array}{cccc} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1.1_{1.3} & 2.3_{2.3} & 1.3_{3} \\ 2 & 3.2_{2.3} & 2.2_{1.2} & 2.3_{2} \\ 3 & 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2.3} \end{array}\right)$$

dann stellen wir fest, dass

$(.1.)_{1,3} \times (.2.)_{1.2}$ ‡ $(2.3)_{2.3}$

$(.2.)_{1,2} \times (.1.)_{1.3}$ ‡ $(3.2)_{2.3}$

Diese semiotischen Interaktionen sind also deswegen logisch als Transjunktionen zu interpretieren, weil hier die [S.O] / [O.S]-Alternative des ursprünglichen Konversenpaares $[1.2]_1$ / $[2.1]_1$ ALS GANZES verworfen wird. Eine blosse Negation wäre also dann gegeben, wenn man, wie weiter oben gezeigt, bloss $[1.2]_1 \leftrightarrow [2.1]_1$ austauschte. Man möchte also, um es noch deutlicher zu sagen, weder Subjekt noch Objekt, sondern einen dritten Wert, der also sowohl Subjekt als auch Objekt verwirft. Von hier ergibt sich dann in einem nächsten grossen Schritt die Einbettung der triadischen Semiotik in eine zunächst tetradische aus formaler ebenso wie aus logischer und epistemologischer Notwendigkeit: aus formaler Notwendigkeit, weil, wie gezeigt, ein weiterer semiotischer Wert benötigt wird, aus epistemologischer Notwendigkeit, weil die Welt nicht nur aus Ich und Du, sondern (von jedem Ich aus) aus einer sehr grossen Menge von Dus, und d.h, ontologischen Orten, besteht; aus logischer Notwendigkeit, weil diesen Dus und ontologischen Orten eine sehr grosse Zahl gleichberechtigter Subjekte korrespondieren, die nicht einfach auf das eine Ich der klassisch aristotelischen Logik zurückgeführt werden können, und die also qualitativ verschieden sind. Man kann somit sagen: mit der Kaehrschen Identifikation von semiotischer Interaktion und logischer Transjunktion werden die semiotischen Tore für den Eintritt von echter Qualität in die Semiotik geöffnet.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Triadische Trichotomien und trichotomische Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Zur Logifizierung der Semiotik

1. Rudolf Kaehr (2008, S. 23 ff.) hat erste Beispiele für Logifizierung der Semiotik gegeben:

$$\mathrm{Sem}^{(3,2,2)}_{(inter,\,act,\,act)} = \begin{pmatrix} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{2.3}_{2.3} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2 & \mathbf{3.2}_{2.3} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3 & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{pmatrix}$$

$$\xRightarrow{\text{logification}} \begin{pmatrix} [\blacklozenge, \vee, \wedge] & T_{1.3} & F_{1.2} & \mathbf{F}_{2.3} \\ T_{1.3} & T_{1.3} & F_{2.3} & \mathbf{F}_{\mathbf{3}} \\ F_{1.2} & \mathbf{F}_{2.3} & F_{\mathbf{1.2}} & F_{\mathbf{2}} \\ \mathbf{F}_{2.3} & \mathbf{F}_{\mathbf{3}} & F_{\mathbf{2}} & \mathbf{F}_{\mathbf{2.3}} \end{pmatrix}$$

$$\log\left(\mathrm{Sem}^{(3,2,2)}_{[\blacklozenge,\,\vee,\,\wedge]}\right)$$

with:

$T_{1.3} \equiv 1.1_{1.3} \equiv t_1, t_3$

$F_{1.2} \equiv 2.2_{1.2} \equiv f_1, t_2$

$\mathbf{F}_{2.3} \equiv 3.3_{2.3} \equiv f_2, f_3$

2. Wie bereits Bense (1986, S. 43) vermutet hatte, bildet die Menge der Primzeichen PZ = {.1., .2., .3.} zusammen mit einer Verknpüfung ○ eine abelsche Gruppe, da die Bedingungen der Abgeschlossenheit und der Assoziativität erfüllt sind da es ein eindeutig bestimmtes Einselement sowie ein eindeutiges Inverses gibt:

Abgeschlossenheit: $1 \circ_2 1 = 3$; $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $1 \circ_2 3 = 3 \circ_2 1 = 2$; $2 \circ_2 2 = 2$; $2 \circ_2 3 = 3 \circ_2 2 = 3$; $3 \circ_2 3 = 1$.

Assoziativität: $1 \circ_2 (2 \circ_2 3) = (1 \circ_2 2) \circ_2 3 = 2$; $2 \circ_2 (3 \circ_2 2) = (2 \circ_2 3) \circ_2 2 = 3$, $3 \circ_2 (3 \circ_2 1) = (3 \circ_2 3) \circ_2 1 = 3$, usw.

Einselement: $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $2 \circ_2 2 = 2$; $3 \circ_2 2 = 2 \circ_2 3 = 3$, d.h. e = 2.

Inverses Element: $1^{-1} = 3$, denn $1 \circ_2 3 = 2$; $2^{-1} = 2$ = const., $3^{-1} = 1$, denn $3 \circ_2 1 = 2$.

Wie bereits von mir an anderer Stelle vorgeschlagen, kann man daher die Austauschrelation 1 ↔ 3 als semiotische Entsprechung der 2-wertigen logischen Negation verwenden; z.B. ist also ¬(1.3) = (3.1), ¬(2.3) = (2.1), ¬(1.1) = (3.3) usw.

Zusammen mit der von Kaehr als Durchschnittsoperation definierten Addition, z.B. $(.1.)_{1.3} \times (.3.)_{2.3} = (1.3)_3$, $(.2.)_{1.2} \times (.3.)_{2.3} = (2.3)_2$, usw. lassen sich mit Hilfe der Negation somit alle 16 logischen binären Aussagefunktoren auf die Semiotik anwenden (vgl. z.B. Menne 1991, S. 24 ff.).

3. Zweiwertige logische Aussagefunktoren für die Semiotik

3.1. Disjunktion

Sie lässt sich mit einem De Morgan-Gesetz auf die Konjunktion zurückführen:

$p \vee q := \neg(\neg p \wedge \neg q)$

p	q	p ∨ q
1.2	1.3	1
1.3	2.3	3
1.2	2.3	2

3.2. Implikation

Sie lässt sich via Disjunktion definieren und mittels De Morgan auf Konjunktion zurückführen:

$p \rightarrow q := \neg p \vee q$

p	q	p → q
1.2	1.3	1
1.3	2.3	3
1.2	2.3	2

Die semiotischen Werte sind also für Disjunktion und Implikation gleich.

3.3. Replikation

Reduktion der Replikation auf Disjunktion:

$p \longleftarrow q := p \vee \neg q$

p	q	p ⟵ q
1.2	1.3	1
1.3	2.3	3
1.2	2.3	1.2/2.1

$(1.2) \longleftarrow (2.3) = (1.2) \vee \neg(2.3) = (1.2) \vee (2.1)$. Mit de Morgan gilt also:

$(1.2) \vee (2.1) = \neg((3.2) \wedge (2.3)) = \{(1.2), (2.1)\}$.

3.4. Exklusion

$p \mid q := \neg(p \wedge q)$

p	q	p | q
1.2	1.3	3
1.3	2.3	1
1.2	2.3	2

Die Werte für $p \circ q$ mit $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \longleftarrow, \mid\}$ lassen sich also als Kontexturenzahlen für logische Transjunktion und semiotische Interaktionen als ihre Entsprechungen verwenden, so wie es im Eingangsbeispiel von Kaehr für die Konjunktion demonstriert wurde. Da sich sämtliche 16 dyadischen Funktoren auf Negation und Konjunktion zurückführen, kann die Semiotik, wenigstens was die Aussagenlogik betrifft, vollständig logifiziert werden.

Literatur

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2008)

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Der Monosemiose-Mythos

1. Es bedarf keiner Klärung darüber, dass ja bereits der Begriff „Zeichenklasse“ klar sagt, dass es sich hier um eine Zusammenfassung MEHRERER Zeichen zu einem Ganzen handelt. Wie man ferner anhand der Möglichkeit, anstelle von Zeichenklassen thematisierte Realität zur semiotischen Klassifizierung zu verwenden sieht, sind semiotische Repräsentationssysteme erstaunlich weit gefasst. Etwas übertrieben gesagt: Mit etwas Biegen und Brechen bringt man fast alle Objekte dieser Welt dazu, z.B. ein Mittel-thematisiertes Objekt zu sein: Man könnte nämlich z.B. sagen, es genüge, als Mittel die Sprache oder irgendein anderes Beschreibungs-, Kommunikations- oder Informationsmedium zu nehmen und als Objekt einfach jedes mögliche Etwas zu setzen. Daraus folgte dann, dass jedes mögliche Etwas, das sich in irgendeinem Medium beschreiben liesse, eben ein Mittel-thematisiertes Objekt wäre.

2. Anderseits aber lautet Benses semiotisches Fundamental-Axiom klar: „Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden“ (1967, S. 9). Auch darüber, was nach abgeschlossener Semiose vor uns liegt, wird nichts im Unklaren gelassen: „Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“ (a.a.O.). Die entsprechende Formel lautet also

$\Omega \rightarrow ZR$

und nicht

$\{\Omega\} \rightarrow ZR$ oder $\{\Omega\} \rightarrow \{ZR\}$.

Das ist nicht so gesucht, wie es klingt, denn wenn ich z.B. einen BESTIMMTEN Fall zum Zeichen erkläre, so wird jeder, der das Zeichen versteht, d.h. die entsprechende triadische Relation herstellen kann, jedes „ähnliche“ Objekt als Ball identifizieren können. D.h. es scheint ein semiotisch-kognitives Gesetz zu geben, das man wie folgt formulieren könnte:

Es ist unmöglich, ein isoliertes Objekt zum Zeichen zu erklären, ohne zugleich alle Mitglieder[11] der entsprechenden Objekt-Familie zum Zeichen zu erklären ($\{\Omega\} \rightarrow ZR$).

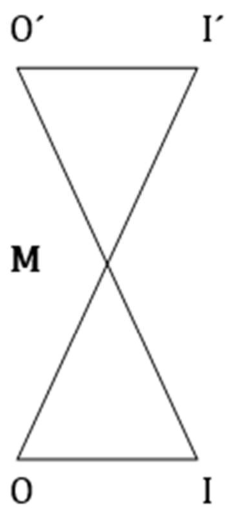
Auch für $\{\Omega\} \rightarrow \{ZR\}$ gibt es hinlänglich Belege: Wenn ich irgendein Behältnis, z.B. eine Tasse, zum Zeichen erklären, dann erkläre ich nicht nur alle ähnlichen, ebenfalls als „Tasse“ zu bezeichnenden Mitglieder der Objektfamilie der Tasse zum Zeichen,

[11] Streng genommen geht es hier also nicht um die Menge als abstrakte “Ganzheit”, sondern um die “Kollektion” der einzelnen Mitglieder.

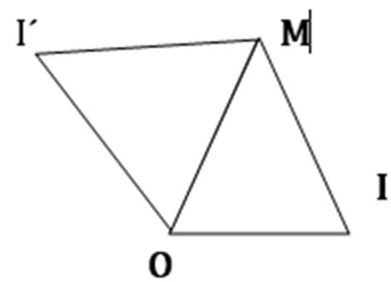
sondern bette sie durch Abbildung gleich noch ein in die Menge der Zeichen für ähnliche, aber nicht als „Tassen“ zu bezeichnende Objekt, z.B. Gläser, Seidel, Humpen, Vasen, Flaschen usw. Hier wird also eine Objektfamilie auf eine Zeichenfamilie abgebildet.

3. Trotz der Beziehung (Ω → ZR) gilt ebenfalls nach Benses Polyaffinitäts-Theorem
Ω → {ZR},
und zwar dürfte der Grund in den bereits erwähnten, sehr unspezifisch formulierbaren thematisierten strukturellen Realitäten liegen: „Man muss sich (...) auch vergegenwärtigen, dass jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik vielfach bestimmend (poly-repräsentativ) ist, so dass, wenn eine bestimmte triadische Zeichenrelation (...) eines gewissen, vorgegebenen Sachverhaltes (z.B. des „Verkehrszeichens“) feststeht, auf die entsprechend äquivalente Zeichenrelation eines entsprechend affinen Sachverhaltes (z.B. der „Regel“) geschlossen werden darf“ (Bense 1983, S. 45).
4. Anderseits hatte aber Bense – wiederum auf die „Monosemiose“ (Ω → ZR) sich abstützend, keinen Zweifel daran gelassen, das Homonymien, Polysemien und Verwandtes mit Hilfe von zwei Zeichen dargestellt werden müssen (Bense 1975. S. 78 ff.)

Homonymer Fall:



Polysemer Fall:



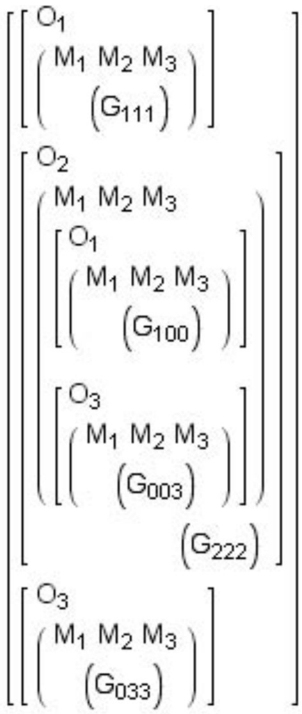
Hier gilt also:

Hom: 2 M → 2 ZR

Polys: 2 M, 2 O → 2 ZR

In Hom scheint allerdings kein Problem mit der Vorstellung verbunden zu sein, dass ein Interpretantenbezug geteilt ist, und in Poly, dass eines der beiden nur einen selbständigen Interpretantenbezug enthält.

5. Rudolf Kaehr hat nun in mehreren Arbeiten seit 2008 gezeigt, dass man die Subzeichen der Matrix durch polykontexturale Operationen vermehren kann, z.B. durch Reflexion, Iteration und „Replikation“ (worunter Kaehr etwas anderes als das, was in der Stuttgarter Semiotik gemeint ist, versteht). Ferner können Subzeichen ihre Plätze durch Zusammenspiel semiotischer Systeme tauschen (Interaktionalität). Das folgende Beispiel für das Zusammenspiel von Interaktionalität, Reflexionalität und Replikativität stammt aus Kaehr (2009, S. 7):



[ ]	O_1	O_2	O_3
M_1	$S_{1.1}$	$S_{2.1.1}$	–
M_2	$S_{2.1}$	$S_{2.2.0}$	$S_{3.2}$
M_3	$S_{3.1}$	$S_{2.3.3}$	$S_{3.3}$

Semiotisch wird hier also nicht

ZR = {M, O, I},

sondern

ZR = ℘{{M}, {O}, {I}}

vorausgesetzt. Triadisch gibt es also die 6 möglichen Definitionen {M}, {O}, {I}}, {M}, {I}, {O}}, {O}, {M}, {I}}, {O}, {I}, {M}}, {I}, {M}, {O}}, {I}, {O}, {M}}, wobei natürlich

{M} = {M_1, ..., M_n}

$\{O\} = \{O_1, ..., O_n\}$
$\{I\} = \{I_1, ..., I_n\}$

definiert werden. $\{M\}$ passt unabhängig davon besser zur Zeichenrelation, da es das Repertoire darstellt, aus dem die M_i selektiert werden. Die O_i stellen die Objektfamilie und die I_i die möglichen Interpretanten dar. Mit Hilfe der I_i wird man z.B. Ambiguerungs- und Desambiguierungsphänomene (wiederum z.B. im Zusammenhang mit Polysemie, wofür das Modell bei Bense 1975, S. 78 ff.) untauglich ist) formal präzise darstellen können. Wenn man also ZR wie oben als Menge über Mengenfamilien definiert, kann man ferner die Triadizität der Zeichenrelation beibehalten anstatt n mal M, O und I als Relata einer Relation, d.h. als Elemente einer Menge einzuführen.

Literatur

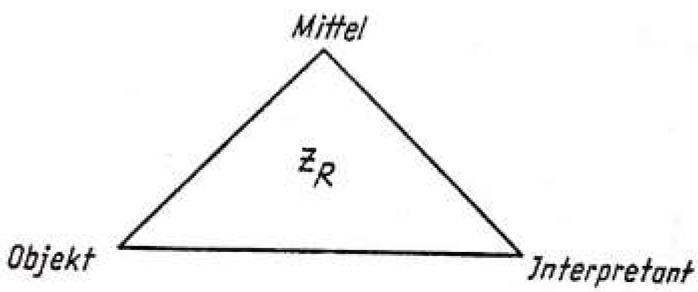
Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf, 2009

Thetische Einführung oder Interpretation kenomischer Matrizen?

1. Die Peircesche Semiotik beginnt in der Version von Max Bense im 1. Kapitel seines ersten semiotischen Buches (Bense 1967, S. 9) wie folgt:

Abstrakte Semiotik

Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur was zum Zeichen erklärt wird.
Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden.
Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt.
Die Zuordnung, die mit einem zum Zeichen erklärten Etwas gegeben wird, ist triadisch: das Etwas ist als *„Mittel"* einem *„Objekt"* für einen *„Interpretanten"* zugeordnet. Wir sprechen daher von der „triadischen Zeichenrelation".



D.h. die klassische, monokontexturale Semiotik geht aus von einem Prozess (Ω stehe für Objekt)

$\Omega \rightarrow ZR$,

der im Anschluss an Fichte auf „thetische Einführung" genannt und von Bense wie folgt begründet wird:

Einführung des Zeichens. Darunter wird die Tatsache verstanden, daß ein →Zeichen nicht wie ein Naturobjekt gegeben ist, sondern durch ein Bewußtsein „eingeführt" wird. Diese Einführung kann als „Setzung", als „Erklärung", als „Selektion" verstanden werden. Ein Zeichen ist also nur als „thetisches" Etwas zu verstehen; es hat grundsätzlich „thetischen Charakter", und dementsprechend ist jede →Zeichenthematik, jeder →Zeichenprozeß primär thetischer Natur; sie thematisieren oder generieren letztlich nicht faktische objektive Objekte, sondern künstliche Metaobjekte (die sich im Sinne der →triadischen Relation) auf faktische Objekte beziehen. Bs
Literatur: M. Bense, *Zeichen und Design*, Baden-Baden 1971.

2. Obwohl das sehr einleuchtend klingt: Ich nehme z.B. ein Objekt, genannt „Taschentuch“, verknote („verfremde“) es und verwende es als Zeichen dafür, dass ich morgen früh meine Tochter vom Kindergarten abholen soll. Oder ich male ein bestimmtes Objekt „Kreidenstrich“ an die Wandtafel, damit er als Zeichen für den Buchstaben oder Laut „A“ stehe, usw. Dennoch gibt es hier mindestens zwei gravierende Probleme:

2.1. Erstens wird mit Hilfe der thetischen Einführung die Welt der Objekte durch ihre Zeichen genannten Spiegelbilder verdoppelt. Das eigentliche Problem ist, dass die den Objekten zugeordneten Metaobjekte ja immer noch die ursprünglichen Objekte sind, nur dass sie nach erfolgter Semiose eine doppelte Funktion ausüben (ich kann immer noch meine Nase ins verknotete Taschentuch schneuzen), d.h. trotz der Verdoppelung der Objekte existieren sie immer noch nur einmal. Es gibt also nicht zwei Existenzen, sondern zwei Essenzen, indem das gleiche Objekt einmal als Objekt und einmal als Substitut für Anderes interpretiert wird. Nur ist dieses Andere nicht das Andere dieses Objektes, sondern von etwas Anderem, das jedoch nicht einmal zu existieren braucht, wenn man z.B. an die Gestalten der Märchen, Sagen und Legenden denkt. Das Zeichen bedient sich also irgendeines beliebigen Objektes, um für etwas Drittes zu stehen. Dieser Vorgang ist jedoch weniger metaphysisch als mystisch, der thetische Introduktor gleicht einem Magier mit Zauberstab, der ein Objekt nicht nur zum Zeichen erklärt, sondern es vielmehr in ein Zeichen verwandelt.

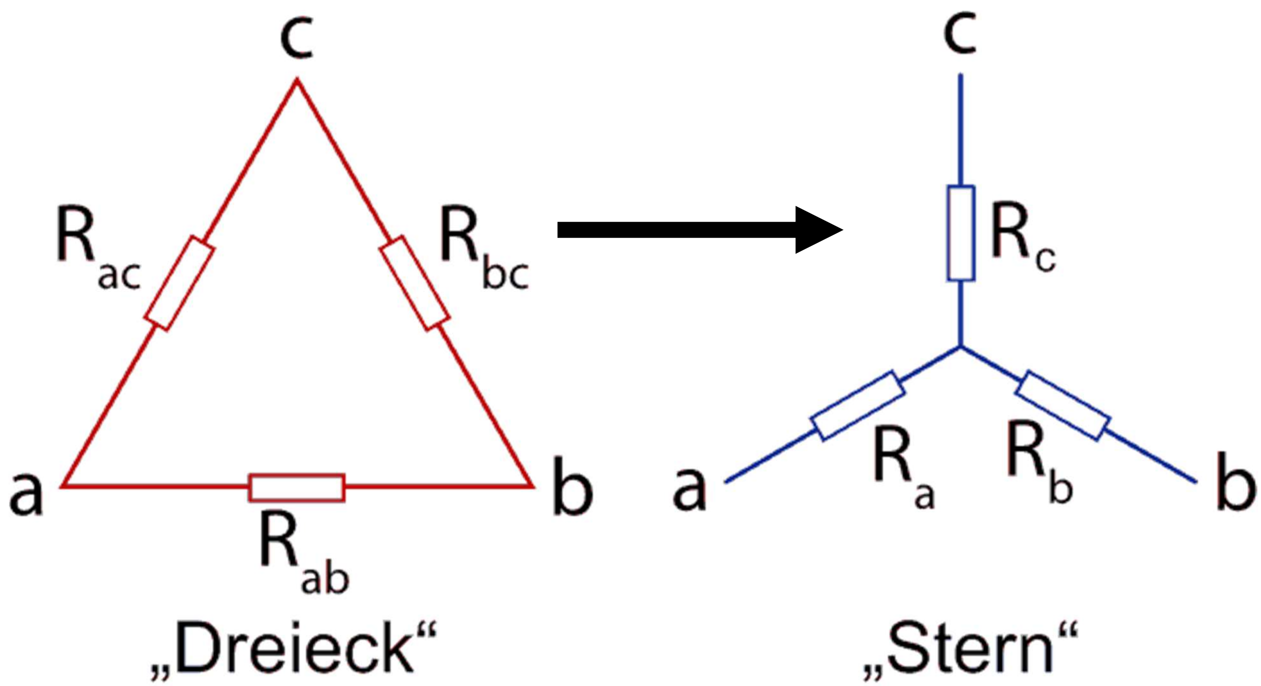
2.2. Zweitens muss man, was noch gravierender ist, den ganzen Transformationsprozess $\Omega \rightarrow ZR$ anzweifeln, und zwar weil sich die Frage erhebt, wo denn in der Peirceschen Semiotik überhaupt Platz für Objekte ist. Das von Peirce nach 2.1. thetisch eingeführte Zeichen ist zu seinem Objekt transzendent, so wie das vorgegebene Objekt zum nicht-vorgegebenen Zeichen transzendent ist. Nun ist aber die Peircesche Semiotik, wie Gfesser (1990, S. 133) zutreffend feststellte, „ein nicht-transzendentales, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon“. Somit kann es in der Peirceschen Semiotik Objekte nur als durch Zeichen vermittelte, d.h. als Objekt-Bezüge geben. In einer solchen Pansemiotik gibt es folglich auch keine Ontologie, es sei denn, sie sei aus den ebenfalls zeichenvermittelten Realitätsthematiken rekonstruierbar.

3. Wenn wir die radikalen Konsequenzen dieser Kritik ziehen, sind wir gezwungen, die Idee einer thetischen Einführung von Zeichen aufzugeben. Wir werden vielmehr in eine hermetisch abgeschlossene Zeichenwelt hineingeboren, aus der es kein Entrinnen gibt. Das Merkwürdigste an unserer ganzen Geschichte ist allerdings, dass Bense dies (und schon sehr früh) gewusst hat. In der „Theorie Kafkas" liest man: „Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (1952, S. 80). Einige Seiten später bringt es Bense mit seinem Bonmot von der „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit" der Zeichenwelt Kafkas, in der eine Hoffnung ohne Theodizee herrsche wie in der Peirceschen Semiotik, auf den Punkt (1952, S. 100). Damit stellt sich nun allerdings die Frage, woher Zeichen kommen, wenn sie nicht mystische Projektion auf nicht-existente Objekte sind. Die vielversprechendste Antwort findet man in Thomas Mahlers unter der Supervision des bedeutenden Logikers und Mathematikers Rudolf Kaehr erarbeiteten „Morphogrammatik" (1993), einem eigentlichen Highlight der modernen Logik, Mathematik, Ontologie und Erkenntnistheorie:

> Die Kenogrammme der Kenogrammatik sind als Leerstellen (als Orte) intendiert, an denen semiotische Zeichenprozesse eingeschrieben werden können. In der Kenogrammatik existiert also eine fundamentale Differenz zwischen Ort und Zeichen (und nicht wie in der Semiotik eine Ineins-setzung). Somit ist in der Kenogrammatik die Orthaftigkeit von Zeichenprozessen notierbar.
> Die Kenogrammatik geht historisch und konstruktiv aus der Semiotik hervor, kenogrammatische Strukturen werden zunächst als Abstraktionen semiotischer Zeichenreihen definiert (*Kenosis*). Da die semiotischen Gesetzmäßigkeiten für die kenogrammatischen Strukturen aber nicht mehr gelten, können sie nicht als abgeleitete semiotische Konstrukte betrachtet werden. Vielmehr erweisen sich Zeichen vom erweiterten Standpunkt der Kenogrammatik als Reduktionen oder Kristallisationen von Kenogrammen. Die Semiotik kann Zeichen nur als aus einem schon gegebenen Alphabet stammend voraussetzen, den semiotischen Zeichen ist aber die Semiose, der Prozeß der Zeichengenerierung selbst vorgeordnet. Die Kenogrammatik, insofern sie den Prozeß der Semiose notierbar macht, muß also der Semiotik systematisch vorgeordnet werden, da sie diese überhaupt ermöglicht.

Noch etwas radikaler formuliert, bedeutet das für die Semiotik: Anstatt wie bei Peirce und Bense von vorgegebenen, gegenständlichen Objekten auszugehen, die durch ein Subjekt zum Zeichen erklärt werden, begeben wir uns auf die tiefste Ebene der Meontologie (auch diese ist bei Bense 1952, S. 80 mit Anm. 72 auf expliziten Verweis auf Günther und dessen damals noch unpublizierte einschlägige Arbeiten), also dorthin, wo es noch keine Scheidung zwischen Subjekt und Objekt gibt, sondern nur Leerstellen, d.h. Orte, wo z.B. die Werte der Logik oder der Semiotik oder die Zahlen der Mathematik eingeschrieben werden können. Ob wir also einen logischen, mathematischen oder semiotischen Ausdruck bekommen, hängt dann von der Interpretation der kenomischen Matrix ab, welche die thetische Einführung ablöst. Damit können wir problemos den Weg von der Keno-Ebene zum Zeichen als Semiose und den umgekehrten Weg vom Zeichen zur Keno-Ebene im Sinne von Mahler und Kaehr (1993) als Kenose definieren.

Zum Verständnis des folgenden Modells sei noch vorausgeschickt, dass ich in Toth (2011) den Vorschlag gemacht habe, als geortetes Zeichenmodell den auch von Peirce nach Brunning (1987) zuerst verwendeten Stern zu benutzen und die anschliessende Monokontexuralisierung des Zeichenmodells als konverse Stern-Dreicks-Transformation zu beschreiben. Der Stern enthält im Gegensatz zum Dreicksmodell einen inneren Punkt, durch den die drei Hauptmorphismen des triadischen Zeichens verlaufen müssen:

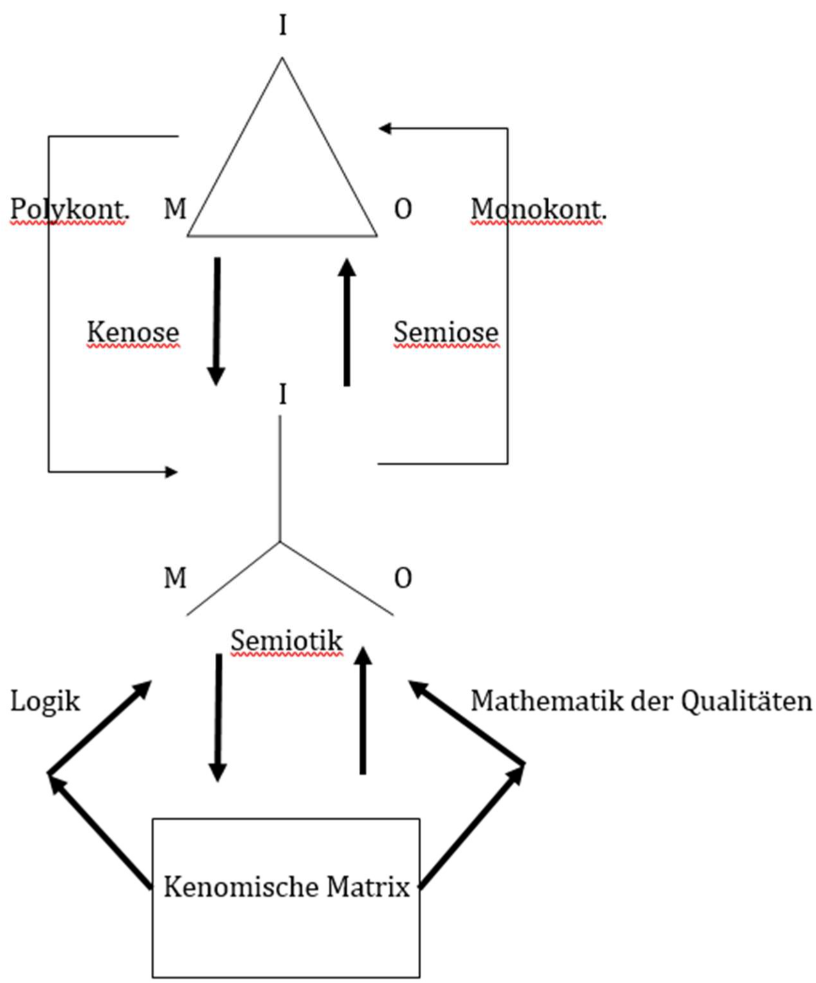


Sei a = M, b = O, c = I, dann gilt:
ab = a→b := (M→O) = α
bc = b→c := (O→I) = β
ca = c→a := (I→M) = $\alpha°\beta°$
Nach der Transformation haben wir also:

(M→O) = α = (a→Q) ∘ (Q→b)
(O→I) = β = (b→Q) ∘ (Q→c)
(I→M) = α°β° = (c→Q) ∘ (Q→a)

Die Morphismen werden somit in Q geortet, indem ihnen dort Kontexturen zugeschrieben werden (Polykontexturalisierung), bei umgekehrter Transformation verlieren sie diese bzw. werden alle in eine einzige Kontextur gesetzt (Monokontexturalisierung). Mathematisch hat die Stern-Dreicks-Transformation vor allem den Vorteil, dass man ohne topologische Faserungen auskommt, wie sie noch Kronthaler (1986) annehmen musste.

Nach den Ausführungen in diesem Aufsatz schlage ich als vor, die thetische Einführung von Zeichen als Semiose/Kenose-Modell wie folgt zu skizzieren:



Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt 1986

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

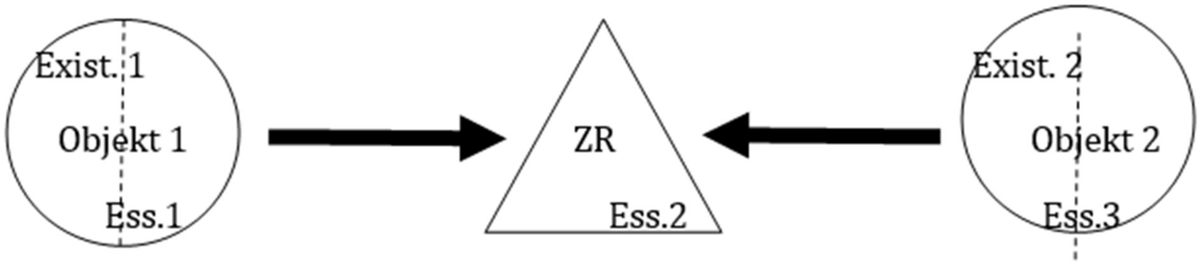
Toth, Alfred, Stern, Dreieck und die 4. Kategorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Überlegungen zu einer Neubestimmung der Semiotik

1. Im „Wörterbuch der Semiotik" liest man:

Einführung des Zeichens. Darunter wird die Tatsache verstanden, daß ein →Zeichen nicht wie ein Naturobjekt gegeben ist, sondern durch ein Bewußtsein „eingeführt" wird. Diese Einführung kann als „Setzung", als „Erklärung", als „Selektion" verstanden werden. Ein Zeichen ist also nur als „thetisches" Etwas zu verstehen; es hat grundsätzlich „thetischen Charakter", und dementsprechend ist jede →Zeichenthematik, jeder →Zeichenprozeß primär thetischer Natur; sie thematisieren oder generieren letztlich nicht faktische objektive Objekte, sondern künstliche Metaobjekte (die sich im Sinne der →triadischen Relation) auf faktische Objekte beziehen. Bs
Literatur: M. Bense, *Zeichen und Design*, Baden-Baden 1971.

Wir können die thetische Einführung wie folgt formal fassen:
$\Omega \rightarrow ZR$,
wobei der Pfeil eine Kopierabbildung ist, da nach dieser Auffassung die Objekte als Objekte neben den zu Zeichen gewordenen Objekten bestehen bleiben. Mit dieser wird also quasi die Welt verdoppelt. Jede objektale Existenz erhält eine semiotische Essenz. Hier ergibt sich aber ein Problem, denn wie Gfesser (1990, S. 133) zutreffend feststellte, ist die Peircesche Semiotik „ein nicht-transzendentales, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon". Wo also bleben dann die Objekte als Existenzen? Innerhalb des semiotischen Raums können sich nicht sein, denn dort gibt es nur semiotische Essenzen. Aber ausserhalb des semiotischen Raums können sie auch nicht sein, denn es gibt ihn ja nicht.
Zusammenfassend können wir festhalten, dass die Peirce-Bense-Semiotik von nicht-existenten Objekten ausgeht und sie durch eine Zauberhandlung „thetisch" als Zeichen einführt, wodurch sich wudersamerweise eine 2. Essenz aus den Objekten abspaltet, die darüberhinaus als Zeichen nicht etwa für die originalen Objekte, sondern für „jedes beliebige Etwas" (Bense 1967, S. 9) stehen können (andernfalls würde ja das Objekt als Zeichen für sich selbst stehen und wäre damit weitgehend überflüssig):

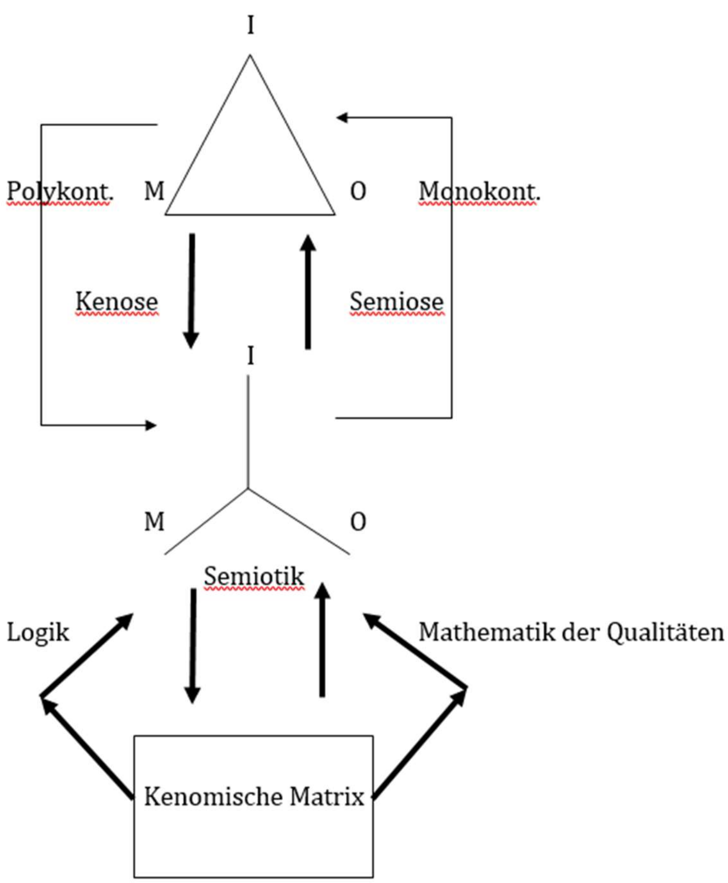


Dazu ist noch zu sagen, dass das Zeichen selbst natürlich nur dann Existenz hat, wenn es einen materialen Zeichenträger besitzt. Da dieser ein Mittel (also eine 0-stellige Relation) ist, der nicht mit dem Mittelbezug des Zeichens (der eine 1-stellige Relation ist) zu verwechseln ist, hat also die durch ZR = (M, O, I) definierte Peircesche Zeichen keine Existenz und bezieht sie als konkretes Zeichen kZR = ($\mathcal{M}$, M, O, I) mit $\mathcal{M}$ = Mittel nicht etwa von Objekt 2, sondern von Objekt 1 (das Zeichen, das etwa als verknotetes Taschentuch für eine Handlung steht, die ich anderntags zu erfüllen habe, bezieht sein materiales Substrat vom ursprünglichen Objekt, also dem Stoff oder der Cellulose des Taschentuchs, und nicht von der abstrakten Handlung).

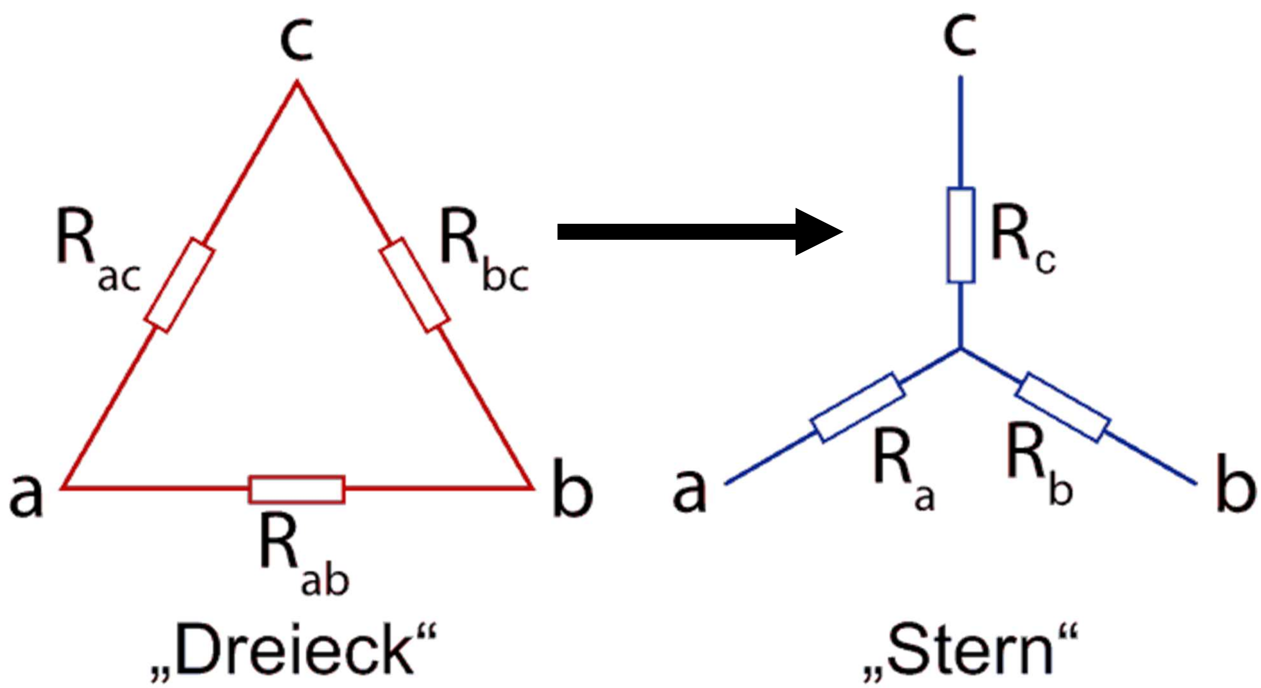
2. Abgesehen also davon, dass die Peircesche Semiotik Objekte benötigt, um sie zu Zeichen erklären, dabei aber ihre aussersemiotische Existenz negiert und dass der Prozess der thetischen Einführung weitgehend ein Simsalabim bleibt, ist es auch fraglich, ob die Mehrheit der Zeichen wirklich, wie etwa das einzige immer gehörte Beispiel des verknoteten Taschentuchs behauptet, ein vorgegebenes Objekt zur Metaobjektivation erfordern. Wer z.B. einen architektonischen Raum betritt, der betritt primär ein Objekt, und, falls er sich bewusst ist, dass es sich um ein Kunstobjekt handelt, dann ein Zeichen, das der und nicht der Beschauer thetisch eingeführt hat. Kurz gesagt, nicht also der Beschauer ein bereits vorliegendes Zeichen wahr. Wenn hier also die Ursprünglichkeit von Zeichen gegen ihre thetische Einführung vertreten, dann lässt sich dies mathematisch damit begründen, dass ein Zeichen ja nur ein ganz bestimmter Relationentyp ist und dass es unendlich viele weitere Relationentypen gibt, deren semiotischer Status bisher völlig ungeklärt ist und nie untersucht wurde (einige bemerkenswerte Ausnahmen in den Arbeiten Rudolf Kaehrs). Objekte sind relationentheoretisch einfach 0-stellige Relationen wie alle Konstanten, d.h. man benötigt keinen Zauberspruch, Semiose oder Metaobjektivation genannt, um sie in eine (Zeichen-)Relation zu verwandeln: denn sie sind ja bereits Relationen. Anstatt Ursprung und Wesen der „Semiose“ zu untersuchen, würde man sich also besser darauf konzentrieren, die logische Relationentheorie und die mathematische Ordnungstheorie (wie

das Studium der geordneten Mengen von den Bourbakis genannt wurde) unter dem Blickpunkt der Semiotik zu untersuchen. Dadurch erledigen sich auf theorieinduzierte Artefakte wie die seit 1916 andauernde Diskussion, ob das Saussuresche oder das Peircesche Zeichenmodell präponderant sei und ob das letztere wirklich eine Erweiterung des ersteren sei, von selbst, denn dyadische Relationen sind einfach Teilrelationen von triadischen. **Ein Zeichen ist dann kein „metaobjektiviertes" Objekt, sondern eine interpretierte Relation.** (Mit dem Begriff der Interpretation ergibt sich dann quasi automatisch der Begriff des Modells, und man wird eine semiotische Modelltheorie unter der Fragestellung konstruieren müssen, **unter welchen relationalen Bedingungen ein Relationen-Sein ein Zeichen, d.h. ein Repräsentations-Sein ist**.) Es ist zu erwarten, dass unsere bisherige Vorstellung von dem, was alles Zeichen ist bzw. Zeichen sein kann, durch unseren neuen Ansatz bedeutend erweitert werden wird.

3. Ich habe deshalb in Toth (2011) das folgende erste, noch skizzenhafte Modell vorgeschlagen:



Die Semiotik ist somit 1. EINE unter mehreren möglichen Interpretationen der kenomischen Matrix und 2. setzt sie die logische einerseits und die qualitativ-mathematische Interpretation der kenomischen Matrix voraus. Wichtig in diesem Modell ist der Sterngraph, auf den die interpretierte semiotische Matrix abgebildet wird, bevor sie auf das semiotischen Dreicksmodell abgebildet. Der Stern, das ursprüngliche Peircesche Zeichenmodell (vgl. Brunning 1987) enthält im Gegensatz zum Dreiecksmodell einen inneren Punkt, durch den die drei semiotischen Hauptmorphismen laufen müssen und der als „Ortung" der semiotisch interpretierten Relationen fungiert:



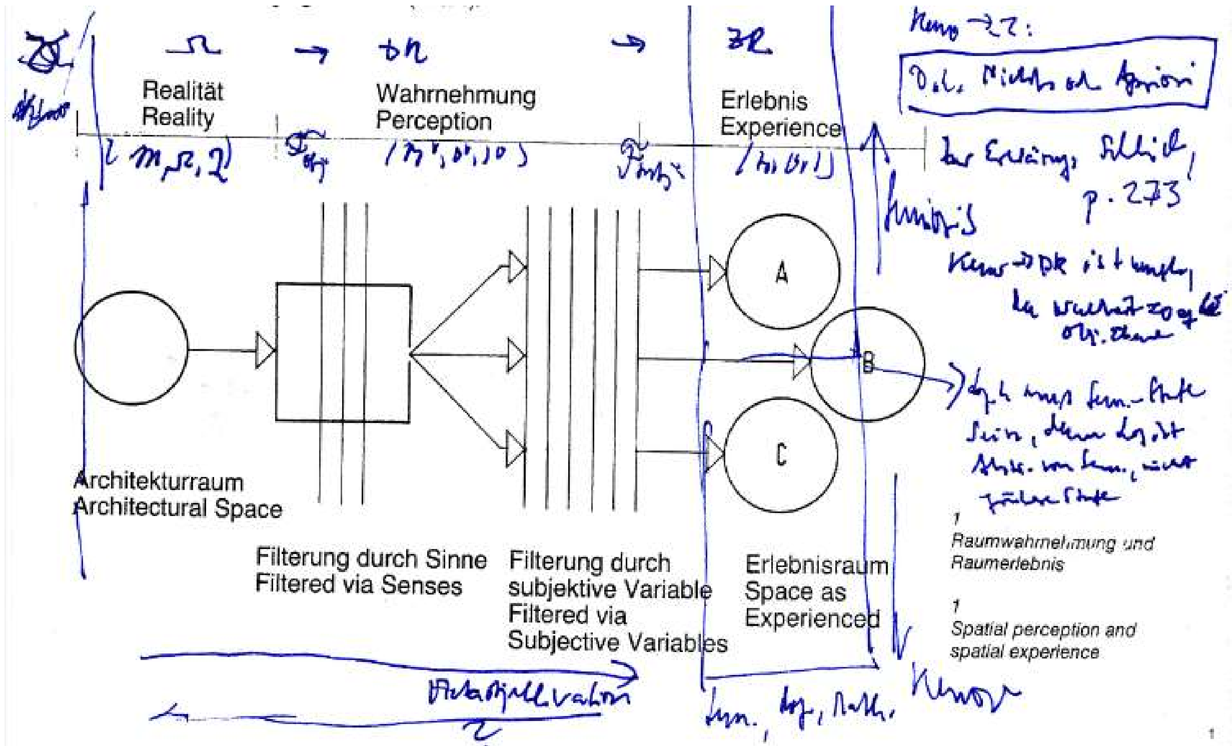
Sei a = M, b = O, c = I, dann gilt:
ab = a→b := (M→O) = α
bc = b→c := (O→I) = β
ca = c→a := (I→M) = α°β°.

Nach der Transformation haben wir also:

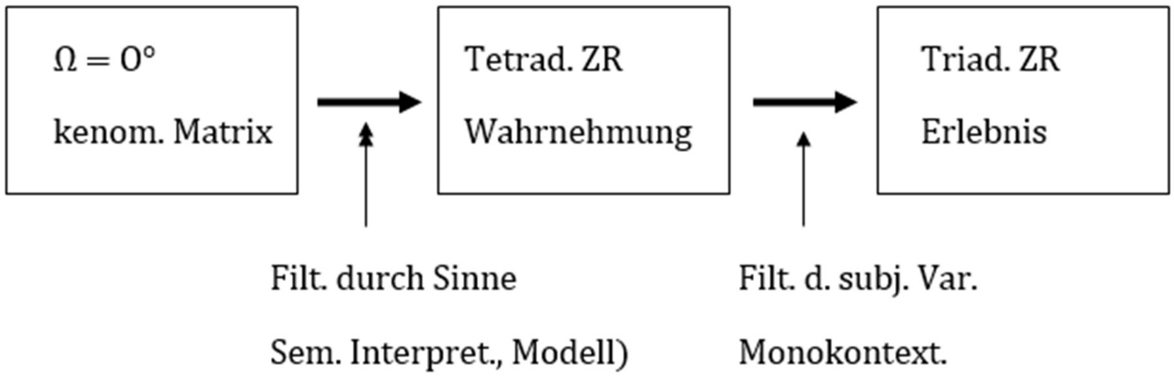
(M→O) = α = (a→Q) ∘ (Q→b)
(O→I) = β = (b→Q) ∘ (Q→c)
(I→M) = α°β° = (c→Q) ∘ (Q→a)

An diesem Punkt Q, den wir nacheinem Vorschlag Kronthaler (1992) als „Qualität“ auffassen, werden also den Subzeichen der semiotisch interpretierten kenomischen Matrix Kontexturenzahlen zugeschrieben. Dies funktioniert also gänzlich ohne topologische Faserung.

Wir sollten uns hier aber nach der semiotischen Relevanz dieses Modells fragen. Die folgende (von mir arg „verschriebene“) Darstellung stammt aus Joedicke (1985, S. 10) und zeigt das „Erlebnis“ eines architektonischen Objektes vom Status purer Objektalität („Realität“) über dessen „Wahrnehmung“:



In diesem Modell wird nun doppelt gefiltert: Einmal zwischen „Realität“ und „Wahrnehmung“ und einmal zwischen „Wahrnehmung“ und „Erlebnis“. Es dürfte keine Probleme machen, die semiotische Interpretation der kenomischen Matrix mit der „Filterung durch Sinne“ und die Monokontexturalisierung, d.h. die Stern-Dreiecks-Transformation, im Sinne der „Filterung durch subjektive Variable“ zu bestimmen. Wir haben damit



d.h. das Joedicke-Modell entspricht formal exakt unserem Kenose-Semiose-Modell.

> Während das Peirce-Bense-Modell mit $\Omega \rightarrow ZR$ irreversibel ist, da kein Zeichen zurück in sein Objekt transformiert werden kann ($\Omega \leftarrow ZR$), ist der zur Semiose konverse Vorgang im obigen Modell in der Form der Kenose mindestens nicht ausgeschlossen, denn es handelt sich ja um nichts anderes als um die Rückführung von als spezifisch semiotisch selektierten Relationen in Proömialrelationen, und dies ist in jedem Fall möglich (vgl. Günther 1979, S. 203-240).

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 2. Bd. Hamburg 1979

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 2828-302. Frankfurt a. M. 1986

Toth, Alfred, Stern, Dreieck und die 4. Kategorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiotik als kenomisch interpretierte Relationentheorie

1. Die Quintessenz meiner letzten Arbeiten (Toth 2011a, b) ist, dass die Peircesche Semiotik für sie selbst nicht-existenten Objekten in einem mythischen Simsalabim, thetische Einführung genannt, eine essentielle Verdoppelung, Zeichen genannt, zuordnet, wobei dieser Vorgang irreversibel ist. Stattdessen wurde vorgeschlagen, im Einklang mit Mahler und Kaehr (1993, S. 34), ein umkehrbares Semiose/Keno-Modell vorzuschlagen:

> Die Kenogrammme der Kenogrammatik sind als Leerstellen (als Orte) intendiert, an denen semiotische Zeichenprozesse eingeschrieben werden können. In der Kenogrammatik existiert also eine fundamentale Differenz zwischen Ort und Zeichen (und nicht wie in der Semiotik eine Ineins-setzung). Somit ist in der Kenogrammatik die Orthaftigkeit von Zeichenprozessen notierbar.
> Die Kenogrammatik geht historisch und konstruktiv aus der Semiotik hervor, kenogrammatische Strukturen werden zunächst als Abstraktionen semiotischer Zeichenreihen definiert (*Kenosis*). Da die semiotischen Gesetzmäßigkeiten für die kenogrammatischen Strukturen aber nicht mehr gelten, können sie nicht als abgeleitete semiotische Konstrukte betrachtet werden. Vielmehr erweisen sich Zeichen vom erweiterten Standpunkt der Kenogrammatik als Reduktionen oder Kristallisationen von Kenogrammen. Die Semiotik kann Zeichen nur als aus einem schon gegebenen Alphabet stammend voraussetzen, den semiotischen Zeichen ist aber die Semiose, der Prozeß der Zeichengenerierung selbst vorgeordnet. Die Kenogrammatik, insofern sie den Prozeß der Semiose notierbar macht, muß also der Semiotik systematisch vorgeordnet werden, da sie diese überhaupt ermöglicht.

2. Nach meinem Vorschlag soll die Semiotik als ein Spezialfall der logischen Relationentheorie einerseits und der mathematischen Ordnungstheorie anderseits eingeführt werden. Beschränkungen auf triadische Strukturen werden damit hinfällig, da JEDE Relation prinzipiell zeichenhaft sein kann. Die Annahme der thetischen Setzung und damit des semiosischen Übergangs von einem vorgegebenen Objekt zu einem nicht-vorgegebenen Zeichen, von Bense (1967, S. 9) „Metaobjektivation" genannt, ist überflüssig, da Objekte wie alle Konstanten einfach als 0-stellige Relationen definierbar sind. Da jede n-stellige Relation $\binom{n}{k}$ Partialrelationen besitzt, insbesondere jede n-stellige Relation n (n-1)-stellige Partialrelationen (Menne 1991, S. 152), sind fortan die Dekompositionen semiotischer Matrizen zu beachten (so hat etwa bereits eine 4-stellige Semiotik 6 2-stellige und 4 3-stellige Partialrelationen). Die Umkehrung der Semiose heisst Kenose, und die Umkehrung der Monokontexturalisierung heisst

Polykontexturalsierung, zu ihrer Darstellung wird die aus der Elektrotechnik bekannte Dreieck-Stern-Transformation eingeführt. Das Sternmodell (das Peirce als frühes Zeichenmodell benutzt hatte, vgl. Brunning 1987) besitzt im Gegensatz zum Dreiecksmodell einen inneren Punkt, also in semiotischer Interpretation eine 4. Kategorie, die wir als Kategorie der qualitativen Ortung des Zeichens als n-stelliger Relation deuten. Da Zeichenrelationen somit tiefer als bis zur Peirceschen „Basisstruktur", nämlich bis zur meontischen Ebene der kenomischen Grids, zurückführbar sind, also vor die Unterscheidung von Subjekt und Objekt, entfallen Realitätsthematiken als „Objektpole" der Zeichenklasse als „Subjektpole". Formal bedeutet dies nichts anderes als die Rückführung der Zeichenrelationen auf die Promömialrelationen.

3. Anstatt zu definieren
ZR = (M, O, I)
definieren wir also
$ZR \subseteq {}^{n}R({}^{0}R, {}^{1}R\ {}^{2}R, {}^{3}R, ..., {}^{n}R)$,
wobei ${}^{0}R \subset {}^{1}R \subset {}^{2}R \subset {}^{3}R \subset, ..., \subset {}^{n}R$,
d.h. die „verschachtelte" Struktur der triadischen Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53) bleibt erhalten; in Sonderheit gilt
$(M, O, I) = ({}^{1}R \subset {}^{2}R \subset {}^{3}R) \subset ({}^{0}R \subset {}^{1}R \subset {}^{2}R \subset {}^{3}R \subset, ..., \subset {}^{n}R)$.
Anstelle der semiotischen 3×3-Matrix gehen wir aus von der folgenden allgemeinen m × n-Matrix:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

und als drittes fundamentales mathematisches Gebiet für die künftige allgemeine Semiotik kommt neben Relationen- und Ordnungstheorie die Matrizentheorie (als Teil der Linearen Algebra).

4. Für die Elemente a_{ij} der obigen n×m-Matrix müssen natürlich semiotische Modelle gefunden werden. Solche gibt es natürlich in sämtlichen Disziplinen, so dass die Semiotik also auch fürderhin nicht einzelwissenschaftlich eingegrenzt wird. Als beispielhaft möchte ich das folgende, aus Joedicke (1976, S. 66 f.) stammende Klassifikationsmodell architektonischer Objekte vorstellen (folgende Seite).

Abb. 13: Sequenznotation der fünf Parameter mit symbolischen Zeichen.

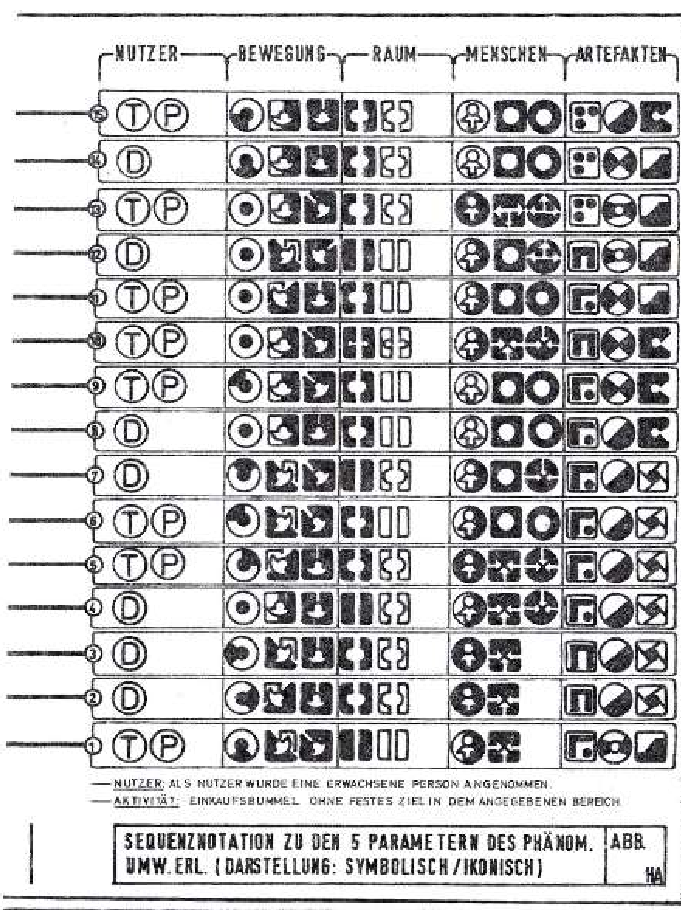
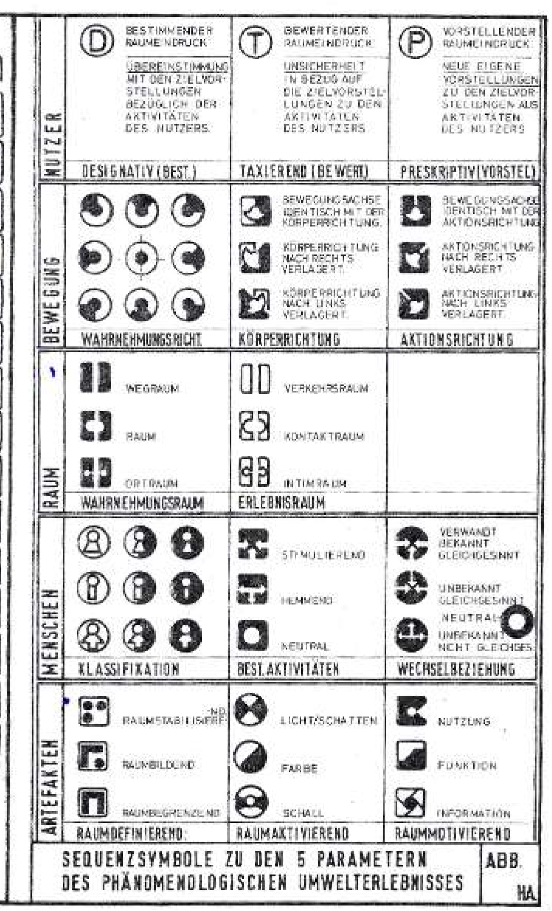


Abb. 14: Sequenzsymbole.



Dieses Modell hat also die 5 Kategorien Nutzer, Bewegung, Raum, Menschen und Artefakten mit einer trichotomischen Unterteilung (wobei die 3. Trichotomie defizient ist). Hier kann man also als semiotische Minimalmatrix eine 5-adisch 3-otomische Matrix der Form

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & (3.3) \\ 4.1 & 4.2 & 4.3 \\ 5.1 & 5.2 & 5.3 \end{pmatrix}$$

und eine ZR = ^{5}R = (^{1}1.a, ^{2}2.b, ^{3}3.c, ^{4}4.d, ^{5}5.e) mit a, ..., e ∈ {1, 2, 3}, also eine pentadisch-trichotomische Zeichenrelation. Selbstverständlich entfallen hier die durch die pragmatische Maxime verursachte inverse („retrosemiosische") Ordnung wie bei der Peirceschen Zeichenrelation, und ebenfalls entfällt die trichotomische Beschränkung (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c. D.h. es sind die vollen 5^3 = 125 Zeichenrelationen möglich.

Übrigens ergibt sich von diesem allgemeinen semiotischen Modell, das auf den Reduktionismus auf 3 Fundamentalkategorien verzichtet, eine hochinteressante und nützliche Verbindung zur logischen Analyse mehrstelliger Relaätionen (vgl. Menne 1991, S. 153 ff.): Stellvertretend für die zzahlreichen Beispiele, die Menne beibringt (kaum eines ist in der Tat in einer logischen Dissertation umgesetzt worden!), reproduziere ich hier das Fragment für die 7-stellige logische Relation WL (wissenschaftliche Lehre):

12.7218 $_7WL(x,y,W,I,H,V,G)$ =df $_7E \upharpoonright_{123456}$ [wissenschaftlich]
Wissenschaftliche Lehre ist eine siebenstellige Relation, die sich aus $_7E$ ergibt durch Beschränkung der ersten sechs Bereiche auf die Klasse des Wissenschaftlichen. Sie besteht zwischen Hochschullehrer, Studenten, nach Prüfungsart abgestuften Lehrgehalten von Studienfächern, wissenschaftlichen Hochschulen, Hilfsmitteln für den Wissenschaftsbetrieb, wissenschaftlich fundierten Kunstfertigkeiten und dem G wie in 12.7217.

12.722 Es sind hier insgesamt 119 Partialrelationen möglich. Wir beschränken uns auf wenige Beispiele:

12.723 $WL(x,y)$
Das ist die Beziehung zwischen Hochschullehrer und Student.

12.724 $WL(y,I)$
Das ist die durch Immatrikulation begründete Beziehung zwischen Student und wissenschaftlicher Hochschule.

12.725 $WL(y,V)$
Das ist die Beziehung zwischen dem Studenten und den Zielen seines Studiums.

12.726 $_3WL(x,W,H)$
Das ist die Beziehung zwischen einem Hochschullehrer, seinem Fachgebiet und den benötigten Hilfsmitteln.

12.727 $_3WL(y,H,V)$
Das ist die Beziehung zwischen einem Studenten, den Hilfsmitteln und dem Studienerfolg.

Diese logischen Partialrelationen, die mit zunehmender Relationszahl sehr schnell anwachsen, dürften das Maximum an erlebbaren Strukturen in der Welt der Erlebnisse ausmachen. Sie sind logisch analysierbar, werden aber als Zeichen wahrgenommen, etwa im obigen architektonischen Beispiel das Zusammenspiel von Raumgrösse, Bewegungsmöglichkeit, Artefakten und verwendete Farben. Man kann davon ausgehen, dass die für die logische Analyse freilegbaren n Relata auch in jedem Fall als n-stellige semiotische Relation mit ebenfalls $\binom{n}{k}$ Partialrelationen analysierbar sind. Zunächst wird man also von der ganzen n-stelligen Relation ausgehen, dann zu den n mal (n-1)-stelligen Relationen, zu den k mal (n-2)-stelligen, usw. fortschreiten. wie viele k-stellige Teilrelationen eine n-adische Relation, darüber geben bekanntlich die Stirling-Zahlen 2. Art Auskunft:

```
                        1
                     1     1
                  2     3     1
               6    11     6     1
           24    50    35    10     1
        120   274   225   85    15     1
     720  1764  1624   735   175   21     1
  5040  13068 13132 6769  1960   322   28     1
 40320 109584 118124 67284 22449 4536  546   36     1
...   ...    ...   ...   ...   ...   ...   ...   ...   1
```

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Joedicke, Jürgen, Angewandte Entwurfsmethodik für Architekten. Stuttgart 1976

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Stern, Dreieck und die 4. Kategorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Überlegungen zu einer Neubestimmung der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Zahlenreihen zwischen den Kontexturen

1. Ein Apfel und eine Birne ergibt in der quantiativen Mathematik bekanntlich zwei Früchte, also dasselbe wie eine Birne und eine Orange, eine Feige und eine Himbeere, usw. Solange es also einen gemeinsamen qualitativen Nenner der qualitativen Anzahlen gibt, die addiert werden sollen, wird die in einem rein quantiativen System nicht vorhandene Qualität eben auf die eine Qualität der Quantität, wie Hegel sagte, zurückgeführt. Was aber ergibt ein Apfel und eine Kartoffel? Wie man erkennt, langt auch die Sprache mit ihren Qualitäten, mit der man sich über das unmögliche Addieren von Qualitäten ein Stück weit hinausmogeln kann, nicht sehr weit. Was ergibt ein Zahnweg, eine Kirche und ein Krokodil (das bekannte Beispiel Günthers aus dem „Selbstbildnis“ von 1975)?

2. Daraus lernt man zwei Dinge: Erstens, es ist falsch, wenn Günther im gleichen, eben erwähnten Buchkapitel schreibt, alle kontexturellen Abysse seien prinzipiell gleich gross: Das Zeichen, das von seinem Objekt getrennt ist, die Dichotomie von Leben und Tod, der Abstand zwischen einem Ich und einem Du – und schliesslich das Urbild aller binären kontexturellen Relationen: die Transzendenz zwischen Gott und Mensch, das Sinnbild der Unerreichbarkeit, des kontexturellen Abbruchs. Wie ich hier zeige, kann man mit Hilfe von mediativen Kontexturenzahlen die verschiedenen kontexturellen Abstände in semiotischer Repräsentation wenigstens relativ unterscheiden. Zweitens: Wie bereits angetönt, ist das qualitative Repertoire der Umangssprache, die als Subsidium zur Veranschaulichung nicht-existenter qualitativer Additionen dient, viel zu schwach ausgeprägt. Wenn wir die oben gegebenen Beispiele systematisieren:

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel (rein quantitativ)
1 Apfel + 1 Birne = 1 Himbeere + 1 Feige + ... + = 2 Früchte (semantischer Behelfsterm im Sinne eines qualitativen kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen vorhanden)
1 Orange + 1 Zitrone = 2 Zitrusfrüchte (nur spezifischer semant. Behelfsterm als k.g.V. vorhanden)
1 Himbeere + 1 Heidelbeere = 2 Beeren (nur spezifischer semant. Behelfsterm vorhanden)
1 Bintje + 1 Urgenta = 2 Kartoffeln (nur überspezfischer semant. Behelfterm vorhanden)

Diese Form der „qualitativen Substitution“ nicht-vorhandener quantitativer Additionen enthält ferner eine grosse Anzahl von qualitativen Fehlern:

1 Erdbeere + 1 Himbeere = ? (die Erdbeere ist botanisch keine Frucht)
1 Kartoffel + 1 Süsskartoffel = ? (die Süsskartoffel ist keine Kartoffel)

Es gibt allerdings auch den umgekehrten Fall, wo der semantische Behelfsterm existiert, aber meistens in Unkenntnis nicht gesetzt wird:

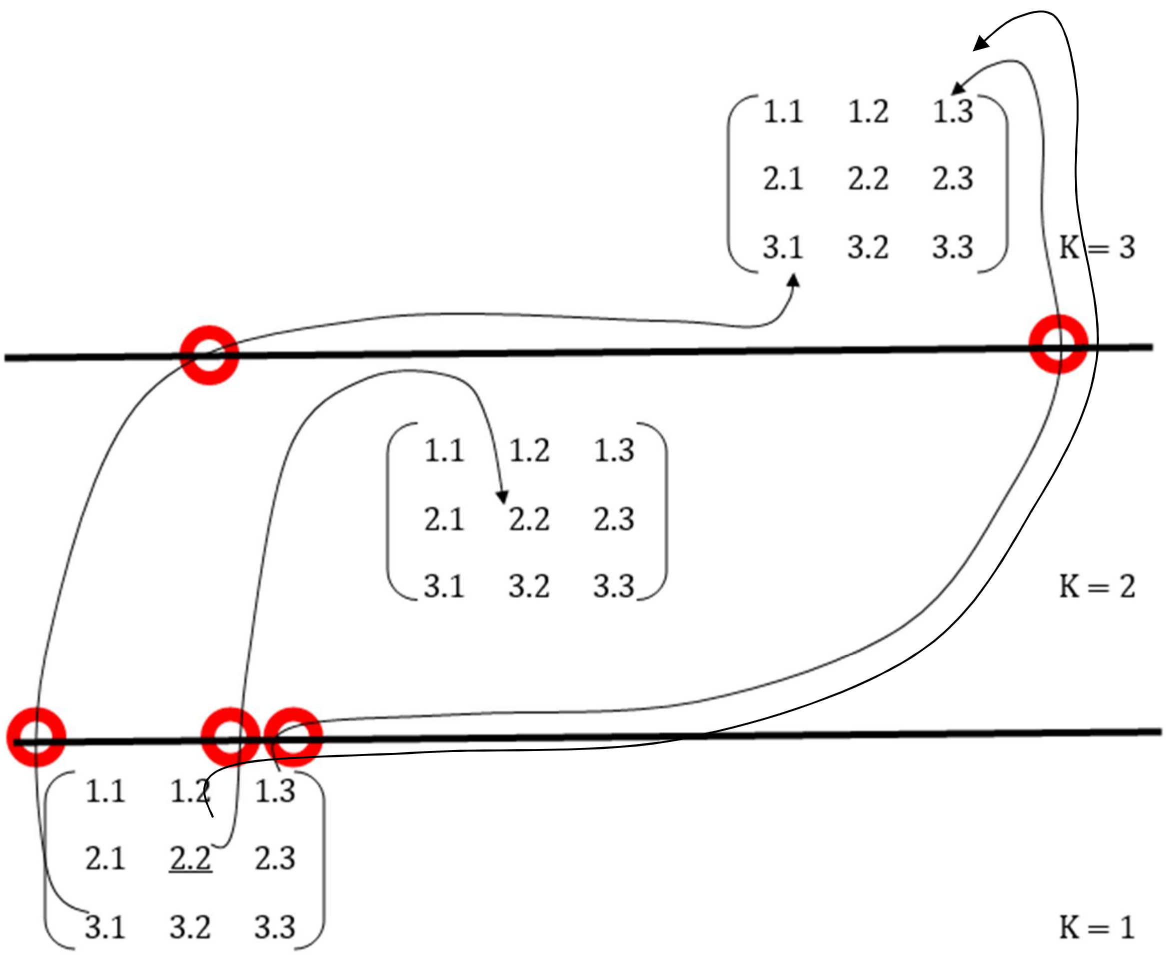
1 Sonnenblume + 1 Topinamburblume = 2 Sonnenblumen (vgl. die Bezeichnungen „essbare Sonnenblume“, ital. girasole articiocco)

Dieser kleine Ausschnitt aus linguistisch nie untersuchtem Gebiet lässt erahnen, dass auch die zugrunde liegenden qualitativ-mathematischen Verhältnisse alles andere als einfach sind.

2. Zur Illustration des Themas Kontexturen und Kontexturengrenzen gebe ich meine in Toth (2011a) veröffentlichte Darstellung der Transformation

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_{1.2}\ 1.3_3)$

mit den 5 involvierten Transgressionen wieder:



3. Im Anschluss an Toth (2011b) möchte ich jedoch die irreführende Peircesche Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

durch die Zeichenrelation
ZR = (O, M, I),
worin M wirklich zwischen O und I vermittelt, ersetzen. Ferner ordnen wir in Abweichung des von Kaehr (2008) geübten Verfahren jeder Fundamentalkategorie nicht zwei, sondern nur eine Kontextur zu, und zwar wie folgt:
$O \rightarrow O_1$
$M \rightarrow M_2$
$I \rightarrow I_3$
Die Kategorien partizipieren sind damit im Gegensatz zur üblichen Praktik ($M \rightarrow M_{1.3}$, $O = O_{1.2}$, $I \rightarrow I_{1.3}$) Vektoren linear unabhängig.
Damit bekommen wir folgende neue kontexturierte Matrix:

	2_1	1_2	3_3
2_1	2.2_1	$2.1_{1.2}$	$2.3_{1.3}$
1_2	$1.2_{2.1}$	1.1_2	$1.3_{2.3}$
3_3	$3.2_{3.1}$	$3.1_{3.2}$	3.3_3

also etwas vollkommen anderes als die entsprechende Matrix in Kaehr (2008). Zeichnen wir nun die Mediationen zwischen den triadischen, den trichotomischen und den diagonalen Peirce-Zahlen ein.

3.1. Kontexturelle Mediationszahlen von tdP:

	2_1		1_2		3_3
2_1	2.2_1		$2.1_{1.2}$		$2.3_{1.3}$
		$\coprod_{1.2}$		$\coprod_{1.2.3}$	
1_2	$1.2_{2.1}$		1.1_2		$1.3_{2.3}$
		$\coprod_{2.1}$		$\coprod_{2.1.3}$	
3_3	$3.2_{3.1}$		$3.1_{3.2}$		3.3_3
		$\coprod_{3.1.2}$		$\coprod_{2.1}$	

3.2. Kontexturelle Mediationszahlen von ttP:

	2_1	1_2	3_3
2_1	2.2_1	$2.1_{1.2}$	$2.3_{1.3}$
	$\amalg_{1.2}$	$\amalg_{1.2}$	$\amalg_{1.3.2}$
1_2	$1.2_{2.1}$	1.1_2	$1.3_{2.3}$
	$\amalg_{2.1.3}$	$\amalg_{1.2.3}$	$\amalg_{1.3.2}$
3_3	$3.2_{3.1}$	$3.1_{3.2}$	3.3_3

3.3. Kontexturelle Mediationszahlen von diagP:

	2_1		1_2		3_3
2_1	2.2_1		$2.1_{1.2}$		$2.3_{1.3}$
		$\amalg_{1.2}$		$\amalg_{1.3.2}$	
1_2	$1.2_{2.1}$		1.1_2		$1.3_{2.3}$
		$\amalg_{1.3.2}$		$\amalg_{1.2.3}$	
3_3	$3.2_{3.1}$		$3.1_{3.2}$		3.3_3

Stehe kMZ für kontexturelle Mediationszahl, dann gibt es also folgende Reihen in einer triadisch-trichotomischen Semiotik, untergliedert nach den Peirce-Zahlen (hdP = hauptdiagonale P., ndP = nebendiagonale P.):

kMZ(tdP) = {(1, 2), (1, 2, 3), (2.1), (2, 1, 3), (3, 1, 2), (2, 1)}
kMZ(ttP) = {(1, 2), (2, 1, 3), (1, 2), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (1, 3, 2}
kMZ(hdP) = {(1, 2), (1, 2, 3)}
kMZ(ndP) = {(3, 1), (1, 3, 2)}

Mit diesen kontexturellen Mediationszahlen kann man nun die relativen Abstände zwischen zwei und mehr Kontexturen entweder in linearer oder in diagonaler Richtung bestimmen.

Literatur

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J., Philosophie in Selbstdarstellungen, Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-76

Toth, Alfred, Semiotische kontexturale Verbundsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Die semiotische Matrix als Mediationssystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Zur semiotischen Mechanik von Schizophrenie als Abwesenheit von Realitätstestung

1. Nach Mitterauer gilt: "The primary symptoms of schizophrenia (delusions, hallucinations, thought disorder) may be caused by a loss of self-boundaries within the brain and between the brain and the environment" (2006, S. 1), vgl. dazu die folgende Illustration aus der zitierten Arbeit:

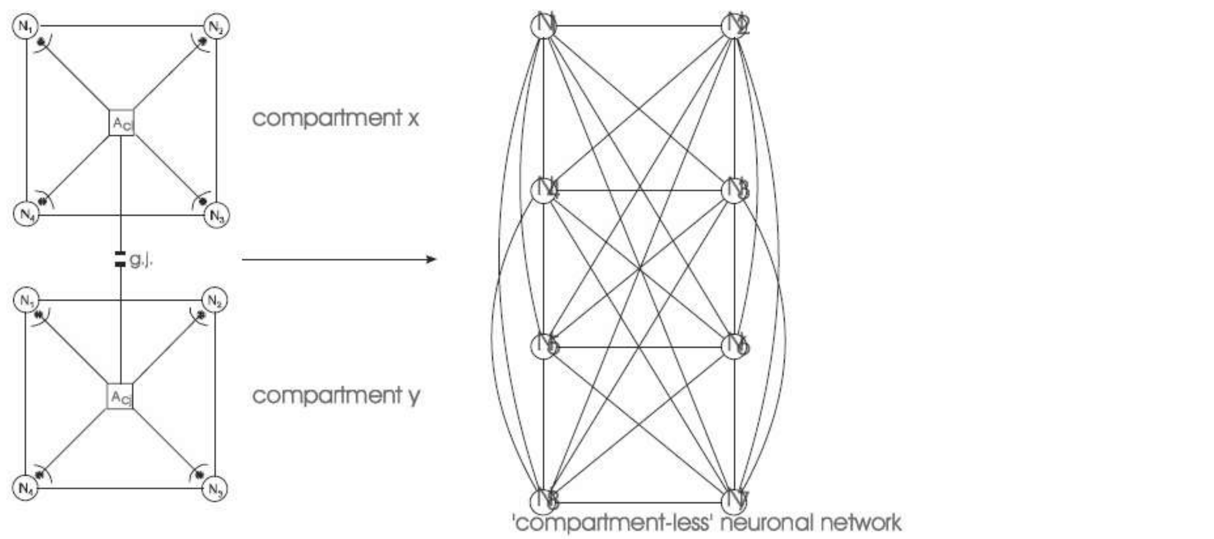


Figure 2. Loss of the glial boundary-setting function. Generalization of neuronal information processing.

2. In meinem Buch "In Transit" (Toth 2007) habe ich u.a. das folgende, aus Kaehr (2008) stammende Modell eines tetradisch-polykontexturalen Diamanten benutzt. Die rote obere Hälfte umfasst die sog. Heteromorphismen oder Saltatorien, wie Kaehr sie nennt. Es handelt sich hier zwar nicht um simple Konversionen von Morphismen wie z.B. in

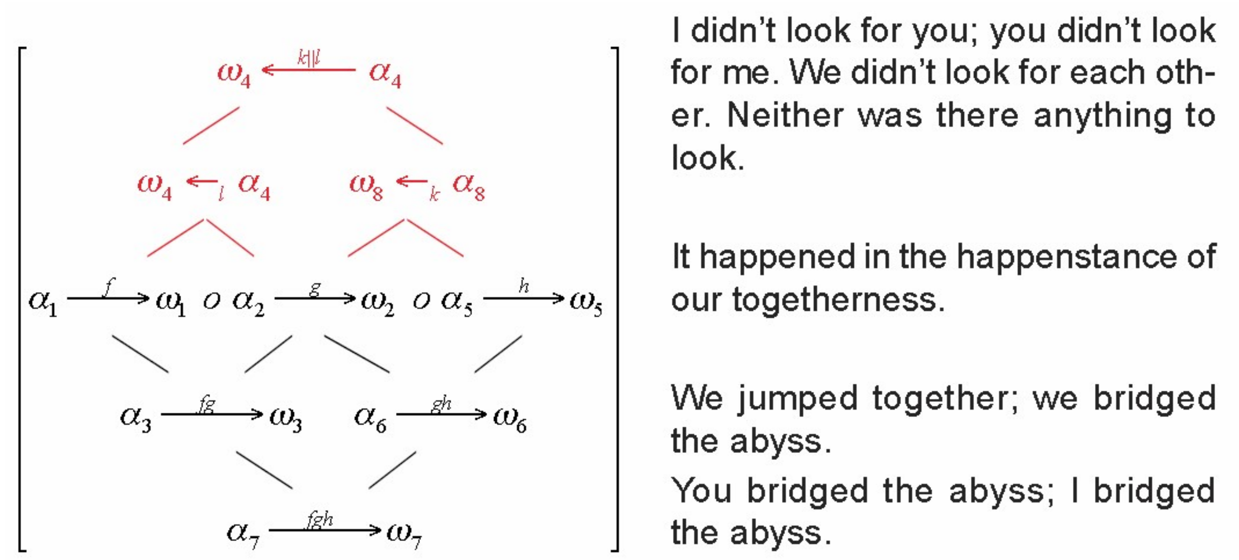
$[(a.b) \rightarrow (c.d)]° = [(c.d) \rightarrow (a.b)]$,

jedoch allerdings auch nicht um semiotische Dualisationen des Typs

$[(a.b) \rightarrow (c.d)]° = [(d.c) \rightarrow (b.a)]$,

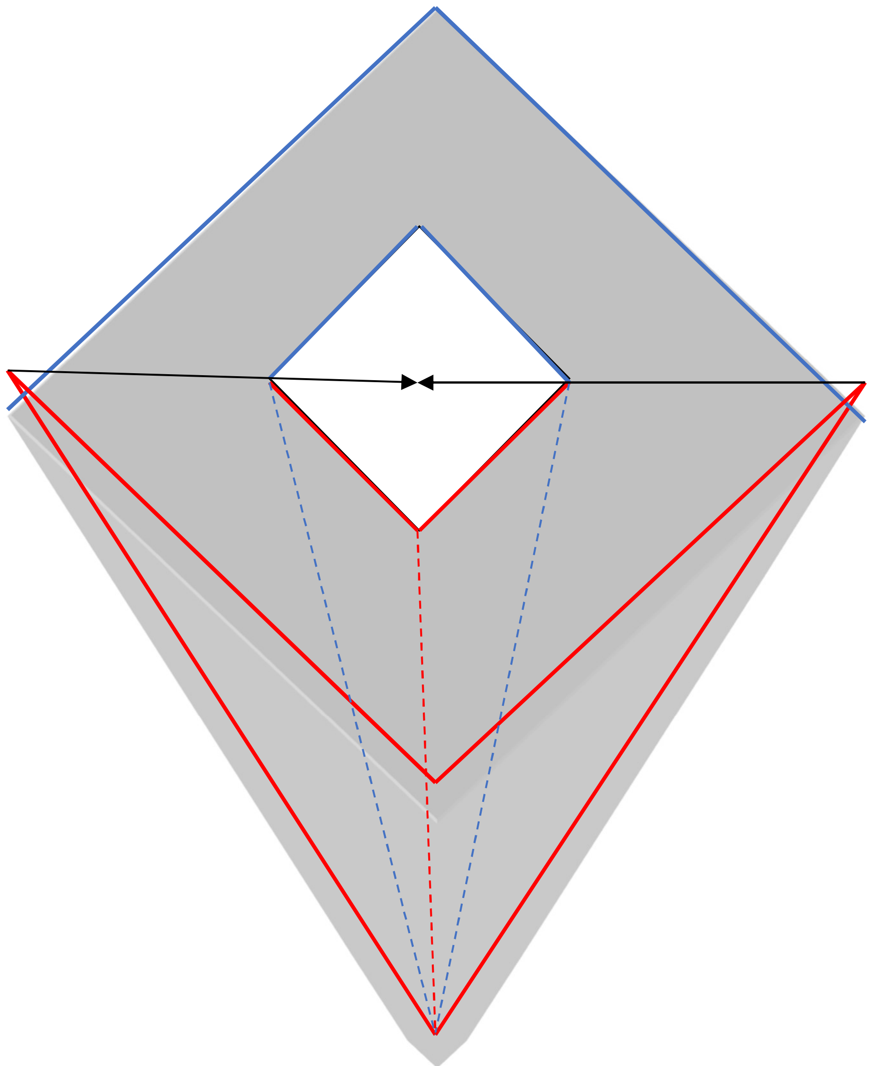
sondern um den ersten Typus mit invertierten Kontexturenzahlen, d.h.

$[(a.b)_{\alpha.\beta} \rightarrow (c.d)_{\gamma.\delta}]° = [(c.d)_{\delta.\gamma} \rightarrow (a.b)_{\beta.\alpha}]$, der in der Peirceschen Semiotik als monokontexturalem System ja abwesend ist, allerdings z.T. durch die Dualisation (wie ich in zahlreichen Arbeiten gezeigt habe) wettgemacht wird, da diese ja nicht mit der Konversion zusammenfällt. Man kann also p.p. die obere Hälfte von Diamanten mit den dualen Zeichenrelationen und d.h. mit der semiotischen Realitätstheorie behandeln, während die untere Hälfte der Diamanten wie üblich mit der semiotischen Zeichentheorie zusammenfällt.



(aus Kaehr 2008)

Die folgende Skizze ist ein grober Versuch der 3-dimensionalen Darstellung eines semiotischen Diamanten (vgl. Toth 2008, S. 166 ff.). Hier ist der obere, blau eingefärbte Bereich der semiotischen Realitätstheorie und der untere, rot gefärbte Bereich der semiotischen Zeichentheorie zugehörig.



3. Der Tansitkorridor in der Mitte partizipiert somit sowohl an der Zeichen- wie an der Realitätentheorie, d.h. Realitätstestung fungiert, solange der ganze Korridor begehbar ist. Fällt jedoch die Dualisation als Operation und mit ihr die gesamte Realitätentheorie mit den Realitätsthematiken und den strukturellen Realitäten weg, fällt auch die Realitätstestung der Zeichen weg. Die Zeichen können also nicht mehr anhand der von ihnen thematisierten strukturellen (entitätischen) Realitäten „abgecheckt" werden. Nur zeichenhaft, d.h. essentiell vorhandene Gebilde wie Mythologien werden folglich als „real" wahrgenommen, da es ja nichts gibt, wodurch sie im Sinne der Heteromorphismen-Theorie rejektiert werden können. In Sonderheit kann keine 2-wertige Logik durch einen 3. Transjunktionswert als Alternative ersetzt werden. Solche Phantasien müssen also als real angenommen werden, und sie sind es auch, wenigstens für Systeme, deren Realittätstestung ausgefallen ist.

4. Zum Mechanismus der Realitätstestung via Realitätsthematiken im speziellen halten wir fest: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist. Das Präsentamen geht kategorial und realiter dem Repräsentamen voran. So auch die Realitätsthematik der Zeichenthematik; aber wir können den präsentamentischen Charakter der Realitätsthematik erst aus dem repräsentamentischen Charakter ihrer Zeichenrelation eindeutig ermitteln" (Bense 1981, S. 11).

Formal bedeutet dies also, dass wir nicht von den Zeichenklassen, sondern von den Realitätsthematiken ausgehen; das allein bedingt interessante neue Erkenntnisse, die ich nach den vorangehenden Erläuterungen hier rein formal entwickle.

Rth = (c.1 b.2 a.3)
Zkl = ×(Rth) = ×(c.1 b.2 a.3) = (3.a 2.b 1.c) ⇒[(c.1 b.2 a.3) × (3.a 2.b 1. c)]
1. c = b:
(a.1 a.2 b.3) dyadische Rechtsthematisierung
2. b = a:
(a.1 b.2 b.3) dyadische Linksthematisierung
3. a ≠ b ≠ c:
(a.1 b.2 c.3) triadische Dreifachthematisierung (a.1/b.2-c.3; a.1/c.3-b.2; b.2-c.3-a.1)

Typ 1
×(a.1 a.2 b.3) = (3.b 2.a 1.a) mit b ≤ a = a
Typ 2
×(a.1 b.2 b.3) = (3.b 2.b a.1) mit b = b ≤ a
Typ 3
(a.1 b.2 c.3)
Typ 3a ×(a.1/b.2-c.3) = (3.c 2.b 1.a)
Typ 3b ×(a.1/c.3-b.2) = (2.b 3.c 1.a)
Typ 3c ×(b.2-c.3-a.1) = (1.a 3.c 2.b)

Damit ist der ganze Basisapparat der Realitätstestung für die triadische Peircesche Semiotik gegeben.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2008
Mitterauer, Bernhard J., Too soon on earth. Paper, Klagenfurt 2006. www.sbg.ac.at/fps/people/**Mitterauer**/**Too**%20**soon**%20on%20**earth**.pdf

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Trito-Trans-Nachfolger für kontexturierte Zeichen

1. Es ist zwar oft darüber diskutiert worden, ob das Peircesche Zeichen als triadische Erweiterung des Saussureschen dyadischen Zeichens interpretiert werden kann oder nicht (vgl. z.B. Toth 1988), formal jedenfalls kann man dies vertreten, wie dies bereits Ditterich (1990, S. 18) in seiner vorbildlichen Arbeit getan hatte:

		1 M	2 O	3 I
3	I	3.1	3.2	3.3
2	O	2.1	2.2	2.3
1	M	1.1	1.2	1.3

2. Es ist allerdings nicht so, dass es nur eine, nämlich die tatsächlich von Peirce und Bense realisierte, Matrix gibt: Da man das Saussuresche Zeichen mit den beiden Werten 1 und 2 darstellen, ergeben sich 3 verschiedene Trito-Trans-Nachfolger:

121

122

123,

und nur der dritte TT-Nachfolger führt zur obigen Peirceschen Matrix. Die zwei übrigen 3×3-Matrizen sehen dagegen wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} M^{(121)} & 1.1_i & 1.2 & 1.1_j \\ & 2.1_i & 2.2 & 2.1_i \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} M^{(122)} & 1.1 & 1.2_i & 1.2_j \\ & 2.1 & 2.2_i & 2.2_i \end{pmatrix}$$

Es ist natürlich $(1.1)_i \neq (1.1)_j$ und $(1.2)_i \neq (1.2)_j$.

3. Man kann nun einen ersten Schritt über die triadische Matrix hinausgehen, von der Günther bekanntlich geschrieben hat, es sei Peirce´ Glaube an die Trinität gewesen, die mehr semiotische Werte verhindert habe (1978, S. vii f.).

Die TT-Nachfolger von 123 sind (vgl. auch Kaehr 2010, S. 17):

1, 2, 3, 1

1, 2, 3, 2

1, 2, 3, 3

1, 2, 3, 4

Die Matrix zum TT-Nachfolger (1, 2, 3, 1) enthält also 2 Mittelbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 2) zwei Objektbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 3) zwei Interpretantenbezüge, und erst der TT-N (1, 2, 3, 4) enthält eine neue (nicht iterative, sondern akkretive) Fundamentalkategorie. Obwohl also die ersten drei TT-N´s gewissermassen redundant sind, fällt es nicht schwer, semiotische Beispiele für sie zu finden: Für (1, 2, 3, 1) kann man die Homophonie (Homonymie), für (1, 2, 3, 2) die Polysemie und für (1, 2, 3, 3) die Unterscheidung von Denotation und Konnotation heranziehen, wobei die klassische Rhetorik, wie ein Blick in den „Lausberg" zeigt, eine Fülle von zusätzlichem, auch semiotisch verwertbarem Material bereithält.

Was nun die Matrizen zu TT-N 1-3 betrifft, so gibt es jeweils 3 und nicht nur eine, da mit der „Emergenz" der Drittheit natürlich alle 3 Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezüge aufscheinen können:

$$M_{(1.1)}^{(1231)} \quad \begin{matrix} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_j \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_j & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_i \end{matrix} \qquad M_{(1.2)}^{(1231)} \quad \begin{matrix} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.2_j \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_i & 1.2_j & 1.3_i & 1.1_i \end{matrix}$$

$$M_{(1.3)}^{(1231)} \quad \begin{matrix} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i\text{, usw.} \end{matrix}$$

je drei Matrizen für den Objekt- und drei für den Interpretantenbezug.

Literatur

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Grundlegung einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

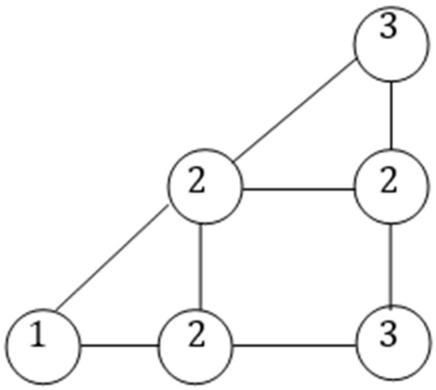
Toth, Alfred, Bemerkungen zum Saussureschen Arbitraritätsgesetz und Zeichenmodell. In: Semiosis 63/64, pp. 43-62 1988. Nachruck in: Eckardt, Michael und Lorenz Engell (eds.), Das Programm des Schönen. Ausgewählte Beiträge der Stuttgarter Schule zur Semiotik der Künste und der Medien. Weimar: Verlag und Datenbank für Geisteswissenschaften, pp. 71-88

Ein pseudo-bipartiter Graph für die Semiotik

1. In Toth (2011) waren wir zum Schluss gekommen, dass ein Graph, der die nicht-lineare Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53)

$$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$$

repräsentiert, ein Graph mit 6 Ecken und 8 Kanten sein muss:

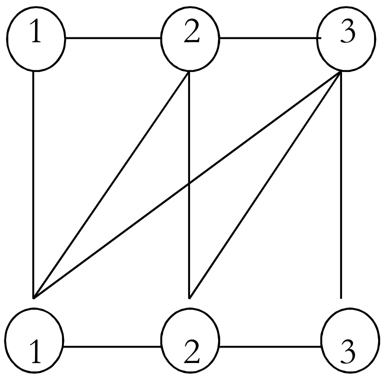


Dieser Graph bringt also zum Ausdruck, dass die Erstheit immer in der Zweitheit und beide immer in der Drittheit eingeschlossen sind und ist somit die formale Bedingung der Zeichenklasse die ja erst durch die vollständigen triadische Relation definiert.

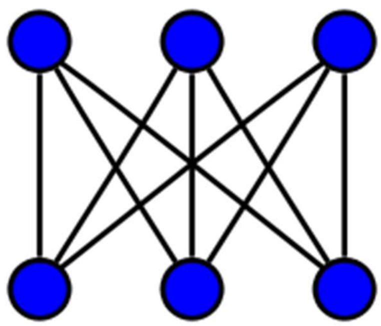
2. Nun tauchen allerdings zwar nicht in den Triaden, aber in den Trichotomien Subzeichen der Form (x.x) (mit x $\in\{1, 2, 3\}$), d.h. reflexive (identitive) Relationen auf. Es ist daher möglich, die Zeichendefinition wie folgt zu redefinieren

$M \subset M$,	$M \subset O$,	$M \subset I$
—	$O \subset O$	$O \subset I$
—	—	$I \subset I$.

Damit bekommen wir einen neuen semiotischen Graphen



und dieser ist ein Teilgraph des bekannten bicubischen (bizyklischen) Graphen



, zu dem die in der Redefinition mit „—„ markierten inversen Inklusionen (O ⊂ M, I ⊂ M, I ⊂ O) fehlen. Nun dürfte es genau die Existenz dieser fehlenden „pathologischen“ Inklusionen des Grösseren im Kleineren (worauf Kronthaler 1986 passim verweist) sein, welche dem pseudio-bipartiten Graphen zu einem bipartiten Graphen als Modell einer polykontexturalen Zeichenrelation fehlen. Übrigens ermöglicht ja die Bipartitheit die Darstellung des bicubischen Graphen als „Bi-Signs“ im Sinne Kaehrs (2009) und damit als polykontexturales Zeichenmodell. Erst dann also, wenn auch die Umkehrung, d.h. die „heteromorphe“ Relation zu jedem semiotischen Morphismus x → y existiert (und die pathologischen Inklusionen beweisen ja, dass es sich hier nicht um simple Retrosemiosen handelt), sind wir bei einem (alternativen) polykontexturalen Zeichenmodell angekommen

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Graphen der triadischen Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Kann man mit Zeichen rechnen?

Wenn Polizeibeamte auf die Idee kämen, an der Strassenkeuzung statt eines zwei, drei oder fünfzehn Stopschilder aufzustellen, so wäre dadurch nicht mehr gewonnen als damit, was schon das eine Zeichen aussagt: Halt an! Offenbar addieren sich Zeichen nicht dadurch, dass sie iteriert werden. Das ist jedoch nur in qualitativen Systemen möglich. Denn wenn ich statt einem zwei, drei oder fünfzehn Dollar-Scheine habe, kann ich durch einen einfachen Test überprüfen, dass mit der Iteration auch die Summe wächst, nämlich an der Kaufkraft. Dies hinwiederum ist nur in quantitativen Systemen möglich.

In quantitativen Systemen gelten also die bekannten arithmetischen Gesetze:

$1 + 2 = 3$ $\qquad$ $2 \cdot 3 = 6$

$3 - 2 = 1$ $\qquad$ $6 : 3 = 2$

In qualitativen Systemen gelten sie jedoch nicht:

$1 + 2 \neq 3$ $\qquad$ $2 \cdot 3 \neq 6$

$3 - 2 \neq 1$ $\qquad$ $6 : 3 \neq 2$

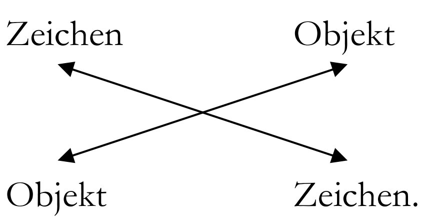
Sowohl durch „=“ als auch durch „≠“ wird jedoch die Existenz einer arithmetischen Operation vorausgesetzt. Bei qualitativen Systemen trifft jedoch nicht einmal dies völlig zu, denn Multiplikation und Division von Zeichen sind fragwürdig, wenn nicht unsinnig.

2. Warum kommt man überhaupt auf die Idee, mit Zeichen rechnen zu können? Erstens darum, weil es Wertzeichen (z.B. Münzen, Geldscheine, Briefmarken, Bons, Coupons, Gutscheine usw.) gibt. Damit stellt sich also die Frage: Was ist ein Wertzeichen? Die Antwort lautet klarerweise: Ein Wertzeichen ist ein Zeichen, das neben seinem qualitativen einen quantitativen Wert hat. Alle Zeichen haben qualitative Werte, da sie Objekte der realen Wert substituieren (und qua Substitution repräsentieren), aber nur wenige haben quantitative Werte (ausser beim Tauschhandel). Was ist aber der Wert selbst in einer Welt, in der es scheinbar nur Zeichen und Objekte gibt und in der es zwar möglich ist, Objekte in Zeichen, nicht aber Zeichen in Objekte zu transformieren? Es ist die Zahl als Zeichen, also eine Quantität als Qualität, im

Grunde also etwas, das es in einer strikt bivalenten Welt nicht geben dürfte. Und doch entspricht diese Bestimmung unserer Erfahrung: Eine Banknote ist eine Qualität (ein Stück Papier), das eine Quantität repräsentiert (den aufgedruckten Betrag).

3. Nachdem es offenbar als Zeichen verwendete Zahlen gibt, fragen wir: Gibt es auch als Zahlen verwendete Zeichen? Diese Antwort, die nichts oder wenig mit Werten zu tun hat, lautet natürlich ja, wenn wir an jene Schriftkulturen denken, bei denen ein Buchstabe neben dem Lautwert zugleich einen Zahlenwert hat wie etwa bei den althebräischen Othtioth („Zeichen“) oder den gnostischen Verwendungen griechischer Alphabete. In unseren modernen Schriften sind jedoch Zeichensystem und Zahlsystem strikt getrennt (ausser in der Numerologie), „A“ steht nicht automatisch für 1 und "Z“ nicht für 26. Auf diesem Prinzip beruht die Kabbala einerseits und die auf sie zurückgehende mystische Mathematik andererseits.

4. Aus dem bisher Gesagten folgt also: Es gibt nicht nur Zeichen und Objekte, sondern es gibt auch Zeichenobjekte und Objektzeichen. Allgemein kann man definieren: Ein Zeichenobjekt ist ein durch Zeichen determiniertes Objekt, wie z.B. ein Wegweiser, dessen Objekt ohne das Zeichen nichts ist. Ein Objektzeichen dagegen ist ein durch ein Objekt determiniertes Zeichen, wie z.B. ein Markenprodukt, dessen Produkt das Objekt, z.B. die Kondensmilchkonserve, und dessen Banderole das Zeichen, z.B. die Marke „Bärenmarke“, ist. Zeichen und Objekt sind also offenbar lediglich homogene Teile eines Gevierts, die in einer chiastischen Relation zueinander stehen:



5. Der zweite Grund, weshalb man auf die Idee kommt, mit Zeichen zu rechnen, ist viel abstrakter und liegt in der von Bense entdeckten „Eigenrealität“ der Zeichen. Das Axiom, dass die Zeichen eigenreal sind, besagt, dass jedes Zeichen zweierlei Referenz aufweist: auf sich selbst und auf anderes und dass Referenz auf anderes (und damit Zeichenhaftigkeit überhaupt) nur durch Selbstreferenz möglich ist. In der Darstellung eines Zeichens als duales System aus Zeichen- und Realitätsthematik weist das Zeichen als solches identische Thematiken auf, d.h. das Zeichen bezieht sich auf keine andere Realität als auf das Zeichen selbst (und vice versa). Man kann diesen Sachverhalt auch

dadurch ausdrücken, dass man sagt: Das Eigenrealitäts-Axiom garantiert die Abgeschlossenheit des semiotischen Universums. Impressionistisch gesagt: Die Welt der Zeichen ist nirgendwo von Objektsbrocken durchsetzt.

Nun bezieht sich aber auch eine Zahl auf nichts anderes als auf sich selbst. Ein algebraisches Zeichen bezieht sich daher auf eine Zahl, die sich auf nichts anderes bezieht als auf sich selbst. Denn die Zuordnung des Zählens zu Gezähltem, d.h. der Zahlen zu Objekten, ist ja sekundär: dies ist der Unterschied zwischen zählen und abzählen sowie zwischen Zahl und Anzahl: Man kann nur Objekte abzählen, denn wenn die Zahl als Zeichen fungiert, bedeutete das Abzählen von Zahlen dasselbe wie das Abzählen von Zeichen, und wir haben ja gezeigt, dass die arithmetischen Gesetze für Zahlen, aber nicht für Zeichen gelten. So ist auch die Zahl etwas anderes als die Anzahl, denn diese ist die höchste Nummer, die den Elementen einer Menge von Objekten zugeordnet werden kann – nicht aber den Elementen einer Menge von Zahlen, denn nur Objekte bedürfen Nummern (weil Objekte im Gegensatz zu Zeichen nicht für sich selbst stehen), Zahlen aber bedürfen keine Nummern, weil sie bereits Zahlen und als solche Zeichen sind und daher für sich selbst stehen.

6. Wenn aber Zahlen Zeichen sind, warum gelten dann die arithmetischen Gesetze der Zahlen nicht für die Zeichen? Das ist offenbar ein Widerspruch! Dieser ist allerdings nur scheinbar, wenn man sich daran erinnert, dass sich Zahlen und Zeichen dadurch unterscheiden, dass jene nur eigenreal, diese aber sowohl eigen- wie fremdreal sind. Eine Zahl steht nur für sich selbst. Ein Zeichen aber steht sowohl für sich selbst als auch für Anderes. Dass man also die Welt zwar mit Hilfe von Zeichen, nicht jedoch mit Hilfe von Zahlen beschreiben, erklären, handhaben, verändern, regieren usw. kann, liegt an ihrer Doppelreferenz: Zeichen übersteigen die Zahlen, die nur auf ihre eigene, nämlich ihre Zahlen-Realität, Bezug nehmen können, dadurch, dass sie gerade dadurch, dass sie sich auf sich selbst beziehen, noch auf Anderes beziehen können. Max Bense sprach von „Seinsvermehrung“. Was aber heisst das? Wir können zwar die Objekte dieser Welt auseinandernehmen, abspalten, deformieren, sie wieder neu zusammensetzen, ergänzen, restaurieren usw., aber wir können doch nichts neue Objekte im Sinne von Neuem Seienden produzieren! Könnten wir das, wären wir per definitionem Gott im Sinne des Kreatorischen Prinzips.

Oder können wir es doch? Bereits dann, wenn wir eine Verbindung zwischen zwei Zeichen herstellen, die normalerweise nicht zusammen auftreten, erzeugen wir Sinn.

Sinnstiftung ist Zeichenverbindung, und sie ist unendlich, weil es unendlich viele Zeichen gibt – nämlich noch mehr als die unendlich vielen Objekte, die via Metaobjektivation zu Zeichen erklärt werden können, denn Zeichen sind im Gegensatz zu Objekten autoreproduktiv. Man sollte dabei auch nicht vergessen, dass nach Auskunft sowohl des Alten wie des Neuen Testaments Gott die Objekte diese Welt durch den Logos, d.h. durch Zeichen geschaffen hatte: Er RIEF das Wort (Zeichen) „Licht" – und das Licht (Objekt) WARD! Das scheint magisch zu sein – denn wenn wir es nachzuahmen versuchen, klappt es nicht. Trotzdem: Was sind Zeichenverbindungen wie „Wortstummel", „Lippengeflecht", „Hörrindenhymnus" oder „Totenseilschaft", die Paul Celan vor dem Hintergrund der Kabbala (die ja nicht strikt zwischen Zeichen und Zahl unterscheidet) geschaffen hat? Ganz ohne Zweifel referieren diese neuen Zeichen ja ebenfalls, d.h. sie bezeichnen Objekte – und zwar solche, die es bisher nicht gegeben hat.

Wir können also Seinsvermehrung durch Sinnstiftung im Sinne von Zeichenproduktion betreiben. Zahlen hingegen sind eigenreal – ohne die Möglichkeit der Fremdrealität und der Fremdrepräsentativität. Es liegt ihnen also keine Schöpfungskraft inne wie den Zeichen, denn die Schöpfungskraft wird eben der Fremdrealität verdankt. Wo aber Seinsvermehrung bei Zeichenverbindung auftritt, da herrschen nicht mehr die Gesetze der Arithmetik, denn die Hyper- oder Hyposummativität verhindert eben z.B. die Richtigkeit der Gleichungen $1 + 2 = 3$ oder $3 - 2 = 1$. Präzision ist also dasselbe wie die Voraussetzung einer bereits abgeschlossenen Schöpfung. In letzter Instanz ist das einmal Geschaffene, wo das Werden nicht mehr sein Sein bestimmt, sogar Totes, und damit hat Kronthaler recht, wenn er sagt, der Gegenstand der Arithmetik sei der organische Rest des Lebenden, der Leichnam. Wo allerdings Hyper- und Hyposummativität herrschen, da muss ein steter Austausch zwischen Qualität und Quantität herrschen. Es gibt also wohl quantitative als auch qualitative – jedoch auch qualitativ-quantitative und quantitativ-qualitative Erhaltungssätze – denn das Universum der Zeichen ist ja, wie wir wissen, abgeschlossen! Nicht nur Zeichen und Objekt bilden somit ein chiastisches Geviert, sondern auch Qualität und Quantität und die Erhaltungssätze zwischen ihnen.

„Rechnen" im Sinne der klassischen (monokontexturalen, auf der aristotelischen Logik basierenden) Mathematik kann man also nur in rein eigenrealen Systemen wie der klassischen Arithmetik (ob es noch andere gibt, ist ein bisher ungelöstes Problem). Sobald es jedoch zu qualitativ-quantitativen bzw. quantitativ-qualitativen

Partizipationen kommt – wie bereits im Falle der klassischen Zeichentheorie, wie wir wissen -, entsteht das Problem der „Addition eines Apfels und einer Birne“ – das Resultat in klassischen Systemen ist eben „2 Früchte“, d.h. zwei quantitative Objekte, denen ihre Qualität der „Apfelheit“ bzw. „Birnenheit“ abgezogen worden ist.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer oprationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-80

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Gesammelte Werke in 10 Bänden. München 2011

Toth, Alfred, 2´027 Aufsätze republiziert in: Electronic Journal of Mathematical Semiotics

Semiotisches Zählen

1. Bekanntlich hatte Bense verschiedentlich (z.B. 1975, S. 167 ff., 1981, S. 17 ff., 1983, S. 192 ff.) den Versuch gemacht, semiotische Generation mit arithmetischer Induktion gleichzusetzen. Wir hätten dann

Peano: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow ...$

Peirce: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

d.h., nicht nur fehlt die Null als neutrales Element (dieses ist in der Semiotik 2, vgl. Toth 2006, S. 37 ff., so dass man im, Grunde $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ oder $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ zählen müsste), sondern die Folge bricht mit dem Erreichen der Dreizahl ab, das nach Peirce alle n-adischen Relationen mit n> 3 auf triadische Relationen reduzierbar sind (vgl. Toth 2007, S. 173 ff.). Was vor allem einer solchen Gleichsetzung widerspricht, ist, dass die von Bense (1979, S. 53) selbst eingeführte Zeichendefinition

$$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

einer Peano-Induktion vollkommen zuwiderläuft, da sie nämlich eine Zählfolge wie z.B.

$$\begin{array}{lll} & & 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ & 1 \rightarrow 2 \rightarrow \uparrow & \\ 1 \rightarrow \uparrow & & \end{array}$$

d.h. eine trilineare Zählung, die eine Bifurkation $(1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$ sowie eine Trifurkation $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$ aufweist, voraussetzt.

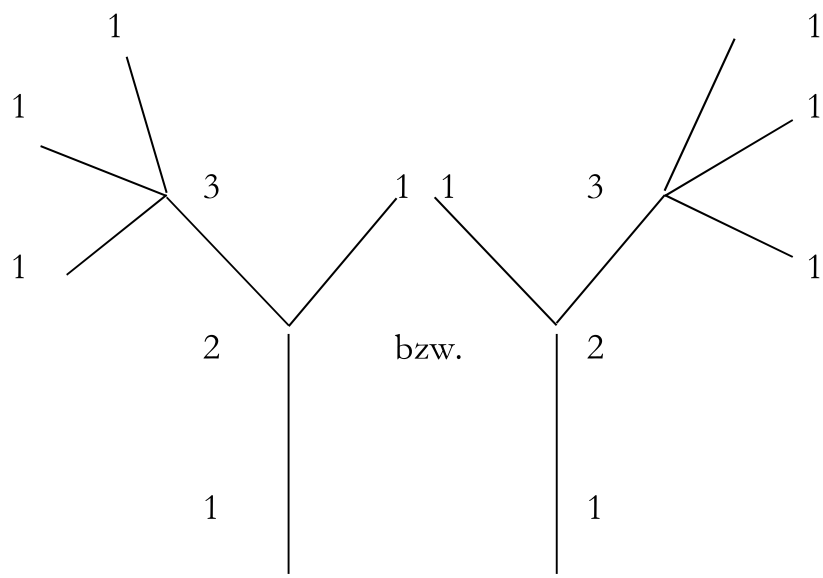
Nur am Rande (weil schon oft darauf hingewiesen wurde) sei vermerkt, dass es im Grunde drei Peirce-Zahlen gibt, deren Zählweise paarweise gar nicht übereinstimmt:

1. Triadische Peirce-Zahlen: $1. < 2. < 3.$

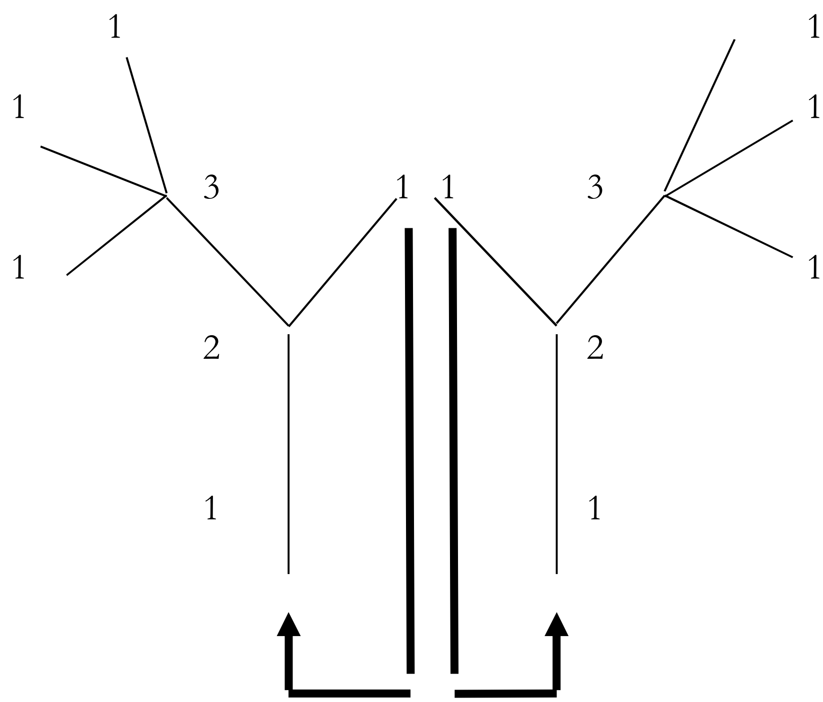
2. Trichotomische Peirce-Zahlen: $.1 \leq .2 \leq .3$

3. Diagonale Peirce-Zahlen: $1.1 << 2.2 << 3.3.$

2. Als der Benseschen verschachtelten Definition des Zeichens als einer Relation über Relationen entsprechendes Modell wurde daher in Toth (2011) folgender Bi-Graph vorgeschlagen:

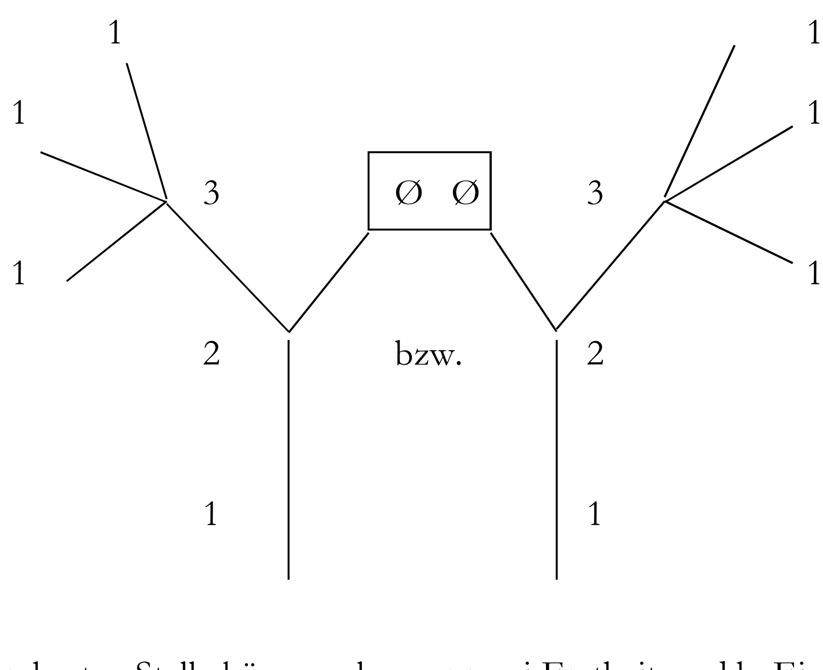


Hier wird also zuerst die 1 gezählt, dann von 1 zu 2, und dann sowohl von 1 als auch von 1 zu 2 zu (1, 2, 3), d.h. dieses Modell entspricht haargenau ZR = $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$, allerdings mit einer Ausnahme: Im Graphen lässt sich die Bifurkation nur so darstellen, dass von 2 aus ein Pfad zu 3 führt, aber auch ein Pfad zu einer monadischen Relation, d.h. zu 1. Damit wird die zyklische Struktur der nicht über triadische Relationen hinausgehenden Peirceschen Zeichenrelationen ohne explizite Zyklizität des Graphen dargestellt, denn man kann sich folgendes vorstellen:



Allerdings kann man diese zweite Einsheit auch als nicht-gesättigte

Relation deuten:



An der eingerahmten Stelle können also nur zwei Erstheiten, d.h. Einsen, stehen, aber da das erste Relatum in ZR die 1 ist, kann hier ein zweites, im Bilde spiegelverkehrtes Zeichen angehängt werden, das an Kaehrs Bi-Sign erinnert (vgl. Kaehr 2009). Während aber in beiden Hälfte die Relationen (1 → 2) identisch sind, sind (2 → 3) zwar in dieser

Ordnung, aber spiegelverkehrt gegeben; dasselbe gilt gilt für die drei Relationen (3 → 1). Die beiden Hälften gehören also offenbar zwei verschiedenen Kontexturen an, som dass wir anzusetzen haben

$$(1 \rightarrow 2) \quad \equiv \quad (1 \rightarrow 2)$$

$$(2 \rightarrow 3) \quad \not\equiv \quad (2 \rightarrow 3) \quad = \quad (2_{\lambda\varrho} \rightarrow 3_{\varrho\lambda})$$

$$(3 \rightarrow 1)^1 \quad \not\equiv \quad (3 \rightarrow 1)^1 \quad = \quad (3_{\lambda\varrho} \rightarrow 1_{\varrho\lambda})$$

$$(3 \rightarrow 1)^1 \quad \not\equiv \quad (3 \rightarrow 1)^{1} \quad = \quad ({}_{\lambda\varrho} \rightarrow 1_{\varrho\lambda})$$

$$(3 \rightarrow 1)^1 \quad \not\equiv \quad (3 \rightarrow 1)^1 \quad = \quad (3_{\lambda\varrho} \rightarrow 1_{\varrho\lambda})$$

$((1 \rightarrow 2) \quad \equiv \quad (1 \rightarrow 2))$ bedeutet also:

$$((1 \rightarrow 2) \quad \equiv \quad (1 \rightarrow 2)_{\lambda\varrho} \quad = \quad (1 \rightarrow 2)_{\lambda\varrho}).$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Graphen triadischer Zeichenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2011

Isomorphe und nicht-isomorphe semiotische Kaskaden

1. In Toth (2011) hatten wir uns mit der neu eingeführten Austauschrelation

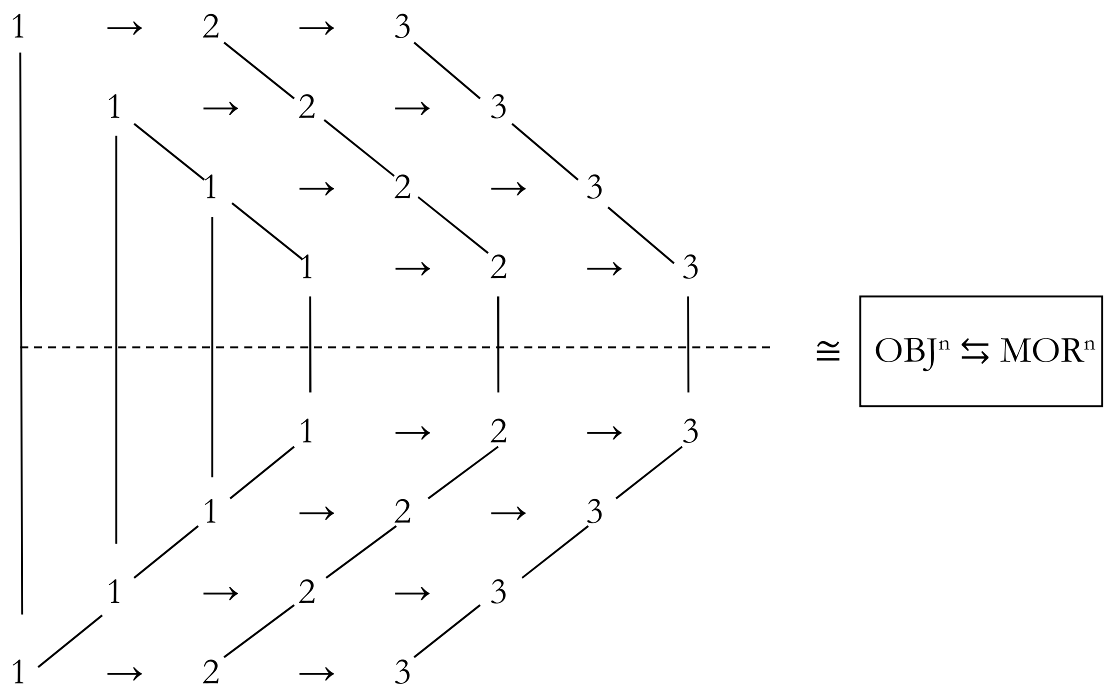
OBJ ⇆ MOR

zwischen Objekten (Primzeichen, Subzeichen, Rümpfen, Zeichenklassen, Realitätsthematiken usw.) sowie ihren Morpismen (Semiosen) beschäftigt.

2. Wie im folgenden zu zeigen ist, lassen sich diese in je 2 Paaren von Kaskaden anordnen, von denen die ersten beiden zueinander isomorph sind, die anderen beiden allerdings nicht.

1. Kaskaden von $OBJ^n \leftrightarrows MOR^n$

Die beiden Kaskaden sind isomorph.



2. Kaskaden von $OBJ^n \leftrightarrows MOR^m$ $(n \neq m)$

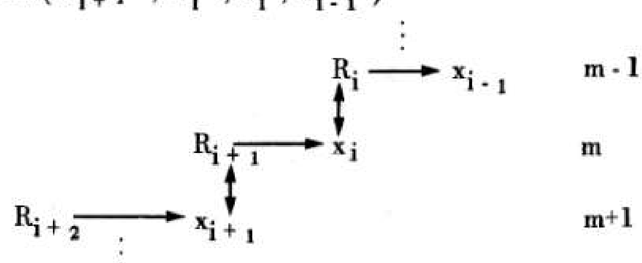
Diese beiden Kaskaden sind nicht isomorph.

1	→	2	→	3				
	2	→	3	→	4			
		3	→	4	→	5		$\boxed{OBJ^{n+1} \leftrightarrows MOR^m}$
			4	→	5	→	6	
					≇			
			1	→	2	→	3	
		2	→	3	→	4		
	3	→	4	→	5			$\boxed{OBJ^{n-1} \leftrightarrows MOR^m}$
4	→	5	→	6				

3. Zu diesen 3 Kaskaden vgl. man die von Günther und Kaehr entdeckte Proömialrelation (aus Kaehr (1978, S. 6):

Die PR ist also eine neuartige vierstellige Relation zwischen zwei Relatoren und zwei Relata :

$$PR\,(R_{i+1}\;,\;R_i\;,\;x_i\;,\;x_{i-1}\,)$$



Diese Form der PR nennen wir offen, da ihr Wechsel von Relator und Relata nicht zyklisch ist :

$$PR\,(PR^m) = PR^{m+1}$$

und zyklisch oder geschlossen diejenige für die gilt:

$$PR\,(PR^m) = PR^m \quad .$$

Da neben $OBJ^n \leftrightarrows MOR^m$ allerdings $OBJ^{n+1} \leftrightarrows MOR^m \ncong OBJ^{n11} \leftrightarrows MOR^m$ gilt, bekommen wir auf semiotischer Basis sogar eine proemiale Dreiteilung, während von der Logik aus nur eine Zweiteilung erreichbar ist.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und der Morphogrammatik 1973-75. In: Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978 [Anhang]

Toth, Alfred, Die Austauschrelation von Objekten und Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Notizen zur Quadralektik des Zeichens

1. In mehreren Arbeiten (z.B. in Toth 2009a, b) hatte ich versucht, die Dichotomie von Zeichen und Objekt unter dem Verhältnis des Eigenen zum Anderen darzustellen. Die besondere Problematik, die sich hierbei stellt und die etwa sprachlich in Wendungen wie

a) Ich bin noch hier, aber die anderen sind schon weg,

noch stärker aber in Fügungen wie

b) Was willst du noch hier? Geh doch zu den anderen Idioten!

zum Ausdruck kommt, ist die, dass hier das jeweilige Andere am Eigenen und damit logischerweise auch das jeweilige Eigene am Anderen partizipiert. Zwischen dem Eigenen und dem Anderen besteht also in anderen Worten kein Abbruch von zwei Kontexturen, sondern eine Brücke bzw. ein Gebiet, in dem sich Eigenes und Anderes treffen, d.h., wie ich andernorts extensiv dargestellt habe: eine mereotopologische Relation, die also ein riesiges Intervall zwischen blosser tangentialer Berührung von Eigenem und Anderem in einem Punkt bis zum „Überlappen" des Anderen über das Eigene (bzw. das „Unterlappen des Eigenen unter das Andere) erstrecken kann.

2. Darüber hinaus hat die Betrachtung des Zeichens unter dem Aspekt von Eigenem und Anderem die Frage aufgeworfen, woher denn die Transzendenz stamme, denn vom Zeichen aus ist zwar das Objekt, und vom Objekt aus ist zwar das Zeichen transzendent, aber wohin gehört die Partizipation, die mereotopologische Verbindung? Die Frage lautet dann: Woher kommt denn die Transzendenz? Ist sie dem Zeichen präexistent oder wird sie erst durch das Zeichen geschaffen? In einer Welt ohne Brücke zwischen Eigenem und Anderem führt diese Frage zu einem unendlichen Regress: Ist die Transzendenz, wie z.B. Heidegger meinte, dem Objekt eigen, dann ermöglicht die Transzendenz das Zeichen, aber die Frage bleibt, woher das Objekt seinen eigenen Überstieg hernimmt. Ist die Transzendenz hingegen, wie dies gemeinhin angenommen wird, dem Zeichen eigen, dann stellt sich hinwiederum die Frage, woher sie das nimmt und damit selbst ermöglicht.

3. Ein ganz neues und ebenso revolutionäres wie geniales Modell verdanken wir seit neuestem Rudolf Kaehr (Kaehr 2011): Die sog. Quadralektik, eine polykontexturale

Erweiterungen (oder besser: Neubestimmung) der Spencer Brownschen „Laws of Form“, seinen Namen dem „Vierfachen Anfangen“ verdankend:

Quadralectics
The quadralectic (tetralemmatic, diamond) notation is enabling operations on the parts of the diamond complexions consisting of *Inside*, *Outside* and *inside*, *outside*, i.e. $[[A\,|\,a]\,|\,[a\,|\,A]]$, short: $[a\;|\,A\,|\,a]$.
Those operations applied to the quadralectic complexion have to preserve the rules of retrograde recursivity.

$[[A\,|\,a]\,|\,[a\,|\,A]]$:
[Inside | Outside] | [outside| inside]:
[*Inside* of inside | *Outside* of inside] | [*outside* of Outside | *inside* of Outside].

Damit unterscheidet Kaehr 4 quadralektische Unterschiede:

Quadralectic distinctions

Inside a contexture of distinction :

Outside a contexture of distinction :

The “inside of the outside” of distinction :

The “outside of the inside” of distinction :

Wie man leicht sieht, ist damit auch ein engstens damit zusammenhängendes Problem gelöst, nämlich das folgende: Geht man von Spencer Browns „Laws of Form“ auf, dann muss der Unterschied mit dem Zeichen zusammenfallen. Das Zeichen IST dann der Unterschied, da es kein Drittes gibt. Daraus folgt aber, dass der leere Raum, in den der Unterschied „eingeschrieben“wird, der Raum des Objektes sein muss, da ja in einem zweiwertigen System nur Zeichen und Objekte vorkommen. Der Ausgangsraum der Laws of Form ist damit klarerweise die Ontologie, und es ist das Zeichen (und sein semiotischer Raum), der ihm als Transzendenz gegenübersteht. Damit muss sich aber, sobald die „Marke“ (wie Spencer Brown sagt) gesetzt ist, der ganze Calculus im semiotischen Raum abspielen. Semiotik und Logik fallen damit zusammen, und der ontologische Raum wird im Grunde – sehr ähnlich übrigens wie bei Peirce – nur noch als Ausrede dazu gebraucht, wie Zeichen überhaupt entstehen: sie werden nämlich aus Objekten gemacht, sind als Zeichen eingeführte „Meta-Objekte", wie Bense (1967, S. 9) ausdrücklich sagt. Hier kann man allerdings o.B.d.A. den Spiess umkehren und aller sog. Evidenz zum Trotz z.B. behaupten: Das Setzen des Unterschiedes führt das Objekt ein, und das Zeichen ist demnach ein Etwas, das erst zum Objekt erklärt werden muss. Transzendenz gehört somit in den semiotischen Raum und ermöglicht erst die Kreation von Objekten. Gott selbst schafft ja die Objekte dieser Welt durch den Logos, d.h. durch das Zeichen.

So unsinnig diese Umkehrung klingen mag, eine wissenschaftlich vertretbare Semiotik, die mehr als eine Mythologie ist, die Hilfskonstruktionen wie das „vorgegebene" Objekt, die magische „thetische Introduktion" und die durch sie bewirkte mystisch-mysteriöse Verwandlung des Objektes in ein Zeichen durch den plötzlich als deus/diabolus ex machina erscheinenden „Interpretanten" bedarf, bedarf beider Richtungen: der Semiose vom Objekt zum Zeichen und der Kenose vom Zeichen zum Objekt. Eine revolutionäre Idee Günthers war es, die Objekte aufzulösen und durch Morphogramme bzw. kenomische Matrizen (Kaehr) zu ersetzen. Jeden Fall liegt hier der grosse Schwachpunkt der Spencer Brownschen Laws of Form, die sich damit klar als monokontextural erweisen und zwar etwas abstrakter als die aristotelische Logik formuliert sind, aber im Grunde sonst nichts Neues bringen: Das Eigene ist das, was vom Anderen abrupt unterschieden ist, es gibt keine Partizipation, zwischen Immanenz und Transzendenz führt, wie Felix Hausdorff in seiner an Nietzsche orientierten Studie (1976) es überdeutlich gesagt hatte: kein Brücke hinüber oder herüber. Beschäftigungen mit dem jeweils Anderen sind daher unwissenschaftlich und bilden daher, wie Günther so schön sagte, von unserem zweiwertigen Denken ausgechlossenene Denkrest-Asyle.

4. Gehen wir zuerst also vom Objekt aus, dann bekommen wir mit dem quadralektischen Schema:

4.1.

Objekt | Zeichen bzw. Zeichen | Objekt

und damit korrespondierend:

Zeichen Objekt bzw. Objekt Zeichen

Die quadralektische Fassung der Laws of Form ermöglicht also sowohl Semiose wie Kenose. Sowohl das Zeichen wie das Objekt können das Eigene und das jeweilig Andere sein, denn sie stehen nun in einer Austausch- und nicht mehr in einer Ausschlussrelation.

Ferner führen die sich aus zweiwertigen Systemen ergebenden Standpunkt-Paradoxienin quadralektischer Fassung zu den sog. semiotischen Objekten (vgl. Walther 1979, S. 122 f.), den von Bühler (1985) so genannten Hybriden zwischen Zeichen und Objekt, zwischen denen in diesen Fällen die viel diskutierte "symphysische“ Relation besteht:

Das Innere des Äusseren Das Äussere des Inneren

Zeichen Objekt bzw. Objekt Zeichen

Zeichenobjekt Objektzeichen

Ein Zeichenobjekt ist genauso wenig eine Addition eines Zeichens und eines Objektes wie ein Objektzeichen eine Addition eines Objektes und eines Zeichens wäre, denn erstens würde dies der bekannten Addition von Äpfeln und Birnen entsprechen, und zweitens müsste man dann begründen können, warum hier offenbar $1 + 2 \neq 2 +1$ gilt. Vielmehr ist ein Zeichenobjekte eine „symphysische“, d.h., einmal vollzogen, nicht mehr in ihre Bestandteile abtrennbare Verbindung von Zeichen und Objekt, z.B. bei einem Wegweiser, wo der Zeichenanteil (Orts- und Richtungsangaben) allein genauso sinnlos ist wie der Objektanteil (der Ständer bzw. Träger). Noch deutlicher wird dies beim Objektzeichen, z.B. einer Prothese: Sie ist insofern Objekt, als sie ein reales Bein physisch ersetzt, und insofern Zeichen, als sie dem ursprünglichen (d.h. zu ersetzenden) phyischen Objekt iconisch, d.h. zeichenhaft nachgebildet ist. Solche „hybriden" semiotischen Objekte dürfte es nach klassischer Semiotik eigentlich nicht geben, und doch begegnen sie einem auf Schritt und Tritt. Wie ich kürzlich gezeigt habe, gibt es sogar eine neben den Kardinal- und den Ordinalzahlen vergessene Zahlensorte, die ein semiotisches Objekt darstellt, die Nummer: Während nämlich bei den gewöhnlichen Zahlen diese immer eindeutig einem Objekt beim Zählvorgang zugeordnet werden muss (da sonst das Zählen nicht stattfindet bzw. der ganze Vorgang sinnlos) ist, ist die Zuordnung von Nummern viel freier: Das Zuordnungs-Intervall reicht von den Hausnummern, welche wie Ordinalzahlen den Häusern zugeordnet werden, zu den Nummer von Bussen, welche nicht diese, sondern die von ihnen befahrenen Strecken numerieren, so dass es sein kann, dass eine ordinale Reihenfolge von Bussen z.B. 2-25-1-17-3 ist, ohne dass die Ordnung der Nummer hier gegen die Ordnung der Zahl verstösst.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1933, Neudruck Stuttgart 1965

Hausdorff, Felix, Das Chaos in kosmischer Auslese, neu hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Wie anders ist das durch die Zeichen bezeichnete Andere? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Wie%20anders%20ist%20....pdf (2009c)

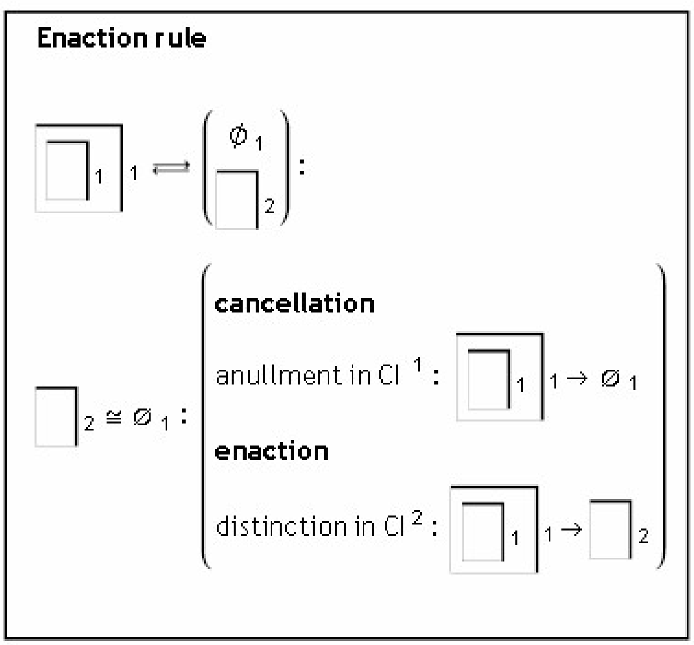
Toth, Alfred, Das Eigene als Brücke zum Anderen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Das%20Eigene%20als%20Tiefenstr..pdf (2009d)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Annullierung und Distinktion

1. Nach den klassischen „Laws of Form“ von Spencer Brown (1969) bedeutet der Unterschied eines Unterschieds dessen Aufhebung („cancellation“); da der Calculus zweiwertig ist, kann es gar nichts anderes geben. In dem von Rudolf Kaehr soeben erarbeiteten „quadralektischen“ Modell eröffnen sich jedoch zwei vom klassischen Standpunkt aus grundverschiedene Möglichkeiten:

> A distinction of a distinction is conceived as both at once: as *annulation* and as *reflection* (enaction). Therefore, annulation is eliminating and destroying distinctions while reflection as enaction is not only creating new distinctions but also a new domain, i.e. world of distinctions, in which the new distinction and its further applications is realized.



Neben der Aufhebung gibt es hier also die „Enaktion“ genannte Bereitstellung einer neuen Unterscheidung; das ist natürlich nur darum möglich, weil der quadralektische Calculus nicht zweiwertig ist. Theoretisch ist es also möglich, die aus den Anfängen der qualitativen Mathematik bekannten von Gerhard G. Thomas geschaffenen „Permutogramme“ in die Form quadralektischer Diamanten zu transformieren; neben den ebenfalls seit langem bekannten mehrwertigen Negationszyklen, in der Form von Hamiltonkreisen darstellbar, wird man hochkomplexe enaktive Zyklen konstruieren können. Für die Semiotik gilt einmal mehr, dass die jüngsten Errungenschaften von

Kaehrs Forschungen zu kaum schon absehbaren völlig neuen Errungenschaften führen werden.

2. Unter einem Zeichen sei der Unterschied der Form ⏋ verstanden. Im Rahmen des quadralektischen Calculus sind danach folgende Kombinationen möglich:

⏋⏋	⌈⏋	⌋⏋	⌊⏋
⏋⌈	⌈⌈	⌋⌈	⌊⌈
⏋⌋	⌈⌋	⌋⌋	⌊⌋
⏋⌊	⌈⌊	⌋⌊	⌊⌊ .

Bedeute nun (vgl. Kaehr 2011a, S. 12):

⏋ := inside of inside ⌈ := outside of outside

⌋ := inside of outside ⌊ := outside of inside,

dann können wir die obige Tabelle mit Kaehr (2011, S. 22) wie folgt interpretieren:

II-II	OO-II	IO-II	OI-II
II-OO	OO-OO	IO-OO	OI-OO
II-IO	OO- IO	IO-IO	OI- IO
II-OI	O-O-OI	IO-OI	OI-OI

Diese Tabelle entspricht nun, wie Kaehr (2011b) sehr richtig bemerkt hat, der epistemologischen Basis-Matrix meiner “Theorie der Nacht” und damit einer vierwertigen handlungstheoretischen semiotischen Matrix, wie Kaehr (2011b) ebenfalls festgestellt hat. D.h. wir müssen ausgehen von einer Zeichendefinition

ZR = (Q, M, O, I) = (a.b c.d e.f g.h) mit a, ..., h $\in$ {0, 1, 2, 3},

von denen jedes Primzeichen die vier quadralektischen Positionen einnehmen kann.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf 2011a

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds, Fourfoldness of Beginnings: Semiotic Studies with Toth´s "Theory of the Night". http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds.pdf (2011b)

Spencer Brown, George, Laws of Form. London 1969

Die vollständige Komposition von Subzeichen aus Primzeichen

1. Wie Rudolf Kaehr bereits in (2008), zuletzt aber ausführlich in einer soeben erschienenen Studie zum Vierfachen Anfang in quadralektischen Diamanten (2011), die man nicht anders als genial zu bezeichnen vermag, klargemacht hat, sind morphismische Abbildungen in der Semiotik nicht nur in der Zweitheit (z.B. $\alpha := 1 \rightarrow 2$) und in der Drittheit (z.B. $\alpha \rightarrow \beta \circ \beta \rightarrow \gamma = \alpha \rightarrow \gamma$) vertreten, sondern ebenfalls in der Erstheit. Diese vom klassischen Standpunkt aus völlig unvorstellbare Eigenschaft betrifft bedingt jedoch nicht nur eine Redefintion der Erstheit, sondern auch der Zweitheit und Drittheit, da im Zeichenmodell ja die doppelte Inklusion ZR = $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$ gilt. Und da somit die Subzeichen betroffen sind, folgen Neudefinitionen aller höheren semiotischen relationalen Gebilde, in Sonderheit der Zeichenklassen und Realitätsthematiken.

2. Wegen

$1 = 1 \circ 1$

gilt:

$1. = 1. \circ 1.$ oder $1. \circ .1$

$.1 = .1 \circ .1$ oder $.1 \circ 1.$

Damit gilt also für konverse Subzeichen-Paare, wie z.B. $(1.2)° = (2.1)$:

$1.2 = .2 \circ 1.$ oder $.2\ .1$

$2.1 = .1 \circ 2.$ oder $.1 \circ .2$

und damit

$1.2 = [(.2 \circ .2\ /\ .2 \circ 2.) \circ [(1. \circ 1.\ /\ 1. \circ .1)\ /\ (.1 \circ .1\ /\ .1 \circ 1.)]]$

$2.1 = [(.1 \circ .1\ /\ .1 \circ 1.) \circ [(2. \circ 2.\ /\ 2. \circ .2)\ /\ (.2 \circ .2\ /\ .2 \circ 2.)]]$.

Entsprechend erhalten wir z.B. für (3.1)

$3.1 = [(.1 \circ .1\ /\ .1 \circ 1.) \circ [(3. \circ 3.\ /\ 3. \circ .3)\ /\ (.3 \circ .3\ /\ .3 \circ 3.)]]$

und somit für die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2):

3.1 2.1 1.2 = [[(.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.) ∘ [(3. ∘ 3. / 3. ∘ .3) / (.3 ∘ .3 / .3 ∘ 3.)]],

[(.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.) ∘ [(2. ∘ 2. / 2. ∘ .2) / (.2 ∘ .2 / .2 ∘ 2.)]],

[(.2 ∘ .2 / .2 ∘ 2.) ∘ [(1. ∘ 1. / 1. ∘ .1) / (.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.)]]].

Was nun die duale Realitätsthematik angeht, so bekommen wir

×(3.1 2.1 1.2) = (2.1 1.2 1.3) =

×[[(.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.) ∘ [(3. ∘ 3. / 3. ∘ .3) / (.3 ∘ .3 / .3 ∘ 3.)]],

[(.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.) ∘ [(2. ∘ 2. / 2. ∘ .2) / (.2 ∘ .2 / .2 ∘ 2.)]],

[(.2 ∘ .2 / .2 ∘ 2.) ∘ [(1. ∘ 1. / 1. ∘ .1) / (.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.)]]] =

[[(.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.) ∘ [(2. ∘ 2. / 2. ∘ .2) / (.2 ∘ .2 / .2 ∘ 2.)]],

[(.2 ∘ .2 / .2 ∘ 2.) ∘ [(1. ∘ 1. / 1. ∘ .1) / (.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.)]],

[(.3 ∘ .3 / .3 ∘ 3.) ∘ [(1. ∘ 1. / 1. ∘ .1) / (.1 ∘ .1 / .1 ∘ 1.)]]],

also strukturell keine direkt ablesbare Inversion der Ordnung der Subzeichen und der Primzeichen.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch on Semiotics in Diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/*Semiotics-in-Diamonds*/*Semiotics*- in-*Diamonds*.html (2008)

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds: Fourfoldness of Beginnings. Semiotic Studies with Toth´s "Theory of the Night". http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds.pdf (2011)

Kategoriale Struktur des semiotischen Zählschemas

1. Spiegelt man den in Toth (2011) vorgeschlagenen vervollständigten semiotischen Zählbereich

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[d] \\
\emptyset \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[d] \\
\emptyset \arrow[r] & \emptyset \arrow[r] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3,
\end{tikzcd}$$

dann kann man ihn in 8 kommutierende Quadrate zerlegen, die jeweils über die Mittelachse des Zählbereichs miteinander zusammenhängen:

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[d] \\
\emptyset \arrow[r] & 1
\end{tikzcd}$$

$(\emptyset \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow \emptyset) = (\emptyset \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow \emptyset)$

$$\begin{tikzcd}
\boldsymbol{\emptyset} \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[d] \\
1 \arrow[r] & \mathbf{2}
\end{tikzcd}$$

$(1 \rightarrow \mathbf{2}) \circ (\boldsymbol{\emptyset} \rightarrow 1) = (\emptyset \rightarrow 2) \circ (\emptyset \rightarrow \emptyset)$

$$\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r] \arrow[d] & \emptyset \arrow[d] \\
2 \arrow[r] & \emptyset
\end{tikzcd}$$

$(2 \rightarrow \emptyset) \circ (\emptyset \rightarrow 2) = (\emptyset \rightarrow \emptyset) \circ (\emptyset \rightarrow \emptyset)$

$$\begin{tikzcd} \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\ \varnothing \arrow[r] & \varnothing \end{tikzcd}$$

$(\varnothing \to \varnothing) \circ (\varnothing \to \varnothing) = (\varnothing \to \varnothing) \circ (\varnothing \to \varnothing)$

$$\begin{tikzcd} \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] \\ \varnothing \arrow[r] & \varnothing \end{tikzcd}$$

$(\varnothing \to \varnothing) \circ (\varnothing \to \varnothing) = (1 \to \varnothing) \circ (\varnothing \to 1)$

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\ \varnothing \arrow[r] & 1 \end{tikzcd}$$

$(\varnothing \to 1) \circ (1 \to \varnothing) = (2 \to 1) \circ (1 \to 2)$

$$\begin{tikzcd} 2 \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\ 1 \arrow[r] & 2 \end{tikzcd}$$

$(1 \to 2) \circ (2 \to 1) = (\varnothing \to 2) \circ (2 \to \varnothing)$

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{\varnothing} \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\ 2 \arrow[r] & \mathbf{3} \end{tikzcd}$$

$(2 \to \mathbf{3}) \circ (\boldsymbol{\varnothing} \to 2) = (\varnothing \to 3) \circ (\varnothing \to \varnothing)$

6 von diesem kommutativen Quadraten sind also homogen, d.h. es gilt für ein $x \in \{1, 2, 3\}$ $x \in COD = x \in DOM$. In 2 Fällen ist diese Bedingung nicht gegeben:

$(1 \rightarrow \mathbf{2}) \circ (\boldsymbol{\emptyset} \rightarrow 1) = (\emptyset \rightarrow 2) \circ (\emptyset \rightarrow \emptyset)$

$(2 \rightarrow \mathbf{3}) \circ (\boldsymbol{\emptyset} \rightarrow 2) = (\emptyset \rightarrow 3) \circ (\emptyset \rightarrow \emptyset)$,

d.h. hier liegen, um mit Kaehr (2009) zu sprechen, heterogene Konkatenationen vor, und man muss auf die von Kaehr eingeführte Strategie der „matching conditions" ausweichen, um überhaupt eine semiotische Verbindung herzustellen, da diese Fälle klassisch ja natürlich ausgeschlossen sind. Das bedeutet aber, dass wir hier bereits auf klassischer kategorietheoretischer Ebene im Falle des vervollständigten semiotischen Zählschemas wieder eine der von mir schon so oft hervorgehobenen zahlreichen „Einbruchstellen" polykontexturaler Strukturen in monokontexturale vor uns haben. Solche gibt es, wie Kaehr im Rahmen der von ihm geschaffenen polykontexturalen Semiotik detailliert aufgezeigt hat, nur im Rahmen der semiotischen Diamantentheorie, genauer: zwischen Bi-Zeichen. Das bedeutet aber für uns nichts anderes, als dass das vervollständigte semiotische Zählschema neben den monokontexturalen Peirce-Zahlen auch bereits ihre spiegelhaften polykontexturalen Schatten mitführt, dass Zeichen also bereits die Spuren von Bi-Zeichen tragen, die dann in der polykontexturalen Semiotik im Rahmen ihrer Eingebundenheit in „Texteme" und „Diamanten" die basalen Einheiten bilden.

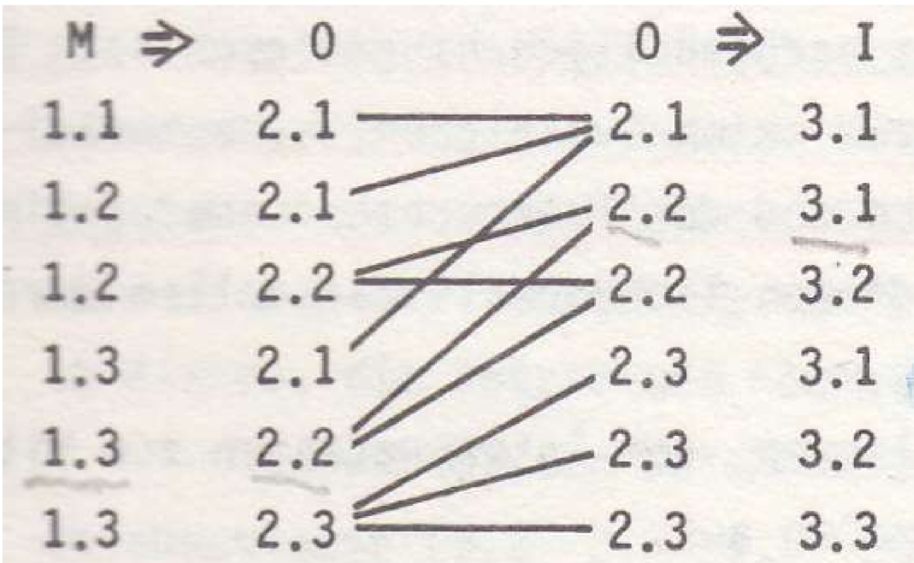
Literatur

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Vervollständigung des semiotischen Zahlenschemas. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2011

Die Konstruktion von Triaden aus Dyadenpaaren ohne vordefinierte Trichotomien

1. In der Peirceschen Semiotik werden, wie Walther (1979, S. 79) schön vordemonstriert, die 10 Peirceschen Zeichenklassen aus der Komposition von als Morphismen aufgefassten Dyadenpaaren aufgefasst:



Das Problem beruht darin, dass auf diese Weise nicht einfach genau die Peirceschen Zeichenklassen und keine anderen entstehen, sondern dass diese Lösung insofern „biased“ ist, als dass von den jeweils 81 möglichen Dyadenkombintionen zum vornherein die je 6 herausgefiltert wurden, deren Strukturen ((a.b), (c.d)) die trichotomische Ordnung b ≤ d erfüllt, wenn c > b ist (wodurch gleichzeitig die retrosemiosische Ordnung der Triaden (3.a 2.b 1.c) garantiert wird). Die aus solchen vorfiltrierten Dyadenpaaren entstehenden Triaden haben also alle die Form (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ d, Relationen mit anderen Ordnungen (die also aus obigem Schema gar nicht entstehen können) gehören damit zur Komplementärmenge der 27\10 = 17 „irregulären“ Zeichenrelationen, die nicht als Zeichenklassen definiert sind. Dass die real als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix aufscheinende „Klasse der Genuinen Kategorien“ (3.3 2.2 1.1) sich in der Komplementärmenge befindet, hätte schon früh zu denken geben sollen.

2. Um solche semiotisch völlig unmotivierbaren Vordefinitionen von Anfang an auszuschalten, waren wir in Toth (2011) anstatt von

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3}

Von

ZR* = ((a.b), (c.d)) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3},

also von einer dyadischen anstatt von einer triadischen Zeichenrelation ausgegangen. Damit sind wir jedoch keineswegs zurück bei Saussure, denn sowohl ZR als auch ZR* sind trivalent, d.h. die in ZR als Interpretantenbezug definierten Subzeichen treten auch in ZR* auf. Da sowohl (a.b) als auch (c.d) alle Werte annehmen können, sind also alle kartesischen Produkte der semiotischen 3 × 3-Matrix in ZR* miteinander kombinierbar, und wir erhalten eine Menge von 81 dyadisch-trivalenten Zeichenklassen:

((1.1), (1.1))	((1.2), (1.1))	((1.3), (1.1))
((1.1), (1.2))	((1.2), (1.2))	((1.3), (1.2))
((1.1), (1.3))	((1.2), (1.3))	((1.3), (1.3))
((1.1), (2.1))	((1.2), (2.1))	((1.3), (2.1))
((1.1), (2.2))	((1.2), (2.2))	((1.3), (2.2))
((1.1), (2.3))	((1.2), (2.3))	((1.3), (2.3))
((1.1), (3.1))	((1.2), (3.1))	((1.3), (3.1))
((1.1), (3.2))	((1.2), (3.2))	((1.3), (3.2))
((1.1), (3.3))	((1.2), (3.3))	((1.3), (3.3))
((2.1), (1.1))	((2.2), (1.1))	((2.3), (1.1))
((2.1), (1.2))	((2.2), (1.2))	((2.3), (1.2))
((2.1), (1.3))	((2.2), (1.3))	((2.3), (1.3))
((2.1), (2.1))	((2.2), (2.1))	((2.3), (2.1))
((2.1), (2.2))	((2.2), (2.2))	((2.3), (2.2))
((2.1), (2.3))	((2.2), (2.3))	((2.3), (2.3))
((2.1), (3.1))	((2.2), (3.1))	((2.3), (3.1))
((2.1), (3.2))	((2.2), (3.2))	((2.3), (3.2))
((2.1), (3.3))	((2.2), (3.3))	((2.3), (3.3))
((3.1), (1.1))	((3.2), (1.1))	((3.3), (1.1))
((3.1), (1.2))	((3.2), (1.2))	((3.3), (1.2))
((3.1), (1.3))	((3.2), (1.3))	((3.3), (1.3))
((3.1), (2.1))	((3.2), (2.1))	((3.3), (2.1))
((3.1), (2.2))	((3.2), (2.2))	((3.3), (2.2))
((3.1), (2.3))	((3.2), (2.3))	((3.3), (2.3))
((3.1), (3.1))	((3.2), (3.1))	((3.3), (3.1))
((3.1), (3.2))	((3.2), (3.2))	((3.3), (3.2))
((3.1), (3.3))	((3.2), (3.3))	((3.3), (3.3))

3. Natürlich hindert uns trotz ZR* nichts daran, aus Paaren von Dyaden Triaden zu bilden. Hierfür gibt es, wenn wir der Methodik in Kaehr (2009) folgen, wo mit „matching conditions“ gearbeitet wird, zwei Möglichkeiten:

1. Bedingung homogener Triadenbildung:
CODOM(Dyad1) = DOM(Dyad2), d.h.
((a.b), (c.d)) ∘ ((c.d), (e.f)).

2. Bedingung inhomogener Triadenbildung (mit “matching conditions“):
CODOM(Dyad1) ≠ DOM(Dyad2), d.h.
((a.b), (c.d)) ∘ ((e.f), (g.h)).

Im Falle von Bedingung 2 können gibt es also die grosse Anzahl von 81^2 = 6´561 Kombinationen. Im Falle von Bedingung 1 gibt es, da jedes der 9 Subzeichen 9 mal in einer Domäne und 9 mal in einer Codomäne auftritt, „nur“ 81 Kombinationen. Total sind also mit Hilfe unserer auf Dyaden-Paare anstatt vordefinierter triadischer Relationen mit semiotisch ad hoc gebildeter retrosemiosischer Ordnung für Triaden und einer ebenfalls ad hoc gebildeten Halbordnung für Trichotomien basierten Semiotik 81 + 6´561 = 6´642 anstatt 10 (bzw. 27 = 3^3) Triaden konstruierbar. Da, wie bereits mehrfach betont, alle 9 Subzeichen in diesen Dyaden-Paaren aufscheinen, ist unsere neue Semiotik enorm viel mächtiger als die Peircesche. Dass der Interpretant als dritte Relation in der vordefinierten Zeichenklasse schlicht unnötig ist, da er einfach einen Konnex über den Bezeichnungsfunktionen von 3 Zeichenklassen bildet (nur 3.1 2.2 1.2/3.2 2.2 1.2, 3.1 2.2 1.3/3.2 2.2 1.3 und 3.1 2.3 1.3/3.2 2.3 1.3 können mit variierenden Interpretanten auftreten) und daher das bereits durch die Bezeichnungsfunktion, d.h. dyadisch definierte Zeichen einfach in einen Kontext einbettet, darauf hatten wir bereits in Toth (2011) hingewiesen.

Da uns hier die Vollständigkeit, wie schon oben bei den Dyaden-Paaren, etwas bedeutet, listen wir die 81 homogenen Triaden auf:

((1.1), (1.1)) ∘	((1.1), (1.1))	→ ((1.1), (1.1), (1.1))
	((1.1), (1.2))	→ ((1.1), (1.1), (1.2))
	((1.1), (1.3))	→ ((1.1), (1.1), (1.3))
	((1.1), (2.1))	→ ((1.1), (1.1), (2.1))
	((1.1), (2.2))	→ ((1.1), (1.1), (2.2))
	((1.1), (2.3))	→ ((1.1), (1.1), (2.3))
	((1.1), (3.1))	→ ((1.1), (1.1), (3.1))

((1.1), (3.2)) → ((1.1), (1.1), (3.2))

((1.1), (3.3)) → ((1.1), (1.1), (3.3))

((1.1), (1.2))∘ ((1.2), (1.1)) → ((1.1), (1.2), (1.1))

((1.2), (1.2)) → ((1.1), (1.2), (1.2))

((1.2), (1.3)) → ((1.1), (1.2), (1.3))

((1.2), (2.1)) → ((1.1), (1.2), (2.1))

((1.2), (2.2)) → ((1.1), (1.2), (2.2))

((1.2), (2.3)) → ((1.1), (1.2), (2.3))

((1.2), (3.1)) → ((1.1), (1.2), (3.1))

((1.2), (3.2)) → ((1.1), (1.2), (3.2))

((1.2), (3.3)) → ((1.1), (1.2), (3.3))

((1.1), (1.3)) ∘ ((1.3), (1.1)) → ((1.1), (1.3), (1.1))

((1.3), (1.2)) → ((1.1), (1.3), (1.2))

((1.3), (1.3)) → ((1.1), (1.3), (1.3))

((1.3), (2.1)) → ((1.1), (1.3), (2.1))

((1.3), (2.2)) → ((1.1), (1.3), (2.2))

((1.3), (2.3)) → ((1.1), (1.3), (2.3))

((1.3), (3.1)) → ((1.1), (1.3), (3.1))

((1.3), (3.2)) → ((1.1), (1.3), (3.2))

((1.3), (3.3)) → ((1.1), (1.3), (3.3))

((1.1), (2.1)) ∘ ((2.1), (1.1)) → ((1.1), (2.1), (1.1))

((2.1), (1.2)) → ((1.1), (2.1), (1.2))

((2.1), (1.3)) → ((1.1), (2.1), (1.1))

((2.1), (2.1)) → ((1.1), (2.1), (2.1))

((2.1), (2.2)) → ((1.1), (2.1), (2.2))

((2.1), (2.3)) → ((1.1), (2.1), (2.3))

	((2.1), (3.1))	→ ((1.1), (2.1), (3.1))
	((2.1), (3.2))	→ ((1.1), (2.1), (3.2))
	((2.1), (3.3))	→ ((1.1), (2.1), (3.3))

((1.1), (2.2))∘	((2.2), (1.1))	→ ((1.1), (2.2), (1.1))
	((2.2), (1.2))	→ ((1.1), (2.2), (1.2))
	((2.2), (1.3))	→ ((1.1), (2.2), (1.3))
	((2.2), (2.1))	→ ((1.1), (2.2), (2.1))
	((2.2), (2.2))	→ ((1.1), (2.2), (2.2))
	((2.2), (2.3))	→ ((1.1), (2.2), (2.3))
	((2.2), (3.1))	→ ((1.1), (2.2), (3.1))
	((2.2), (3.2))	→ ((1.1), (2.2), (3.2))
	((2.2), (3.3))	→ ((1.1), (2.2), (3.3))

((1.1), (2.3)) ∘	((2.3), (1.1))	→ ((1.1), (2.3), (1.1))
	((2.3), (1.2))	→ ((1.1), (2.3), (1.2))
	((2.3), (1.3))	→ ((1.1), (2.3), (1.3))
	((2.3), (2.1))	→ ((1.1), (2.3), (2.1))
	((2.3), (2.2))	→ ((1.1), (2.3), (2.2))
	((2.3), (2.3))	→ ((1.1), (2.3), (2.3))
	((2.3), (3.1))	→ ((1.1), (2.3), (3.1))
	((2.3), (3.2))	→ ((1.1), (2.3), (3.2))
	((2.3), (3.3))	→ ((1.1), (2.3), (3.3))

((1 .1), (3.1)) ∘	((3.1), (1.1))	→ ((1.1), (3.1), (1.1))
	((3.1), (1.2))	→ ((1.1), (3.1), (1.2))
	((3.1), (1.3))	→ ((1.1), (3.1), (1.3))
	((3.1), (2.1))	→ ((1.1), (3.1), (2.1))
	((3.1), (2.2))	→ ((1.1), (3.1), (2.2))

	((3.1), (2.3))	→	((1.1), (3.1), (2.3))
	((3.1), (3.1))	→	((1.1), (3.1), (3.1))
	((3.1), (3.2))	→	((1.1), (3.1), (3.2))
	((3.1), (3.3))	→	((1.1), (3.1), (3.3))

((1.1), (3.2))∘	((3.2), (1.1))	→	((1.1), (3.2), (1.1))
	((3.2), (1.2))	→	((1.1), (3.2), (1.2))
	((3.2), (1.3))	→	((1.1), (3.2), (1.3))
	((3.2), (2.1))	→	((1.1), (3.2), (2.1))
	((3.2), (2.2))	→	((1.1), (3.2), (2.2))
	((3.2), (2.3))	→	((1.1), (3.2), (2.3))
	((3.2), (3.1))	→	((1.1), (3.2), (3.1))
	((3.2), (3.2))	→	((1.1), (3.2), (3.2))
	((3.2), (3.3))	→	((1.1), (3.2), (3.3))

((1.1), (3.3)) ∘	((3.3), (1.1))	→	((1.1), (3.3), (1.1))
	((3.3), (1.2))	→	((1.1), (3.3), (1.2))
	((3.3), (1.3))	→	((1.1), (3.3), (1.3))
	((3.3), (2.1))	→	((1.1), (3.3), (2.1))
	((3.3), (2.2))	→	((1.1), (3.3), (2.2))
	((3.3), (2.3))	→	((1.1), (3.3), (2.3))
	((3.3), (3.1))	→	((1.1), (3.3), (3.1))
	((3.3), (3.2))	→	((1.1), (3.3), (3.2))
	((3.3), (3.3))	→	((1.1), (3.3), (3.3))

===

((1.2), (1.1)) ∘	((1.1), (1.1))	→	((1.2), (1.1), (1.1))
	((1.1), (1.2))	→	((1.2), (1.1), (1.2))
	((1.1), (1.3))	→	((1.2), (1.1), (1.3))
	((1.1), (2.1))	→	((1.2), (1.1), (2.1))

	((1.1), (2.2)) → ((1.2), (1.1), (2.2))
	((1.1), (2.3)) → ((1.2), (1.1), (2.3))
	((1.1), (3.1)) → ((1.2), (1.1), (3.1))
	((1.1), (3.2)) → ((1.2), (1.1), (3.2))
	((1.1), (3.3)) → ((1.2), (1.1), (3.3))

((1.2), (1.2))∘	((1.2), (1.1)) → ((1.2), (1.2), (1.1))
	((1.2), (1.2)) → ((1.2), (1.2), (1.2))
	((1.2), (1.3)) → ((1.2), (1.2), (1.3))
	((1.2), (2.1)) → ((1.2), (1.2), (2.1))
	((1.2), (2.2)) → ((1.2), (1.2), (2.2))
	((1.2), (2.3)) → ((1.2), (1.2), (2.3))
	((1.2), (3.1)) → ((1.2), (1.2), (3.1))
	((1.2), (3.2)) → ((1.2), (1.2), (3.2))
	((1.2), (3.3)) → ((1.2), (1.2), (3.3))

((1.2), (1.3)) ∘	((1.3), (1.1)) → ((1.2), (1.3), (1.1))
	((1.3), (1.2)) → ((1.2), (1.3), (1.2))
	((1.3), (1.3)) → ((1.2), (1.3), (1.3))
	((1.3), (2.1)) → ((1.2), (1.3), (2.1))
	((1.3), (2.2)) → ((1.2), (1.3), (2.2))
	((1.3), (2.3)) → ((1.2), (1.3), (2.3))
	((1.3), (3.1)) → ((1.2), (1.3), (3.1))
	((1.3), (3.2)) → ((1.2), (1.3), (3.2))
	((1.3), (3.3)) → ((1.2), (1.3), (3.3))

((1.2), (2.1)) ∘	((2.1), (1.1)) → ((1.2), (2.1), (1.1))
	((2.1), (1.2)) → ((1.2), (2.1), (1.2))
	((2.1), (1.3)) → ((1.2), (2.1), (1.1))

((2.1), (2.1)) → ((1.2), (2.1), (2.1))

((2.1), (2.2)) → ((1.2), (2.1), (2.2))

((2.1), (2.3)) → ((1.2), (2.1), (2.3))

((2.1), (3.1)) → ((1.2), (2.1), (3.1))

((2.1), (3.2)) → ((1.2), (2.1), (3.2))

((2.1), (3.3)) → ((1.2), (2.1), (3.3))

((1.2), (2.2))∘ ((2.2), (1.1)) → ((1.2), (2.2), (1.1))

((2.2), (1.2)) → ((1.2), (2.2), (1.2))

((2.2), (1.3)) → ((1.2), (2.2), (1.3))

((2.2), (2.1)) → ((1.2), (2.2), (2.1))

((2.2), (2.2)) → ((1.2), (2.2), (2.2))

((2.2), (2.3)) → ((1.2), (2.2), (2.3))

((2.2), (3.1)) → ((1.2), (2.2), (3.1))

((2.2), (3.2)) → ((1.2), (2.2), (3.2))

((2.2), (3.3)) → ((1.2), (2.2), (3.3))

((1.2), (2.3)) ∘ ((2.3), (1.1)) → ((1.2), (2.3), (1.1))

((2.3), (1.2)) → ((1.2), (2.3), (1.2))

((2.3), (1.3)) → ((1.2), (2.3), (1.3))

((2.3), (2.1)) → ((1.2), (2.3), (2.1))

((2.3), (2.2)) → ((1.2), (2.3), (2.2))

((2.3), (2.3)) → ((1.2), (2.3), (2.3))

((2.3), (3.1)) → ((1.2), (2.3), (3.1))

((2.3), (3.2)) → ((1.2), (2.3), (3.2))

((2.3), (3.3)) → ((1.2), (2.3), (3.3))

((1.2), (3.1)) ∘ ((3.1), (1.1)) → ((1.2), (3.1), (1.1))

((3.1), (1.2)) → ((1.2), (3.1), (1.2))

	((3.1), (1.3))	→	((1.2), (3.1), (1.3))
	((3.1), (2.1))	→	((1.2), (3.1), (2.1))
	((3.1), (2.2))	→	((1.2), (3.1), (2.2))
	((3.1), (2.3))	→	((1.2), (3.1), (2.3))
	((3.1), (3.1))	→	((1.2), (3.1), (3.1))
	((3.1), (3.2))	→	((1.2), (3.1), (3.2))
	((3.1), (3.3))	→	((1.2), (3.1), (3.3))

((1.2), (3.2))∘	((3.2), (1.1))	→	((1.2), (3.2), (1.1))
	((3.2), (1.2))	→	((1.2), (3.2), (1.2))
	((3.2), (1.3))	→	((1.2), (3.2), (1.3))
	((3.2), (2.1))	→	((1.2), (3.2), (2.1))
	((3.2), (2.2))	→	((1.2), (3.2), (2.2))
	((3.2), (2.3))	→	((1.2), (3.2), (2.3))
	((3.2), (3.1))	→	((1.2), (3.2), (3.1))
	((3.2), (3.2))	→	((1.2), (3.2), (3.2))
	((3.2), (3.3))	→	((1.2), (3.2), (3.3))

((1.2), (3.3)) ∘	((3.3), (1.1))	→	((1.2), (3.3), (1.1))
	((3.3), (1.2))	→	((1.2), (3.3), (1.2))
	((3.3), (1.3))	→	((1.2), (3.3), (1.3))
	((3.3), (2.1))	→	((1.2), (3.3), (2.1))
	((3.3), (2.2))	→	((1.2), (3.3), (2.2))
	((3.3), (2.3))	→	((1.2), (3.3), (2.3))
	((3.3), (3.1))	→	((1.2), (3.3), (3.1))
	((3.3), (3.2))	→	((1.2), (3.3), (3.2))
	((3.3), (3.3))	→	((1.2), (3.3), (3.3))

=====================================

((1.3), (1.1)) ∘	((1.1), (1.1))	→ ((1.3), (1.1), (1.1))
	((1.1), (1.2))	→ ((1.3), (1.1), (1.2))
	((1.1), (1.3))	→ ((1.3), (1.1), (1.3))
	((1.1), (2.1))	→ ((1.3), (1.1), (2.1))
	((1.1), (2.2))	→ ((1.3), (1.1), (2.2))
	((1.1), (2.3))	→ ((1.3), (1.1), (2.3))
	((1.1), (3.1))	→ ((1.3), (1.1), (3.1))
	((1.1), (3.2))	→ ((1.3), (1.1), (3.2))
	((1.1), (3.3))	→ ((1.3), (1.1), (3.3))

((1.3), (1.2))∘	((1.2), (1.1))	→ ((1.3), (1.2), (1.1))
	((1.2), (1.2))	→ ((1.3), (1.2), (1.2))
	((1.2), (1.3))	→ ((1.3), (1.2), (1.3))
	((1.2), (2.1))	→ ((1.3), (1.2), (2.1))
	((1.2), (2.2))	→ ((1.3), (1.2), (2.2))
	((1.2), (2.3))	→ ((1.3), (1.2), (2.3))
	((1.2), (3.1))	→ ((1.3), (1.2), (3.1))
	((1.2), (3.2))	→ ((1.3), (1.2), (3.2))
	((1.2), (3.3))	→ ((1.3), (1.2), (3.3))

((1.3), (1.3)) ∘	((1.3), (1.1))	→ ((1.3), (1.3), (1.1))
	((1.3), (1.2))	→ ((1.3), (1.3), (1.2))
	((1.3), (1.3))	→ ((1.3), (1.3), (1.3))
	((1.3), (2.1))	→ ((1.3), (1.3), (2.1))
	((1.3), (2.2))	→ ((1.3), (1.3), (2.2))
	((1.3), (2.3))	→ ((1.3), (1.3), (2.3))
	((1.3), (3.1))	→ ((1.3), (1.3), (3.1))
	((1.3), (3.2))	→ ((1.3), (1.3), (3.2))
	((1.3), (3.3))	→ ((1.3), (1.3), (3.3))

((1.3), (2.1)) ∘	((2.1), (1.1))	→ ((1.3), (2.1), (1.1))
	((2.1), (1.2))	→ ((1.3), (2.1), (1.2))
	((2.1), (1.3))	→ ((1.3), (2.1), (1.1))
	((2.1), (2.1))	→ ((1.3), (2.1), (2.1))
	((2.1), (2.2))	→ ((1.3), (2.1), (2.2))
	((2.1), (2.3))	→ ((1.3), (2.1), (2.3))
	((2.1), (3.1))	→ ((1.3), (2.1), (3.1))
	((2.1), (3.2))	→ ((1.3), (2.1), (3.2))
	((2.1), (3.3))	→ ((1.3), (2.1), (3.3))

((1.3), (2.2))∘	((2.2), (1.1))	→ ((1.3), (2.2), (1.1))
	((2.2), (1.2))	→ ((1.3), (2.2), (1.2))
	((2.2), (1.3))	→ ((1.3), (2.2), (1.3))
	((2.2), (2.1))	→ ((1.3), (2.2), (2.1))
	((2.2), (2.2))	→ ((1.3), (2.2), (2.2))
	((2.2), (2.3))	→ ((1.3), (2.2), (2.3))
	((2.2), (3.1))	→ ((1.3), (2.2), (3.1))
	((2.2), (3.2))	→ ((1.3), (2.2), (3.2))
	((2.2), (3.3))	→ ((1.3), (2.2), (3.3))

((1.3), (2.3)) ∘	((2.3), (1.1))	→ ((1.3), (2.3), (1.1))
	((2.3), (1.2))	→ ((1.3), (2.3), (1.2))
	((2.3), (1.3))	→ ((1.3), (2.3), (1.3))
	((2.3), (2.1))	→ ((1.3), (2.3), (2.1))
	((2.3), (2.2))	→ ((1.3), (2.3), (2.2))
	((2.3), (2.3))	→ ((1.3), (2.3), (2.3))
	((2.3), (3.1))	→ ((1.3), (2.3), (3.1))
	((2.3), (3.2))	→ ((1.3), (2.3), (3.2))

	((2.3), (3.3))	→	((1.3), (2.3), (3.3))
((1.3), (3.1)) ∘	((3.1), (1.1))	→	((1.3), (3.1), (1.1))
	((3.1), (1.2))	→	((1.3), (3.1), (1.2))
	((3.1), (1.3))	→	((1.3), (3.1), (1.3))
	((3.1), (2.1))	→	((1.3), (3.1), (2.1))
	((3.1), (2.2))	→	((1.3), (3.1), (2.2))
	((3.1), (2.3))	→	((1.3), (3.1), (2.3))
	((3.1), (3.1))	→	((1.3), (3.1), (3.1))
	((3.1), (3.2))	→	((1.3), (3.1), (3.2))
	((3.1), (3.3))	→	((1.3), (3.1), (3.3))
((1.3), (3.2))∘	((3.2), (1.1))	→	((1.3), (3.2), (1.1))
	((3.2), (1.2))	→	((1.3), (3.2), (1.2))
	((3.2), (1.3))	→	((1.3), (3.2), (1.3))
	((3.2), (2.1))	→	((1.3), (3.2), (2.1))
	((3.2), (2.2))	→	((1.3), (3.2), (2.2))
	((3.2), (2.3))	→	((1.3), (3.2), (2.3))
	((3.2), (3.1))	→	((1.3), (3.2), (3.1))
	((3.2), (3.2))	→	((1.3), (3.2), (3.2))
	((3.2), (3.3))	→	((1.3), (3.2), (3.3))
((1.3), (3.3)) ∘	((3.3), (1.1))	→	((1.3), (3.3), (1.1))
	((3.3), (1.2))	→	((1.3), (3.3), (1.2))
	((3.3), (1.3))	→	((1.3), (3.3), (1.3))
	((3.3), (2.1))	→	((1.3), (3.3), (2.1))
	((3.3), (2.2))	→	((1.3), (3.3), (2.2))
	((3.3), (2.3))	→	((1.3), (3.3), (2.3))
	((3.3), (3.1))	→	((1.3), (3.3), (3.1))
	((3.3), (3.2))	→	((1.3), (3.3), (3.2))

((3.3), (3.3)) → ((1.3), (3.3), (3.3))

==

((2.1), (1.1)) ∘ ((1.1), (1.1)) → ((2.1), (1.1), (1.1))

((1.1), (1.2)) → ((2.1), (1.1), (1.2))

((1.1), (1.3)) → ((2.1), (1.1), (1.3))

((1.1), (2.1)) → ((2.1), (1.1), (2.1))

((1.1), (2.2)) → ((2.1), (1.1), (2.2))

((1.1), (2.3)) → ((2.1), (1.1), (2.3))

((1.1), (3.1)) → ((2.1), (1.1), (3.1))

((1.1), (3.2)) → ((2.1), (1.1), (3.2))

((1.1), (3.3)) → ((2.1), (1.1), (3.3))

((2.1), (1.2))∘ ((1.2), (1.1)) → ((2.1), (1.2), (1.1))

((1.2), (1.2)) → ((2.1), (1.2), (1.2))

((1.2), (1.3)) → ((2.1), (1.2), (1.3))

((1.2), (2.1)) → ((2.1), (1.2), (2.1))

((1.2), (2.2)) → ((2.1), (1.2), (2.2))

((1.2), (2.3)) → ((2.1), (1.2), (2.3))

((1.2), (3.1)) → ((2.1), (1.2), (3.1))

((1.2), (3.2)) → ((2.1), (1.2), (3.2))

((1.2), (3.3)) → ((2.1), (1.2), (3.3))

((2.1), (1.3)) ∘ ((1.3), (1.1)) → ((2.1), (1.3), (1.1))

((1.3), (1.2)) → ((2.1), (1.3), (1.2))

((1.3), (1.3)) → ((2.1), (1.3), (1.3))

((1.3), (2.1)) → ((2.1), (1.3), (2.1))

((1.3), (2.2)) → ((2.1), (1.3), (2.2))

((1.3), (2.3)) → ((2.1), (1.3), (2.3))

((1.3), (3.1)) → ((2.1), (1.3), (3.1))

((1.3), (3.2)) → ((2.1), (1.3), (3.2))
((1.3), (3.3)) → ((2.1), (1.3), (3.3))

((2.1), (2.1)) ∘ ((2.1), (1.1)) → ((2.1), (2.1), (1.1))
((2.1), (1.2)) → ((2.1), (2.1), (1.2))
((2.1), (1.3)) → ((2.1), (2.1), (1.1))
((2.1), (2.1)) → ((2.1), (2.1), (2.1))
((2.1), (2.2)) → ((2.1), (2.1), (2.2))
((2.1), (2.3)) → ((2.1), (2.1), (2.3))
((2.1), (3.1)) → ((2.1), (2.1), (3.1))
((2.1), (3.2)) → ((2.1), (2.1), (3.2))
((2.1), (3.3)) → ((2.1), (2.1), (3.3))

((2.1), (2.2))∘ ((2.2), (1.1)) → ((2.1), (2.2), (1.1))
((2.2), (1.2)) → ((2.1), (2.2), (1.2))
((2.2), (1.3)) → ((2.1), (2.2), (1.3))
((2.2), (2.1)) → ((2.1), (2.2), (2.1))
((2.2), (2.2)) → ((2.1), (2.2), (2.2))
((2.2), (2.3)) → ((2.1), (2.2), (2.3))
((2.2), (3.1)) → ((2.1), (2.2), (3.1))
((2.2), (3.2)) → ((2.1), (2.2), (3.2))
((2.2), (3.3)) → ((2.1), (2.2), (3.3))

((2.1), (2.3)) ∘ ((2.3), (1.1)) → ((2.1), (2.3), (1.1))
((2.3), (1.2)) → ((2.1), (2.3), (1.2))
((2.3), (1.3)) → ((2.1), (2.3), (1.3))
((2.3), (2.1)) → ((2.1), (2.3), (2.1))
((2.3), (2.2)) → ((2.1), (2.3), (2.2))
((2.3), (2.3)) → ((2.1), (2.3), (2.3))

	((2.3), (3.1))	→	((2.1), (2.3), (3.1))
	((2.3), (3.2))	→	((2.1), (2.3), (3.2))
	((2.3), (3.3))	→	((2.1), (2.3), (3.3))

((2.1), (3.1)) ∘	((3.1), (1.1))	→	((2.1), (3.1), (1.1))
	((3.1), (1.2))	→	((2.1), (3.1), (1.2))
	((3.1), (1.3))	→	((2.1), (3.1), (1.3))
	((3.1), (2.1))	→	((2.1), (3.1), (2.1))
	((3.1), (2.2))	→	((2.1), (3.1), (2.2))
	((3.1), (2.3))	→	((2.1), (3.1), (2.3))
	((3.1), (3.1))	→	((2.1), (3.1), (3.1))
	((3.1), (3.2))	→	((2.1), (3.1), (3.2))
	((3.1), (3.3))	→	((2.1), (3.1), (3.3))

((2.1), (3.2))∘	((3.2), (1.1))	→	((2.1), (3.2), (1.1))
	((3.2), (1.2))	→	((2.1), (3.2), (1.2))
	((3.2), (1.3))	→	((2.1), (3.2), (1.3))
	((3.2), (2.1))	→	((2.1), (3.2), (2.1))
	((3.2), (2.2))	→	((2.1), (3.2), (2.2))
	((3.2), (2.3))	→	((2.1), (3.2), (2.3))
	((3.2), (3.1))	→	((2.1), (3.2), (3.1))
	((3.2), (3.2))	→	((2.1), (3.2), (3.2))
	((3.2), (3.3))	→	((2.1), (3.2), (3.3))

((2.1), (3.3)) ∘	((3.3), (1.1))	→	((2.1), (3.3), (1.1))
	((3.3), (1.2))	→	((2.1), (3.3), (1.2))
	((3.3), (1.3))	→	((2.1), (3.3), (1.3))
	((3.3), (2.1))	→	((2.1), (3.3), (2.1))
	((3.3), (2.2))	→	((2.1), (3.3), (2.2))

((3.3), (2.3)) → ((2.1), (3.3), (2.3))

((3.3), (3.1)) → ((2.1), (3.3), (3.1))

((3.3), (3.2)) → ((1.1), (3.3), (3.2))

((3.3), (3.3)) → ((1.1), (3.3), (3.3))

====================================

((2.2), (1.1)) ∘ ((1.1), (1.1)) → ((2.2), (1.1), (1.1))

((1.1), (1.2)) → ((2.2), (1.1), (1.2))

((1.1), (1.3)) → ((2.2), (1.1), (1.3))

((1.1), (2.1)) → ((2.2), (1.1), (2.1))

((1.1), (2.2)) → ((2.2), (1.1), (2.2))

((1.1), (2.3)) → ((2.2), (1.1), (2.3))

((1.1), (3.1)) → ((2.2), (1.1), (3.1))

((1.1), (3.2)) → ((2.2), (1.1), (3.2))

((1.1), (3.3)) → ((2.2), (1.1), (3.3))

((2.2), (1.2))∘ ((1.2), (1.1)) → ((2.2), (1.2), (1.1))

((1.2), (1.2)) → ((2.2), (1.2), (1.2))

((1.2), (1.3)) → ((2.2), (1.2), (1.3))

((1.2), (2.1)) → ((2.2), (1.2), (2.1))

((1.2), (2.2)) → ((2.2), (1.2), (2.2))

((1.2), (2.3)) → ((2.2), (1.2), (2.3))

((1.2), (3.1)) → ((2.2), (1.2), (3.1))

((1.2), (3.2)) → ((2.2), (1.2), (3.2))

((1.2), (3.3)) → ((2.2), (1.2), (3.3))

((2.2), (1.3)) ∘ ((1.3), (1.1)) → ((2.2), (1.3), (1.1))

((1.3), (1.2)) → ((2.2), (1.3), (1.2))

((1.3), (1.3)) → ((2.2), (1.3), (1.3))

((1.3), (2.1)) → ((2.2), (1.3), (2.1))

((1.3), (2.2)) → ((2.2), (1.3), (2.2))

((1.3), (2.3)) → ((2.2), (1.3), (2.3))

((1.3), (3.1)) → ((2.2), (1.3), (3.1))

((1.3), (3.2)) → ((2.2), (1.3), (3.2))

((1.3), (3.3)) → ((2.2), (1.3), (3.3))

((2.2), (2.1)) ∘ ((2.1), (1.1)) → ((2.2), (2.1), (1.1))

((2.1), (1.2)) → ((2.2), (2.1), (1.2))

((2.1), (1.3)) → ((2.2), (2.1), (1.1))

((2.1), (2.1)) → ((2.2), (2.1), (2.1))

((2.1), (2.2)) → ((2.2), (2.1), (2.2))

((2.1), (2.3)) → ((2.2), (2.1), (2.3))

((2.1), (3.1)) → ((2.2), (2.1), (3.1))

((2.1), (3.2)) → ((2.2), (2.1), (3.2))

((2.1), (3.3)) → ((2.2), (2.1), (3.3))

((2.2), (2.2))∘ ((2.2), (1.1)) → ((2.2), (2.2), (1.1))

((2.2), (1.2)) → ((2.2), (2.2), (1.2))

((2.2), (1.3)) → ((2.2), (2.2), (1.3))

((2.2), (2.1)) → ((2.2), (2.2), (2.1))

((2.2), (2.2)) → ((2.2), (2.2), (2.2))

((2.2), (2.3)) → ((2.2), (2.2), (2.3))

((2.2), (3.1)) → ((2.2), (2.2), (3.1))

((2.2), (3.2)) → ((2.2), (2.2), (3.2))

((2.2), (3.3)) → ((2.2), (2.2), (3.3))

((2.2), (2.3)) ∘ ((2.3), (1.1)) → ((2.2), (2.3), (1.1))

((2.3), (1.2)) → ((2.2), (2.3), (1.2))

((2.3), (1.3)) → ((2.2), (2.3), (1.3))

((2.3), (2.1)) → ((2.2), (2.3), (2.1))
((2.3), (2.2)) → ((2.2), (2.3), (2.2))
((2.3), (2.3)) → ((2.2), (2.3), (2.3))
((2.3), (3.1)) → ((2.2), (2.3), (3.1))
((2.3), (3.2)) → ((2.2), (2.3), (3.2))
((2.3), (3.3)) → ((2.2), (2.3), (3.3))

((2.2), (3.1)) ∘ ((3.1), (1.1)) → ((2.2), (3.1), (1.1))
((3.1), (1.2)) → ((2.2), (3.1), (1.2))
((3.1), (1.3)) → ((2.2), (3.1), (1.3))
((3.1), (2.1)) → ((2.2), (3.1), (2.1))
((3.1), (2.2)) → ((2.2), (3.1), (2.2))
((3.1), (2.3)) → ((2.2), (3.1), (2.3))
((3.1), (3.1)) → ((2.2), (3.1), (3.1))
((3.1), (3.2)) → ((2.2), (3.1), (3.2))
((3.1), (3.3)) → ((2.2), (3.1), (3.3))

((2.2), (3.2))∘ ((3.2), (1.1)) → ((2.2), (3.2), (1.1))
((3.2), (1.2)) → ((2.2), (3.2), (1.2))
((3.2), (1.3)) → ((2.2), (3.2), (1.3))
((3.2), (2.1)) → ((2.2), (3.2), (2.1))
((3.2), (2.2)) → ((2.2), (3.2), (2.2))
((3.2), (2.3)) → ((2.2), (3.2), (2.3))
((3.2), (3.1)) → ((2.2), (3.2), (3.1))
((3.2), (3.2)) → ((2.2), (3.2), (3.2))
((3.2), (3.3)) → ((2.2), (3.2), (3.3))

((2.2), (3.3)) ∘ ((3.3), (1.1)) → ((2.2), (3.3), (1.1))
((3.3), (1.2)) → ((2.2), (3.3), (1.2))

((3.3), (1.3)) → ((2.2), (3.3), (1.3))

((3.3), (2.1)) → ((2.2), (3.3), (2.1))

((3.3), (2.2)) → ((2.2), (3.3), (2.2))

((3.3), (2.3)) → ((2.2), (3.3), (2.3))

((3.3), (3.1)) → ((2.2), (3.3), (3.1))

((3.3), (3.2)) → ((2.2), (3.3), (3.2))

((3.3), (3.3)) → ((2.2), (3.3), (3.3))

==

((2.3), (1.1)) ∘ ((1.1), (1.1)) → ((2.3), (1.1), (1.1))

((1.1), (1.2)) → ((2.3), (1.1), (1.2))

((1.1), (1.3)) → ((2.3), (1.1), (1.3))

((1.1), (2.1)) → ((2.3), (1.1), (2.1))

((1.1), (2.2)) → ((2.3), (1.1), (2.2))

((1.1), (2.3)) → ((2.3), (1.1), (2.3))

((1.1), (3.1)) → ((2.3), (1.1), (3.1))

((1.1), (3.2)) → ((2.3), (1.1), (3.2))

((1.1), (3.3)) → ((2.3), (1.1), (3.3))

((2.3), (1.2))∘ ((1.2), (1.1)) → ((2.3), (1.2), (1.1))

((1.2), (1.2)) → ((2.3), (1.2), (1.2))

((1.2), (1.3)) → ((2.3), (1.2), (1.3))

((1.2), (2.1)) → ((2.3), (1.2), (2.1))

((1.2), (2.2)) → ((2.3), (1.2), (2.2))

((1.2), (2.3)) → ((2.3), (1.2), (2.3))

((1.2), (3.1)) → ((2.3), (1.2), (3.1))

((1.2), (3.2)) → ((2.3), (1.2), (3.2))

((1.2), (3.3)) → ((2.3), (1.2), (3.3))

((2.3), (1.3)) ∘ ((1.3), (1.1)) → ((2.3), (1.3), (1.1))

((1.3), (1.2)) → ((2.3), (1.3), (1.2))

((1.3), (1.3)) → ((2.3), (1.3), (1.3))

((1.3), (2.1)) → ((2.3), (1.3), (2.1))

((1.3), (2.2)) → ((2.3), (1.3), (2.2))

((1.3), (2.3)) → ((2.3), (1.3), (2.3))

((1.3), (3.1)) → ((2.3), (1.3), (3.1))

((1.3), (3.2)) → ((2.3), (1.3), (3.2))

((1.3), (3.3)) → ((2.3), (1.3), (3.3))

((2.3), (2.1)) ∘ ((2.1), (1.1)) → ((2.3), (2.1), (1.1))

((2.1), (1.2)) → ((2.3), (2.1), (1.2))

((2.1), (1.3)) → ((2.3), (2.1), (1.1))

((2.1), (2.1)) → ((2.3), (2.1), (2.1))

((2.1), (2.2)) → ((2.3), (2.1), (2.2))

((2.1), (2.3)) → ((2.3), (2.1), (2.3))

((2.1), (3.1)) → ((2.3), (2.1), (3.1))

((2.1), (3.2)) → ((2.3), (2.1), (3.2))

((2.1), (3.3)) → ((2.3), (2.1), (3.3))

((2.3), (2.2))∘ ((2.2), (1.1)) → ((2.3), (2.2), (1.1))

((2.2), (1.2)) → ((2.3), (2.2), (1.2))

((2.2), (1.3)) → ((2.3), (2.2), (1.3))

((2.2), (2.1)) → ((2.3), (2.2), (2.1))

((2.2), (2.2)) → ((2.3), (2.2), (2.2))

((2.2), (2.3)) → ((2.3), (2.2), (2.3))

((2.2), (3.1)) → ((2.3), (2.2), (3.1))

((2.2), (3.2)) → ((2.3), (2.2), (3.2))

((2.2), (3.3)) → ((2.3), (2.2), (3.3))

((2.3), (2.3)) ∘ ((2.3), (1.1)) → ((2.3), (2.3), (1.1))
((2.3), (1.2)) → ((2.3), (2.3), (1.2))
((2.3), (1.3)) → ((2.3), (2.3), (1.3))
((2.3), (2.1)) → ((2.3), (2.3), (2.1))
((2.3), (2.2)) → ((2.3), (2.3), (2.2))
((2.3), (2.3)) → ((2.3), (2.3), (2.3))
((2.3), (3.1)) → ((2.3), (2.3), (3.1))
((2.3), (3.2)) → ((2.3), (2.3), (3.2))
((2.3), (3.3)) → ((2.3), (2.3), (3.3))

((2.3), (3.1)) ∘ ((3.1), (1.1)) → ((2.3), (3.1), (1.1))
((3.1), (1.2)) → ((2.3), (3.1), (1.2))
((3.1), (1.3)) → ((2.3), (3.1), (1.3))
((3.1), (2.1)) → ((2.3), (3.1), (2.1))
((3.1), (2.2)) → ((2.3), (3.1), (2.2))
((3.1), (2.3)) → ((2.3), (3.1), (2.3))
((3.1), (3.1)) → ((2.3), (3.1), (3.1))
((3.1), (3.2)) → ((2.3), (3.1), (3.2))
((3.1), (3.3)) → ((2.3), (3.1), (3.3))

((2.3), (3.2))∘ ((3.2), (1.1)) → ((2.3), (3.2), (1.1))
((3.2), (1.2)) → ((2.3), (3.2), (1.2))
((3.2), (1.3)) → ((2.3), (3.2), (1.3))
((3.2), (2.1)) → ((2.3), (3.2), (2.1))
((3.2), (2.2)) → ((2.3), (3.2), (2.2))
((3.2), (2.3)) → ((2.3), (3.2), (2.3))
((3.2), (3.1)) → ((2.3), (3.2), (3.1))
((3.2), (3.2)) → ((2.3), (3.2), (3.2))
((3.2), (3.3)) → ((2.3), (3.2), (3.3))

((2.3), (3.3)) ∘ ((3.3), (1.1)) → ((2.3), (3.3), (1.1))

((3.3), (1.2)) → ((2.3), (3.3), (1.2))

((3.3), (1.3)) → ((2.3), (3.3), (1.3))

((3.3), (2.1)) → ((2.3), (3.3), (2.1))

((3.3), (2.2)) → ((2.3), (3.3), (2.2))

((3.3), (2.3)) → ((2.3), (3.3), (2.3))

((3.3), (3.1)) → ((2.3), (3.3), (3.1))

((3.3), (3.2)) → ((2.3), (3.3), (3.2))

((3.3), (3.3)) → ((2.3), (3.3), (3.3))

=======================================

((3.1), (1.1)) ∘ ((1.1), (1.1)) → ((3.1), (1.1), (1.1))

((1.1), (1.2)) → ((3.1), (1.1), (1.2))

((1.1), (1.3)) → ((3.1), (1.1), (1.3))

((1.1), (2.1)) → ((3.1), (1.1), (2.1))

((1.1), (2.2)) → ((3.1), (1.1), (2.2))

((1.1), (2.3)) → ((3.1), (1.1), (2.3))

((1.1), (3.1)) → ((3.1), (1.1), (3.1))

((1.1), (3.2)) → ((3.1), (1.1), (3.2))

((1.1), (3.3)) → ((3.1), (1.1), (3.3))

((3.1), (1.2))∘ ((1.2), (1.1)) → ((3.1), (1.2), (1.1))

((1.2), (1.2)) → ((3.1), (1.2), (1.2))

((1.2), (1.3)) → ((3.1), (1.2), (1.3))

((1.2), (2.1)) → ((3.1), (1.2), (2.1))

((1.2), (2.2)) → ((3.1), (1.2), (2.2))

((1.2), (2.3)) → ((3.1), (1.2), (2.3))

((1.2), (3.1)) → ((3.1), (1.2), (3.1))

((1.2), (3.2)) → ((3.1), (1.2), (3.2))

((1.2), (3.3)) → ((3.1), (1.2), (3.3))

((3.1), (1.3)) ∘ ((1.3), (1.1)) → ((3.1), (1.3), (1.1))

((1.3), (1.2)) → ((3.1), (1.3), (1.2))

((1.3), (1.3)) → ((3.1), (1.3), (1.3))

((1.3), (2.1)) → ((3.1), (1.3), (2.1))

((1.3), (2.2)) → ((3.1), (1.3), (2.2))

((1.3), (2.3)) → ((3.1), (1.3), (2.3))

((1.3), (3.1)) → ((3.1), (1.3), (3.1))

((1.3), (3.2)) → ((3.1), (1.3), (3.2))

((1.3), (3.3)) → ((3.1), (1.3), (3.3))

((3.1), (2.1)) ∘ ((2.1), (1.1)) → ((3.1), (2.1), (1.1))

((2.1), (1.2)) → ((3.1), (2.1), (1.2))

((2.1), (1.3)) → ((3.1), (2.1), (1.1))

((2.1), (2.1)) → ((3.1), (2.1), (2.1))

((2.1), (2.2)) → ((3.1), (2.1), (2.2))

((2.1), (2.3)) → ((3.1), (2.1), (2.3))

((2.1), (3.1)) → ((3.1), (2.1), (3.1))

((2.1), (3.2)) → ((3.1), (2.1), (3.2))

((2.1), (3.3)) → ((3.1), (2.1), (3.3))

(3.1), (2.2))∘ ((2.2), (1.1)) → ((3.1), (2.2), (1.1))

((2.2), (1.2)) → ((3.1), (2.2), (1.2))

((2.2), (1.3)) → ((3.1), (2.2), (1.3))

((2.2), (2.1)) → ((3.1), (2.2), (2.1))

((2.2), (2.2)) → ((3.1), (2.2), (2.2))

((2.2), (2.3)) → ((3.1), (2.2), (2.3))

((2.2), (3.1)) → ((3.1), (2.2), (3.1))

	((2.2), (3.2))	→	((3.1), (2.2), (3.2))
	((2.2), (3.3))	→	((3.1), (2.2), (3.3))

((3.1), (2.3)) ∘	((2.3), (1.1))	→	((3.1), (2.3), (1.1))
	((2.3), (1.2))	→	((3.1), (2.3), (1.2))
	((2.3), (1.3))	→	((3.1), (2.3), (1.3))
	((2.3), (2.1))	→	((3.1), (2.3), (2.1))
	((2.3), (2.2))	→	((3.1), (2.3), (2.2))
	((2.3), (2.3))	→	((3.1), (2.3), (2.3))
	((2.3), (3.1))	→	((3.1), (2.3), (3.1))
	((2.3), (3.2))	→	((3.1), (2.3), (3.2))
	((2.3), (3.3))	→	((3.1), (2.3), (3.3))

((3.1), (3.1)) ∘	((3.1), (1.1))	→	((3.1), (3.1), (1.1))
	((3.1), (1.2))	→	((3.1), (3.1), (1.2))
	((3.1), (1.3))	→	((3.1), (3.1), (1.3))
	((3.1), (2.1))	→	((3.1), (3.1), (2.1))
	((3.1), (2.2))	→	((3.1), (3.1), (2.2))
	((3.1), (2.3))	→	((3.1), (3.1), (2.3))
	((3.1), (3.1))	→	((3.1), (3.1), (3.1))
	((3.1), (3.2))	→	((3.1), (3.1), (3.2))
	((3.1), (3.3))	→	((3.1), (3.1), (3.3))

((3.1), (3.2))∘	((3.2), (1.1))	→	((3.1), (3.2), (1.1))
	((3.2), (1.2))	→	((3.1), (3.2), (1.2))
	((3.2), (1.3))	→	((3.1), (3.2), (1.3))
	((3.2), (2.1))	→	((3.1), (3.2), (2.1))
	((3.2), (2.2))	→	((3.1), (3.2), (2.2))
	((3.2), (2.3))	→	((3.1), (3.2), (2.3))

((3.2), (3.1)) → ((3.1), (3.2), (3.1))

((3.2), (3.2)) → ((3.1), (3.2), (3.2))

((3.2), (3.3)) → ((3.1), (3.2), (3.3))

((3.1), (3.3)) ∘ ((3.3), (1.1)) → ((3.1), (3.3), (1.1))

((3.3), (1.2)) → ((3.1), (3.3), (1.2))

((3.3), (1.3)) → ((3.1), (3.3), (1.3))

((3.3), (2.1)) → ((3.1), (3.3), (2.1))

((3.3), (2.2)) → ((3.1), (3.3), (2.2))

((3.3), (2.3)) → ((3.1), (3.3), (2.3))

((3.3), (3.1)) → ((3.1), (3.3), (3.1))

((3.3), (3.2)) → ((3.1), (3.3), (3.2))

((3.3), (3.3)) → ((3.1), (3.3), (3.3))

==

((3.2), (1.1)) ∘ ((1.1), (1.1)) → ((3.2), (1.1), (1.1))

((1.1), (1.2)) → ((3.2), (1.1), (1.2))

((1.1), (1.3)) → ((3.2), (1.1), (1.3))

((1.1), (2.1)) → ((3.2), (1.1), (2.1))

((1.1), (2.2)) → ((3.2), (1.1), (2.2))

((1.1), (2.3)) → ((3.2), (1.1), (2.3))

((1.1), (3.1)) → ((3.2), (1.1), (3.1))

((1.1), (3.2)) → ((3.2), (1.1), (3.2))

((1.1), (3.3)) → ((3.2), (1.1), (3.3))

((3.2), (1.2))∘ ((1.2), (1.1)) → ((3.2), (1.2), (1.1))

((1.2), (1.2)) → ((3.2), (1.2), (1.2))

((1.2), (1.3)) → ((3.2), (1.2), (1.3))

((1.2), (2.1)) → ((3.2), (1.2), (2.1))

((1.2), (2.2)) → ((3.2), (1.2), (2.2))

((1.2), (2.3)) → ((3.2), (1.2), (2.3))
((1.2), (3.1)) → ((3.2), (1.2), (3.1))
((1.2), (3.2)) → ((3.2), (1.2), (3.2))
((1.2), (3.3)) → ((3.2), (1.2), (3.3))

((3.2), (1.3)) ∘ ((1.3), (1.1)) → ((3.2), (1.3), (1.1))
((1.3), (1.2)) → ((3.2), (1.3), (1.2))
((1.3), (1.3)) → ((3.2), (1.3), (1.3))
((1.3), (2.1)) → ((3.2), (1.3), (2.1))
((1.3), (2.2)) → ((3.2), (1.3), (2.2))
((1.3), (2.3)) → ((3.2), (1.3), (2.3))
((1.3), (3.1)) → ((3.2), (1.3), (3.1))
((1.3), (3.2)) → ((3.2), (1.3), (3.2))
((1.3), (3.3)) → ((3.2), (1.3), (3.3))

((3.2), (2.1)) ∘ ((2.1), (1.1)) → ((3.2), (2.1), (1.1))
((2.1), (1.2)) → ((3.2), (2.1), (1.2))
((2.1), (1.3)) → ((3.2), (2.1), (1.1))
((2.1), (2.1)) → ((3.2), (2.1), (2.1))
((2.1), (2.2)) → ((3.2), (2.1), (2.2))
((2.1), (2.3)) → ((3.2), (2.1), (2.3))
((2.1), (3.1)) → ((3.2), (2.1), (3.1))
((2.1), (3.2)) → ((3.2), (2.1), (3.2))
((2.1), (3.3)) → ((3.2), (2.1), (3.3))

((3.2), (2.2))∘ ((2.2), (1.1)) → ((3.2), (2.2), (1.1))
((2.2), (1.2)) → ((3.2), (2.2), (1.2))
((2.2), (1.3)) → ((3.2), (2.2), (1.3))
((2.2), (2.1)) → ((3.2), (2.2), (2.1))

((2.2), (2.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.2), (2.2))

((2.2), (2.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.2), (2.3))

((2.2), (3.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.2), (3.1))

((2.2), (3.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.2), (3.2))

((2.2), (3.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.2), (3.3))

((3.2), (2.3)) ∘ ((2.3), (1.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (1.1))

((2.3), (1.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (1.2))

((2.3), (1.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (1.3))

((2.3), (2.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (2.1))

((2.3), (2.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (2.2))

((2.3), (2.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (2.3))

((2.3), (3.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (3.1))

((2.3), (3.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (3.2))

((2.3), (3.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (2.3), (3.3))

((3.2), (3.1)) ∘ ((3.1), (1.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (1.1))

((3.1), (1.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (1.2))

((3.1), (1.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (1.3))

((3.1), (2.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (2.1))

((3.1), (2.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (2.2))

((3.1), (2.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (2.3))

((3.1), (3.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (3.1))

((3.1), (3.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (3.2))

((3.1), (3.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.1), (3.3))

((3.2), (3.2))∘ ((3.2), (1.1)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.2), (1.1))

((3.2), (1.2)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.2), (1.2))

((3.2), (1.3)) $\rightarrow$ ((3.2), (3.2), (1.3))

((3.2), (2.1)) → ((3.2), (3.2), (2.1))
((3.2), (2.2)) → ((3.2), (3.2), (2.2))
((3.2), (2.3)) → ((3.2), (3.2), (2.3))
((3.2), (3.1)) → ((3.2), (3.2), (3.1))
((3.2), (3.2)) → ((3.2), (3.2), (3.2))
((3.2), (3.3)) → ((3.2), (3.2), (3.3))

((3.2), (3.3)) ∘ ((3.3), (1.1)) → ((3.2), (3.3), (1.1))
((3.3), (1.2)) → ((3.2), (3.3), (1.2))
((3.3), (1.3)) → ((3.2), (3.3), (1.3))
((3.3), (2.1)) → ((3.2), (3.3), (2.1))
((3.3), (2.2)) → ((3.2), (3.3), (2.2))
((3.3), (2.3)) → ((3.2), (3.3), (2.3))
((3.3), (3.1)) → ((3.2), (3.3), (3.1))
((3.3), (3.2)) → ((3.2), (3.3), (3.2))
((3.3), (3.3)) → ((3.2), (3.3), (3.3))

======================================

((3.3), (1.1)) ∘ ((1.1), (1.1)) → ((3.3), (1.1), (1.1))
((1.1), (1.2)) → ((3.3), (1.1), (1.2))
((1.1), (1.3)) → ((3.3), (1.1), (1.3))
((1.1), (2.1)) → ((3.3), (1.1), (2.1))
((1.1), (2.2)) → ((3.3), (1.1), (2.2))
((1.1), (2.3)) → ((3.3), (1.1), (2.3))
((1.1), (3.1)) → ((3.3), (1.1), (3.1))
((1.1), (3.2)) → ((3.3), (1.1), (3.2))
((1.1), (3.3)) → ((3.3), (1.1), (3.3))

((3.3), (1.2))∘ ((1.2), (1.1)) → ((3.3), (1.2), (1.1))
((1.2), (1.2)) → ((3.3), (1.2), (1.2))

((1.2), (1.3)) → ((3.3), (1.2), (1.3))

((1.2), (2.1)) → ((3.3), (1.2), (2.1))

((1.2), (2.2)) → ((3.3), (1.2), (2.2))

((1.2), (2.3)) → ((3.3), (1.2), (2.3))

((1.2), (3.1)) → ((3.3), (1.2), (3.1))

((1.2), (3.2)) → ((3.3), (1.2), (3.2))

((1.2), (3.3)) → ((3.3), (1.2), (3.3))

((3.3), (1.3)) ∘ ((1.3), (1.1)) → ((3.3), (1.3), (1.1))

((1.3), (1.2)) → ((3.3), (1.3), (1.2))

((1.3), (1.3)) → ((3.3), (1.3), (1.3))

((1.3), (2.1)) → ((3.3), (1.3), (2.1))

((1.3), (2.2)) → ((3.3), (1.3), (2.2))

((1.3), (2.3)) → ((3.3), (1.3), (2.3))

((1.3), (3.1)) → ((3.3), (1.3), (3.1))

((1.3), (3.2)) → ((3.3), (1.3), (3.2))

((1.3), (3.3)) → ((3.3), (1.3), (3.3))

((3.3), (2.1)) ∘ ((2.1), (1.1)) → ((3.3), (2.1), (1.1))

((2.1), (1.2)) → ((3.3), (2.1), (1.2))

((2.1), (1.3)) → ((3.3), (2.1), (1.1))

((2.1), (2.1)) → ((3.3), (2.1), (2.1))

((2.1), (2.2)) → ((3.3), (2.1), (2.2))

((2.1), (2.3)) → ((3.3), (2.1), (2.3))

((2.1), (3.1)) → ((3.3), (2.1), (3.1))

((2.1), (3.2)) → ((3.3), (2.1), (3.2))

((2.1), (3.3)) → ((3.3), (2.1), (3.3))

((3.3), (2.2))∘ ((2.2), (1.1)) → ((3.3), (2.2), (1.1))

((2.2), (1.2)) → ((3.3), (2.2), (1.2))

((2.2), (1.3)) → ((3.3), (2.2), (1.3))

((2.2), (2.1)) → ((3.3), (2.2), (2.1))

((2.2), (2.2)) → ((3.3), (2.2), (2.2))

((2.2), (2.3)) → ((3.3), (2.2), (2.3))

((2.2), (3.1)) → ((3.3), (2.2), (3.1))

((2.2), (3.2)) → ((3.3), (2.2), (3.2))

((2.2), (3.3)) → ((3.3), (2.2), (3.3))

((3.3), (2.3)) ∘ ((2.3), (1.1)) → ((3.3), (2.3), (1.1))

((2.3), (1.2)) → ((3.3), (2.3), (1.2))

((2.3), (1.3)) → ((3.3), (2.3), (1.3))

((2.3), (2.1)) → ((3.3), (2.3), (2.1))

((2.3), (2.2)) → ((3.3), (2.3), (2.2))

((2.3), (2.3)) → ((3.3), (2.3), (2.3))

((2.3), (3.1)) → ((3.3), (2.3), (3.1))

((2.3), (3.2)) → ((3.3), (2.3), (3.2))

((2.3), (3.3)) → ((3.3), (2.3), (3.3))

((3.3), (3.1)) ∘ ((3.1), (1.1)) → ((3.3), (3.1), (1.1))

((3.1), (1.2)) → ((3.3), (3.1), (1.2))

((3.1), (1.3)) → ((3.3), (3.1), (1.3))

((3.1), (2.1)) → ((3.3), (3.1), (2.1))

((3.1), (2.2)) → ((3.3), (3.1), (2.2))

((3.1), (2.3)) → ((3.3), (3.1), (2.3))

((3.1), (3.1)) → ((3.3), (3.1), (3.1))

((3.1), (3.2)) → ((3.3), (3.1), (3.2))

((3.1), (3.3)) → ((3.3), (3.1), (3.3))

((3.3), (3.2))∘	((3.2), (1.1))	→	((3.3), (3.2), (1.1))
	((3.2), (1.2))	→	((3.3), (3.2), (1.2))
	((3.2), (1.3))	→	((3.3), (3.2), (1.3))
	((3.2), (2.1))	→	((3.3), (3.2), (2.1))
	((3.2), (2.2))	→	((3.3), (3.2), (2.2))
	((3.2), (2.3))	→	((3.3), (3.2), (2.3))
	((3.2), (3.1))	→	((3.3), (3.2), (3.1))
	((3.2), (3.2))	→	((3.3), (3.2), (3.2))
	((3.2), (3.3))	→	((3.3), (3.2), (3.3))

((3.3), (3.3)) ∘	((3.3), (1.1))	→	((3.3), (3.3), (1.1))
	((3.3), (1.2))	→	((3.3), (3.3), (1.2))
	((3.3), (1.3))	→	((3.3), (3.3), (1.3))
	((3.3), (2.1))	→	((3.3), (3.3), (2.1))
	((3.3), (2.2))	→	((3.3), (3.3), (2.2))
	((3.3), (2.3))	→	((3.3), (3.3), (2.3))
	((3.3), (3.1))	→	((3.3), (3.3), (3.1))
	((3.3), (3.2))	→	((3.3), (3.3), (3.2))
	((3.3), (3.3))	→	((3.3), (3.3), (3.3))

======================================

4. Tetraden- und höhere n-aden-Bildung (ausschliesslich homogen)

Schema der Tetraden-Bildung:

$$\left.\begin{array}{l} ((a.b), (c.d)) \\ \qquad \circ \\ \qquad ((c.d), (e.f)) \\ \qquad\qquad \circ \\ \qquad\qquad ((e.f), (g.h)) \end{array}\right\} = ((a.b), (c.d), (e.f), (g.h))$$

Schema der Pentaden-Bildung:

$$\left.\begin{array}{l} ((a.b), (c.d)) \\ \qquad\circ \\ \qquad ((c.d), (e.f)) \\ \qquad\qquad\circ \\ \qquad\qquad ((e.f), (g.h)) \\ \qquad\qquad\qquad\circ \\ \qquad\qquad\qquad ((g.h), (i.j)) \end{array}\right\} = ((a.b), (c.d), (e.f), (g.h), (i.j))$$

usw.

6. Kategorietheoretische Äquivalenz der Dyaden, Triaden, ... n-aden

Dyaden:

((a.b), (c.d)) ≡ [[a.c], [b.d]]

Triaden:

((a.b), (c.d), (e.f)) ≡ [[[a.c], [b.d]], [[c.e], [d.f]]]

Tetraden:

((a.b), (c.d), (e.f), (g.h)) ≡ [[[a.c], [b.d]], [[c.e], [d.f]], [[e.g], [f.h]]]

Pentaden:

((a.b), (c.d), (e.f), (g.h), (i.j)) ≡ [[[a.c], [b.d]], [[c.e], [d.f]], [[e.g], [f.h]], [[g.i], [h.j]]]

Es gibt also weder in der numerischen noch in der kategorialen Notation irgendwelche inklusive Schachtelung, d.h. diese n-aden sind im Gegensatz zur Peirceschen Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53, 67):

$$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

KEINE Relationen über Relationen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Saussures Problem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Schatten des Nichts. Surreale dyadisch-trivalente Semiotik (2. Teil von: „Die Konstruktion von Triaden aus Dyadenpaaren ohne vordefinierte Trichotomien“)

> Was man gemeinhin Wirklichkeit nennt, ist, exakt gesprochen, ein aufgebauschtes NICHTS. Die Hand, die zugreift, zerfällt in Atome; das Auge, das Sehen will, löst sich in Dunst auf. Wie könnte das Herz sich behaupten, wenn es die Tatsachen gelten liesse? Wer eine Neigung hätte, auf Tatsachen zu insistieren, der müsste gar bald die Erfahrung machen, dass er noch weniger als ein NICHTS, nur Schatten des NICHTS und Befleckung durch diese Schatten gesammelt hat.
>
> *Hugo Ball, Die Flucht aus der Zeit* (München 1927)

1. Definition der Primzeichen (Peirce-Zahlen) durch surreale Zahlen (Conway-Zahlen), wobei wir, Hermes (1992) folgend, die Mengenschreibweise verwenden. Zusätzlich führen wir, um semiotisch nicht-definierte Kategorien zu umgehen, zwei „Hintergründe“ ein, einen initialen ($Ø_i$) und einen coinitialen ($Ø_j$).

$1 \equiv \{Ø_i \mid \{2\}\}$

$2 \equiv \{\{1\} \mid \{3\}\}$

$3 \equiv \{\{2\} \mid Ø_j\}$

2. Um semiotisch unmotivierte Vordefinitionen von Anfang an auszuschalten, waren wir in Toth (2011) anstatt von

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3}

von

ZR* = ((a.b), (c.d)) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3},

also von einer dyadischen anstatt von einer triadischen Zeichenrelation ausgegangen. Damit sind wir jedoch keineswegs zurück bei Saussure, denn sowohl ZR als auch ZR* sind trivalent, d.h. die in ZR als Interpretantenbezug definierten Subzeichen treten auch in ZR* auf. Da sowohl (a.b) als auch (c.d) alle Werte annehmen können, sind also alle kartesischen Produkte der semiotischen 3 × 3-Matrix in ZR* miteinander kombinierbar, und wir erhalten eine Menge von 81 dyadisch-trivalenten Zeichenklassen:

((1.1), (1.1))	((1.2), (1.1))	((1.3), (1.1))
((1.1), (1.2))	((1.2), (1.2))	((1.3), (1.2))
((1.1), (1.3))	((1.2), (1.3))	((1.3), (1.3))
((1.1), (2.1))	((1.2), (2.1))	((1.3), (2.1))
((1.1), (2.2))	((1.2), (2.2))	((1.3), (2.2))
((1.1), (2.3))	((1.2), (2.3))	((1.3), (2.3))
((1.1), (3.1))	((1.2), (3.1))	((1.3), (3.1))
((1.1), (3.2))	((1.2), (3.2))	((1.3), (3.2))
((1.1), (3.3))	((1.2), (3.3))	((1.3), (3.3))

((2.1), (1.1))	((2.2), (1.1))	((2.3), (1.1))
((2.1), (1.2))	((2.2), (1.2))	((2.3), (1.2))
((2.1), (1.3))	((2.2), (1.3))	((2.3), (1.3))
((2.1), (2.1))	((2.2), (2.1))	((2.3), (2.1))
((2.1), (2.2))	((2.2), (2.2))	((2.3), (2.2))
((2.1), (2.3))	((2.2), (2.3))	((2.3), (2.3))
((2.1), (3.1))	((2.2), (3.1))	((2.3), (3.1))
((2.1), (3.2))	((2.2), (3.2))	((2.3), (3.2))
((2.1), (3.3))	((2.2), (3.3))	((2.3), (3.3))

((3.1), (1.1))	((3.2), (1.1))	((3.3), (1.1))
((3.1), (1.2))	((3.2), (1.2))	((3.3), (1.2))
((3.1), (1.3))	((3.2), (1.3))	((3.3), (1.3))
((3.1), (2.1))	((3.2), (2.1))	((3.3), (2.1))
((3.1), (2.2))	((3.2), (2.2))	((3.3), (2.2))
((3.1), (2.3))	((3.2), (2.3))	((3.3), (2.3))
((3.1), (3.1))	((3.2), (3.1))	((3.3), (3.1))
((3.1), (3.2))	((3.2), (3.2))	((3.3), (3.2))
((3.1), (3.3))	((3.2), (3.3))	((3.3), (3.3))

3. Natürlich hindert uns trotz ZR* nichts daran, aus Paaren von Dyaden Triaden zu bilden. Hierfür gibt es, wenn wir der Methodik in Kaehr (2009) folgen, wo mit „matching conditions" gearbeitet wird, zwei Möglichkeiten:

1. Bedingung homogener Triadenbildung:

CODOM(Dyad1) = DOM(Dyad2), d.h.

((a.b), (c.d)) ∘ ((c.d), (e.f))

2. Bedingung inhomogener Triadenbildung (mit "matching conditions"):

CODOM(Dyad1) ≠ DOM(Dyad2), d.h.

((a.b), (c.d)) ∘ ((e.f), (g.h))

Im Falle von Bedingung 2 können gibt es also die grosse Anzahl von $81^2 = 6´561$ Kombinationen. Im Falle von Bedingung 1 gibt es, da jedes der 9 Subzeichen 9 mal in einer Domäne und 9 mal in einer Codomäne auftritt, „nur" 81 Kombinationen. Total sind also mit Hilfe unserer auf Dyaden-Paare anstatt vordefinierter triadischer Relationen mit semiotisch ad hoc gebildeter retrosemiosischer Ordnung für Triaden und einer ebenfalls ad hoc gebildeten Halbordnung für Trichotomien basierten Semiotik 81 + 6´561 = 6´642 anstatt 10 (bzw. $27 = 3^3$) Triaden konstruierbar. Da, wie bereits mehrfach betont, alle 9 Subzeichen in diesen Dyaden-Paaren aufscheinen, ist unsere neue Semiotik enorm viel mächtiger als die Peircesche. Dass der Interpretant als

dritte Relation in der vordefinierten Zeichenklasse schlicht unnötig ist, da er einfach einen Konnex über den Bezeichnungsfunktionen von 3 Zeichenklassen bildet (nur 3.1 2.2 1.2/3.2 2.2 1.2, 3.1 2.2 1.3/3.2 2.2 1.3 und 3.1 2.3 1.3/3.2 2.3 1.3 können mit variierenden Interpretanten auftreten) und daher das bereits durch die Bezeichnungsfunktion, d.h. dyadisch definierte Zeichen einfach in einen Kontext einbettet, darauf hatten wir bereits in Toth (2011) hingewiesen.
Da uns hier die Vollständigkeit, wie schon oben bei den Dyaden-Paaren, etwas bedeutet, listen wir die 81 homogenen Triaden auf:

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj

}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}} .{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

==

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

==

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

===

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))→ (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘ (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

======================================

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj

}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))→ (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))∘

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2}

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) 。

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

==

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

((({2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

((({2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

==

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))→ (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}}), ({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

==

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) ∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) ∘

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))∘

(({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))→ (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) ∘

((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj })) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}.{{2} | Øj }))

((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → ((({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{1} | {{{2} | Øj }}}.{{2} | Øj }))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj }}}}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}})) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{1} | {{{2} | Øj }}}))

(({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj })) → (({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }), ({{2} | Øj }.{{2} | Øj }))

====================================

Literatur

Conway, John Horton/Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1995

Hermes, Hans, Zahlen und Spiele. In: Ebbinghaus, H.D. et al., Zahlen. Heidelberg 1992, S. 276-297

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf

Toth, Alfred, Saussures Problem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Spuren des Nichts. Kontexturierte surreale dyadisch-trivalente Semiotik (3. Teil von: „Die Konstruktion von Triaden aus Dyadenpaaren ohne vordefinierte Trichotomien“)

> man darf nicht nur den vorhang betrachten.
>
> dies ist das oberste gebot und verdient beachtet zu werden.
>
> schliesslich entsteht ein flackernder bogen, eine art feuerkrone um den zenith. das licht ergiesst sich über den himmel und erfüllt die zuschauer mit staunen. langsam verschwindet das phänomen. zurück bleibt eine allgemeine, starke helle.
>
> *Konrad Bayer, Der Kopf des Vitus Bering* (Frankfurt am Main 1970, S. 19)

1. Das Zeichen ist nicht Nichts, weil es am Sein kraft seines Mittelbezugs partizipiert, es setzt allerdings nach Bense (1975, S. 16) neben der Welt auch das Bewusstsein in eine Funktion und thematisiert daher das Nichts. Vielleicht ist es wahr, dass wir des Nichts, das ja nach Heidegger im Sein „west“, nicht anders habhaft werden können, als es in der Keno- und Morphogrammatik zu präsentieren und in der Semiotik zu repräsentieren. Mit der Bedeutung hat das Nichts also gemein, dass es nur kodiert auftreten kann, und es ist vielleicht auch wahr, dass das Nichts deshalb an die Bedeutung gebunden ist und also deshalb nicht in rein formal-syntaktischen Systemen aufscheinen kann. Falls dies so ist, dann stellt also die Mathematik das radikalste System der Negation des Nichts dar. Die Kombination von Mathematik und Bedeutung, also sozusagen der Entwurf einer „heuristischen Hermeneutik“, innerhalb der mathematischen Semiotik bedeutet somit eine stete Gratwanderung zwischen dem Sein und dem Nichts, dort also, wo, wie Nietzsche in anderem Zusammenhang bemerkte, die Luft sehr dünn wird. Man braucht daher nicht bis ins „Eis und Hochgebirge“ hochzusteigen, um diese dünne Luft zu atmen, denn sowohl Sein als auch Bewusstsein treten in der semiotischen Funktion als Pole auf, d.h. obwohl das Sein nicht nur am Sein, sondern auch am Bewusstsein partizipiert, erreicht es beide nicht, oder genauer: sie sind gar nicht definiert. Das hat, wie vor allem Rudolf Kaehr im Anschluss an Günther gezeigt hat, seinen tieferen Grund darin, dass die Welt, d.h. der Objektbereich, in den tiefsten Tiefen, die unser Bewusstsein gerade noch erreichen kann, in der Keno- und Morphogrammatik, in „kenomatischen Gittern“ (kenomatic grids) aufgelöst wird. D.h. Keno- und Morphogrammatik sind so abstrakt und allgemein, dass sie die Koinzidenz von Sein und Bewusstsein selbst thematisieren, indem sie sie als ein gigantisches System von strukturiertem und systematisierten Nichts präsentieren. Das Bayersche Zitat spielt natürlich auf Günthers Aufforderung an, den Vorgang am Hegelschen Werden, wo sich Sein und Nichts treffen, beiseite zu schieben, ins Nichts hineinzugehen, um dort jene Welt zu schaffen, „die Gott nicht geschaffen hat“.

Es wäre allerdings ein grosser Denkfehler anzunehmen, man bräuchte bloss die Leerstellen der Keno- und Morphogramme mit Zahlen, Werten oder Zeichen zu besetzen, um aus den präsentierenden repräsentierende Formeln zu machen. Dabei würden die ganz eigene und merkwürdige Welt der mathematischen Gesetze der Semiotik, die selbst auch die Mathematik und die Logik beeinflusst, auf der Strecke bleiben. *Die Semiotik nicht berücksichtigt zu haben, war einer der kapitalen Fehler der noch in den Kinderschuhen steckenden Polykontexturalitätstheorie, der erst im Jahre 2008 durch zahlreiche Arbeiten Rudolf Kaehrs korrigiert wurde, die man nur als bahnbrechend und genial bezeichnen kann und die zur crème de la crème dessen gehören, was in der Semiotik überhaupt je geschaffen wurde.* Vermutlich ist auch Kaehrs Konzeption, sowohl Arithmetik, Logik, Modelltheorie und weitere mathematische Grundlagenwissenschaften zusammen mit der Semiotik unter einer „Graphematik“ zu vereinheitlichen, richtig, auch wenn ich eingestehen muss, dass ich mich mit Derrida und der Dekonstruktion im allgemeinen nie richtig anfreunden konnte.

Jedenfalls geht es in diesem Beitrag aber um die in Derridas Werk zentrale Konzeption der „Spur“. Wenn die Polykontexturalitätstheorie die coincidentia von Sein und Bewusstsein innerhalb der Güntherschen „Meontologie“ mittels Keno- und Morphogrammatik thematisiert, dann trägt das sowohl an Sein als auch an Bewusstsein partitizipierende Zeichen dessen Spuren, also die Spuren des Nichts, d.h. des Güntherschen Reflexionsbereichs, der bisher fast nur aussersemiotisch, z.B. mit Hilfe von Hamiltonkreisen und Permutographen, analysiert wurde. In der hier vorzulegen Arbeit gehe ich dagegen von der in Toth (2011a) konzipierten dyadisch-trivalenten Semiotik und den in Toth (2011b) vorgestellten „Schatten des Nichts“ aus, zu deren Darstellung ich anstatt Peirce-Zahlen die surrealen Conway-Zahlen verwandt hatte, eine Art von Zahlen, die den Dedekindschen Schritten verwandt, aber nicht mit ihnen identisch sind (da Domänen und Codomänen bei surrealen Zahlen leer sein dürfen, ja, in manchen Fällen sogar leer sein sollen). Für die theoretischen Voraussetzungen des nun Folgenden sei somit einfach auf Toth (2011a) und (2011b) verwiesen.

Auf eine hier zu präsentierende wesentliche Neuerung, von der ich nicht unbedingt stillschweigend annehmen kann, dass jeder Leser sie bemerkt, sei deshalb explicite zum voraus hingewiesen: Die dyadisch-trivalente Zeichenrelation

$ZR^* = ((a.b), (c.d))$ mit a, .., d $\in \{1, 2, 3\}$

übernimmt im folgenden von der bekannten Peirceschen Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53)

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

die „Einschachtelung“ der Kategorien: $1 \subset 2 \subset 3$bzw. die für die Semiotik so charakteristische Konzeption eier „Relation über Relationen“, insofern im folgenden die Peirce-Zahlen in einer solchem Weise surreal eingeführt werden, dass deren rekursive Definition einen minimalen Mirimanoff-Effekt (auch „Droste-„ oder „La vache qui rit“-Effekt genannt) erzeugt.

2. Die dyadisch-trivalente Semiotik als System kontexturierter surrealer kategorie-theoretischer Kompositionen

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} |

Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} |

{{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)∘ ((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}} .{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}), ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)∘ (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

==

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)∘ (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

======================================

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)∘

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

==

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)∘ ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}}b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}}b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}b)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}}b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘ (({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}a.b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}b) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

==

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}}a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)∘

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘ (({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

===

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) ∘

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)∘

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)∘ (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

=====================================

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) ∘ (({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} |

{{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)∘ ((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

((({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → ((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)∘

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘ (({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({{{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

===

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) →(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) →(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) ∘

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

→ (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

((({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)∘ ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → ((({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

==

(({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)∘

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)→ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) ∘ (({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)→ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) ∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)→ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)∘ (({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) ∘(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) ∘ (({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)→ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)∘ (({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b)

(({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}})b, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) ∘ (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a.c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}}.{{2} | Øj})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})a)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{1} | {{{2} | Øj}}})a.b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{1} | {{{2} | Øj}}}.{{2} | Øj})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{Øi | {{{1} | {{{2} | Øj}}}}})c)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{1} | {{{2} | Øj}}}})b)

(({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c) → (({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c, ({{2} | Øj}.{{2} | Øj})b.c)

==

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Bade-Baden 2975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgpow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf

Toth, Alfred, Dyadisch-trivalente Semiotik. In:Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Dyadisch-trivalente Semiotik. In:Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 20112

Redundanz und Ambiguität in semiotischen Systemen

1. Betrachten wir zunächst die 10 Peirceschen Zeichenklassen hinsichtlich der Redundanz des Interpretantenbezugs (vgl. Toth 2011):

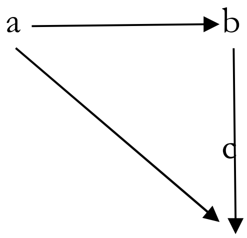
3.1 2.1 1.1	→	111	→	11
3.1 2.1 1.2	→	112	→	12
3.1 2.1 1.3	→	113	→	13
3.1 2.2 1.2	→	122	→	22*
3.1 2.2 1.3	→	123	→	23**
3.1 2.3 1.3	→	133	→	33***
3.2 2.2 1.2	→	222	→	22*
3.2 2.2 1.3	→	223	→	23**
3.2 2.3 1.3	→	233	→	33***
3.3 2.3 1.3	→	333	→	33***

Eindeutig sind also nur (11), (12), (13), d.h. hier ist der Interpretantenbezug von Anfang an strukturell redundant. Bei (22)* und (23)** kommen nur die Interpretanten 1 und 2 in Frage:
(3.1 2.2 1.2) ist nach Walther „ein Objekt oder Ereignis direkter Erfahrung, das auf ein anderes Objekt verweist, mit dem es direkt verbunden ist, da es von diesem spontan verursacht wird“ (1979, S. 82). (3.2 2.2 1.2) ist nach Walther „ein Objekt oder Ereignis direkter Erfahrung, das als Zeichen Information über sein Objekt liefert, welches ein aktuales Faktum, ein aktualer Sachverhalt ist“ (1979, S. 82 f.). In anderen Orten liegt in (3.1 2.2 1.2) ein unvollständiges, in (3.2 2.2 1.2) ein vollständiges Objekt vor, und der Unterschied hängt nur von (3.1) vs. (3.2), d.h. ist von (2.2 1.2) unabhängig. Der Interpretant ist damit auch hier strukturell redundant.
Betrachten wir nun (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3) und (3.3 2.3 1.3). Walther (1979, S. 83 f.) bringt als Beispiele die logische Trias Begriff, Prämisse, Beweis. Da nach Peirce (3.1) für logische Unentscheidbarkeit, (3.2) für logische Entscheidbarkeit und (3.3) für logische (notwendige) Wahrheit steht, dürfte unmittelbar einleuchtend, dass auch in diesem Fall die Interpretantenbezüge vom strukturellen Standpunkt aus redundant.
Damit kann man also Triaden der Form (3.a 2.b 1.c) auf Dyaden der Form (2.a 1.b) bzw. Trichotomien der Form (abc) auf (bc) = (ab) zurückführen, sie sind nun redundanzfrei.
Umgekehrt ist eine Zeichenklasse der Form
Zkl = (3.a 2.b 1.c)
dyadisch immer mindestens 3-deutig:
(3.a, 2b.), (3.a, 1.c), (2.b, 1.c).
Wenn man die semiotisch unbegründete retrosemiosische Ordnung aufhebt, kommt dazu weitere 3 Dyaden:

(2.b, 3.a), (1.c, 3.a), (1.c, 2.b),
so eine Zkl also immer 6-deutig ist, was ihre dyadischen Partialrelationen betrifft.
Man vergesse auch nicht, dass nach einem Theorem von Schröder jede n-adische Relation für n > 2 in Dyaden und nicht nur, wie es Peirce behauptete, in Triaden zerlegt werden kann. Für mehrstellige Prädikaten wie z.B. x gibt dem y das z oder y liegt zwischen x und z hat man nach unserer in Toth (2011) eingeführten dyadisch-trivalenten Zeichenrelation

ZR* = ((a.b), (c.d))

einfach dadurch die Möglichkeit, triadische Relationen zu bilden, dass man b = c setzt:



Ähnlich kann man zu 4-disch, 5-adischen, ..., n-adischen Relationen fortschreiten, ohne die Trivalenz der semiotischen Fundamentalkategorien (Mittelbezug, Objektbezug, Interpretantenbezug) aufzugeben. Diese höherwertigen Relationen sind, wie besonders in Toth (2007) gezeigt, keinesfalls redundant, d.h. können im Gegensatz zu Peirce´s Behauptung nicht auf Triaden reduziert werden, da sie bei fortschreitendem n neue Strukturen aufscheinen lassen. Sie lassen sich jedoch in Mengen von Dyaden darstellen, und zwar entweder dadurch, dass sie homogene Zeichenverbindungen eingehen:

DOM(n-1) = CODOM(n)

oder dass man die von Kaehr (2009) eingeführten „matching conditions" für heterogene Zeichenverbindungen benutzt:

MC((a.b), (c.d)) = {(a ≡ b, a ≡ c, a ≡ d, b ≡ c, b ≡ d)}.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Einführung einer dyadisch-trivalenten Semiotik. 5 Tle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Funktionentheorie kontexturierter Conway-Zahlen

1. Wir gehen aus von der in Toth (2011b) eingeführten dyadisch-trivalenten Semiotik. Sie basiert auf dem Zeichenmodell

ZR* = ((a.b), (c.d)) mit a, ..., ∈ {1, 2, 3}.

Triaden werden aus Dyaden nach dem Schema

$$
\begin{array}{lll}
(a.b) \circ (b.c) \rightarrow & (a.b) & \\
 & (b.c) \rightarrow & (a.b.c)
\end{array}
$$

Tetraden werden aus Dyaden (oder direkt aus Triaden) nach de Schema

$$
\begin{array}{ll}
(a.b) \circ (b.c) \circ (c.d) \rightarrow (a.b.c) & \\
 & \circ\ (c.d) \rightarrow (a.b.c.d), \text{usw.}
\end{array}
$$

konstruiert. Nun hat jede n-stellige Relation $\binom{n}{k}$ k-stellige Partialrelationen, die sich nach dem Schema (n · (n-1) · (n-2) · ... · (n- (k-1)) / k! errechnen lassen, wozu noch (k! – 1) Konversen kommen (vgl. z.B. Menne 1991, S. 152).
konkateniert

2. Die Partialrelationen semiotischer Relationen bestimmen nun auch Art und Anzahl semiotischer Funktionen, eine Konzeption, die durch Bense (1981, S. 150 ff.) in die Semiotik eingeführt worden war. Im folgenden gehe ich von einer tetravalenten anstatt von einer trivalenten Semiotik aus, um Werte und Anzahl der Relationen in der dyadischen Zeichenstruktur ((a.c), (c.d)) zu balancieren. Ferner werden die Subzeichen in den Partialrelationen kontexturiert, um den Anschluss an den neusten Stand der Semiotik zu gewährleisten (vgl. Kaehr 2009). Schliesslich verwende ich, um den Anschluss an meine “Theory of the Night“ (Toth 2011a) zu erarbeiten, Conway-Zahlen („surreale“ Zahlen), eine Art Dedekindscher Schnitte mit der Einschänkung, dass weder an der linken noch an der rechten Zahlengrenze die leere Menge aufscheinen darf (bei den surrealen Zahlen ist dies zugelassen; was sowohl links als auch rechts von der leeren Menge ist, ist per definitionem die Zahl 0).

Was wir nun noch benötigen, sind maximale und minimale Variablen-und Kontexturen-Schemata, um ja alle möglichen Fälle der Partialrelationen zu erfassen:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Maximales Variablenschema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) \\ \text{Minimales Variablenschema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}) \\ & \\ \text{Maximales Kontexturschema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) \\ \text{Minimales Kontexturschema:} & w = f(x_{i,j}, y_{i,j}) \end{array}\right\} \text{mit } i, j, k \in \{1, 2, 3, 4\}$$

2.1. Funktionen mit $w = (0.1_{1,3})$

a. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

b. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

c. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

d. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\}$

| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

e. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

f. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

g. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

h. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

i. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

j. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\}}$

| {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

k. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

l. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

2.2. Funktionen mit w = ($0.2_{1,2}$)

a. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

b. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

c. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

d. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

e. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

f. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

g. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

h. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

i. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} |}$

{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

j. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

k. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

l. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

m. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

n. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

o. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2}

| {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

p. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

q. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

r. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

s. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

t. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

u. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid$

{5}}}}}}) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

v. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

w. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

x. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

y. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

z. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

aa. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} |

$_{\{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bb. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cc. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dd. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ee. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ff. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

gg. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\}}$

| {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

hh. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ii. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

jj. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

kk. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ll. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

mm. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2}

| {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

nn. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

oo. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

2.3. Funktionen mit w = (0.3$_{2,3}$)

a. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

b. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

c. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

d. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

e. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

f. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

g. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

h. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

i. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

j. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

k. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

l. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

m. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

n. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

o. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

p. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

q. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

r. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

s. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

t. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

u. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

v. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

w. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

x. ({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

y. ({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

z. ({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aa. ({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bb. ({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cc. ({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dd. ({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ee. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ff. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

gg. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

hh. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ii. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

jj. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

kk. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ll. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mm. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nn. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

oo. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

pp. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qq. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} |

{{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

rr. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ss. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

tt. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

uu. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

vv. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ww. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} |

{{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

xx. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

yy. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zz. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaa. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbb. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ccc. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} |

{{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ddd. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

eee. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

fff. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ggg. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

hhh. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

iii. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

jjj. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} |

{5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

kkk. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

lll. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

mmm. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

nnn. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ooo. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ppp. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) qqq. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

rrr. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

sss. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ttt. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

uuu. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

vvv. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

www. $(\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid$

{5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

xxx. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

yyy. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

zzz. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

aaaa. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

bbbb. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

cccc. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

dddd. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} |

{5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}})

eeee. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ffff. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}})

gggg. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}})

hhhh. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}})

iiii. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

jjjj. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}

{5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

kkkk. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

llll. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mmmm. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nnnn. ({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

2.4. Funktionen mit $w = (1.0_{1,3})$

a. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

b. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

c. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

d. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

e. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

f. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

g. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

h. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} |

{5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

i. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

j. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

k. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

l. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

2.5. Funktionen mit w = (1.1$_{1,3,4}$)

a. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

b. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

c. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

d. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

e. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

f. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

g. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

h. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

i. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

j. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

k. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},}$)

l. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

m. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

n. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

o. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

p. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

q. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

r. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

s. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

t. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

u. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

v. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

w. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

x. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

y. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

z. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

aa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

bb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

cc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

dd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

ff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

gg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

hh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

jj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

kk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) ll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

mm. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

nn. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

oo. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

pp. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

qq. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-

{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

rr. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

tt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

uu. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

vv. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ww. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} |

{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} |
{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

xx. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2}
| {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} |
{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} |
{{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

yy. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-
{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} |
{{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zz. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-
{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} |
{{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-
{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} |
{5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-
{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} |
{5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3}
| {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ccc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0}
| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

ddd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

eee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

fff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ggg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

hhh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

iii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) jjj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

kkk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

lll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

2.6. Funktionen mit w = (1.2.$_{1,4}$)

a. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

b. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

c. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} |

{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

d. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

e. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

f. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

g. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}})

h. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

i. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} |

{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

j. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

k. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

l. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

m. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

n. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

o. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} |}$

$_{\{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

p. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

q. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

r. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

s. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

t. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

u. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

v. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

w. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

x. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

y. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

z. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

cc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

dd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

ff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

gg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

hh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

jj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

kk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

mm. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

nn. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

oo. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

pp. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

qq. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

rr. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

ss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) tt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}${}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

uu. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}${}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

vv. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}${}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ww. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

xx. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}${}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}${}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

yy. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zz. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.${}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2}

| {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}} {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

aaa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

bbb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ccc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ddd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

eee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

fff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} |

{{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

ggg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

hhh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

iii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

jjj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}})

kkk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

lll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-

{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

mmm. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nnn. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ooo. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ppp. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qqq. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

rrr. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

sss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

ttt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

uuu. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

vvv. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

www. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

xxx. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{1}

$_{\mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

yyy. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

zzz. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

aaaa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

bbbb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

cccc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

dddd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

eeee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ffff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

gggg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

hhhh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

iiii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

jjjj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

kkkk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

llll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mmmm. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nnnn. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

oooo. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

pppp. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qqqq. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} |}$

{5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

rrrr. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

ssss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

tttt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

uuuu. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

vvvv. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

wwww. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

xxxx. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

yyyy. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

zzzz. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaaaa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

bbbbb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ccccc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ddddd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

eeeee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

fffff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ggggg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

hhhhh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

iiiii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

jjjjj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\}}$

| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0}
| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}})

kkkkk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0}
| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1}
| {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0}
| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} |
{{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

2.7. Funktionen mit w = $(1.3_{3,4})$

a. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} |
{5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} |
{{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} |
{5}})

b. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} |
{5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} |
{{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} |
{5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

c. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} |
{5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} |
{{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}},{{3} | {5}})

d. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} |
{5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} |
{{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{2} | {{{3} |
{5}}}},{{3} | {5}})

e. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

f. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

g. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

h. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

i. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

j. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

k. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

l. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

m. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

n. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

o. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

p. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

q. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

r. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3}

| {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

s. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

t. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

u. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

v. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

w. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

x. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{3} |

{5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

y. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

z. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

aa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

b. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

c. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

d. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2}

$_{| \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

e. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

f. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

g. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

h. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

i. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

j. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2}

| {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

k. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

l. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

m. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

n. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

o. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

p. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0}

| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

q. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

r. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

s. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

t. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

u. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

v. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} |

{{{3} | {5}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

w. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

x. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

y. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

z. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

aa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

bb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid}$

$_{\{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

gg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

hh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\}}$

$_{| \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

jj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

kk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

mm. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nn. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} |}$

_{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

oo. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

pp. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

qq. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

rr. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

ss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}._{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

tt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}_{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2}

$_{\mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, $\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}})$

uu. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}})$

vv. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

ww. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

xx. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}})$

yy. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}})$

zz. $(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

aaa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ccc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

ddd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

eee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

fff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ggg. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

hhh. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

iii. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

jjj. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

kkk. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

lll. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

mmm. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} |}$

{5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

nnn. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ooo. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ppp. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

qqq. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

rrr. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

sss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ttt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3}

$_{| \{5\}\}}$, $\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

uuu. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

vvv. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

www. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

xxx. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

yyy. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

zzz. $(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

aaaa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbbb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cccc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dddd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

eeee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ffff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

gggg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

hhhh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

iiii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

jjjj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

kkkk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

llll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

mmmm. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0}

| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

nnnn. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

oooo. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

pppp. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

qqqq. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

rrrr. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ssss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

tttt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid}$

$_{\{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

uuuu. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

vvvv. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

wwww. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

xxxx. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

yyyy. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

zzzz. ({{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaaaa. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

bbbbb. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ccccc. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ddddd. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

eeeee. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

fffff. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ggggg. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

hhhhh. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

iiiii. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

jjjjj. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

kkkkk. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

lllll. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

mmmmm. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

nnnnn. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ooooo. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

ppppp. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

qqqqq. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

rrrrr. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

sssss. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

ttttt. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

uuuuu. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

vvvvv. ({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} |

$_{\{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

2.8. Funktionen mit w = ($2.0_{1,2}$)

a. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

b. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

c. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

d. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

e. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

f. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid}$

{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

g. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

h. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

i. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

j. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

k. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

l. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3}
| {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0}
| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1}
| {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

m. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}
| {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3}
| {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

n. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}
| {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3}
| {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3}
| {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

o. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}
| {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3}
| {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

p. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}
| {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3}
| {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

q. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}
| {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3}
| {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2}
| {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} |
{5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

r. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}
| {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

s. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

t. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

u. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

v. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

w. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

x. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} |

$_{\{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

y. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

z. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} |}$

{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

gg. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

hh. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ii. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

jj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} |

{{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

kk. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ll. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

mm. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

nn. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

oo. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

2.9. Funktionen mit w = $(2.1_{1,4})$

a. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

b. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

c. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

d. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

e. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

f. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} |}$

{5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

g. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

h. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

i. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

j. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

k. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

l. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} |

{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

m. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

n. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

o. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

p. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

q. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

r. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

s. ({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

t. ({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

u. ({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

v. ({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

w. ({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

x. ({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

y. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

z. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

aa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

bb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

cc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

dd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

ee. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ff. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

gg. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

hh. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

ii. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

jj. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

kk. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}})$

ll. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

mm. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

nn. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

oo. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

pp. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}})$

qq. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\}$

| {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

rr. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ss. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

tt. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

uu. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

vv. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ww. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

xx. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}})$

yy. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}})$

zz. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}})$

aaa. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}})$

bbb. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}})$

ccc. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}})$

ddd. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

eee. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

fff. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ggg. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

hhh. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

iii. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

jjj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

kkk. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

lll. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mmm. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nnn. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ooo. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ppp. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qqq. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

rrr. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

sss. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

ttt. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

uuu. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

vvv. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} |

$\{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, $\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, $\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

www. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

xxx. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

yyy. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}})$

zzz. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

aaaa. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

bbbb. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-$

{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

cccc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

dddd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

eeee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ffff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

gggg. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

hhhh. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

iiii. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

jjjj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{3} | {5}}})

kkkk. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}})

llll. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

mmmm. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

nnnn. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}}) oooo. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

pppp. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qqqq. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

rrrr. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ssss. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

tttt. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

uuuu. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

vvvv. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

wwww. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

xxxx. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

yyyy. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

zzzz. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

aaaaa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

bbbbb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

ccccc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

ddddd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

eeeee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}}$)

fffff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}}$)

ggggg. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

hhhhh. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

iiiii. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}})$

jjjjj. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

kkkkk. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

lllll. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

2.10. Funktionen mit w = ($2.2_{1,2,4}$)

a. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

b. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

c. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

d. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

e. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

f. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\}}$

| {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

g. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

h. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

i. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

j. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

k. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

l. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3}

| {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

m. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

n. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

o. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

p. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

q. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

r. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

s. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

t. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

u. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

v. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

w. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

x. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

y. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

z. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

aa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

bb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

cc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

dd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

ee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

gg. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

hh. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ii. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

jj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

kk. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ll. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

mm. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

nn. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

oo. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

pp. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

qq. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}} |

{5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

rr. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

ss. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

tt. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

uu. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

vv. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

ww. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3}

| {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

xx. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

yy. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zz. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ccc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ddd. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

eee. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

fff. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

ggg. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

hhh. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

iii. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

jjj. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

kkk. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

lll. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

mmm. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

nnn. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ooo. $(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

ppp. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qqq. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

rrr. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

sss. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ttt. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

uuu. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

vvv. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

www. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

xxx. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

yyy. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

zzz. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}})

aaaa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

bbbb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2}

| {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}})

cccc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

dddd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

eeee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

ffff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}})

gggg. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

hhhh. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2}

| {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

iiii. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

jjjj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

kkkk. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

llll. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

mmmm. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

nnnn. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} |

{{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

oooo. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

pppp. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

qqqq. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

rrrr. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

ssss. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

tttt. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) uuuu. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

vvvv. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

wwww. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

xxxx. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

yyyy. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zzzz. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaaaa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

bbbbb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ccccc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ddddd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

eeeee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

fffff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ggggg. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

hhhhh. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

iiiii. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

jjjjj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

2.11. Funktionen mit w = ($2.3_{2,4}$)

a. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

b. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

c. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

d. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

e. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

f. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

g. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

h. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

i. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

j. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

k. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid}$

$_{\{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

l. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

m. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

n. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

o. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

p. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

q. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

r. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

s. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

t. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

u. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

v. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

w. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

x. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

y. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

z. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

aa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

bb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

cc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

dd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid}$

$_{\{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

gg. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

hh. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ii. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

jj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

kk. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ll. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mm. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nn. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

oo. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

pp. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qq. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

rr. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ss. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

tt. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

uu. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

vv. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ww. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

xx. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

yy. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1}

| {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

zz. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

aaa. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

bbb. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

ccc. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

ddd. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

eee. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

fff. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}) ggg. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

hhh. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

iii. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

jjj. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

kkk. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

lll. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mmm. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nnn. ({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$,

$\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

ooo. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

ppp. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

qqq. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

rrr. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

sss. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

ttt. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

uuu. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

vvv. $(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} |}$

{{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

2.12. Funktionen mit w = $(3.0_{2,3})$

a. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

b. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

c. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

d. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

e. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

f. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

g. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

h. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

i. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

j. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

k. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

l. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

m. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

n. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

o. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

p. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

q. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

r. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0}

| {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

s. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

t. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

u. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

v. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

w. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

x. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

y. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

z. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

gg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

hh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ii. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

jj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

kk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

nn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

oo. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

pp. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qq. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

rr. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ss. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

tt. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

uu. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

vv. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ww. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

xx. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

yy. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

zz. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

aaa. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

bbb. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ccc. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ddd. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid$

{{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

eee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

fff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ggg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

hhh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

iii. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

jjj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}} |

{5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

kkk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

lll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

mmm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

nnn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ooo. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ppp. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}},{{3} | {5}})

qqq. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} |

{5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

rrr. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

sss. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ttt. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

uuu. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

vvv. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

www. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

xxx. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} |

{5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

yyy. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zzz. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaaa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbbb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cccc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dddd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

eeee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} |

{5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ffff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

gggg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

hhhh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

iiii. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

jjjj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

kkkk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

llll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$) = f({{2} | {{{3} |

{5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

mmmm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

nnnn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

2.13. Funktionen mit w = $(3.1_{3,4})$

a. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

b. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

c. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

d. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} |

$\{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

e. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

f. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

g. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

h. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

i. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

j. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

k. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

l. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

m. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

n. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

o. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

p. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

q. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

r. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

s. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

t. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

u. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

v. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid$

{{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

w. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

x. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

y. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

z. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2}

| {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

cc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

dd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

ff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

gg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

hh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

ii. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

jj. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

kk. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

ll. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

mm. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

nn. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

oo. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}})$

pp. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

qq. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}})$

rr. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

ss. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

tt. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} |$

{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

uu. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

vv. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

ww. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

xx. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

yy. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

zz. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

aaa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

bbb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ccc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

ddd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

eee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

fff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ggg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

hhh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

iii. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

jjj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

kkk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

lll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

mmm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

nnn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ooo. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ppp. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

qqq. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

rrr. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

sss. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ttt. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid}$

$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

uuu. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

vvv. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

www. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

xxx. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

yyy. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

zzz. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

aaaa. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} |$

{5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

bbbb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

cccc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

dddd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

eeee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

ffff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

gggg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

hhhh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

iiii. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

jjjj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

kkkk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

llll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-

{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

mmmm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

nnnn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}})

oooo. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

pppp. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

qqqq. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

rrrr. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}) ssss. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

tttt. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

uuuu. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

vvvv. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

wwww. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

xxxx. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}$)

yyyy. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

zzzz. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

aaaaa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

bbbbb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

ccccc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

ddddd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}_{{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

eeeee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}_{{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}_{{{0} | {{{1} |

$_{\{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, $\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

fffff. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ggggg. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

hhhhh. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

iiiii. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

jjjjj. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

kkkkk. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

lllll. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

mmmmm. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

nnnnn. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

ooooo. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ppppp. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

qqqqq. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

rrrrr. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

sssss. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

ttttt. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

uuuuu. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

vvvvv. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

wwwww. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

xxxxx. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

yyyyy. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} |

{{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zzzzz. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaaaaa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbbbbb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

cccccc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

dddddd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

eeeeee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ffffff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

gggggg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

hhhhhh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

iiiiii. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

jjjjjj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

kkkkkk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

llllll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}) mmmmmm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

nnnnnn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

oooooo. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}})

pppppp. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

qqqqqq. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}})

rrrrrr. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

ssssss. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}})

tttttt. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}}) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} |

$_{\{5\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

uuuuuu. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

vvvvvv. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

wwwwww. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

xxxxxx. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

2.14. Funktionen mit w = ($3.2_{2,4}$)

a. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

b. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\}}$

| {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

c. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

d. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

e. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}})

f. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

g. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

h. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}},{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}})

i. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

j. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

k. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

l. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

m. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

n. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

o. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} |

{{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

p. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

q. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

r. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

s. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

t. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

u. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

v. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

w. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

x. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

y. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

z. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

aa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

cc. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

dd. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ee. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ff. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

gg. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}})$

hh. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}}, \{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}._{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}})$

ii. $(\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}) = f(\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}.\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}, \{\{-\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} \mid \{\{\{0\} \mid \{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}.\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}})$

jj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

kk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

mm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}}$)

nn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

oo. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

pp. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\},\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3}

| {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

qq. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

rr. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ss. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

tt. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}}, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

uu. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}})

vv. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{2} | {{{3} | {5}}}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

ww. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}},{{3} | {5}}, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}{{2} | {{{3} | {5}}}},{{3} | {5}})

xx. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

yy. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

zz. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

aaa. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

bbb. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ccc. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ddd. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

eee. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1}

| {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

fff. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ggg. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

hhh. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

iii. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

jjj. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

kkk. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

lll. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

mmm. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

nnn. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ooo. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

ppp. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

qqq. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

rrr. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

sss. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

ttt. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} |

{{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

uuu. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

vvv. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$)

2.15. Funktionen mit $w = (3.3_{2,3,4})$

a. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

b. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

c. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

d. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$)

e. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} \mid \{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid \{5\}\}\}\},\{\{3\} \mid \{5\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} \mid \{\{\{3\} \mid}$

$_{\{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

f. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

g. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

h. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

i. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

j. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

k. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$)

l. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$) = f({{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}\}}$, {{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

m. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

n. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

o. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

p. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

q. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$)

r. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{-{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}} | {{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

s. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$)

t. ({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{2} | {{{3} | {5}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$) = f({{2} | {{{3} | {5}}}}.{{0} | {{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}}}$_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}$, {{2} | {{{3} | {5}}}}.{{1} | {{{2} | {{{3} | {5}}}}}}$_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} |}$

$_{\{5\}\}}$, $\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

u. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

v. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

w. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}})$

x. $(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}) = f(\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\},\{\{3\} | \{5\}\}}, \{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}.\{\{-\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\} | \{\{\{0\} | \{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\}\}\}\}\}_{\{\{1\} | \{\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}\}\},\{\{2\} | \{\{\{3\} | \{5\}\}\}\}})$

3. Die Liste der 1´162 kontexturierten surrealen semiotischen Funktionen ist erschöpfend für die doppel-dyadisch tetravalente 4-kontexturale Semiotik. Allerdings ist zu bedenken, dass Funktionen, die mehr als eine Kontexturenzahl haben, „aufgesplittet“ werden können in mehrere Teilfunktionen und ihre Kombinationen. Als Beispiel stehe die Funktion

$(3.3_{2,3,4}) \quad = \quad f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$,

die aufgesplittet werden kann in

$(3.3_{2}) \quad = \quad f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$

$(3.3_{3}) \quad = \quad f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$

$(3.3_4) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{2,3}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{2,4}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{3,4}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{2,3,4}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{2,4,3}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{3,2,4}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{3,4,2}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{4,2,3}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$
$(3.3_{4,3,2}) \quad = f(3.2_{2,4}, 3.1_{3,4}, 3.0_{2,3})$, usw.

Eine weitere Quelle gewaltigen Anwachsens semiotischer Funktion liegt in der Möglichkeit, die Ordnung der Kontexturenzahlen zu permutieren.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth´s *Theory of the Night*. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.pdf (2011)

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Semiotische Funktionentheorie. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Elements of a Surreal Theory of the Night. Tucson 2011. Digitalisat: http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Surreale%20Nacht.pdf (2011a)

Toth, Alfred, Einführung in die dyadisch-trivalenten Semiotik. 10 Tle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011 (2011b)

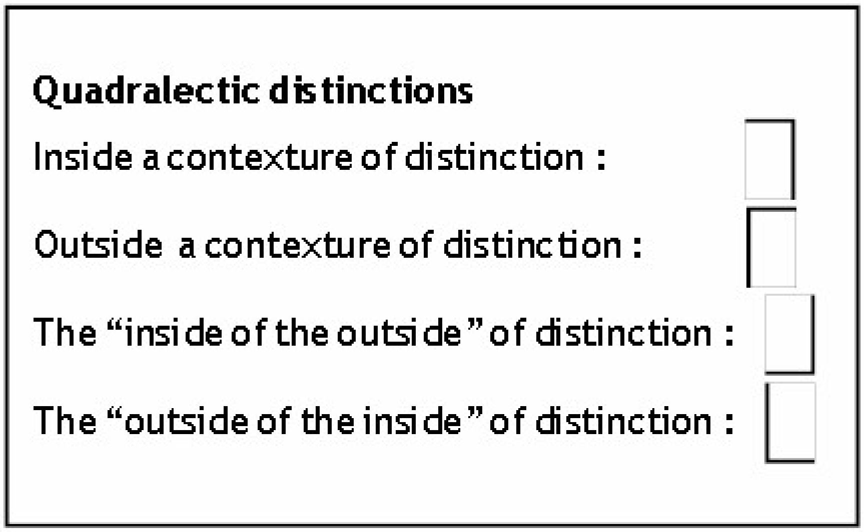
Quadralektische Distinktionen zur systemtheoretischen Notation von Zeichenprozessen

1. In Toth (2011) hatte ich die Korrespondenzen zwischen der formativen Basisunterscheidung zwischen Innen und Aussen und den entsprechenden kenogrammatischen, logisch-epistemologischen, fundamentalkategorialen sowie numerisch-semiotischen Begriffen wie folgt dargestellt:

Innen ⌈ Aussen
↓
[○ ⌈ □] ⌈ [□ ⌈ ○]
↓
[sS ⌈ oS] ⌈ [oO ⌈ sO]
↓
[I ⌈ Q] ⌈ [O ⌈ M]
↓
[(3.a ⌈ 0.d] ⌈ [2.b ⌈ 1.c]
↓ ↓
Subjekt Objekt
(System) (Umgebung)

wobei für die Zeichenklassen a, b, c, d ∈ {0, 1, 2, 3} gilt. Wie man sieht, läuft diese systemtheoretische Unterscheidung – die natürlich bereits in der Spencer Brownschen Dichotomie von „Leere“ vs. „Distinktion“ angelegt ist, auf ein Zeichenmodell heraus, das aus einer Dyaden von Dyaden besteht und in dessen Struktur sich das Verhältnis von Repräsentation von Subjekt- und Objektpol, das bei Peirce über ein ganzes, aus Zeichen- und Realitätsthematik bestehendes Dualsystem distribuiert ist, innerhalb einer einzigen Repräsentationsklasse, bestehend aus 4 anstatt 3 Fundamentalkategorien und ebenso viele Werten, d.h. einem balancierten System, spiegelt. Anders gesagt: Wie jede Peircesche Zeichenklasse ihre duale Realitätsthematik enthält, enthält jede dyadische Zeichenrelation nicht nur ihr eigenes System, sondern auch ihre eigene Umgebung, allerdings in einer und nicht in zwei dual miteinander verbundenen Repräsentationsrelationen.

2. Nun hat Rudolf Kaehr eine Art von universaler Notation für das, was er „quadralektische Distinktionen“ nennt, eingeführt (Kaehr 2011, S. 12):



Wegen den oben tabellierten Korrespondenzen bekommen wir somit

oS	↔	Q (.0.)	↔	oI	↔	⌊
sO	↔	M (.1.)	↔	iO	↔	⌋
oO	↔	O (.2.)	↔	oO	↔	⌈
sS	↔	I (.3.)	↔	iI	↔	⌉

Weil in dieser Notation also der Unterschied zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen aufgehoben ist, kann sie zur formalen Notation von Zeichenklassen und anderen Zeichenrelationen verwendet werden:

(⌉ .⌋ ⌈.⌋ ⌋ .⌋)
(⌉ .⌋ ⌈.⌋ ⌋ . ⌈)
(⌉ .⌋ ⌈.⌋ ⌋ .⌉)
(⌉ .⌋ ⌈. ⌈ ⌋ . ⌈)
(⌉ .⌋ ⌈. ⌈ ⌋ .⌉)
(⌉ .⌋ ⌈.⌉ ⌋ .⌉)
(⌉ . ⌈ ⌈. ⌈ ⌋ . ⌈)
(⌉ . ⌈ ⌈. ⌈ ⌋ .⌉)
(⌉ . ⌈ ⌈.⌉ ⌋ .⌉)
(⌉ .⌉ ⌈.⌉ ⌋ .⌉)

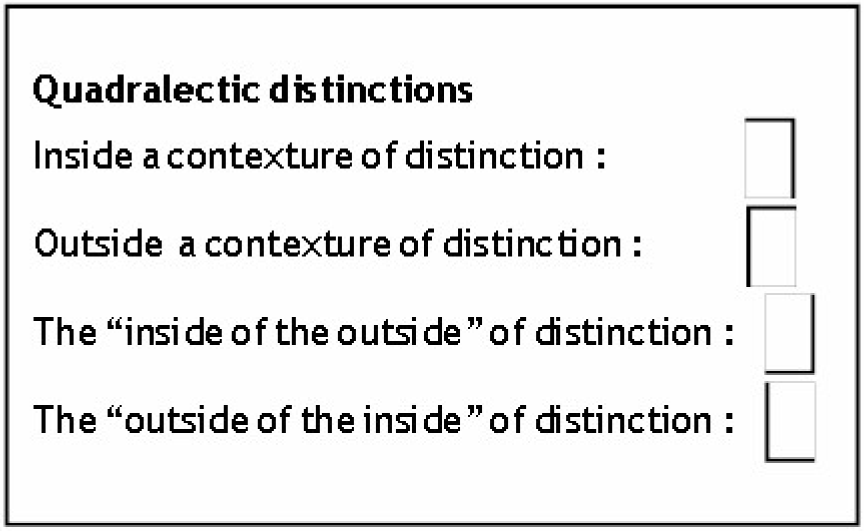
Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

Toth, Alfred, Subjektivität und Objektivität des architektonischen Objektes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Quadralektische Distinktionen, Ligaturen und Gestalten

1. Man kann die von Rudolf Kaehr in einer kürzlich veröffentlichten Arbeit zusammengestellten „quadralektischen Distinktionen“ (Kaehr 2011, S. 12)


Quadralectic distinctions

Inside a contexture of distinction :

Outside a contexture of distinction :

The “inside of the outside” of distinction :

The “outside of the inside” of distinction :

in der folgenden Tabelle mit ihren logisch-epistemologischen, fundamentalkategorialen und semiotischen Entsprechungen zusammenbringen:

oS	↔	Q (.0.)	↔	oI	↔	└
sO	↔	M (.1.)	↔	iO	↔	┘
oO	↔	O (.2.)	↔	oO	↔	┌
sS	↔	I (.3.)	↔	iI	↔	┐

2. Eine Besonderheit dieser Korrespondenzen liegt darin, dass sie die Differenz zwischen semiotischem Haupt- und Stellenwert bzw. zwischen triadischer und trichotomischer Peirce-Zahl hintergehen. Diese Tatsache erlaubt uns, die semiotische Matrix Benses rein systemtheoretisch zu notieren:

	└	┘	┌	┐
└	└ └	└┘	└ ┌	└┐
┘	┘ └	┘ ┘	┘ ┌	┘┐
┌	┌ └	┌┘	┌ ┌	┌┐
┐	┐ └	┐ ┘	┐ ┌	┐ ┐

Zkl$_4^4$ = (└a ┘ b ┌c ┐ d) mit a...d ∈ { └, ┘ , ┌, ┐ }.

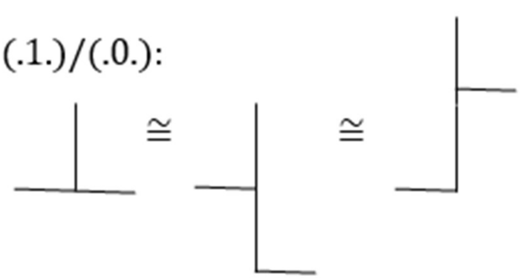
Für die Dualisation gilt:
(× └) = (×.0.) = ┘ = (.1.), d.h. └ × ┘
(× ┌) = (×.2.) = ┐ = (.3.), d.h. ┌ × ┐

Demgegenüber bilden
(.0.)/(.2.) = └ ┌
(.0.)/(.3.) = └┐
(.1.)/(.2.) = ┘ ┌
(.1.)/(.3.) = ┘ ┐

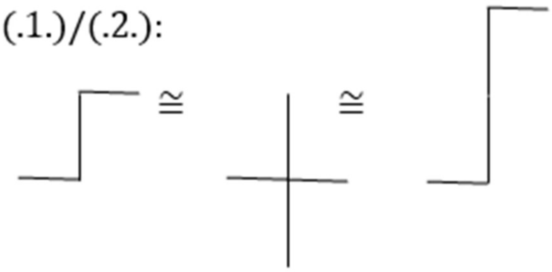
keine Gestaltpaare.

Allerdings kann man alle 4 Zeichengestalten zu Mengen isomorpher „Ligaturen“ zusammenfassen, vgl. z.B.

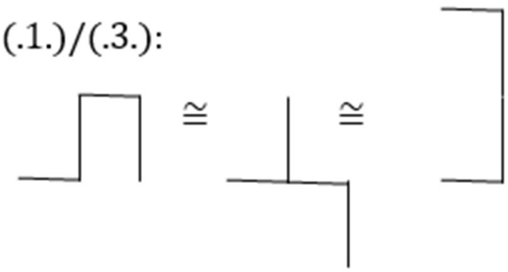
(.1.)/(.0.):



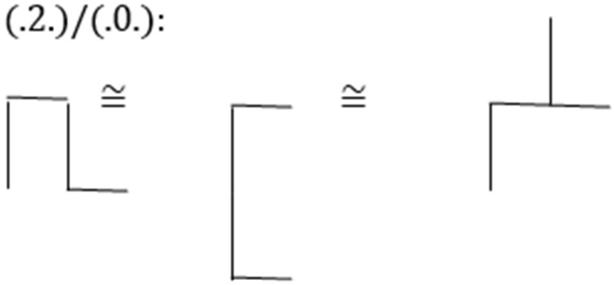
(.1.)/(.2.):



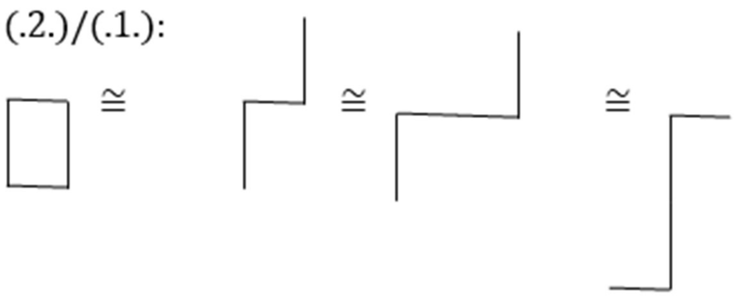
(.1.)/(.3.):



(.2.)/(.0.):

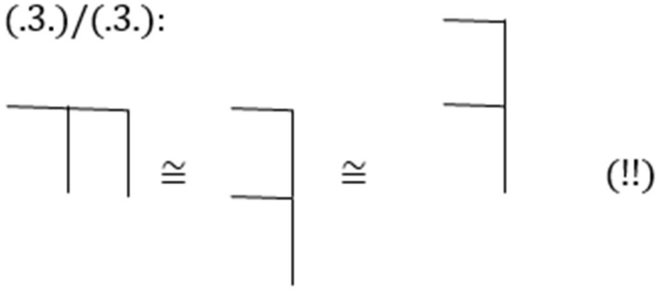


(.2.)/(.1.):



…

(.3.)/(.3.):



Wird also neben der Dichotomie Innen/Aussen auch diejenige zwischen Oben/Unten einbezogen, dann verliert sich natürlich der isomorphe Status der meisten der oben präsentierten Zeichengestalten. Der Zeichentext wird dann zur Partitur.

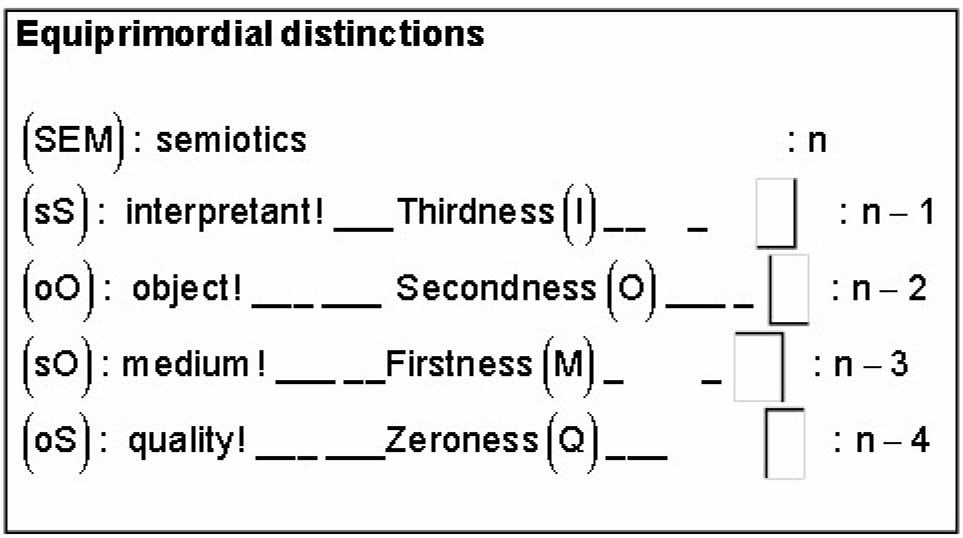
Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

Systemtheoretische Satzperspektive

1. Sätze können entweder syntaktisch nach der Subjekt-Prädikat-Struktur, semantisch nach ihrer Agent-Aktions-Struktur (thematische Rollen), pragmatisch nach ihrer Topic-Comment/Thema-Rhema-Struktur (Informationsstruktur) oder schliesslich, was allen diesen grammatischen Modellen zugrunde liegt, logisch nach ihrer Subjekt-Prädikat-Struktur (Prädikationsstruktur) analysiert werden. Eine neuere Variante der Topic-Comment-Struktur, die mit dieser oft zu nicht kongruenten Ergebnissen führt, ist die Vordergrund-Hintergrund-Strategie (vgl. Toth 2010).

2. Im folgenden sei als weitere und viel abstraktere Grundlage die Korrespondenz logisch-epistemologischer, semiotischer und systemtheoretischer Funktionen zugrunde gelegt, die in Kaehr (2011, S. 7) wie folgt tabelliert sind:



Wir gehen aus von den folgenden zwei Satzpaaren:

1.a) Das Bild hängt an der Wand.
1.b) *Die Wand hängt an dem Bild.
2.a) Das Fahrrad steht neben der Garage.
2.b) ?Die Garage steht neben dem Fahrrad.

Die Ungrammatizität (*) bzw. Fragwürdigkeit (?) der b)-Sätze liegt an dem Austausch von Vordergrund und Hintergrund, sofern dieser eine Rolle spielt, vgl. noch

3.a) Der Wagen steht neben dem Fahrrad.
3.b) Das Fahrrad steht neben dem Wagen.
4.a) Der Kasten steht auf einem Podest.
4.b) Das Podest steht auf einem Kasten.

In den letzten vier Fällen spielt die Vorder-/Hintergrund-Unterscheidung keine Rolle.

3. Das Bild befindet sich normalerweise an einer Wand, an der es hängt. Es ist somit ein innerer Teil der Wand, die demnach vom Bild aus als äusserer Teil erscheint, d.h. es liegt in (1.a) die Relation IO vor. Die Wand selbst steht allerdings ebenfalls in der Relation IO, wobei von ihr aus gesehen das Hand, in dem sie sich befindet, das sie stützt und in dem sie Zimmer voneinander abtrennt, das Äussere ist. Die systemtheoretische Struktur der 1. Satzespaares ist somit

1.a) I(IO) → IO
1.b) *IO → I(IO).

Beim 2. Satzpaar ist das Fahrrad relativ zur Garage das Äussere, diese selbst das Innere. Kurz gesagt, haben wir hier also den zum 1. Satzpaar dualen Fall vor uns:

2.a) O(OI) → OI
2.b) *OI → O(OI).

Wie man erkennt, kann man die Umkehrung der Vorder-/Hintergrundstragie auf die Konversion der systemtheoretischen Relationen zurückführen.

4. Zusätzliche Hinweise und zugleich Bestätigung für die Richtigkeit der hier präsentierten Analyse erhält man, wenn man die Innen/Aussen-Distinktion iteriert, vgl.

5.a) *Die Leinwand des Bildes hängt an der Wand.
5.a) Das Kunstwerk hängt an der Wand.

Hier ist die Leinwand ein Teil des Bild, während das Bild ein Teil der Kunstwerke ist. Es liegen also (i.d.Reihenfolge) die Relationen

6.a) *I(I(IO)) → IO
6.b) I(IO)) → IO

Wiederum genau die dualen Relationen zum 5. Satzpaar erhält man, wenn man nun die folgenden Sätze konstruiert:

7.a) *Die Speichen des Fahrrades stehen neben der Garage.
7.b) Das Gefährt steht neben der Garage.

Wiederum stellt das Element des a)-Satzes „Speichen" einen Teil dar, während im b)-Satz das Fahrrad nun selbst als Teil erscheint, d.h. durch einen ihm übergeordneten Begriff ersetzt ist. Wir haben somit die Relationen

8.a) *O(O(OI)) → OI
8.b) O(OI) → OI.

5. Zusammenfassung: Zu Ungrammatizität bzw. borderline-Akzeptanz führen die Strukturen

1.b) *IO → I(IO).
2.b) *OI → O(OI)
6.a) *I(I(IO)) → IO
8.a) *O(O(OI)) → OI,

d.h. es gibt zwei systemtheoretische Prinzipien, welche Sätze nicht verletzen dürfen. Das erste lautet: Iterierte Relationen müssen nach rechts serialisiert werden (b-Sätze). Das zweite lautet: Mehrfach iterierte Relationen sind nur dann erlaubt, wenn auch ihre entsprechenden einfach iterierten manifest sind. Zum letzteren Punkt schulden wir noch Beispiele:

9.a) Das Fahrrad einschliesslich aller seiner Teile stand neben der Garage. (= Das Fahrrad stand unbeschädigt neben der Garage).

9.b) Das Bild, das auf Leinwand gemalt war, hing an der Wand.

Wie man erkennt, gibt es sehr viele Konstruktionen, um die fehlenden Mittelglieder in den systemtheoretischen Ketten

*I(I(IO)) → I(IO) → IO
*O(O(OI)) → O(OI) → OI

zu ergänzen.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth´s "Theory of the Night". http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.pdf (2010)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen der Vordergrund/Hintergrund-Dichotomie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Vordergr-Hintergr..pdf (2010)

Die Eigenrealitäts-Relation als geschlossener Zopf

1. Epple (1999, S. 316) fasst Artins und Schreiers Weg zum Modell des „geschlossenen Zopfs“ wie folgt zusammen:

> Zwei Zöpfe ließen sich genau dann ineinander deformieren, wenn die sie darstellenden Worte in den Erzeugenden σ_i sich mittels der angegebenen Relationen ineinander transformieren ließen. Auch das *Konjugationsproblem* der Gruppe $\mathfrak{Z}_n$ hatte eine topologische Bedeutung. Dazu führten Artin und Schreier den Begriff des *geschlossenen Zopfs* ein: Wurde ein Zopf Z „ohne ihn zu tordieren“ um eine räumliche Achse h gewickelt, so daß g_1 und g_2 sowie die Anfangs- und Endpunkte des Zopfs miteinander zur Deckung kamen, so ergab sich ein Objekt wie in der nächsten Figur, das (eine feste Achse h und einen Umlaufsinn vorausgesetzt) ebenfalls durch ein Wort der Zopfgruppe repräsentiert werden konnte. Wurden weiter solche Deformationen (Isotopien des Raums) betrachtet, welche die Achse h fest ließen, so ergab sich, daß zwei durch Zopfworte Z und Z' dargestellte *geschlossene* Zöpfe genau dann ineinander deformierbar waren, wenn Z und Z' in der Zopfgruppe $\mathfrak{Z}_n$ konjugiert waren.

Verfolgt man also den obersten Faden in Pfeilrichtung (im Uhrzeigersinn) von einem als A zu denkenden Punkt aus, dann kommt man statt zu A an der entsprechenden Stelle (der Pfeilspitze), wir nennen den Punkt B, heraus. Tut man dasselbe von B aus, so kommt man schliesslich zu einem Punkt, der durch die unterste Pfeilspitze markiert sein soll. Macht man das Ganze von C aus, so erreicht man A, und der Kreislauf ist also nach 3 Umrundungen geschlossen:

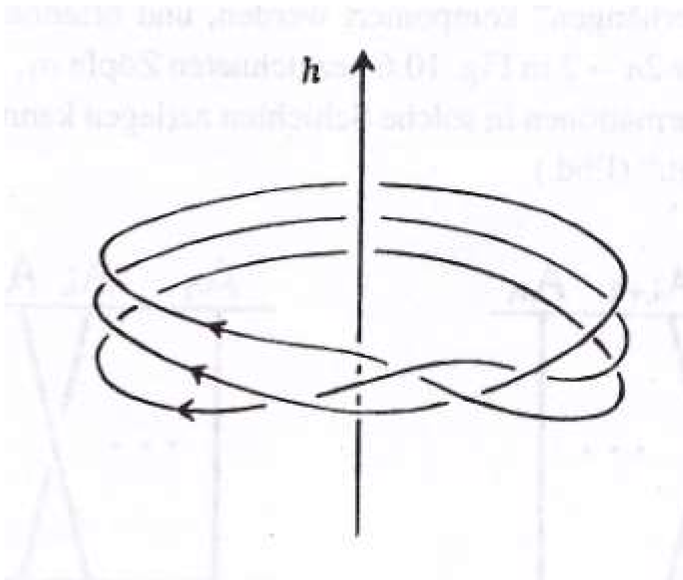


Fig. 10.7: Ein geschlossener Zopf

2. Für die von Bense als Modell des „Zeichens als solchem“ eingeführten Möbius-Band-Modelles (Bense 1992) bedeutet das, dass (wie von mir mit anderen Methoden schon früher gezeigt) nicht 2, sondern 3 Umdrehungen nötig sind, damit die Eigenrealitätsrelation wieder in sich selbst zurückkehrt. Das Möbiusband-Modell ist daher als Modell für die semiotische Eigenrealität ungeeignet und beruht einzig auf der formalen Ähnlich von Subzeichen der Form (a.b) und dualisierten Subzeichen der Form (b.a). In Wahrheit gilt ist natürlich ein dualisiertes Rhema etwas anderes als ein Legizeichen, und ein dualisiertes Legizeichen ist etwas anderes als ein Rhema. Vor allem aber ist ein dualisiertes symmetrisches Subzeichen der Form (a.a) etwas anderes als das undualisierte symmetrische Subzeichen, d.h.

$\times(1.3) \neq (3.1)$
$\times(3.1) \neq (1.3)$
$\times(2.2) \neq (2.2)$

Es ist also nur scheinbar, dass nach Bense (1992) gilt

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$,

denn in Wirklichkeit gilt

$\times\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$,

d.h. Triadisierung anstatt Dualisierung. Man kann das sehr schön durch Indizierung zeigen:

$\times(3.1_{a,b}\ 2.2_{c,d}\ 1.3_{e.f}) \neq (3.1_{f.e}\ 2.2_{d.c}\ 1.3_{b.a})$,

aber

$\times(3.1_{a,b}\ 2.2_{c,d}\ 1.3_{e.f}) \neq (3.1_{f.e}\ 2.2_{d.c}\ 1.3_{b.a})$
$\times(3.1_{f.e}\ 2.2_{d.c}\ 1.3_{b.a}) \neq (3.1_{a,b}\ 2.2_{c,d}\ 1.3_{e.f})$

mit $\times(3.1_{a,b}\ 2.2_{c,d}\ 1.3_{e.f}) = \times(3.1_{a,b}\ 2.2_{c,d}\ 1.3_{e.f})$.

Dass vor allem $\times(2.2)_{c.d} \neq (2.2)_{d.c}$ gilt, hat Kaehr (2008) zum einzig korrekten Schluss geführt, dass hier im Zentrum der Semiotik der logische Identitätssatz aufgehoben ist. Allerdings wird auch sogleich klar, dass die Eigenrealitäts-Relation keine Sonderstellung in dieser Hinsicht vor den übrigen Zeichenklassen beanspruchen darf, denn es gilt allgemein

$\times(3.x_{a,b}\ 2.y_{c,d}\ 1.z_{e.f}) \neq (z.1_{f.e}\ y.2_{d.c}\ x.3_{b.a})$
$\times(3.x_{f.e}\ 2.y_{d.c}\ 1.z_{b.a}) \neq (z.1_{a,b}\ y.2_{c,d}\ x.3_{e.f})$

mit $\times(3.x_{a,b}\ 2.y_{c,d}\ 1.z_{e.f}) = \times(3.x_{a,b}\ 2.y_{c,d}\ 1.z_{e.f})$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$.

Wir folgern, dass das Möbius-Band kein adäquates Modell für das Verhalten von Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) bei der Dualisierung ist, sondern dass es durch das Artin-Schreiersche Modell geschlossener Zöpfe zu ersetzen ist.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Epple, Moritz, Die Entstehung der Knotentheorie. Braunschweig 1999

Tetradische semiotische Verbände

1. Wie man seit Toth (2007) weiss, kann man zur logisch epistemologischen Relation

LER = (oS, sO, oO, SS)

über einem objektiven und einem subjektiven Subjekt sowie einem subjektiven und einem objektiven Objekt eine entsprechende tetradische semiotische Relation

4ZR = (.0., .1., .2., .3.)

konstruieren, die ich als präsemiotisch bezeichnet hatte, weil sie das bezeichnete Objekte in der Form der Qualität eines kategorialen Objektes (.0.) enthält und damit die ganze Semiose vom Objekt zum Metaobjekt gleichzeitig präsentiert und repräsentiert (vgl. Bense 1967, S. 9; 1975, S. 65 f.).

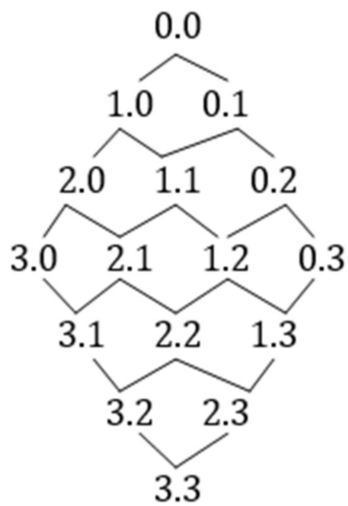
Wie ferner Kaehr (2011) kürzlich gezeigt hat, gibt es zu LER und 4ZR zwei semiotisch hochinteressante systemtheoretische Relationen, nämlich

SR = (OI, IO, OO, II)
SZR = (└, ┘, ┌, ┐).

2. Gehen wir aus von der folgenden quadratischen semiotischen 4 × 4-Matrix

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

Wie man sieht, enthält sie die 3 × 3-Matrix der klassischen Peirceschen Semiotik. Wie man leicht nachprüft (vgl. z.B. Hermes 1967, S. 11 ff.), erhält man nun einen Verband, wenn man das Quadrat auf den Kopf stellt, d.h. um 45° im Uhrzeigersinn bewegt:

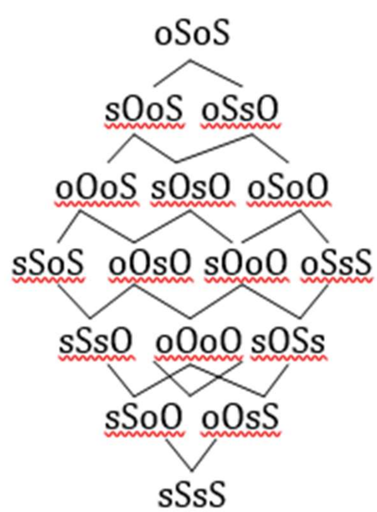


3.3

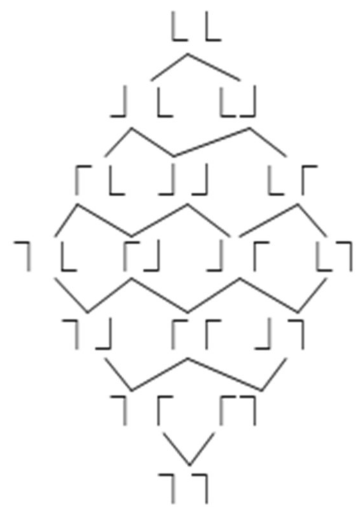
Die Struktur dieses Verbandes enthält in der mittleren Horizontalen die Hauptdiagonale der 4 × 4-Matrix und in der mittleren Vertikalen ihre Nebendiagonale. Alle horizontalen Relationen sind spiegelsymmetrisch, (3.0 2.1 1.2 0.3) ist die tetradische, (3.1 2.2 1.3) die triadische Eigenrealität. Mit

.0. < .1. < .2. < .3. ≌ oS < sO < oO < sS

erhält man den korrespondierenden logisch-epistomologischen Verband



und den korrespondierenden systemtheoretischen Verband



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Hermes, Hans, Einführung in die Verbandstheorie. 2. Aufl. Springer 1967

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth´s "Theory of the Night". In: Thiunkartlab 2011, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.html

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semtiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007

Logisch-epistemologische Ordnung der Fundamentalkategorien

1. Nach Toth (2007, S. 61 ff.) ist die Korrespondenz zwischen den logisch-epistemologischen Funktionen und den semiotischen Fundamentalkategorien wie folgt festgesetzt:

LER = (OI, IO, OO, II)
4ZR = (.0., .1., .2., .3.)

Hinzu tritt als korrespondierende systemtheoretische Relation (Kaehr 2011):

SZR = (└, ┘ , ┌, ┐).

Es gilt also für alle drei Typen von Relationen die Ordnung

OI < IO < OO < II
.0. < .1. < .2. < .3.
└ < ┘ < ┌ < ┐

2. Die Frage ist nur, ob das richtig ist. Auch wenn wir hier 4 logisch-epistemologische Funktionen haben, so ist deren kombinatorische Basis doch die zweiwertige Dichotomie von Subjekt und Objekt. Die klassische, übrigens bereits vorsokratische Pyramide führt vom Objekt zum Subjekt, von der ungeformten Materie bis hinauf zur entlösten Hyle, der reinen Form. Kombinationen, d.h. Mischformen zwischen Materie und Form sind also Zwischenprodukte innerhalb und nicht ausserhalb der Dichotomie, und zwar muss, in unsere Terminologie übertragen, IO vor OI gelten, da ersteres noch ein Objekt ist, letzteres jedoch bereits ein Subjekt. Damit kommen wir nun zu einer von der obigen ganz verschiedenen Ordnung:

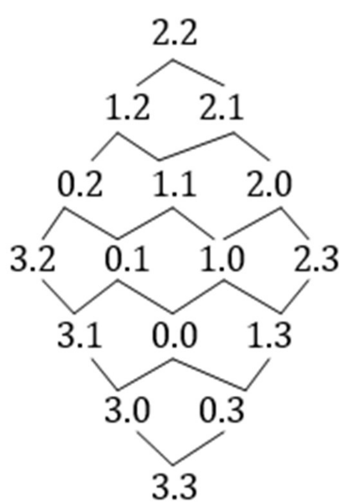
OO < IO > OI > II
.2. < .1. < .0. < .3.
┌ < ┘ < └ < ┐ .

Die Semiose startet also in Einklang mit Bense (1967, S. 9) mit dem thetisch einzuführenden Objekt und endet mit Meta-Objekt, denn dieses ist als Zeichen selber drittheitlich, weil der Interpretant das Zeichen im Zeichen ist, das es ermöglicht, die Zeichenrelation als („verschachelte“) „Relation über Relationen“ zu definieren (vgl. Bense 1979, S. 53). Die obige Ordnung ist also eine nach der zunehmenden Semiotizität und damit der abnehmenden Ontizität (vgl. Bense 1976, S. 60 ff.).

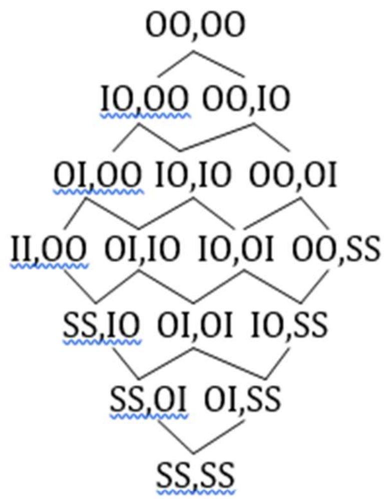
Damit erhalten wir natürlich eine ebenfalls ganz verschiedene 4 × 4-Matrix:

	.2	.1	.0	.3
2.	2.0	2.1	2.0	2.3
1.	1.2	1.1	1.0	1.3
0.	0.2	0.1	0.0	0.3
3.	3.2	3.1	3.0	3.3

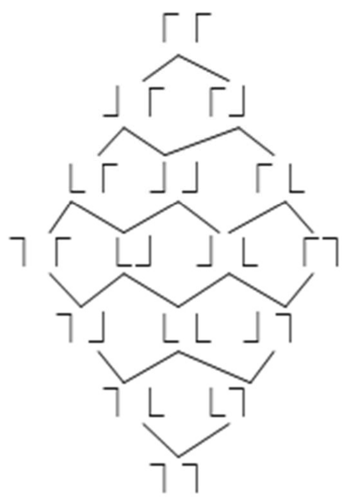
und im Anschluss an Toth (2011) einen völlig verschiedenen semiotischen Verband:



einen völlig verschiedenen systemtheoretischen Verband in der „I-O-Notation“:



sowie einen ganze neuen Verband in der symbolischen Notationsweise:



Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds: four-foldness of beginnings. Semiotic studies with Toth´s “Theory of the Night”. In: Thinkartlab 2011, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.html

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Tetradische semiotische Verbände. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Der semiotische und der Kaehrsche quadralektische Diamant

1. In Toth (2007, S. 61 ff.) hatte ich die Günthersche Idee der binären Subklassifikation der logisch-epistemologischen Dichotomie von Subjekt und Objekt, d.h. die Subkategorien objektives und subjektives Subjekt sowie subjektives und objektives Objekt mit der Benseschen Semiotik zusammengebracht und daraus ein tetradisches Zeichenmodell konstruiert, das ich präsemiotisch nannte, weil in sie das bezeichnete Objekt als Qualität des kategorialen Objektes (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) neben der triadischen Peirceschen Zeichenrelation eingebettet ist. Rudolf Kaehr (2011) hat nun eine regelrechte polykontexturale Semiotik daraus entwickelt, wobei er sich auf meinen Entwurf einer präsemiotisch-handlungstheoretischen Semiotik (Toth 2010), die sog. „Theorie der Nacht", gestützt hatte. Er geht aus von der folgenden fundamentalen Diamantenstruktur (Kaehr 2011, S. 8):

Internal structure of the epistemological distinction system SEM = $\left[sS,\ oO,\ sO,\ oS\right]$:

Diamond structure of $\left[sS,\ oO,\ sO,\ oS\right]$

$$\begin{tikzcd}
(sS)_3 \cong (sS)_1 \arrow[r] \arrow[d, leftrightarrow] & (oO)_1 \cong (oO)_4 \arrow[d, leftrightarrow] \\
(sO)_3 \cong (sO)_2 \arrow[r, phantom, "X" near start] & (oS)_2 \cong (oS)_4 \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

$$(sO) < (oS) < (oO) < (sS)$$

2. Nun hatten wir in Toth (2011) argumentiert, dass die tetradische Zeichenrelation, wenn ihre Relata epistemologisch nach ansteigender Semiotizität angeordnet sind, d.h. die Ordnung

LER = (OO < IO < OI < II)

und somit die semiotisch-fundamentalkategoriale Ordnung

4ZR = (.2. < .1. < .0. < .3.)

bzw.

rZR = (2.a 1.b 0.c 3.d)

aufweist, der Aufspaltung der Materie-Hyle-Pyramide korrespondiert, die sich aus der puren Materialität des Objektes über ihre beiden Haupt-„Mischungen“ bis hinauf zur Hyle läutert. Wir sprechen als von einer „natürlichen“ Ordnung

4ZR = (.2. < .1. < .0. < .3.),

die insofern auch der Ordnung der Semiose entspricht, die sich zwischen den beiden Polen des vorgegebenen, vorthetischen Objektes (.2.) und dem intentionalen, thetischen Interpretanten (.3.) so abspielt, dass das für das Objekt bei der Metaobjektivierung gewählte materiale Substrat (.1.) das bezeichnete Objekt als kategoriales in dessen Qualität mitführt (.0.).

Falls es sich so verhält, dann erkennt man anhand der folgenden Skizzen, dass sich der abstrakte, Kaehrs polykontexturaler Semiotik zugrunde liegende Diamant und mein präsemiotischer Diamant nur durch Umkehrung der Abbildungsrichtungen bei den Subkategorien unterscheiden:

$$\begin{tikzcd}
\underline{sS} \arrow[r] \arrow[d] & oO \\
sO & oS \arrow[l] \arrow[u]
\end{tikzcd}
\qquad
\begin{tikzcd}
\underline{oO} \arrow[r] & sO \arrow[d] \\
sS \arrow[u] & \underline{oS} \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

Gerüst des Kaehrschen Diamanten   Gerüst des präsemiotischen Diamanten

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds: four-foldness of beginnings. Semiotic studies with Toth´s “Theory of the Night”. In: Thinkartlab 2011, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.html

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Logisch-epistemologische Ordnung der Fundamentalkategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiosis und Kenosis

1. Eines der grössten Verdienste der Kaehrschen Semiotik – sie verdient diesen Namen, weil Rudolf Kaehrs es war, welcher die Semiotik auf eine völlig neue, alles bisher Dagewesene weit hinter sich lassende Basis gestellt hatte (vgl. jetzt Kaehr 2010) - besteht im Nachweis, dass so, wie die Semiosis die Transformation vom Objekt zum Zeichen, von Bense „Metaobjektivation" (1967, S. 9) genannt, ermöglicht, ein dazu anti-paralleleler bzw., wie Kaehr sich ausdrückt, „parallaktischer" Prozess angenommen werden muss, der das Objekt in der Kenogrammatik fundiert (vgl. auch Mahler und Kaehr 1993, S. 33).

2. Nun wurde zuletzt in Toth (2011) nachgewiesen, dass der von den „Grammatologen" so gern verwendete und wohl von Spencer Brown geprägte Begriff der „Differenz" bzw. der „Différence" semiotisch mit der Arbitrarität, mathematisch mit der Quantität und logisch mit der Zweiwertigkeit der aristotelischen Logik koinzidiert. Ferner wurde gezeigt, dass die Semiotik zwei „Wurzeln" der Différence kennt: die Kategorienklasse

(3.3 2.2 1.1) R (1.1 2.2 3.3)

und die Zeichenklasse der Eigenrealität

(3.1 2.R.2 1.3) R (3.1 2.R.2 1.3).

Da die Kategorienklasse von Bense (1992, S. 40) ausdrücklich als „Eigenrealität schwächerer Ausprägung""bezeichnet wird, darf man also sagen, dass die Aufhebung der logischen Zweiwertigkeit Hand in Hand geht mit der semiotischen Aufhebung der Eigenrealität.

3. Eigenrealität, vor dem Hintergrund der Zweiwertigkeit bzw. des sie verbürgenden logischen Identitätssatzes gesprochen, bedeutet ja nichts anderes, als dass sich Zeichenthematik und Realitätsthematik in ein und derselben Kontextur befinden (Invarianz des Dualisationsoperators!). Man kann somit Zeichen dadurch aus ihrer Zweiwertigkeit und d.h. Monokontexturalität befreien, dass man sie „polykontexturalisiert". Nun hatte Kaehr (2010, S. 251 ff.) einen konkreten solchen Vorschlag für eine Matrix eines Zeichens in 4 Kontexturen gemacht:

$$\begin{bmatrix} 3.x, & 2.y, & 1.z, & -- \\ --, & 3.x, & 2.y, & 1.z \\ 3.x, & 2.y, & --, & 1.z \\ 3.x, & --, & 2.y, & 1.z \end{bmatrix}$$

Wir können somit Kenosis definieren als den zweifachen Reduktionsprozess der beiden eigenrealen Zeichenklassen auf ihre entsprechenden 4-kontexturalen Matrizen:

1. Rückführung der Kategorienrealität (schw. ER)

1. Rückführung der Kategorienrealität (schw. ER)

$$(3.3\ 2.2\ 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3.3, 2.2, 1.1, -- \\ --, 3.3, 2.2, 1.1 \\ 3.3, 2.2, --, 1.1 \\ 3.3, --, 2.2, 1.1 \end{pmatrix}$$

2. Rückführung der Eigenrealität (stärk. ER)

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3.1, 2.2, 1.3, -- \\ --, 3.1, 2.2, 1.3 \\ 3.1, 2.2, --, 1.3 \\ 3.1, --, 2.2, 1.3 \end{pmatrix}$$

Nun betrifft die stärkere ER die Zeichenklasse des „Zeichens selbst“, während die schwächere ER die „Relation der Realitäten“ (Bense 1992, S. 32) betrifft. Mit anderen Worten: Die Semiotik besitzt deshalb eine zweifache Différence-Repräsentation, weil sie als zweiwertige Wissenschaft über bzw. vor der proemialen Ausgliederung von Zeichen und Objekt verankert ist. Dementsprechend ist es notwendig, Zeichen und Objekt separat auf die kenogrammatische Ebene zurückzuführen, die ja unterhalb der Proemialität und damit vor der Zeichen-Objekt-Ausgliederung angesiedelt ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of Signs? In: ders., Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2010, S. 251-262. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Der Zusammenhang von Arbitrarität und Differenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Das Zeichen als Funktion seiner logisch-epistemologischen Funktionen

1. Nach Toth (2008, S. 36 ff.) sowie Kaehr (2011) besteht folgende Korrespondenz zwischen den Primzeichen und den vier aus der Dichotomie von Subjekt und Objekt kombinierbaren logisch-epistemologischen Funktionen:

(.0.) ↔ oS
(.1.) ↔ sO
(.2.) ↔ oO
(.3.) ↔ sS

Daraus folgt, dass das Zeichen als Funktion seiner logisch-epistemologischen Funktion geschrieben werden kann:

ZR = (.0., .1., .2., .3.) = (oS, sO, oO, sS).

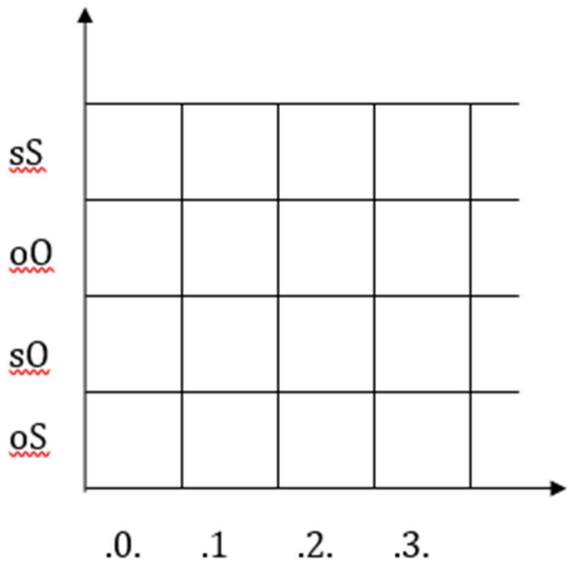
2. Da ferner in einer 4-wertigen Logik folgende Korrespondenz besteht

oS ↔ Wir
sO ↔ Du
oO ↔ Es
sS ↔ Ich,

scheint es naheliegend, die obige logisch-epistemologische Zeichendefinition dahingehend zu verallgemeinern, dass man zulässt, dass jedes Primzeichen seine in der Monokontexturalität festgesetzte Kontextur verlassen und zwischen den Kontexturen wechseln (evtl. auch gleichzeitig in mehreren Kontexturen aufscheinen) kann, so dass also jedem Primnzeichen alle 4 logisch-epistemologischen Funktion zugeschrieben werden können. Das bedeutet also

(.0.) = f(oS, sO, oO, sS)
(.1.) = f(oS, sO, oO, sS)
(.2.) = f(oS, sO, oO, sS)
(.3.) = f(oS, sO, oO, sS),

und man kann dann im Anschluss an Bense (1976, S. 60), wo ein Koordinatensystem auf der Basis der Abhängigkeit des Zeichens von seiner Ontizität und seiner Semiotizität entwickelt wurde, ein neues Koordinatensystem konstruieren, dessen Abszisse die Fundamentalkategorien und dessen Ordinate die logisch-epistemologischen Funktionen enthält:



Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.pdf (2011)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Semiotische Vermittlungszahlen beim Übergang von Kategorien zu Saltatorien

1. Wir gehen aus von dem kürzlich von Kaehr (2011, S. 27) publizierten Schema der Komposition von Diamanten

Diamond composition rule

$$\frac{\left(A_\alpha \to B_\omega\right) \diamond \left(B_\alpha \to C_\omega\right) \diamond \left(C_\alpha \to D_\omega\right)}{\left(A_\alpha \to D_\omega\right) \,\Big|\, \left(\tilde{B}_\omega \longleftarrow \tilde{B}_\alpha\right) \,\Big\|\, \left(\tilde{C}_\omega \longleftarrow \tilde{C}_\alpha\right)}$$

$\to$: morphism

α, ω : source, target

$\diamond$: diamond composition

$|$: category – saltatory complementarity

$\|$: saltisition (jump – operation)

Versucht man, dieses Schema auf die triadischen Peirceschen Zeichenklassen anzuwenden, so stößt man auf Schwierigkeiten. Zwar hatte bereits Walther (1979, S. 79) vorgeschlagen, Triaden als Kompositionen von zwei Dyaden aufzufassen:

Zkl = (3.a 2.b) ∘ (2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c),

aber diese in der Semiotik auch als Konkatenation bezeichnete Operation ist mit dem Kaehrschen Verfahren unvereinbar.

2. Allerdings kann man von dyadischen Zeichenrelationen der Form

ZR = ((a.b), (c.d)) (mit a, b, c, d ∈ {1, 2, 3})

ausgehen und sie, wie in Toth (2011) gezeigt, in der folgenden Form als Pseudo-Triaden notieren

ZR = ((a.b), (b.c), (c.d)).

Wie man sogleich sieht, entspricht diese Notation genau dem Kompositionsschema Kaehrscher Diamanten. Nehmen wir als Beispiel

ZR = ((1.2), (3.1))

dann haben wir

A = 1. C = 3.
B = .2 D = .1,

und somit ist

ZR = (1.2) ∘ (2.3) ∘ (3.1).

Nun können wir die kategorial-saltatorische Komplementarität

(1. → .1) | (.2~ ⟵ 2.~)

und die Saltisition (Jump-Operation)

(.3~ ⟵ 3.~)

bestimmen. Man beachte die triadischen Peirce-Zahlen der Form (a.) und die trichotomischen der Form (.a). Der Übergang von Kategorien zu Saltatorien beinhaltet also semiotisch nicht nur die Umkehrung der Abbildung, sondern auch den Wechsel von triadischem Haupt- und trichotomischem Stellenwert.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The amazing power of Four. In: ThinkArtLab, http://www.thinkartlab.com/Memristics/Power%20of%20Four/Power%20of%20Four.pdf (2011)

Toth, Alfred, Pseudo-Triaden und Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Dualität und Inversität

1. In seinem bahnbrechenden Werk „The Book of Diamonds“ (Glasgow 2007) hat Rudolf Kaehr nicht nur die Komposition von Morphismen, sondern auch diejenige chiastischer Relationen untersucht (vgl. Kaehr 2007, S. 52 f.). Der vorliegende Beitrag möchte einige Ergänzungen aus semiotischer Sicht dazu bringen.

2. Wir führen hier neben der bereits von Bense eingeführten Operation der Dualisierung (×) die Inversion (+) ein. Dann erhalten wir für ein allgemeines semiotische Dualsystem der Form

DS = (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3)

zweimal drei Strukturen, und zwar für Zeichenklassen:

×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)
+(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)
+×(3.a 2.b 1.c) = (a.3 b.2 c.1)

und für Realitätsthematiken:

×(c.1 b.2 a.3) = (3.a 2.b 1.c)
+(c.1 b.2 a.3) = (a.3 b.2 c.1)
+×(c.1 b.2 a.3) = (1.c 2.b 3.a)

Es gilt somit

+Zkl = +×Rth
+×Zkl = +Rth,

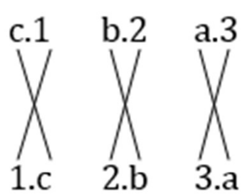
d.h. eine wiederum chiastische Relation zwischen Zkl und Rth. Da ferner natürlich ×Zkl = Rth gilt, gibt es somit bei semiotischen Dualsystemen, von der Normalform der Zeichenklasse abgesehen, nur die folgenden 3 strukturellen Typen (sofern man von der Permutation der Subzeichen absieht; vgl. Toth 2007, S. 166 ff.):

×(3.a 2.b 1.c)	=	(c.1 b.2 a.3)	I
+(3.a 2.b 1.c)	=	(1.c 2.b 3.a)	II
+×(3.a 2.b 1.c)	=	(a.3 b.2 c.1)	III

Wir nennen somit Typ I den dualen, Typ II den inversen und Typ III den dual-inversen (bzw. invers-dualen) Typ.

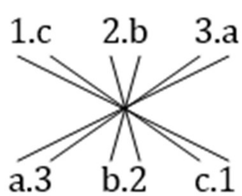
Untersucht man nun die 3 möglichen Relationen zwischen diesen strukturellen Typen, so erhält man 3 Typen von semiotisch-chiastischen Relationen, welche die Unterscheidung akkretiver und iterativer Typen ergänzen:

Typ I/Typ II:



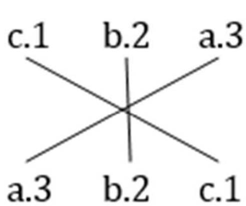
Chiasmus des Übergangs von Dualität zu Inversität.

Typ II/Typ III:



Chiasmus des Übergangs von Inversität zu dualer Inversität/inverser Dualität.

Typ I/Typ III:



Chiasmus des Übergangs von Dualität zu inverser Dualität/dualer Inversität.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Formale Grundlagen einer regionalen semiotischen Funktionentheorie

1. Dieser Beitrag setzt einerseits meine Studien “Polycontextural semiotics functions” voraus (Toth 2008), andererseits die VI Teile meiner Theorie der “semiotischen Nacht” (Toth 2008-11). Zur Motivation vgl. die erste Referenz.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Maximales Variablen-Schema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) \\ \text{Minimales Variablen-Schema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}) \\ & \\ \text{Maximales Kontexturen-Schema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) \\ \text{Minimales Kontexturen-Schema:} & w = f(x_{i,j}, y_{i,j}) \end{array}\right\} i, j, k \in \{1, 2, 3, 4\}$$

2.1. **Funktionen mit $w = (\pm 0.\pm 1_{1,3})$**

1. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
2. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
3. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
4. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
5. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
6. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
7. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
8. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
9. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
10. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
11. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
12. $(\pm 0.\pm 1_{1,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$

2.2. **Funktionen mit $w = (\pm 0.\pm 2_{1,2})$**

1. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
2. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
3. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
4. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
5. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
6. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
7. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
8. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$

9. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
10. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
11. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
12. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
13. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
14. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
15. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
16. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
17. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
18. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
19. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
20. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
21. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
22. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
23. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
24. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
25. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
26. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
27. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
28. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
29. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
30. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
31. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
32. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
33. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
34. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
35. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
36. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
37. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
38. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
39. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
40. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
41. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

2.3. **Funktionen mit w = $(\pm 0.\pm 3_{2,3})$**

1. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

2. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
3. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
4. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
5. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
6. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
7. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
8. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
9. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
10. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
11. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
12. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
13. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
14. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
15. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
16. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
17. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
18. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
19. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
20. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
21. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
22. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
23. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
24. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
25. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
26. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
27. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
28. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
29. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
30. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
31. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
32. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
33. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
34. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
35. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
36. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
37. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
38. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

39. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1_{1,3,4})$
40. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
41. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
42. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
43. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
44. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
45. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
46. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
47. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
48. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
49. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
50. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
51. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
52. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
53. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
54. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
55. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
56. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
57. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
58. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
59. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
60. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
61. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
62. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
63. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
64. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
65. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
66. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
67. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
68. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
69. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
70. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
71. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
72. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
73. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
74. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
75. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

76. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
77. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
78. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
79. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
80. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
81. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
82. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
83. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
84. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
85. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
86. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
87. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
88. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
89. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
90. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
91. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
92. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

2.4. **Funktionen mit w = $(\pm1.\pm0_{1,3})$**

1. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
3. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
4. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
5. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
7. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
9. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
10. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
11. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
12. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

2.5. **Funktionen mit w = $(\pm1.\pm1_{1,3,4})$**

1. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
2. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

3. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
4. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
5. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
6. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
7. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
8. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
9. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
10. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
11. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,})$
12. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
13. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
14. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
15. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
16. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
17. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
18. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
19. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
20. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
21. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
22. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
23. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
24. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
25. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
26. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
27. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
28. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
29. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
30. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
31. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
32. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
33. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
34. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
35. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
36. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
37. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
38. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
39. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$

40. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
41. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
42. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
43. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
44. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
45. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
46. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
47. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
48. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
49. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
50. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
51. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
52. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
53. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
54. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
55. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
56. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
57. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
58. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
59. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
60. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
61. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
62. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
63. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
64. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.6. **Funktionen mit w = $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$**

1. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
2. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
3. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
4. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
5. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
6. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
7. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
8. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
9. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4})$

10. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
11. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
12. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
13. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
14. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
15. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
16. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
17. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
18. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
19. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
20. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
21. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
22. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
23. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
24. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
25. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
26. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
27. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
28. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
29. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
30. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
31. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
32. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
33. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
34. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
35. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
36. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
37. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
38. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
39. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
40. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
41. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
42. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
43. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
44. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
45. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
46. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

47. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
48. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
49. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
50. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
51. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
52. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}\ \pm2.\pm1_{1,4})$
53. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
54. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
55. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
56. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
57. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
58. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
59. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
60. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
61. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
62. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
63. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
64. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
65. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
66. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
67. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
68. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
69. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
70. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
71. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
72. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
73. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4})$
74. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
75. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
76. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
77. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
78. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
79. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
80. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
81. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
82. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
83. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

84. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
85. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
86. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
87. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
88. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
89. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
90. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
91. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
92. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
93. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
94. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
95. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
96. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
97. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
98. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
99. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
100. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
101. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
102. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
103. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
104. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
105. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
106. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
107. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
108. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
109. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
110. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
111. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
112. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
113. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
114. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
115. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.7. **Funktionen mit w = $(\pm1.\pm3_{3,4})$**

1. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
2. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

3. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
4. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
5. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
6. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
7. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
8. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
9. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
10. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
11. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
12. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
13. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
14. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
15. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
16. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
17. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
18. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
19. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
20. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
21. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
22. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
23. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
24. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
25. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
26. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
27. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
28. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
29. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
30. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
31. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
32. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
33. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
34. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
35. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
36. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
37. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
38. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
39. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$

40.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
41.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
42.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
43.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
44.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
45.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
46.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
47.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
48.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
49.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
50.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
51.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
52.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
53.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
54.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
55.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
56.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
57.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
58.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
59.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
60.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
61.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
62.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
63.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
64.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
65.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
66.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
67.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
68.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
69. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
70.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
71.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
72.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
73.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
74.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
75.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
76.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
77.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$

78.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
79.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
80.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
81.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
82.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
83.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
84.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
85.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
86.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
87.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
88.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
89.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
90.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
91.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
92.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
93.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
94.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
95.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
96.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
97.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
98.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
99.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
100. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
101. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
102. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
103. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
104. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
105. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
106. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
107. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
108. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
109. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
110. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
111. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
112. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
113. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
114. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

115. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
116. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
117. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
118. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
119. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
120. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
121. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
122. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
123. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
124. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
125. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
126. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
127. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
128. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
129. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
130. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
131. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
132. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
133. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
134. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
135. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
136. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
137. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
138. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
139. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
140. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
141. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
142. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
143. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
144. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
145. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
146. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
147. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
148. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
149. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
150. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
151. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

152. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.8. **Funktionen mit w = $(\pm2.\pm0_{1,2})$**

1. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
3. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
4. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
5. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
7. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
9. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
10. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
11. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
12. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
13. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
14. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
15. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
16. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
17. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
18. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
19. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
20. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
21. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
22. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
23. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
24. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
25. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
26. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
27. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
28. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
29. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
30. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
31. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
32. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
33. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

34. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
35. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
36. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
37. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
38. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
39. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
40. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
41. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

2.9. **Funktionen mit w = $(\pm 2.\pm 1_{1,4})$**

1. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 1_{1,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
2. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 1_{1,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
3. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
4. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
5. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
6. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
7. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
8. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
9. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
10. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
11. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
12. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
13. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
14. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
15. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
16. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
17. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
18. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
19. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
20. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 1_{1,3})$
21. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 1_{1,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
22. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
23. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
24. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
25. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
26. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

27.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
28.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
29.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
30.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
31.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
32.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
33.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
34.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
35.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
36.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
37.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
38.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
39.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
40.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
41.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
42.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
43.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
44.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
45.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
46.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
47.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
48.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
49.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
50.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
51.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
52.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
53.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
54.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
55.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
56.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
57.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
58.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
59.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
60.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
61.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
62.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
63.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

64.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
65.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
66.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
67.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
68.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
69.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
70.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
71.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
72.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
73.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
74.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
75.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
76.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
77.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
78.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
79.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
80.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
81.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
82.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
83.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
84.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
85.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
86.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
87.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
88.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
89.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
90.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
91.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
92.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
93.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
94.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
95.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
96.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
97.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
98.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
99.$(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 1_{1,3})$
100. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 1_{1,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$

101. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
102. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
103. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
104. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
105. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
106. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
107. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
108. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
109. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 1_{1,3})$
110. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
111. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
112. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
113. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
114. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
115. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
116. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$

2.10. **Funktionen mit w = $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4})$**

1. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
2. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
3. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
4. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
5. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
6. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
7. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
8. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
9. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
10. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
11. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
12. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
13. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
14. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
15. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
16. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
17. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
18. $(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

19.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
20.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
21.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
22.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4})$
23.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
24.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
25.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
26.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
27.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
28.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
29.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
30.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
31.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
32.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
33.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
34.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
35.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
36.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
37.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
38.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
39.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
40.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
41.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
42.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
43.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
44.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
45.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
46.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
47.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
48.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
49.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
50.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
51.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
52.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
53.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4})$
54.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
55.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

56.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
57.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
58.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
59.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
60.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
61.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
62.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
63.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
64.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
65.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
66.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
67.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
68.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
69.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
70.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
71.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
72.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
73.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
74.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
75.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
76.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
77.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
78.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
79.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
80.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
81.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
82.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
83.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
84.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
85.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
86.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
87.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
88.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
89.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
90.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
91.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
92.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

93. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
94. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
95. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
96. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
97. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
98. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
99. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
100. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
101. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
102. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
103. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
104. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
105. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
106. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
107. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
108. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
109. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
110. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
111. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
112. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
113. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
114. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.11. **Funktionen mit w = $(\pm2.\pm3_{2,4})$**

1. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
2. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
3. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
4. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
5. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
6. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
7. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
8. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
9. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
10. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
11. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
12. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

13.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
14.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
15.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
16.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
17.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
18.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
19.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
20.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
21.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
22.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
23.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
24.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
25.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
26.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
27.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
28.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
29.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
30.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
31.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
32.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
33.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
34.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
35.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
36.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
37.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
38.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
39.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
40.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
41.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
42.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
43.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
44.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
45.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
46.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
47.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
48.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
49.$(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$

50. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
51. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
52. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
53. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
54. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
55. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
56. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
57. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
58. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
59. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
60. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
61. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
62. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
63. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
64. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
65. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
66. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
67. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
68. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
69. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
70. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
71. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
72. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
73. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
74. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.12. **Funktionen mit w = $(\pm3.\pm0_{2,3})$**

1. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
3. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
4. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
5. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
7. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
9. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

10.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
11.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
12.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
13.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
14.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
15.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
16.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
17.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
18.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
19.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
20.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
21.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
22.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
23.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
24.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
25.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
26.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
27.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
28.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
29.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
30.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
31.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
32.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
33.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
34.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
35.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
36.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
37.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
38.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
39.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
40.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
41.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
42.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
43.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
44.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
45.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
46.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

47.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
48.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
49.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
50.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
51.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
52.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
53.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
54.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
55.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
56.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
57.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
58.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
59.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
60.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
61.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
62.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
63.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
64.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
65.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
66.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
67.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
68.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
69.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
70.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
71.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
72.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
73.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
74.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
75.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
76.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
77.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
78.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
79.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
80.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
81.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
82.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
83.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

84.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
85.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
86.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
87.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
88.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
89.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
90.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
91.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
92.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

2.13. **Funktionen mit w = $(\pm3.\pm1_{3,4})$**

1. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
2. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
3. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
4. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
5. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
7. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
8. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
9. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
10. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
11. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
12. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
13. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
14. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
15. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
16. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
17. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
18. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
19. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
20. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
21. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
22. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
23. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
24. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
25. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

26. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
27. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
28. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
29. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
30. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
31. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
32. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
33. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
34. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
35. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
36. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
37. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
38. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
39. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
40. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
41. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
42. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
43. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
44. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
45. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
46. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
47. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
48. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
49. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
50. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
51. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
52. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
53. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
54. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
55. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
56. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
57. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
58. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
59. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
60. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
61. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
62. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$

63.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
64.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
65.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
66.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
67.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
68.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
69.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
70.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
71.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
72.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
73.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
74.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
75.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
76.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
77.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
78.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
79.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
80.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
81.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
82.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
83.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
84.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
85.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
86.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
87.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
88.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
89.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
90.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
91.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
92.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
93.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
94.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
95.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
96.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
97.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
98.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
99.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

100. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
101. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
102. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
103. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
104. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
105. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
106. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
107. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
108. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
109. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
110. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
111. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
112. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
113. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
114. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
115. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
116. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
117. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
118. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
119. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
120. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
121. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
122. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
123. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
124. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
125. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
126. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
127. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
128. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
129. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
130. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
131. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
132. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
133. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
134. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
135. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
136. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

137. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
138. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
139. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
140. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
141. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
142. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
143. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
144. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
145. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
146. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
147. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
148. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
149. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
150. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
151. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
152. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
153. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
154. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

2.14. **Funktionen mit w = $(\pm3.\pm2_{2,4})$**

1. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
3. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
4. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
5. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
6. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
7. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
9. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
10. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
11. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
12. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
13. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
14. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
15. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
16. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

17.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
18.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
19.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
20.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
21.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
22.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
23.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
24.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
25.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
26.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
27.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
28.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
29.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
30.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
31.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
32.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
33.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
34.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
35.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
36.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
37.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
38.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
39.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
40.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
41.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
42.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
43.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
44.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
45.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
46.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
47.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
48.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
49.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
50.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
51.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
52.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
53.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$

54.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
55.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
56.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
57.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
58.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
59.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
60.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
61.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
62.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
63.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
64.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
65.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
66.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
67.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
68.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
69.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
70.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
71.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
72.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
73.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
74.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

2.15. **Funktionen mit w = $(\pm3.\pm3_{2,3,4})$**

1. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
2. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
3. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
4. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
5. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
6. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
7. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
8. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
9. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
10. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
11. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
12. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
13. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

14. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
15. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
16. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
17. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
18. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
19. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
20. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
21. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
22. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
23. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
24. $(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

3. Die Liste der hier präsentierten 1162 Funktionen der erweiterten regionalen Semiotik ist erschöpfend für eine 4-kontexturale tetradisch-tetratomische Präsemiotik. Funktionen, die Werte enthalten, die in mehr als 1 Kontextur liegen, können kombinatorisch aufgeteilt werden in mehrere Funktionen. Z.B. kann die Funktion

$(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

aufgeteilt werden in

$(\pm3.\pm3_{2}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{2,3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{2,4,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{3,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{3,4,2}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{4,2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
$(\pm3.\pm3_{4,3,2}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$.

Um weitere lange Listen zu ersparen, wurden kombinbatorische Funktionen hier weggelassen. Natürlich ist ein enormer Strukturreichtum zusätzlich dadurch erreichbar, daß man neben Morphismen auch die von Kaehr in seiner Diamantentheorie eingeführten „Hetero-Morphismen“ (sowie deren Kombinationen) berücksichtigt (vgl. Kaehr 2008; dazu auch Toth 2009a).

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard/Schelsky, Helmut, Christliche Metaphysik und das Schicksal des modernen Bewusstseins. Leipzig 1937

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%-2-0Semiotics/Diamond%-2-0Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Toth’s semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Triadic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Triadic%-2-0Diamonds/Triadic%-2-0Diamonds.pdf (2008)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Funktionentheorie. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Inner and outer semiotic environments in the system of the trichotomic triads.
In: Electronic Journal for Mathematial Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Inner%20and%20outer%20sem.%20environm..pdf (2009a)

Toth, Alfred, How many contexture-borders does a sign have? In: Electronic Journal for Mathematial Semiotics, www.mathematical-semiotic.com (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Elements of a theory of the night. Part I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008-11

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Topologie semiotischer Regionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Negative topologische Relationen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Regionale Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Eigenrealität in der regionalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Regionale Kategorienrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Übergänge zwischen regionalen Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Regionale Umgebung und Nachbarschaft. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Darstellung struktureller Realitäten durch Nachfolgeoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Hexagonale Struktur regionaler semiotischer Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zu einer regionalen semiotischen Zahlentheorie I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zu einer regionalen semiotischen Zahlentheorie II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zur Erweiterung der regionalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Die qualitativen Zahlen der erweiterten regionalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Die systemische Zeichenrelation als morphogrammatisches Fragment

1. Setzt man in der von mir zuletzt in Toth (2012a) behandelten systemischen Zeichenrelation

$ZR_{sys}^3 = (\omega, (\omega, 1), ((\omega, 1), 1))$

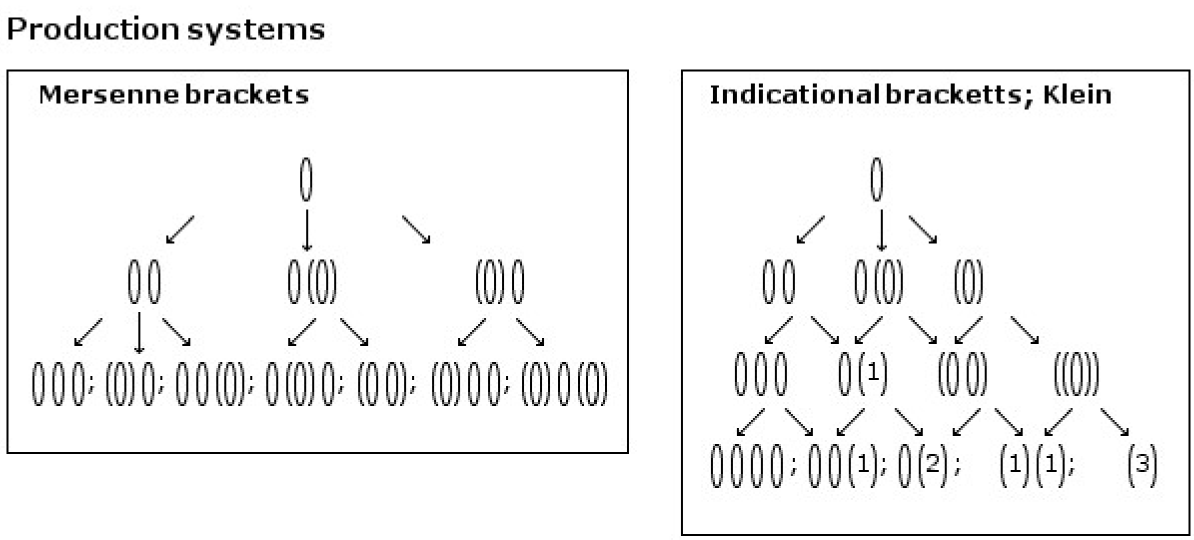
$\omega = 1$,

erhält man bekanntlich (vgl. Toth 2012b) den Anfang einer „doppelt frakalen" Folge von Zeichenzahlen

$A = (1, (1, 2), ((1, 2), 3), ...)$,

deren temptative Nähe zu den von Günther (1976) eingeführten Proto-Zahlen bereits angesprochen wurde (Toth 2012c).

2. Nun hat jedoch Kaehr in einer rezenten Publikation (Kaehr 2011) auf die Parallelen zwischen zwei Zahlenkalkülen hingewiesen, die er Mersenne- und Spencer-Brown-Kalkül nennt, deren klammergrammatische Darstellung für 3 Kontexturen untenstehend aus Kaehr (2011, S. 2) wiedergegeben wird:



Natürlich ist es möglich, statt Klammern natürlichen Zahlen für Kenos verwenden. Auf diese Weise erkennt man, daß A (OEIS A002260) ein morphogrammatisches Fragment des qualitativen 3-kontexturellen Zahlensystems darstellt, wie es links im Mersenne- und rechts im Spencer Brown-Kalkül von Kaehr dargestellt wurde. Führt man ZR_{sys}^n für beliebiges $n > 3$ fort, so erhält man als Relationen der tetradischen, pentadischen und hexadischen Semiotiken

$ZR_{int}{}^4 = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]], [[\omega, 1], 2], 3]]]]$

$ZR_{int}{}^5 = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]], [[[\omega, 1], 2], 3]]], [[[\omega, 1], 2], 3], 4]]]]]$

$ZR_{int}{}^6 = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]], [[[\omega, 1], 2], 3]]], [[[\omega, 1], 2], 3], 4]]]], [[[[\omega, 1], 2], 3], 4], 5]]]]]]$, usw.

bzw. als Zeichenzahlen-Folgen

$ZR_{int}{}^3 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]]]$

$ZR_{int}{}^4 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[1, 2], 3], 4]]]]$

$ZR_{int}{}^5 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]]]$

$ZR_{int}{}^6 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]], [[[[1, 2], 3], 4], 5], 6]]]]]]$, usw.

Dies bedeutet also, daß die Feststellung in Toth (2012c), daß $ZR_{sys}{}^3$ nur mehr ein Teilsystem der n-stufigen semiotischen Zahlenhierarchie (und diese wiederum nur mehr ein Aspektsystem der gesamten systemischen Hierarchie, die ja nicht nur Zeichenhaftes umfaßt) darstellt, dahin gehend zu ergänzen ist, daß die selbstähnlichen Teilfolgen von A bzw. die Partialrelationen von $ZR_{sys}{}^3$ nur mehr morphogrammatische Fragmente eines n-kontexturellen Gesamtsystems von qualitativen Zeichenhierarchien darstellen. Speziell nur n = 3 haben wir das folgende vollständige 3-adisch 3-kontexturelle semiotische Teilsystem

$ZR_{sysV}{}^3 = [1, [(1, 1), (1, 2), (2, 2)], [(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 3)]]$,

von dem $ZR_{int}{}^3 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]]]$ nur mehr ein monokontexturalisiertes Fragment darstellt.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Kaehr, Rudolf, Complementary Calculi. In: Thinkartlab 2011, http://memristors.memristics.com/Complementary%20Calculi/Complementary%20Calculi.html

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Eine neue, 4-partite Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Selbstähnliche Teilrelationen intrinsischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Ein systemtheoretisches Kenose-Semiose-Modell

1. Die Notwendigkeit der Einbeziehung der Kenose neben der Semiose im Zeichengenese-Prozeß wurde bereits von Kaehr und Mahler (1993, S. 31 ff.) aufgezeigt. Wie in Toth (2012a) gezeigt, kann man die in Toth (2012b) eingeführte systemtheoretische Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

mittels relationaler Einbettungszahlen wie folgt notieren

$ZR_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$.

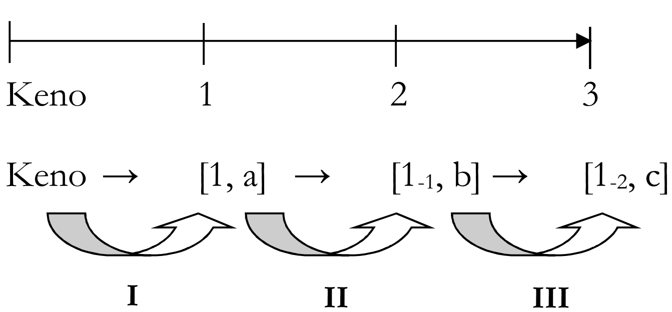
Sowohl in ZR_{sys} als auch in ZR_{REZ} befinden sich die Kontexturgrenzen zwischen den Glieder der Dichotomie [Außen, Innen] *innerhalb* der die ursprünglichen Kategorien ersetzenden Abbildungen, denn es gilt nach Toth (2012b)

$\omega = (A \rightarrow I)$

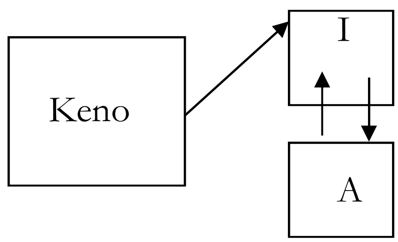
$[\omega, 1] = ((A \rightarrow I) \rightarrow A))$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I)$.

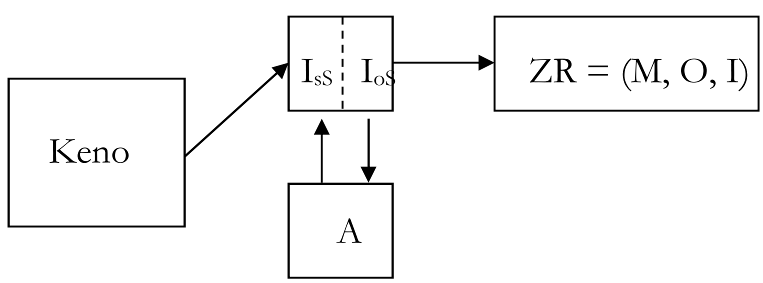
2. Daraus folgt aber, daß am Anfang dieses Prozesses nicht, wie in der Peirce-Bense-Semiotik (vgl. Bense 1967, S. 9), das Objekt, und an seinem Ende nicht das Zeichen steht, sondern vor der elementaren Abbildung $\omega = (A \rightarrow I)$ muß der Unter-Schied zwischen A und I bestehen, der erst ein System ermöglicht. Bedenkt man ferner, daß zwar die beiden Abbildungen ω und $[[\omega, 1], 1]$ als Codomänen I, die Abbildung $[\omega, 1]$ jedoch als Codomäne A hat, folgt, daß wir von einem Zeichengenese-Modell wie folgt ausgehen müssen



Der Transformationsprozeß I ist also die Etablierung des Unterschieds zwischen Außen und Innen, d.h. allgemein die Entstehung von Dichotomien und damit der Beginn der Gültigkeit der 2-wertigen Logik. Diese geht also auf jeden Fall der Semiotik vorauf. Die daran anschließenden fortlaufenden hierarchischen Einbettungen sind jedoch qualitativ heterogen, da, wie bereits erwähnt Einbettung II eine Objektsabbildung ist, wogegen die Abbildungen I und III Subjektabbildungen sind. Aus diesem Grunde kann also das Keno-Semiose-Modell nicht so, wie oben skizziert, linear sein, sondern es muß viel etwa wie das folgende Modell aussehen:



d.h. bei der Abbildung I von der Keno-Ebene auf die systemtheoretische Repräsentation potentiell zeichenhafter Relationen gibt es Subjektpriorität; die Objektabbildung ist also sekundär. Zu den Doppelpfeilen, welche die Abb. II und III des oberen Diagramms bezeichnen, sollte man sich ferner bewußt sein, daß sie bereits logisch-epistemisch differenziert sind, denn die Abb. II hat als Codomäne das objektive Subjekt, die Abb. III jedoch das subjektive Subjekt. Deshalb muß der oben nicht-unterteilte I-Bereich also logisch zweigeteilt sein, und wir bekommen nun folgendes Kenose-Semiose-Modell, in das wir gleiche die erweiterte Semiose einzeichnen



Dieses erweiterte Kenose-Semiose-Modell bringt v.a. zum Ausdruck, daß das Zeichen niemals direkt aus der Keno-Ebene generierbar ist und also erst des systemisches „Zwischenschrittes“ bedarf, da bekanntlich nicht alles Systemische eo ipso zeichenhaft ist. Das bedeutet aber, daß dieser „Zwischenschritt“ v.a. die Möglichkeit gibt, endlich die sog. Präsemiotik (vgl. Bense 1975, S. 65 f.; Bense 1981, S. 28 ff. [im Zus.hang m.d. der semiotischen Morphogenese]; Toth 2007a, b; 2008, S. 166 ff.) system-intern zu behandeln ohne artifizielle Konstrukte wie Zero-ness, ontologischen Raum, kategoriale Objekte u.ä. einführen zu müssen (vgl. auch Götz 1982, S. 4, 28). Die Objekte sind also genauso Konstrukte, nämlich Konsequenzen aus dem fundamentalen Akt der Subjekt-Objekt-Scheidung wie das Zeichen relativ zu seinem bezeichnenden Objekt, nur daß das Zeichen ein abgeleitetes Konstrukt ist, das ein primäres Konstrukt, d.h. sein bezeichnetes Objekt, referentiell substituiert, womit sich natürlich trotzdem Benses Bestimmung des Zeichens als eines „Metaobjektes“ (1967, S. 9) aufrecht erhalten läßt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Das Zeichen als Teil des Objekts

1. In seinen frühen semiotischen Studien zu Kafka stellte Bense fest: "So tritt also das Nichts des Nichtseienden stets implizit auf, es schimmert durch das Sein hindurch, es partizipiert am Sein, wie in Platons mythischer Welt, infolgedessen ist es beständig gegenwärtig wie auch beständig abwesend. Die meontologische Differenz erscheint als ontologische Ambivalenz. Das Nichts ist ein Teil des Seins geworden, sofern sich dieses in jedem Seienden kundgibt" (1952, S. 81). Das deckt sich in den Grundzügen mit Heidegger: "Der alte Satz ex nihilo nihil fit erhält dann einen anderen, das Seinsproblem selbst treffenden Sinn und lautet: ex nihilo omne ens qua ens fit" (1986, S. 40).

2. Wie gesagt, ist Benses Argumentation bereits in der "Theorie Kafkas" – obwohl diese 15 Jahre vor Benses erstem ausschließlich semiotischem Buch geschrieben wurde – und übrigens auch noch zehn Jahre vor E. Walthers Habilitationsvortrag über den Zeichenbegriff bei Peirce (1962) – eine semiotische: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80). Somit sind es bei Bense bereits anfangs der 50er Jahre die Zeichen, welche als "meontologische Differenz" in der Form von "ontologischer Ambivalenz" erscheinen, denn sie verdoppeln ja quasi die Welt, indem sie später von Bense ausdrücklich als "Zuordnungen ... zu etwas (das Objekt sein kann)", d.h. als "Metaobjekte" eingeführt werden (Bense 1967, S. 9). Zu jedem Objekt kommen somit ein oder auch mehrere Metaobjekte, d.h. Zeichen dazu, die Welt der Objekt wird dadurch vervielfacht, und der klassischen Ontologie (und Metaphysik) mit dem Geltungsbereich der positiven Seinsthematik wird die Semiotik mit dem Geltungsbereich einer negativen Seinsthematik gegenübergestellt.

3. Nach klassischer Vorstellung sind Sein und Nichts streng voneinander geschieden, d.h. es ist weder das Sein ein Teil des Nichts noch umgekehrt das Nichts ein Teil des Seins. Trotzdem gibt viele Zeugen für nicht-klassische Positionen. So lesen wir etwa in der negativen Theologie des Dionysios Areopagita (1. Jh. n. Chr.): "Möchten doch – auch wir! – in jenes Dunkel eindringen können, das heller ist als alles Licht" (1956, S. 165). Meister Eckehart (1260-1327): "Es war ein Zeichen dafür, dass er das wahre Licht sah, das da Nichts ist" (ap. Lanczkowski 1988: 207). Quirinus Kuhlmann (1651-1689, wegen seiner Lehren auf Geheiss des Zaren in Moskau verbrannt): "Je dunkler, je mehr lichter: / Je schwärzer alls, je weisser weisst sein

Sam. / Ein himmlisch Aug ist Richter: / Kein Irdscher lebt, der was vernahm; / Es glänzt je mehr, je finster es ankam. / Ach Nacht! Und Nacht, die taget! / O Tag, der Nacht vernünftiger Vernunft! / Ach Licht, das Kaine plaget / Und helle strahlt der Abelzunft! / Ich freue mich ob deiner finstern Kunft" (ap. Staiger und Hürlimann 1948, S. 87). Georg Heym (1887-1912): "Tief unten brennt ein Licht, ein rotes Mal / Am schwarzen Leib der Nacht, wo bodenlos / Die Tiefe sinkt" (1947, S. 60). Jakob van Hoddis (1887-1842): "Ist dies der Tod? Sprich, müde Pracht. / Oder werde ich aus Deinen Schächten / Zu lichten nie gekannten Städten steigen / Und jedem Tage seine Donner zeigen?" (1987, S. 86). Die resurrectio mortuorum ist schliesslich das bedeutendste Sakrament der christlichen Kirchen. Beim Kirchenvater Gregor von Nyssa (4. Jh.) liest man: "Wenn demnach der Leib nicht so aufersteht, wie er beschaffen war, als er mit der Erde vermischt wurde, so wird nicht der Verstorbene auferstehen, sondern die Erde wird wiederum zu einem neuen Menschen gebildet werden. Was kümmert mich alsdann die Auferstehung, wenn statt meiner ein anderer auferstehen wird! Und wie soll ich mich als mich selbst anerkennen, wenn ich mich nicht in mir sehe? Denn ich würde tatsächlich nicht ich sein, wenn ich nicht in allen Stücken mit mir selbst identisch wäre" (von Nyssa 1927, S. 321f.)."

In meinem Buch "Zwischen den Kontexturen" hatte ich geschrieben (Toth 2007, S. 120 f.):

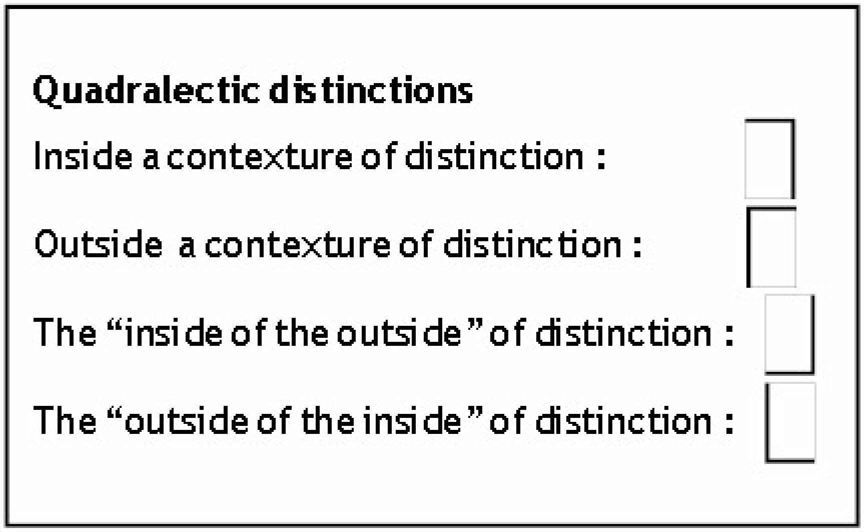
Besonders phantasievoll werden die Wege ins Jenseits sowie die Grenze zwischen Diesseits und Jenseits ausgemalt, die wir in diesem Buch rein mathematisch behandelt haben. Indonesien: "Auf der Fahrt geht es durchs Nebelmeer, an Mond und Sternen und neidischen Geistern vorbei, für die noch kein Totenfest gehalten wurde und die deshalb den Weg versperren wollen. Das Wegstück durchs Feuermeer erfordert äußerste Konzentration Tempon Telons, der seine Bambusstangen, mit denen er steuert, ständig erneuern muß" (1996: 32). Südostasien: "Der Weg beginnt in der konkreten Landschaft, um sich allmählich in mehr oder weniger imaginären Sphären fortzusetzen. Erste Station der Totenseele ist häufig ein Fluß oder Teich. Dabei handelt es sich um die Grenze zwischen dem Diesseits und dem Jenseits. Die Seele weiß erst, nachdem sie das Wasser überquert oder in ihm gebadet hat, dort drüben, daß sie tot ist […]. Diese trennende Funktion übt die Wächterin des Totenlandes aus, die den neu angekommenen Toten mit einem Bakkenstreich empfängt. Auf einen Schlag löscht die Erinnerung an das irdische Leben aus" (1996: 40). Australien: "Klassisch ist der Bericht der Yirrkalla von einer Totenfahrt, bei der der Erstverstorbene der Menschen, von Delphinen begleitet, die Seele des jeweiligen Toten in einem Rinderkanu in der Richtung des Morgensterns nach der Toteninsel rudert" (1996: 59). Im finnischen Kalevala-Epos ist die Rede von der "gefahrvolle[n] Brücke ins Totenland" (1996: 63). Der nordasiatische Schamane findet "einen See, den man nur über eine Brücke, die aus einem Haar besteht, überqueren kann" (1996: 67). Eskimo: "Nach allem zu urteilen, ist der Weg ins Totenreich, wenigstens teilweise, mit der Milchstraße am Himmel identisch" (1996: 72). "Um in das Land der Toten zu kommen, muß der grönländische Schamane auf den Grund des Meeres hinabfahren, dessen Bereich durch einen Fluß als Grenze zwischen dem Land der Toten und der Lebenden vom Totenreich getrennt ist. Es heißt in einem Bericht: 'Endlich erreichten sie die Grenze zwischen dem Meer und dem Land unter dem Meere, die von einem schäumenden Bach gebildet wurde; um hinüber zu gelangen, mußten sie über große, spitze Steine springen, die ganz von nassen Tanggewächsen bedeckt waren und so glatt schimmerten, daß sich niemand hinüberwagte […]. Durch die Hilfe der Geister springt der Schamane über diese Hindernisse. Die Geister ermuntern ihn und rufen ihm zu: 'Wenn du diesen Sprung nicht wagst und umkehrst,

wird du nie das Land der Toten erreichen; an diesen Steinen wird deine Reise immer enden.' Dann wagte der Schamane den Sprung, und zu seinem großen Erstaunen zeigte sich, daß der Tang gar nicht so glatt ist.' Vom gleichen Autor wird von Stufen berichtet, die der Schamane überwinden muß, um in die Totenwelt zu gelangen: 'Der Geisterbeschwörer […] stieß auf eine Treppe mit drei hohen Stufen. Sie waren so hoch, daß er sich mit knapper Not von der einen zur anderen schwingen konnte, und schlüpfrig von Menschenblut, das darüberrieselte. Der Geisterbeschwörer stieg mit Mühe und unter großer Lebensgefahr die schlüpfrigen Stufen hinauf und gelangte zu einer weiten, weiten Ebene, der Himmelsebene.'" (1996: 73f.). Hindukusch: "Regulärer Zugang zur Unterwelt ist möglich durch ein Loch im Boden; man zeigt es nahe dem Zentraltempel in Ushteki. Wer hier hinabschaut, ist augenblicklich des Todes." "Wichtigste Verbindung zwischen diesen beiden Seinsebenen [Diesseits und Jenseits] sind Seen und Teiche. Wer es wagt, sich hineinzustürzen, der hat den Übergang geschafft" (1996: 94). Mesopotamien: Man gibt dem Toten einen Nachen zur Überquerung des Unterweltflusses Chubur mit [...]. Gleich nach dem Tode muß der Verstorbene mit Hilfe eines sturmvogelköpfigen, mit vier Händen und Füßen versehenen Fährmanns namens 'Nimm schnell hinweg' den Unterweltsfluß durchqueren und sieben Tore durchschreiten" (1996: 121). In indischen Texten liest man, "wie die Seele zur Brücke, cinvato, gelangt. Hier wird sie verhört, dann kommt eine von zwei Hunden begleitete schöne Jungfrau und führt die gläubige Seele über die Brücke zu dem Damm oder Wall, der die Grenze der himmlischen Welt ausmacht" (1996: 142). Nordiran: Man gibt dem Toten ein Pferd und eine angemessene Ausrüstung mit. "Bevor der Verstorbene an den Fluß kommt, den er zu überschreiten hat, treten ihm Wächter entgegen; er muß ihnen Hirsekuchen schenken, um weiterziehen zu dürfen. Über den Fluß selbst führt statt einer Brücke nur ein Balken, vor dem eine göttliche Gestalt steht, die ihn zu befragen beginnt" (1996: 146).

Bekannter ist die altgriechische Vorstellung: "Kennzeichen der Unterwelt ist das große Tor, das der Tote durchschreiten muß, um nie mehr zurückzukehren [...]. In der Odyssee wird der Eingang in die Unterwelt jenseits des Okeanos durch Flüsse markiert, den Acheron, in den ein Feuerstrom und ein Klagestrom einmünden, und den Styx mit seinen Wassern des Grauens [...]. Fluß oder See sind die Grenze, über die der Fährmann die Toten auf seinem Schiff ins Jenseits bringt. Zur Sage von Herakles gehört der fünfzigköpfige Hund Kerberos, der das Tor des Hades bewacht" (1996: 191). Einzig die Gnosis, in der ganze Bücher "den Weg der Seele durch unterirdische 'Wachthäuser' oder 'Höllen'" beschreiben, gibt eine Maßzahl für den Weg ins Jenseits: "Nach dem Tode hat die Seele eine lange, 42tägige Reise vor sich" (1996: 252).

4. Wie man also besonders an den letzten Zitaten erkennt, so ist die Vorstellung, das Sein sei ein (wie auch immer gearteter) Teil des Nichts durchaus vorheideggerisch, aber erst Bense (1952) bestimmte die Semiotik als Nichtsthematik im Sinne von meontologischer Metaobjektion durch Zeichen. Nun hatte bereits Bense (1975, S. 16) die Zeichenfunktion als Überbrückung "der Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" eingeführt. Es bleibt also noch die Frage noch klären, wie man sich die

Nahtstelle zwischen Sein und Nichts vorzustellen hat. Hierzu kann man ein Modell benutzen, das erst seit kurzer Zeit existiert und das von Rudolf Kaehr (2011, S. 12) stammt, und in seinen Grundzügen auf Gotthard Günthers (1976) Unterscheidung der vier möglichen logisch-epistemischen Funktionen in einer 4-wertigen, nicht-klassischen Logik zurückgeht, die ich bereits in Toth (2008, S. 64 ff.) in die Semiotik eingeführt hatte



Nach dem quadralektischen Modell Kaehrs kann man also die "Grundfiguren" quadralektischer Diamanten in dieser Reihenfolge dem Interpretanten-, Objekt- und Mittelbezug des Peirce-Benseseschen Zeichenmodells zuschreiben (vgl. Toth 2011). Also bleibt die semiotische Funktion des Spencer-Brown-Kaehrschen "Outside of the Inside of Distinction" zu klären. Wie bereits die von Kaehr suggestiv gewählten systemtheoretischen Symbole nahelegen, verhalten sich das "Inside of the Outside" und das "Outside of the Inside" so zueinander, dass die horizontalen Striche beider Figuren deckungsgleich werden (⊥), d.h. die beiden system-theoretischen Funktionen verhalten sich so, wie wenn jemand gleichzeitig z.B. vor und hinter einer Haustür steht. Daraus folgt, daß man als semiotische Funktion des Outside of the Inside (L) die **Perspektivierung eines Systems**, d.h. die Entscheidung darüber, was jeweils Außen und was jeweils Innen ist, bestimmen kann. Mit anderen Worten: "L" verortet, be-gründet (im Sinne des Heideggschen "zureichenden Grundes" bzw. Kaehrs "anchoring"), das, was hinter der "Tür" steht. Nimmt man nun an, daß das, was von außerhalb der "Tür" betrachtet, innen das

Zeichen und daher außerhalb das Objekt ist, dann fundiert also dieser "nullheitliche" Bezug (vgl. Bense 1975, S. 65 f. zur "Zeroness") das Zeichen als triadischer Relation über Erst-, Zweit- und Drittheit. Damit wird aber das Zeichen, aufgefaßt als Menge innerer Punkte, im Sinne der Topologie durch die Koinzidenz von $\perp$ durch einen *sowohl äussere wie innere Punkte enthaltenden "Rand"* abgeschlossen. (In dieser systemtheoretisch interpretierten Topologie "partizipiert" also der Rand nicht nur am Nichts, sondern auch am Sein, d.h. genauso, wie es Bense 1952, S. 80, Eingangszitat, sagt). Dagegen wird das Außen im Sinne einer Menge äußerer Punkte, d.h. das Objekt, wiederum von der gleichen Grenze der Menge der Randpunkte, vom Innern abgetrennt. Man könnte diesen Sachverhalt also prägnant wie folgt charakterisieren: DIE SCHNITTSTELLE VON SEIN UND NICHTS, OBJEKT UND ZEICHEN ZEICHNET SICH DADURCH AUS, DAß SIE GEGENSEITIG ANEINANDER PARTIZIPIEREN. Diese "Partizipationsmenge", d.h. die Menge der Randpunkte, ist also nichts anderes als das, was früher auch von mir als das Gebiet der "Präsemiotik" bezeichnet wurde und von dem weiterhin abzuklären ist, ob es sich hier um eine Liniengrenze oder nicht vielmehr um ein Streifen von "Niemandsland" handelt.

Literatur

Aereopagita, Dionysios, Mystische Theologie und andere Schriften. München 1956

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Heidegger, Martin, Was ist Metaphysik? 13. Aufl. Frankfurt 1986

Heym, Georg, Der ewige Tag. Zürich 1947

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

Lanczkowksi, Johanna (Hrsg.), Erhebe dich, meine Seele. Stuttgart 1988

Staiger, Emil/Hürlimann, Martin (Hrsg.), Deutsche Gedichte aus vier Jahrhunderten. Zürich 1948

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

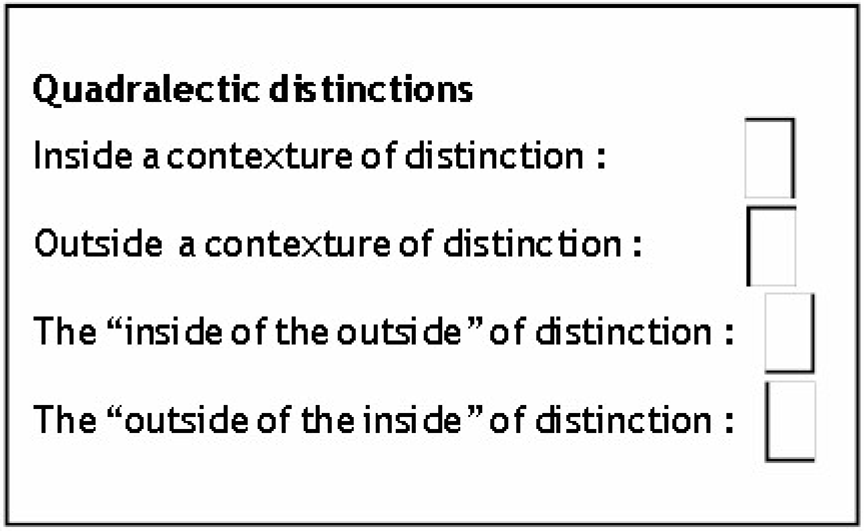
Toth, Alfred, Notizen zur Quadralektik des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

von Nyssa, Gregor, Schriften. München 1927

Qualität als Positionierung

1. In seinen frühen semiotischen Studien zu Kafka stellte Bense fest: "So tritt also das Nichts des Nichtseienden stets implizit auf, es schimmert durch das Sein hindurch, es partizipiert am Sein, wie in Platons mythischer Welt, infolgedessen ist es beständig gegenwärtig wie auch beständig abwesend. Die meontologische Differenz erscheint als ontologische Ambivalenz. Das Nichts ist ein Teil des Seins geworden, sofern sich dieses in jedem Seienden kundgibt" (1952, S. 81). Das deckt sich in den Grundzügen mit Heidegger: "Der alte Satz ex nihilo nihil fit erhält dann einen anderen, das Seinsproblem selbst treffenden Sinn und lautet: ex nihilo omne ens qua ens fit" (1986, S. 40).

2. Wie gesagt, ist Benses Argumentation bereits in der "Theorie Kafkas" – obwohl diese 15 Jahre vor Benses erstem ausschließlich semiotischem Buch geschrieben wurde – und übrigens auch noch zehn Jahre vor E. Walthers Habilitationsvortrag über den Zeichenbegriff bei Peirce (1962) – eine semiotische: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80). Somit sind es bei Bense bereits anfangs der 50er Jahre die Zeichen, welche als "meontologische Differenz" in der Form von "ontologischer Ambivalenz" erscheinen, denn sie verdoppeln ja quasi die Welt, indem sie später von Bense ausdrücklich als "Zuordnungen ... zu etwas (das Objekt sein kann)", d.h. als "Metaobjekte" eingeführt werden (Bense 1967, S. 9). Zu jedem Objekt kommen somit ein oder auch mehrere Metaobjekte, d.h. Zeichen dazu, die Welt der Objekte wird dadurch vervielfacht, und der klassischen Ontologie mit dem Geltungsbereich der positiven Seinsthematik wird die Semiotik mit dem Geltungsbereich einer negativen Seinsthematik gegenübergestellt. Nun hatte bereits Bense (1975, S. 16) die Zeichenfunktion als Überbrückung "der Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" eingeführt. Es bleibt also noch die Frage noch klären, wie man sich die Nahtstelle zwischen Sein und Nichts vorzustellen hat. Hierzu kann man ein Modell benutzen, das erst seit kurzer Zeit existiert und das von Rudolf Kaehr (2011, S. 12) stammt und in seinen Grundzügen auf Gotthard Günthers (1976) Unterscheidung der vier möglichen logisch-epistemischen Funktionen in einer 4-wertigen, nicht-klassischen Logik zurückgeht, die ich in Toth (2008, S. 64 ff.) in die Semiotik eingeführt hatte



Nach dem quadralektischen Modell Kaehrs kann man also die "Grundfiguren" quadralektischer Diamanten in dieser Reihenfolge dem Interpretanten-, Objekt- und Mittelbezug des Peirce-Benseseschen Zeichenmodells zuschreiben (vgl. Toth 2011):

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Objektbezug (O): $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$

Interpretantenbezug (J): $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$

Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

und so kann man ferner die systemische Zeichenrelation (Toth 2012a) wie folgt "quadralektisch" umformen

$$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \Rightarrow (I(A), A, I, A(I)).$$

Die entscheidende Frage bleibt jedoch, ob die aus semiotischer Sicht inverse Funktion A(I) bzw. $[I \rightarrow A]$ wirklich ihren Platz als 0-stellige Relation INNERHALB der Zeichenrelation hat oder nicht. In Toth (2012b) war allerdings argumentiert worden, daß die beiden Funktion $[A \rightarrow I]$ und $[I \rightarrow A]$ (die nur formal invertierbar sind!) genau die Menge von Randpunkten der Hülle von Innen und Außen in einem System ausmachen, d.h. aber, nicht nur $[A \rightarrow I]$ (vermöge dem Mittelbezug, per definitionem), sondern auch $[I \rightarrow A]$ muß schon aus strukturellen Gründen Teil von ZR_{sys} = sein, denn das "Inside of the Outside" und das "Outside of the Inside" verhalten sich in der suggestiven Kaehrschen Notation so zueinander, dass die horizontalen Striche beider Figuren deckungsgleich werden (⊥), d.h. die beiden systemtheoretischen Funktionen verhalten sich so, wie wenn jemand gleichzeitig z.B. vor und hinter einer Haustür steht. Daraus folgerten wir bereits in Toth (2012b), daß man als semiotische Funktion des Outside of the Inside (L) die **Perspektivierung eines Systems**, d.h. die Entscheidung darüber, was jeweils Außen und was jeweils Innen ist, bestimmen kann. (Ein Hauseingang z.B. sieht von Innen nicht gleich aus wie von Außen!) Mit anderen Worten: "L" verortet, be-gründet (im Sinne des Heideggschen "zureichenden Grundes" bzw. Kaehrs "anchoring"), das, was hinter der "Tür" steht. Nimmt man nun an, daß das, was von außerhalb der "Tür" betrachtet, innen das Zeichen und daß daher außen das Objekt ist, dann fundiert also dieser "nullheitliche" Bezug (vgl. Bense 1975, S. 65 f. zur "Zeroness") das Zeichen als triadische Relation über Erst-, Zweit- und Drittheit. Damit wird aber das Zeichen, aufgefaßt als Menge innerer Punkte, im Sinne der Topologie durch die Koinzidenz von ⊥ durch einen *sowohl äussere wie innere Punkte enthaltenden "Rand"* abgeschlossen. (In dieser systemtheoretisch interpretierten Topologie "partizipiert" also der Rand nicht nur am Nichts, sondern auch am Sein, d.h. genauso, wie es Bense 1952, S. 80, Eingangszitat, sagt). Dagegen wird das Außen im Sinne einer Menge äußerer Punkte, d.h. das Objekt, wiederum von der gleichen Grenze der Menge der Randpunkte, vom Innern abgetrennt. Man könnte diesen Sachverhalt also prägnant wie folgt charakterisieren: DIE SCHNITTSTELLE VON SEIN UND NICHTS, OBJEKT UND ZEICHEN ZEICHNET SICH DADURCH AUS, DAß SIE GEGENSEITIG ANEINANDER PARTIZIPIEREN. Diese "Partizipationsmenge", d.h. die Menge der Randpunkte, ist also nichts anderes als das, was früher auch von mir als das Gebiet der "Präsemiotik" bezeichnet wurde und von dem weiterhin abzuklären ist, ob es sich hier um eine Liniengrenze oder nicht vielmehr um ein Streifen von "Niemandsland" handelt.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Heidegger, Martin, Was ist Metaphysik? 13. Aufl. Frankfurt 1986

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

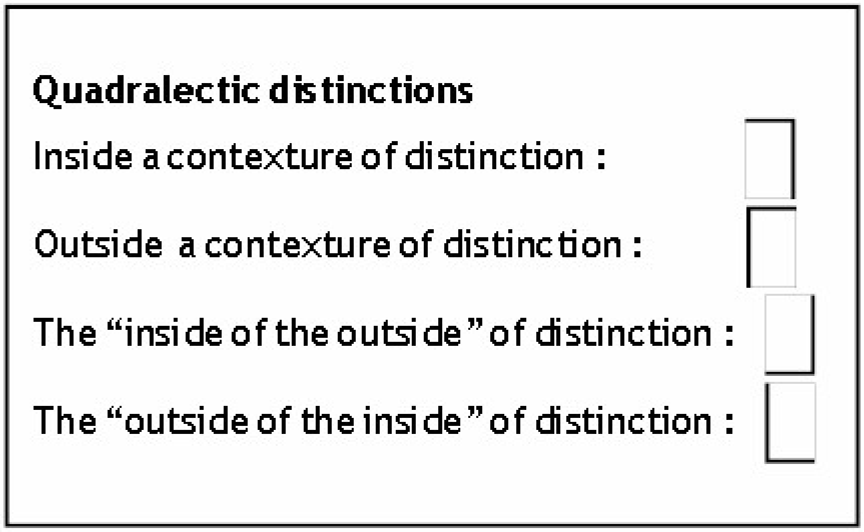
Toth, Alfred, Notizen zur Quadralektik des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als Teil des Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Systemische Austauschrelation zwischen Objekt- und Interpretantenbezug

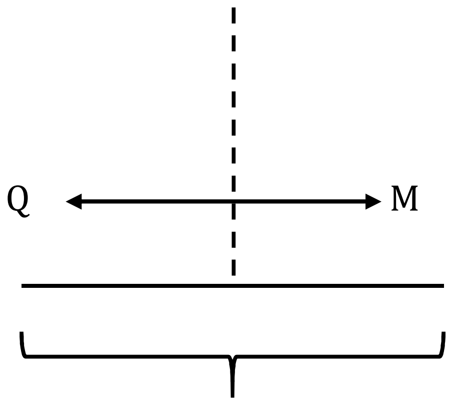
1. Gehen wir wiederum von Kaehrs "quadralektischem" (besser: tetralektischem) systemischem Modell der vier möglichen logisch-epistemischen Basisfunktionen (über Subjekt und Objekt) aus:



und nehmen wir die in Toth (2011) gegebenen Zuordnungen semiotischer Funktionen vor:

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Qualität (Q)	$[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

so kann man, wie bereits in Toth (2012a), in einem Zeichen-Objekt-System zwischen den äußeren und inneren Punkten sowie dem Rand unterscheiden:



Rand des Systems (Z, Ω).

2. Nach Toth (2012b) ist die partizipative Austauschfunktion lediglich im absoluten Nullpunkt nicht definiert, d.h. es handelt sich entweder um finite partielle oder um infinitesial-asymptotische Funktionen. Somit erhält man Q und M aus der wechselweisen Dualisierung der ebenfalls in Toth (2012b) behandelten (r, k)-Gebilde, worin r die Relationszahl und k die Kategorialzahl angibt, durch die jede Subzeichenrelation hinreichend charakterisiert ist:

$\times(0.a) = (a.0)$ mit $a \in \{1, 2, 3\}$.

Was also von außen ein Q / M ist, ist von innen ein M / Q, d.h. der Rand des Zeichen-Objekt-Systems ist keine Liniengranze diskreter Punkte, sondern ein Niemandsland, das sowohl Teilmenge des Außen, d.h. des "ontischen Raumes", als auch dessen Innen, d.h. des "semiotischen Raumes", ist (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.). Q sind in Benses (1975, S. 45 f.) Terminologie also disponible, d.h. kategoriale Objekte, während M disponible Mittel sind: Ein kategoriales Objekt ist sozusagen der qualitative Pool, aus dem solche Mittel selektiert werden, die allenfalls zu Mittelbezügen werden, d.h. innerhalb einer triadischen Zeichenrelation fungieren.

3. Nun koinzidieren aber nicht nur Q und M, d.h.

$\urcorner , \llcorner \Rightarrow \perp$,

sondern auch O und I, d.h.

$\urcorner , \ulcorner \Rightarrow \top$, d.h. es stehen auch O und J in einer "partizipativen" Austauschrelation. Das bedeutet also, daß wir nicht nur in der Menge der Randpunkte des (Z, Ω)-Systems, sondern auch in der Menge seiner inneren Punkte mit mereotopologisch überlappende Menge vor uns haben. Systemisch gesprochen, gilt also im Randgebiet

$$Q \leftrightarrow M \Leftrightarrow (0.a) \leftrightarrow (1.b) \Leftrightarrow [A \to I] \Leftrightarrow [I \to A]$$

und im Gebiet der inneren Punkte

$$O \leftrightarrow J \Leftrightarrow (2.c) \leftrightarrow (3.d) \Leftrightarrow [[[A \to I] \to A] \to I] \Leftrightarrow [I \to [A \to [I \to A]]].$$

Wenn wir diese konverse Abbildung von Semiosen und Retrosemiosen betrachten:

$$[[[A \to I] \to A] \to \boxed{I] \Leftrightarrow [I} \to [A \to [I \to A]]]$$

$$[[A \to I] \to A],$$

so sehen wir, daß diese zweite Form partizipativer Austauschrelationen im Gegensatz zur ersten selber vermittelt ist, und zwar fungiert als Vermittlung die Menge der inneren Punkte selber. Semiotisch entspricht diese Vermittlung genau derjenigen des Interpretantenbezuges innerhalb der Peirce-Benseschen Zeichenrelation, der ja einerseits semiosisch auf den Objektbezug innerhalb der verschachtelten Hierarchie der drei Zeichenbezüge folgt, andererseits aber als drittheitliche Relation das vermittelnde Zeichen im Zeichen selber darstellt (weshalb das Peirce-Bensesche Zeichen ja autoreproduktiv ist).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

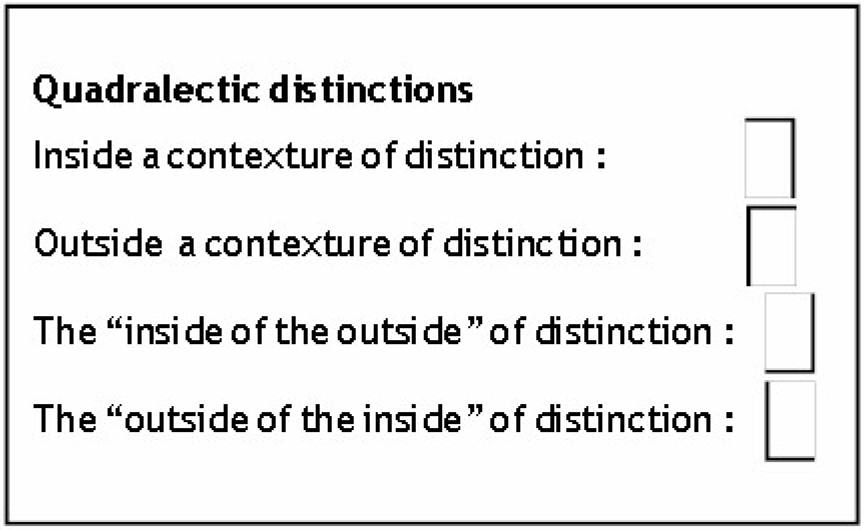
Toth, Alfred, Elemente einer quadralektischen systemtheoretischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen von Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kategoriale Objekte in der systemischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Die Orthogonalität von Außen und Innen

1. Betrachten wir wiederum tetralektischen Distinktionen, die Kaehr (2011, S. 12) vorgeschlagen hatte



zusammen mit meinen in Toth (2011) gegebenen Zuschreibnungen

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Objektbezug (O): $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$

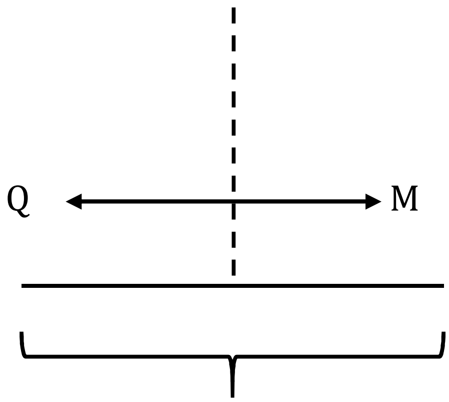
Interpretantenbezug (J): $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$

Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

dann finden wir 1. Koinzidenz von Q und M, d.h.

$\urcorner, \llcorner \Rightarrow \perp$

im Bereich des Randes der topologischen Darstellung des Zeichen, Objekt-



Rand des Systems (Z, Ω).

und 2. Koinzidenz von O und J in der Menge der inneren Punkte des (Z, Ω)-Systems, d.h.

⌉ , ⌈ ⇒ ⊤,

2. Systemisch gesprochen, gilt also im Randgebiet

Q ↔ M ⇔ (0.a) ↔ (1.b) ⇔ [A → I] ⇔ [I → A]

und im Gebiet der inneren Punkte

O ↔ J ⇔ (2.c) ↔ (3.d) ⇔ [[[A → I] → A] → I] ⇔ [I → [A → [I → A]]].

Wenn wir diese konverse Abbildung von Semiosen und Retrosemiosen betrachten:

[[[A → I] → A] → $\boxed{\text{I]} \Leftrightarrow \text{[I}}$ → [A → [I → A]]]

[[A → I] → A],

so sehen wir, wie bereits in Toth (2012a) ausgeführt, daß diese zweite Form partizipativer Austauschrelationen im Gegensatz zur ersten selber vermittelt ist, und zwar fungiert als Vermittlung die Menge der inneren Punkte selber.

Nun ist aber das Verschachtelungsschema der triadischen Peirce-Bense-Zeichenrelation

$ZR^3 = (1.a, (2.b, 3.c))$

und dasjenige der um die Nullheit erweiterten (Toth 2012b) tetradischen Zeichenrelation, welche also die disponiblen und kategorialen Objekte und Mittel mitumfaßt,

$ZR^4 = (0.a, (1.a, (2.b, 3.c)))$

(die möglichen anderen Positionen von 0 in den Folgen (0, 1, 2, 3), (1, 0, 2, 3), (1, 2, 0, 3) und (1, 2, 3, 0) scheiden wegen der ersten partizipativen Austauschrelation aus). Da also auch in ZR^4 die Zeichenbezüge in einer hierarchischen "Relation über Relationen" so eingebettet sind, daß jeder n-te Bezug in jedem (n+1)-ten Bezug enthalten ist, folgt also, daß dies auch für die Abbildungen zwischen den Bezüge gelten muß, d.h. es muß auch eine semiotische Inklusion zwischen den beiden partizipativen Abbildungen, der unvermittelten von $(Q \leftrightarrow M)$ und der über I vermittelten von $(O \leftrightarrow I)$ geben. Wegen der Suggestivitätskraft der anhand der Definitionen der Tetralexis gewählten Symbole, d.h. wegen

$\rceil, \lfloor \Rightarrow \perp$ und $\rceil, \lceil \Rightarrow \top$

nennen wir das Verhältnis der topologisch-systemtheoretischen "Resultanten" $\perp$ und $\top$ orthogonal. Explizit beinhaltet Orthogonalität der beiden im (Z, Ω)-System vorhandenen partizipativen Austauschrelationen also die Relation zwischen $[A \to I] \leftrightarrow [I \to A]$ und $[[[A \to I] \to A] \to I] \Leftrightarrow [I \to [A \to [I \to A]]]$:

$$\begin{tikzcd} \boxed{[A \to I]} \arrow[d, shift right] \arrow[d, shift left] \arrow[r, phantom, "\leftrightarrow"] & \boxed{[I \to A]} \arrow[d, shift right] \arrow[d, shift left] \\ \boxed{[[[A \to I] \to A] \to I]} \arrow[r, phantom, "\Leftrightarrow"] & \boxed{[I \to [A \to [I \to A]]]} \end{tikzcd}$$

Während also die Relation der beiden Domänen und der beiden Codomänen der Abbildungen in beiden Fällen dasjenige von Semiose und Retrosemiose ist, ist die Relationen ZWISCHEN den beiden Domänen und den beiden Codomänen also rein semiosisch. Dabei werden die Abbildungen der Domänen in beiden Fällen iteriert und doppelt eingebettet.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

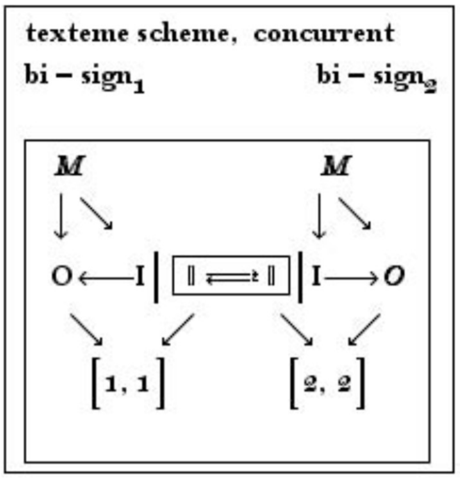
Toth, Alfred, Elemente einer quadralektischen systemtheoretischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen von Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kategoriale Objekte in der systemischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Annäherung an systemische Bi-Zeichen

1. Kaehr (2009a) hatte vorgeschlagen, nicht das Zeichen, sondern ein umfassenderes System, das er Textem nennt, zur Ausgangsbasis der Semiotik zu machen:



Die beiden "Bi-Zeichen" sind wie folgt in ein Textem eingebettet:

texteme :

diamond = (sign + environment)

bi – sign = (diamond + 2 – anchor)

texteme = (composed bi – signs + chiasm).

2. Wie man aus dem Diagramm ersieht, läuft der Zusammenhang der beiden Bi-Zeichen über eine Interpretanten-Umgebung ab, wobei die beiden Interpretanten nicht nur morphismisch, sondern auch, wie Kaehr sich ausdrückt, heteromorphismus auf einander abgebildet werden. Vom Standpunkt der systemischen Semiotik haben wir also folgende vier Abbildungstypen zur Wahl:

morphismisch-semiosisch: $[A_\alpha \rightarrow I_\alpha]$

morphismisch-retrosemiosisch: $[A_\alpha \leftarrow I_\alpha]$

heteromorphismisch-semiosisch: $[A_\alpha \rightarrow I_\beta]$

heteromorphismisch-retrosemiosisch: $[A_\alpha \leftarrow I_\beta]$

(mit $\alpha \neq \beta$)

Wesentlich bei dieser Unterscheidung ist also, daß die Kaerschen Heteromorphismen nicht einfach Retrosemiosen sind (vgl. Kaehr 2009b).

3. Kaehr (2009a) unterscheidet ferner zwischen homogenen und heterogenen Bi-Zeichen-Zusammenhängen. Nehmen wir also Beispiel die beiden systemischen Zusammenhänge, die wir als Beispiele zweier semiotischer Typen von Flächenschluß untersucht hatten (Toth 2012a):

3.1. Homogener semiotischer Flächenschluß

$$ZR_{sys} = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[[A \to I] \to A] \to \boxed{I]]] \leftarrow I} [A \leftarrow [I \leftarrow A]]]]$$

$$I \equiv I^n$$

3.2. Heterogener semiotischer Flächenschluß

$$ZR_{sys} = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[[A \to I] \to A] \to \boxed{I]]] \leftarrow A} [I \leftarrow [A \leftarrow I]]]]$$

$$I \equiv A^n$$

In diesen beiden Fällen handelt es sich um strikt monokontexturale "Texteme", d.h. es ist nicht nötig, anstatt Zeichen Bi-Zeichen zu nehmen, und die beiden (semiosischen und retrosemiosischen) morphismischen Abbildungstpyen sind ebenfalls ausreichend. Stellt man sich jedoch die beiden Zusammenhangstypen eingebettet in ein polykontexturales Verbundsystem, dann kann man die Abbildungen, wie oben gezeigt, kontexturalisierungen, d.h. formal mit $\alpha, \beta \in K$ indizieren und somit beide Zusammenhangstypen in der Form von Kaehrschen Textemen notieren. Besonders sei noch darauf hingewiesen, daß wir in Toth (2012b) die These vertreten hatten, daß die systemischen Qualitäten der Form $[A \to I]° = [A \leftarrow I]$, die ja das "Außen des Innen" in Bezug auf eine Kontextur betreffen, die Funktion der systemischen Perspektivierung ausüben. Sie könnten somit eine semiotische Verankerung übernehmen. Der wichtigste Punkt, auf den wir noch hinzuweisen haben, ist aber, daß eine polykontexturale Form, wie dies auch Kaehr gesehen hat, eine mindestens tetradische Semiotik ist, also z.B. eine solche, wie sie zuletzt in Toth (2012c) skizziert worden war. Eine solche impliziert jedoch nicht nur zwei, sondern mindestens drei Kontexturen. Das bedeutet jedoch für unsere obigen vier Abbildungstypen, daß die beiden heteromorphismischen jeweils 3! = 6 Permutationen in Bezug auf die Verteilung der Kontexturen haben, nämlich (α, β, γ), (α, γ, β), (β, α, γ), (β, γ, α), (γ, α, β) und (γ, β, α).

Literatur

Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Xanadu's Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf, 2009a

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds: four-foldness of beginnings. Semiotic studies with Toth´s "Theory of the Night". http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.html (2009b)

Toth, Alfred, Ein Fall von semiotischem Flächenschluß. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Das semiotische Fadenkreuz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zwei logisch-semiotische Gesetze

1. Bekanntlich sind Logik und Semiotik nicht auf derselben wissenschaftstheoretischen Ebene angesetzt; Peirces Ausführungen, ob die Logik oder die Semiotik ein tieferes Repräsentationssystem darstelle, sind bekannt. Ich möchte hierzu nur folgendes sagen: Nimmt man an, daß die Logik das tiefere System sei, muß man die plötzliche Emergenz von Bedeutung und Sinn erklären. Nimmt man hingegen an, die Semiotik sei das tiefere System, dann bekommt man Probleme mit der Kenose (vgl. Mahler/Kaehr 1993, S. 37 ff.), denn der Zeichenbegriff ist nicht primär mit der Proemialrelation vereinbar. Aus diesem Grunde sind gemeinsame Gesetze der Logik und der Semiotik noch seltener als gemeinsame Gesetze z.B. der Linguistik und der Semiotik, denn im Gegensatz zur Logik, welche ein Repräsentationssystem darstellt, stehen Linguistik und Semiotik im Verhältnis von semiotischem Fundierungssystem und metasemiotischem System (vgl. Bense 1981, S. 91 ff.).

2. In Toth (2012a) waren wir davon ausgegangen, daß jedes semiotische Objekt natürlich ein sog. konkretes Zeichen (vgl. Toth 2012b) ist, und daß für dieses per definitionem die tetradische Relation

$$KZ = (0.a, (1.b, (2.c, (3.d))))$$

gilt, in welcher die 0-stellige Relation (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) (0.d) die Qualitäten Q repräsentiert, d.h. die kategorialen Mittel neben den relationalen Mittelbezügen (1.b). Nach Bense/Walther (1973, S. 137) benötigt ja jedes realisierte, d.h. konkrete Zeichen einen Zeichenträger. Da ferner in Toth (2012c) kategoriale Objekte als Konversen systemischer semiotischer Objektrelationen eingeführt worden waren, vgl. das vollständige (Z, Ω)-System:

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
Zeichen	Objekt

so gilt, da eine ontische Qualität natürlich immer eine Teilmenge eines ontischen Objektes ist (es kann, wie Günther einmal treffend bemerkt hatte, in unserer logisch 2-wertigen Welt kein Sein geben, das von Bewußtsein durchwuchert ist, noch kann es umgekehrt Bewußtsein geben, das "Seinsbrocken" enthält), d.h.

$Q \subset \Omega = [I \rightarrow A] \subset [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$,

daß das Objekt Ω damit natürlich seine Qualität Q "verortet", da sie ja ein Teil von ihm ist. Wir können hier aber noch einen entscheidenden Schritt weiter gehen: Es ist nämlich nicht nur so, daß eine Qualität in Bezug auf "Verortung" zu ihrem Objekt gehört, sondern aus einer Eigenschaft folgt sogar logisch die Existenz des Objektes, das diese Eigenschaft besitzt:

⊦. g(⎍x f(x)) → E!⎍x f(x)

"Hat eine Kennzeichnung (⎍) eine Eigenschaft, folgt daraus die Existenz des gekennzeichneten Gegenstandes" (Menne 1991, S. 100). D.h., semiotisch gesprochen: Aus der Existenz einer Qualität kann immer auf die Existenz des zugehörigen Objektes geschlossen werden. Hier liegt also ein erstes gemeinsames logisch-semiotisches Gesetz vor. (Man beachte, daß dies nur für Q, nicht jedoch für M gilt, denn selbstverständlich kann aus der Existenz eines Mittelbezugs nicht auf die Existenz eines Objektes geschlossen werden, zumal die Semiotik im Gegensatz zur Ontik ja nicht mit Objekten, sondern mit Objektbezügen operiert.)

3. Semiotisch gilt jedoch weiter, wie aus dem obigen Schema ersichtlich ist

$[A \rightarrow [I \rightarrow A]] \subset [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$,

d.h. das Objekt ist seinerseits im Subjekt "verortet", denn es ist ja das Subjekt (Σ), welches, im ontischen Falle, das Objekt wahrnimmt, und, im semiotischen Falle, es zum Zeichen erklärt. Nun gilt aber in der Logik das weitere Gesetz

⊦. E! ⎍x f(x) → ⎍x f(x) ≡ ⎍x f(x)

"Wenn der gekennzeichnete Gegenstand existiert, gilt die Reflexivität der Identität von Kennzeichnungen" (Menne 1991, S. 100).

Reflexivität ist jedoch keine Eigenschaft von Objekten, denn die Vorstellung eines iterierten Objektes wie z.B. des "Steins des Steines ..." ist widersinnig, d.h. Reflexivität kann nur das Subjekt betreffen, und somit besagt dieses zweite logisch-semiotische Gesetz in semiotischer Diktion, daß nicht nur eine Qualität die Existenz ihres Objektes voraussetzt, sondern daß das dergestalt vorausgesetzte Objekt dann auch immer ein Subjekt voraussetzt, das eben von der Qualität auf das Objekt schließt. (Z.B. würde für ein weiteres Objekt die Reflexivität der Identität der Kennzeichnungen des ersten Objektes natürlich nicht gelten.)

Logisch gilt also, stark vereinfacht:

Eigenschaft → Objekt → Subjekt,

und semiotisch gilt auf Grund des obigen Schemas mit Transitivität

$Q \subset \Omega \subset \Sigma$,

und somit ist also die "Verortung" eines Objektes in seinen Qualitäten einerseits und seine "Verortung" in Subjekten andererseits durch zwei gemeinsame logisch-semiotische Gesetze besser abgestützt, als man es sich üblicherweise wünschen kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Subjekt- und Objektkategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

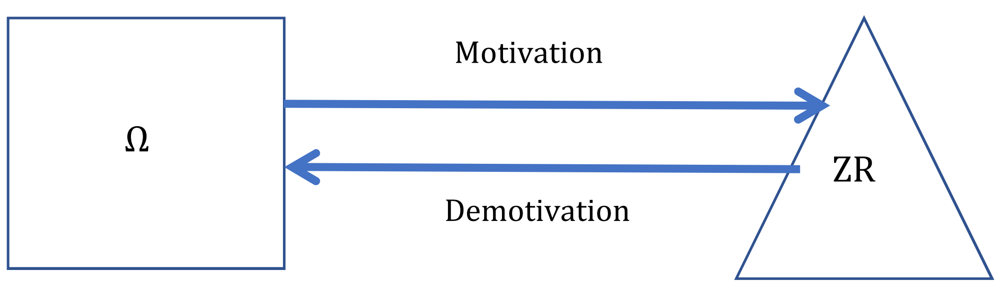
Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Semiotische Motivation und Demotivation

1. Bekanntlich versteht man seit de Saussure (1916) unter einem motivierten Zeichen soviel wie ein nicht-arbiträres, d.h. eines, das, in Benses Worten, das Objekt "mitführt". Saussures eigene Beispiele beschränken sich fast ausschließlich auf Lautsymbole wie z.B. Kuckuck, Wauwau, aber auch geräuschnachahmende Verben wie klirren, knirschen, knattern. Eine offene Frage für die historische Linguistik ist, ob auch Onomatopoetika gemäß den für nicht-motivierte Appellativa gültigen Lautgesetzen vererbt werden, oder aber ob individualsprachliche Spontanbildung angenommen werden muß.

2. Uns interessiert hier aber der der Motivation gegenläufige Prozeß, denn umso mehr als auf dem Weg zu einem arbiträren Zeichen dessen Motivation abnimmt, desto mehr muß diejenige des Objektes zunehmen, und umso mehr als auf dem Weg zu einem nicht-arbiträren Zeichen dessen Motivation schwindet, desto mehr muß diejenige des Objektes abnehmen. Kurz gesagt, haben wir bei der Semiose die beiden "antiparallelen" Prozeße der Motivation und der Demotivation zu unterscheiden, wobei sowohl Objekt als auch Zeichen entweder motiviert oder demotiviert werden können:

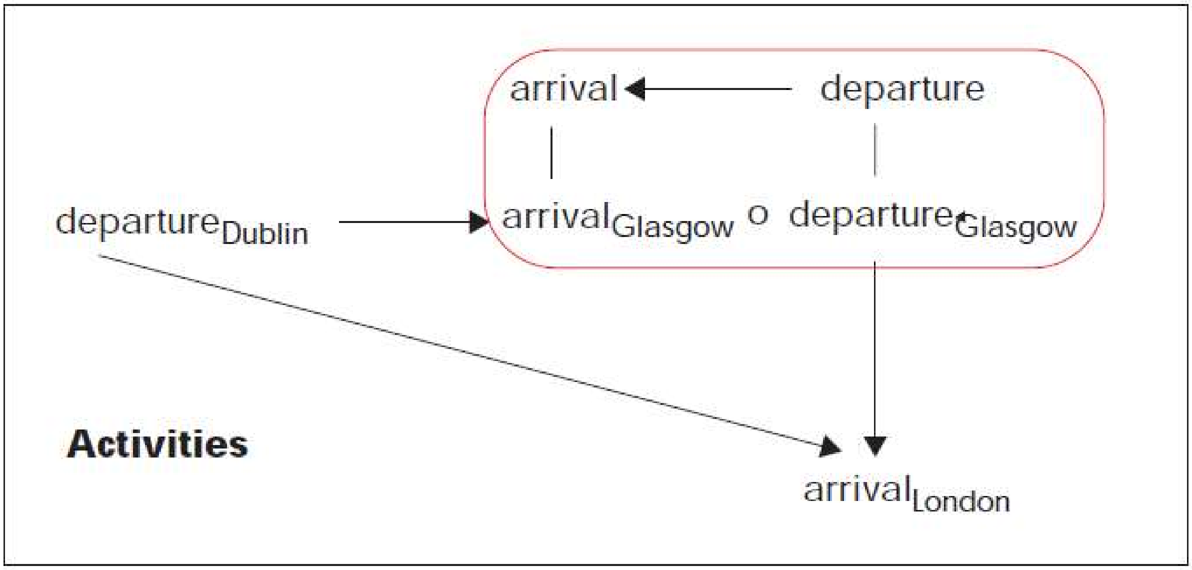


Da es sich hier um die Abbildung von Objekten auf Zeichen handelt, sind die Motivationstypen natürlich durch die drei Peirceschen Objektbezüge repräsentiert, d.h. dem motiverten Zeichen korrespondiert der iconische Objektbezug und dem unmotivierten Zeichen der symbolische Objektbezug. Da das Saussuresche Zeichen dyadisch ist, findet man allerdings keine terminologische Entsprechung für den indexikalischen Objektbezug.

3. Während die Motivation also keine nennenswerten Probleme bietet, eröffnet die Demotivation gravierende Schwierigkeiten, und zwar handelt es sich um zwei Fragen: 1. Was bedeutet Demotivation/Motivation eines Objektes, denn von Saussure kennen wir diese Prozesse ja nur vom Zeichen. 2. Welche Abbildungen sind es, welche die der Motivation bzw. Demotivation des Zeichens gegenläufige Motivation bzw. Demotivation des Objektes vornehmen?

Eines ist gewiß: Wir können nicht einfach "konverse" iconische, indexikalische und symbolische Abbildungen heranziehen, da diese drei Objektfunktionen zwar die jeweiligen Zeichen als iconisch, indexikalisch oder symbolisch (hinsichtlich ihres Objektbezugs) bestimmen, aber nichts über die jeweiligen Objekte aussagen, d.h. wir wissen über die Domänen der Abbildungen gar nichts, in Sonderheit wissen wir nicht einmal, ob diese Objektfunktionen überhaupt umkehrbar sind oder nicht. Ein noch gravierender Einwand gegen einfache Konversion der Objektfunktionen ergibt sich aus Benses Invariantheorie (1975, S. 39 ff.), die, ausgehend von der gegenseitigen Transzendenz von Objekt und Zeichen, bestimmt, daß zwar das Objekt das Zeichen, nicht aber umgekehrt das Zeichen das Objekt beeinflussen kann. Einfache Konversion der drei Objektfunktionen ist damit ausgeschlossen. Trotzdem gibt es eine Lösung, wenn man die von Kaehr (2007) eingeführte Theorie der Saltatorien heranzieht. Diese stellen sozusagen komplementäre Kategorien dar, allerdings setzen sie eine polykontexturale und keine monokontexturale Mathematik voraus. Kaehr selbst hatte eine schöne Illustration der von ihm den Morphismen der klassischen Kategorientheorie gegenübergestellten "Heteromorphismen" der nicht-klassischen Saltatorientheorie gegeben: "Departure is always the opposite of arrival. But this simple fact is also always doubled. The departure is the *double opposite* of arrival, the past arrival and the arrival in the future. Thus, the duplicity has to be realized at once" (2007, S. 19):

Activity-oriented diagram



Die gegenseitige Komplementarität morphismischer und heteromorphismischer Abbildungen läßt sich dann nach Kaehr in einem sog. Diamond-Modell darstellen:

$$\left[\begin{array}{ccc} & (Glasgow,\ \omega_4) \xleftarrow[R_{\delta(A,B)}]{} (Glasgow,\ \alpha_4) & \\ (Dublin,\ \alpha_1) \xrightarrow{R_A} & (Glasgow,\ \omega_1)\ o\ (Glasgow,\ \alpha_2) & \xrightarrow{R_B} (London,\ \omega_2) \\ & (Dublin,\ \alpha_3) \xrightarrow{R_{AB}} (London,\ \omega_3) & \end{array}\right]$$

Dabei korrespondieren also die nach rechts gerichteten schwarzen Pfeile den kategorialen Morphismen, mit denen auch die drei Objektfunktionen der Abbildungen von Objekten auf Zeichen formal ausgedrückt werden können. Die roten nach links gerichteten Pfeile korrespondieren dagegen den saltatorischen Heteromorphismen, mit denen wir nun die Abbildungen von Zeichen auf Objekte formalisieren können. Da Heteromorphismen in rein quantitativen Systemen nicht auftreten können (und daher in der Kategorietheorie fehlen), eignen sie sich a priori dafür, um Abbildungen darzustellen, welche gegen das

Invarianzprinzip und schließlich gegen die drei Grundgesetze der Logik verstoßen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

de Saussure, Ferdinand, Cours de lingusitique générale. Paris 1916

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Semiotische Zyklen

1. In Toth (2012a) hatten wir, aufgrund von Überlegungen, die bereits in Toth (2012b) angestellt worden waren, polykontexturale Semiotiken auf der Basis der Transformation

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (... (M^1, O^1, I^1),\ I^2), I^3), ..., I^n)]$

oder kürzer, wenn wir das Symbol σ_ι für die Operation der iterativen Selektion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) einführen,

$[ZR^n = [(M, O, I), \sigma_\iota],$

konstruiert, wobei in Übereinstimmung mit Toth (2003) die 4-wertige Trito-Semiotik als Ausgangsbasis für "echte" polykontexturale Semiotiken bestimmt wurde, da erstens erst mit der logischen 4-Wertigkeit von eigentlicher Polykontexturalität gesprochen werden kann, denn die keine Logik, sondern eine Ontologie darstellende 3-wertige polykontexturale Logik (vgl. Günther 1980, S. 146 u. 155) ist ja zu dem der triadischen Semiotik isomorphen ontisch-semiotischen System isomorph (vgl. Toth 2012c), und da zweitens die Trito-Semiotik innerhalb der qualitativen Zahldifferenzierungen von den drei Strukturen Proto-, Deutero- und Trito-Struktur das "reichste" System darstellt.

2. Gehen wir nun also von der 4-wertigen Trito-Semiotik aus, d.h. von

$ZR^3 = ((M, O, I^1), I^2)$

mit den 15 möglichen morphogrammatischen Zeichen (MMMM), (MMMO), (MMOM), (MMOO), ($MMOI^1$), (MOMM), (MOMO), ($MOMI^1$), (MOOM), (MOOO), ($MOOI^1$), (MOI^1M), (MOI^1O), (MOI^1I^1), (MOI^1I^2). Wie man also erkennt, gibt es hier die folgenden 6 Austauschrelationen

$M \leftrightarrow O, M \leftrightarrow I^1, M \leftrightarrow I^2;$

$O \leftrightarrow I^1; I^1 \leftrightarrow I^2;$

$I^1 \leftrightarrow I^2,$

die den 4 in einer 4-wertigen Logik möglichen Austauschrelationen (vgl. Günther 1976, S. 185 f.)

$1 \leftrightarrow 2$, $1 \leftrightarrow 3$, $1 \leftrightarrow 4$;

$2 \leftrightarrow 3$, $2 \leftrightarrow 4$;

$3 \leftrightarrow 4$,

entsprechen. Nun gibt es unter den 15 "Kenozeichen" (dieser Begriff dient nur der Kürze, da er per def. eine contradictio in adjecto darstellt) der Kontextur K = 4 solche mit 1, 2, 3 und 4 verschiedenen semiotischen Kategorien belegte. Wie Günther (1976, S. 222) gezeigt hatte, kann man ab Kenozeichen mit 2 verschiedenen Belegungen zwischen Reflexion (R) und Negation (N) unterscheiden. Z.B. haben wir

$R(MOMM) = (MMOM) \neq N(MOMM) = (OMOO)$,

wobei allerdings wegen der kenogrammatischen Äquivalenz (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.) gleichzeitig

$(MOMM) \approx (OMOO)$

gilt. Damit müssen wir also auch bei Kenozeichen zwischen ihren Normalformen sowie ihren reflektierten und negierten Formen unterscheiden. Sobald wir allerdings mehr als den einfachen Austausch zweier Kenozeichen haben (entsprechend dem 2-wertigen Austausch von Position und Negation) haben wir, wie bereits oben gezeigt, die Wahl zwischen 3 bzw. 6 negierten Kenozeichen.

Damit sind wir aber nun berechtigt, neben den bereits von Günther (z.B. 1979, S. 307 ff.) eingeführten logischen Negationszyklen (sowie den daraus leicht konstruierbaren entsprechenden qualitativ-mathematischen Zyklen) auch semiotische Zyklen zu konstruieren. Z.B. korrespondiert der folgende 4-wertige Zyklus demjenigen, den Günther (1980, S. 286) gegeben hatte

P	N	1	2	3	2	3	2	1	2	1	2	3	2	3	2	1	2	1	2	3	2	3	2	1	2	P
1		2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1	
2		1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2	
3		3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	3	
4		4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4	

dem folgenden semiotischen Zyklus, dessen hier nicht ausgeschriebene Zwischenstufen sehr leicht ergänzt werden können:

$P = ((M, O, I), I^1)$

$(O, M, I^1, I^2) \rightarrow (I^1, M, O, I^2) \rightarrow (I^2, M, O, I) \rightarrow ... \rightarrow ((M, O, I), I^1)$.

Das bedeutet also, daß wir somit gegenüber den von Kaehr zurecht als "monokontexturale" bezeichneten und von seinen polykontexturalen "Diamonds" unterschiedenen, von mir "semiotische Diamanten" genannten Permutationsmengen (Toth 2008, S. 177 ff.) nun also "echte" semiotische Diamanten-Strukturen gefunden haben, insofern nämlich, als die einzelnen "Stationen" der semiotischen Negationszyklen ebenso wie die logischen, die Günther als "Wörter" einer "Negativsprache" bezeichnet hatte (vgl. z.B. Günther 1980, S. 260 ff.), nunmehr als "negative semiotische Wörter" aufgefaßt werden können.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Auf dem Weg zu einer n-adischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, n-adische Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Die kenogrammatische Präsentation der Systemtheorie

1. Macht man mit den zwar rudimentären, aber weitsichtigen Vorschlägen Benses Ernst, die drei semiotischen Ebenen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit durch eine Ebene der Nullheit (Zeroness) zu fundieren, kategoriale Objekte als 0-relationale Entitäten einzuführen sowie neben dem semiotischen einen ontischen Raum anzunehmen (Bense 1975, S. 65 f.), so ist man gezwungen, neben der Semiotik als einer Theorie (bezeichnender) Zeichen eine Ontik als einer Theorie (bezeichneter) Objekte zu konzipieren. Nun ist man innerhalb einer auf der logischen Zweiwertigkeit stehenden monokontexturalen Beschreibungsebene wegen der Dichotomie zwischen Zeichen und Objekt einerseits sowie dem bezeichneten und dem bezeichnenden Objekt andererseits natürlich gezwungen, die gegenseitige Abhängigkeit der dichotomischen Glieder und damit die Vermittlungsstruktur in diese beiden Glieder zu projizieren statt sie als eigene, dritte, intermediäre Struktur einzuführen. Auf dieser Restriktion basiert auch das in Toth (2011) vorgeschlagene vollständige ontisch-semiotische System

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
Zeichen	Objekt

(Z, Ω)-System

Dieses System beruht auf der einzigen Voraussetzung, daß die Perzeption von Objekten eine systemische Abbildung

$[A \rightarrow I]$,

von Außen nach Innen voraussetzt, wodurch ein Objekt überhaupt als ein Objekt im Unterschied zu seiner Umgebung wahrgenommen werden kann. Das für diesen Prozeß zu hypostasierende Subjekt befindet sich also noch ausdrücklich außerhalb des beschriebenen Systems. In einem zweiten Schritt muß das Objekt, das also zunächst nur als ein "Etwas" wahrgenommen wird, das sich von einer wie immer gearteten Umgebung, d.h. der Abwesenheit des Objektes, unterscheidet, als ein bestimmtes Objekt erkannt, d.h. identifiziert werden. Da die Identifikation von Objekten kontrastiv zu anderen Objekten, d.h. also auf negative Weise, erfolgt, kann dies nur durch Einordnung des zunächst unbestimmten Objektes in eine Familie ähnlicher Objekte (die zuvor perzipiert worden waren), d.h. in eine sog. Objektfamilie, geschehen. Dieser Vorgang ist im obigen Modell durch

$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$,

d.h. durch eine Abbildung des wahrgenommenen Objektes auf ein Außen gefaßt, d.h. das zunächst durch Wahrnehmung "verinnerlichte" Objekt wird wiederum "veräußert", nämlich auf weitere Objekte abgebildet.

In einem dritten Schritt wird das Ergebnis der Prozesse in den beiden vorangehenden Schritt wiederum "verinnerlicht", d.h. die Abbildung

$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$

ist die Perzeption, d.h. die Erkenntnis des zuvor wahrgenommenen und identifizierten Objektes. Der gesamte Prozeß aller drei Teilprozesse

$[[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$

ist jedoch kein Slalom zwischen Außen und Innen, sondern das, was jeweils Außen und das, was jeweils Innen ist, wechselt also vom ersten über den zweiten zum dritten Teilprozeß, und zwar in der Form einer zunehmenden Spezifikation von der Perzeption über die Identifikation bis zur Apperzeption. Der Gesamtprozeß besteht somit nicht nur in der "Filterung" systemischer Räume, sondern zugleich in einer Verschiebung der Perspektive des Verhältnisses des außersystemischen Subjekts zum betreffenden Objekt.

2. Was wir damit erreicht haben, ist jedoch noch lange kein Zeichen, wie es in allen Pansemiotiken von Paracelsus bis zu Peirce behauptet wird. Ein apperzipiertes Objekt muß es durch einen *willentlichen* Akt zum Zeichen erklärt werden, da sonst jedes Objekt ein Zeichen ist und damit die Unterscheidung

von Objekt und Zeichen hinfällig wird. Benses berühmter Satz "Gegeben ist, was repräsentierbar ist" (1981, S. 11) basiert daher paradoxerweise auf der Nichtexistenz der Semiotik. Somit muß die bereits von Peirce geforderte thetische Einführung eines Zeichens bzw. Benses "Metaobjektivation" (1967, S. 9) in Einklang mit Benses späterer Forderung eines vom semiotischen abgetrennten ontischen Raumes von einer ontisch-semiotischen Vermittlungstheorie ausgehen, die auf der Abbildung von perzipierten und nicht von vorgegebenen, apriorischen oder sonstwie "absoluten" Objekten ausgeht, d.h. die metaobjektiven thetische Introduktion besteht in der Abbildung

$$[[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \rightarrow (ZR = (M, O, I)).$$

An dieser Stelle müssen wir uns jedoch fragen, auf welcher wissenschaftstheoretischen Ebene wir uns eigentlich befinden. Wo genau findet diese hier formal gefaßte Abbildung statt? Sie ist offenbar dem Zeichen und damit der Scheidung von Objekt und Zeichen und somit der Differenzierung von Objekt und Subjekt vorgeordnet und liegt damit nicht nur unterhalb der Semiotik, sondern auch unterhalb der Logik (womit sich die von Peirce vielfach diskutierte Frage, ob die Logik die Semiotik oder die Semiotik die Logik begründe, sich gerade nicht stellt). Nach G. Günthers Polykontexturalitätstheorie liegt die obige Abbildung somit im Wirkungsbereich der der Semiose vorgeordneten Kenose (vgl. auch Kaehr/Mahler 1993, S. 34). Während die Semiose derjenige Prozeß ist, der vom Objekt zum Zeichen führt, d.h. der Bezeichnungsprozeß, stellt die Kenose also denjenigen Prozeß dar, der vom Zeichen und vom Objekt zu derjenigen Ebene führt, auf welcher Zeichen und Objekt zwar noch nicht geschieden, aber sozusagen "angelegt" sind, d.h. sie beschreibt einen Prozeß, den man mit "Entzeichnung" bezeichnen könnte (vgl. auch Toth 2012a). Es genügt somit nicht (wie dies z.B. Arin in seiner "katastrophentheoretischen" Semiotik getan hatte), den "Zerfall" von Zeichen in ihre bezeichnten Objekte zu beschreiben, denn dieser Prozeß ist, wenigstens auf monokontexturaler Ebene, ausgeschlossen, sondern es ist nötig, die Zeichen über ihre bezeichneten Objekten hinaus bis hinunter auf eine Ebene zurückführen, auf der es weder Zeichen noch Objekte gibt, von der aus sie aber beide erzeugt werden können.

Wenn wir nun die in Toth (2012b) vorgeschlagene Interpretation der Trito-Zeichen der Kontextur K = 4 betrachten:

000 | 0	Vordergrund : Hintergrund ("Unter-Schied")	
000 | 1	Außen : Innen	
------------		
00 | 1 | 0	Innen : Hintergrund	
00 | 1 | 1	Innen : Objekt	Außen : Innen
00 | 1 | 2	Innen : Subjekt	
------------		
0 | 10 | 0	Objekt : Hintergrund	
0 | 10 | 1	Objekt : Objektfamilie	
0 | 10 | 2	Objekt : Subjekt	
------------		
0 | 11 | 0	Objektfamilie : Hintergrund	
0 | 11 | 1	Objektfamilie : Objekt	(Außen : Innen)
0 | 11 | 2	Objektfamilie : Subjekt	→ Innen
------------		
0 | 12 | 0	(Objekt : Subjekt) : Hintergrund	
0 | 12 | 1	(Objekt : Subjekt) : Objekt	
0 | 12 | 2	(Objekt : Subjekt) : Subjekt	
0 | 12 | 3	(Objekt : Subjekt) : Umgebung,	

dann erkennen wir, daß sich der dem Trito-4-System zugrunde liegende ontisch-semiotische Prozeß (von "oben" nach "unten") in der Form von

System → Objekt → Objektfamilie → Objekt/Subjekt

beschreiben läßt, der also die obigen drei vom monokontexturalen Standpunkt aus beigebrachten ontischen Prozesse

Perzeption → Identifikation → Apperzeption

insofern als Vermittlungsprozeß enthält, als wir

System → Perzeption → Objekt

Objekt → Identifikation → Objektfamilie

Obhjektfamilie → Apperzeption → Objekt/Subjekt

haben. Das bedeutet also, daß das Subjekt erst nach der Apperzeption eines Objektes in System hineinkommt, d.h. dann, wenn im Trito-4-System der 4. Wert 3 erreicht ist

$0123 \cong (MOI^1)I^2$.

Nach Toth (2012c) ist erst auf der Stufe dieser 15. Trito-4-Struktur das Zeichen im Sinne einer minimalen (tetradischen) polykontexturalen Semiotik erreicht, denn wir hatten den Übergang von der triadischen monokontexturalen zu den n-adischen ($n > 3$) polykontexturalen Semiotiken durch

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (\ldots (M^1, O^1, I^1), \; I^2), I^3), \ldots, I^n)]$

beschrieben. Somit stellt also die strukturelle Stufe $0123 \cong (MOI^1)I^2$ den Ort des Übergangs dar, an dem die ontisch-semiotische Transformation

$[[I \to A], [[A \to I] \to A], [[A \to I] \to A] \to I]]] \to (ZR = (M, O, I))$

stattfindet.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf/Thomas Mahler, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Kenose und Semiose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kenosemiotische Vermittlung von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Diamantentheoretische Vermittlung von Ontik und Semiotik

1. Ein wahrgenommenes Objekt wird durch die Wahrnehmung noch zu keinem Zeichen, denn einerseits können Zeichen nur durch willentliche Entscheidung eingeführt werden, und andererseits gibt es nicht-wahrnehmbare Objekte, die trotzdem zu Zeichen erklärt werden können. Das Objekt also, das zum Zeichen erklärt wird, ist somit höchstens in zeitlichem Sinne dem Zeichen vor-gegeben, ansonsten aber keineswegs absolut: vielmehr steht die Wahrnehmung eines Objektes am Anfang eines Prozesses, an dessen Ende die Erklärung dieses Objektes zum Zeichen stehen kann, aber keineswegs stehen muß. Es ist somit falsch, die thetische Einführung direkt bei einem irgendwie absoluten Objekt anzusetzen, und genauso falsch ist es, sie als einen der Wahrnehmung und seinen Phasen (Perzeption, Identifikation, Apperzeption) wesensfremden Prozeß aufzufassen.

2. Die der Semiotik zugehörige Ontik ist somit keine Theorie absoluter, apriorischer, vorgegebener und anderer phantasmagorischer Objekte, sondern eine Theorie der wahrgenommenen Objekte, die nur in dem Fall mit der Semiotik korreliert ist, wenn ein wahrgenommenes Objekt am Ende des ganzen Prozesses tatsächlich zum Zeichen erklärt wird. Es würde ja auch niemand behaupten, daß die Tatsache, daß ich den Stoff-Fetzen in meiner Hosentasche als Nasentuch erkennen und dementsprechend benutzen kann, aus dem Taschentuch bereits ein Zeichen macht. Ein Zeichen wird aus dem Taschentuch erst dann, wenn ich es (in möglichst ungebrauchtem Zustand) verknote und es dergestalt in einem Bedeutungs- und Sinnzusammenhang einbette – z.B. als Erinnerungszeichen, daß ich morgen meine Tochter früher von der Schule abhole. Gerade weil die Ontik eine Theorie wahrgenommener Objekte ist, muß man sich jedoch bewußt machen, daß mit dem Absolutheitsanspruch auch die Unikalitätstheorie von Objekten fällt: Wir können ein Objekt erstens nur deshalb wahrnehmen, weil es sich von einem (wie auch immer gearteten) Hintergrund abhebt, d.h. von einer Umgebung, in der sie gerade *nicht* sind. Zweitens benötigen wird zur Identifikation eines Objektes als eines bestimmten Etwas eine Funktion, welche das betreffende Objekt einer oder mehreren Klassen von ähnlichen Objekte zuweist. (Selbst das unikale Objekt des Morgen- bzw. Abendsterns gehört zur Klasse der Planeten, das Einhorn zur Klasse der

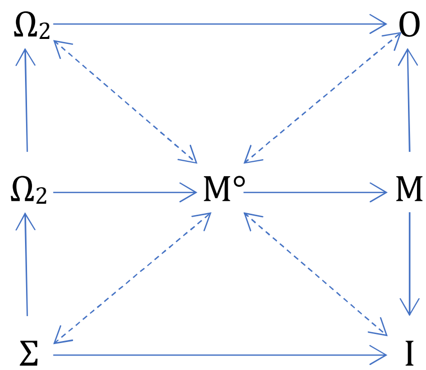
Tiere, die Meerjungfrau gehört gleichzeitig zur Klasse der Menschen und der Tiere [Fische], denn auch unsere sog. imaginären Objekte sind in Wahrheit stets Patchworks aus Versatzstücken realer Objekte, d.h. also, daß Objekte stets nicht-leeren Klassen von Objektklassen, sog. Objektfamilien, angehören.) Drittens muß nach der Wahrnehmung und anschließenden Identifikation eines Objektes dessen Erkenntnis treten. Z.B. nehme ich erstens ein Etwas wahr, zweitens identifiziere ich dieses Etwas durch Zuordnung zur Klasse der Bäume als ein Stück Holz, drittens aber erkenne ich in diesem Stück Holz vielleicht seine mögliche Verwendung als Brennmaterial, d.h. als sog. Scheit.[12] Zur Erkenntnisstufe von Objekten gehören offenbar Benses "Werkzeugrelation", die als präsemiotisch ausgewiesen ist (Bense 1981, S. 33), sowie Wiesenfarths Gestalttheorie (Wiesenfarth 1979).

3. Geht man von einer Ontik als Theorie wahrgenommener Objekte aus, die erstens als solche, d.h. als wahrgenommene Objekte, zweitens als in Objektfamilien identifizierte Objekte und drittens als von Subjekten im Erkenntnisprozeß apperzipierte Objekte erscheinen, kann man nach dem Vorschlag von Toth (2011) das folgende verdoppelte System konstruieren, in dem das Seiende als der Inbegriff wahrgenommener Objekte im Verhältnis zu seinem Sein in der Form von Dualitätsbeziehungen erscheint:

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
Seiendes	Sein

[12] Es wäre eine interessante Aufgabe, den Wortschatz verschiedener Sprachen (bzw. verschiedener Kulturstufen) darauf hin durchzuforsten, welche Teilklassen von Wörtern primär perzipierte (z.B. Berg) identifizierte (z.B. Stein) oder apperzipierte (z.B. Kiesel) Objekte bezeichnen. Die ausschließliche Konzentration auf Zeichen unter Vernachläßigung ihrer bezeichneten Objekte hat auch solche Studien bisher verunmöglicht. Eine große Ausnahme, bei der allerdings statt von der Semiotik von der Linguistik ausgegangen wird, ist Leisi (1953).

Dieses ontische System läßt sich jedoch nicht direkt auf das zugehörige semiotische System abbilden, weil nach Bense (1975, S. 45 ff.) ein System von disponiblen Mittel zwischen Ontik und Semiotik vermittelt. In Toth (2012a) hatten wir daher die Zeichengenese als der Theorie systemischer Übergänge zwischen Ontik und Semiotik wie folgt skizziert:



Dieses System beruht somit erstens auf der ontischen Dualrelation

$[[I \rightarrow A], [[[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]]$

$\times$

$[[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]]$

und zweitens auf der semiotischen Dualrelation

$ZTh = ((3.a), (2.b), (1.c))$

$\times$

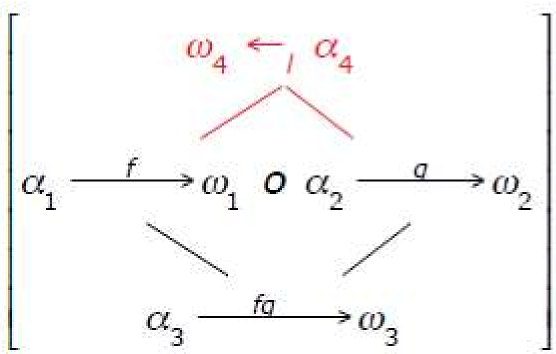
$RTh = ((c.1), (b.2), (a.3))$

die nach Toth (2012b) in der Form von zwei chiastischen Relationen

$\chi[((3.a), (2.b), (1.c)), [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]]$

$\chi[((c.1), (b.2), (a.3)), [[I \rightarrow A], [[[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]]$

dargestellt werden kann. Inhaltlich bedeutet dies also, daß über die Kontexturgrenzen zwischen Objekt und Zeichen (bzw. Ontik und Semiotik) hinaus ein "sympathetisches" Verhältnis besteht erstens zwischen dem Sein und der Realitätsthematik und zweitens zwischen dem Seienden und der Zeichenthematik. Wegen dieser Überkreuz-Beziehungen, welche die klassische Logik hinter sich lassen und die von G. Günther eingeführte Proemialrelation zu ihrer logischen Fundierung benötigen, kann man nun das von R. Kaehr (2007, S. 58) vorgeschlagene Diamantenmodell, in dem sowohl kategoriale als auch von Kaehr so genannte "saltatorische" Morphismen vereinigt sind, zur Darstellung der verdoppelten chiastischen Beziehungen zwischen Ontik und Semiotik in der Form eines ontisch-semiotischen Vermittlungssystems verwenden:



Dann bekommen wir als ersten den realitätsthematisch-ontischen (Seiendes) Diamanten:

((c.3) → [[[I → A] → A] → I])← ((a.1) → [A → I])

((a.1) → [A → I]) → ((2.b) → [[I → A] → A]) ⋄ ((b.2) → [[I → A] → A]) → ((c.3) → [[[I → A] → A] → I])

((a.1) → [A → I]) → ((c.3) → [[[I → A] → A] → I])

und als zweiten den zeichentheoretisch-ontischen (Sein) Diamanten:

$$((3.c) \rightarrow [[[I \rightarrow A] \rightarrow I] \rightarrow A]) \leftarrow ((1.a) \rightarrow [I \rightarrow A])$$

$$((1.a) \rightarrow [I \rightarrow A]) \rightarrow ((2.b) \rightarrow [[A \rightarrow [I \rightarrow A]]) \diamond ((2.b) \rightarrow [[A \rightarrow [I \rightarrow A]]) \rightarrow ((3.c) \rightarrow [[[I \rightarrow A] \rightarrow I] \rightarrow A])$$

$$((1.a) \rightarrow [I \rightarrow A]) \rightarrow ((3.c) \rightarrow [[[I \rightarrow A] \rightarrow I] \rightarrow A])$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Leisi, Ernst, Der Wortinhalt. Leipzig 1953

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Disponibilität als zeichengenetische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Präsemiotische Vermittlung von Ontik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Wiesenfahrth, Gerhard, Untersuchungen zur Kennzeichnung von Gestalt mit informationstheoretischen Methoden. Diss. Stuttgart 1979

Semiotische Vermittlungsmatrix

1. Daß die semiotischen Werte, anders als diejenigen der 2-wertigen klassischen Logik, mehr als einen Hamiltonkreis beschreiben, wurde bereits in Toth (2008, S. 177 ff.) dargestellt, denn die Primzeichenrelation S = (1, 2, 3) läßt sich selbstverständlich z.B. im folgenden semiotischen "Negations"-Zyklus darstellen:

1	1	2	2	3	3	1
2	3	1	3	1	2	2
3	2	3	1	2	1	3
s(p)					s'(p)	s(p),

darin (123) die Grundfolge und (321) ihre Konverse ist, und darin die zwischen ihnen erscheinen Folgen, die auf dem Umtausch je eines Wertes basieren, d.h. Transpositionen sind, die Intermediären zwischen Grundfolge und Konverse darstellen.

2. Wie bereits in Toth (2012a) angekündigt, kann man auf diese Weise nun nicht nur aus den Triaden, sondern auch aus den Trichotomien sowie kombiniert semiotische "Diamanten" konstruieren. Dazu ist es jedoch nötig, die Werte der drei möglichen semiotischen Austauschrelationen

$1 \leftrightarrow 2$

$1 \leftrightarrow 3$

$2 \leftrightarrow 3$

innerhalb einer semiotischen "Vermittlungsmatrix" anzulegen:

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2}

Dem erinnerlichen Leser wird nicht entgangen sein, daß diese Vermittlungswerte nichts anderes als die von Kaehr eingeführten Kontexturenzahlen sind, da diese natürlich aus den entsprechenden Matrixdekompositionen entstehen, und zwar gibt in der obigen Matrix die 1. Zeile die Kontexturenzahlen des semiotischen Objektbezugs, die 2. Zeile diejenigen des Mittelbezugs, und die 3. Zeile diejenige des Interpretantenbezugs; vgl. Toth 2009.

Damit bekommen wir also den Übergang von S = {1, 2, 3} zu

S* = {1, 2, 3, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}},

d.h. eine Menge aus drei Kategorien sowie drei Mengen von Kategorien. Es dürfte klar sein, daß die aus S* konstruierbaren Partialrelationen keiner der Peirceschen Limitations-"Axiome" (vgl. Toth 2012b) zu folgen brauchen. Ferner genügt zur "vollständigen" triadischen Darstellung von Relationen eine der drei Mengen von S* zuzüglich einer einzigen Kategorie, falls diese mit keinem der Elemente der betreffenden Menge von S* identisch ist, z.B.

{1, {2, 3}}, {2, {1.3}}, {3, {1, 2}}.

Das bedeutet nun aber, daß die von Bense (1979, S. 53) eingeführte metarelationale Zeichendefinition

$$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

insofern relativiert wird, als die drei aus Elementen und Mengen gemischten, neuen vollständigen Zeichenrelationen auch das Peircesche Inklusions-"Axiom" außer Kraft setzen, nach dem eine Zweitheit nur in einer Drittheit eingeschlossen sein darf und die Inklusion der linearen Ordnung der

Peanozahlen folgt, wodurch also z.B. $(2 \subset 1)$, $(3 \subset 1)$, aber auch unvermittelte Inklusion von $(1 \subset 3) \neq (1 \subset (2 \subset 3))$ ausgeschlossen werden.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, New elements of Theoretical Semiotics (NETS, 1). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Semiotische Identität, Gegenidentität, und ihre Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Tetradische Vermittlung

1. Ein vollständiger "Negationszyklus" bzw. Hamiltonkreis umfaßt in einer 4-wertigen Semiotik S = (1, 2, 3, 4) 4! = 24 "Wörter" der betreffenden semiotischen "Negativsprache":

1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	1
2	2	3	3	4	4	1	1	3	3	4	4	1	1	2	2	4	4	1	1	2	2	3	3	2
3	4	2	4	2	3	3	4	1	4	1	3	2	4	1	4	1	2	2	3	1	3	1	2	3
4	3	4	2	3	2	4	3	4	1	3	1	4	2	4	1	2	1	3	2	3	1	2	1	3

Die Mengen der Austauschrelationen zwischen den semiotischen Werten sind also

$1 \leftrightarrow 2$

$1 \leftrightarrow 3$

$2 \leftrightarrow 3$,

und die entsprechende semiotische "Vermittlungsmatrix" ist

	1	2	3	4
1	{2, 3, 4}	{3, 4}	{2, 4}	{2, 3}
2	{3, 4}	{1, 3, 4}	{1, 4}	{1, 3}
3	{2, 4}	{1, 4}	{1, 2, 4}	{1, 2}
4	{2, 3}	{1, 3}	{1, 2}	{1, 2, 3},

die man mit der triadischen Vermittlungsmatrix aus Toth (2012) vergleiche:

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

und wir erhalten die der triadischen Vermittlungsrelation

$S^{3*} = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

entsprechende tetradische Vermittlungsrelation

$S^{4*} = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$,

d.h. es gilt

$S^{3*} \cap S^{4*} = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$,

und dies sind wiederum (vgl. Toth 2012) genau die Kontexturenzahlen der genuinen Subzeichen, d.h. der identitiven Morphismen, der triadischen semiotischen Matrix, dargestellt als Fragment einer 4-kontexturalen Semiotik (vgl. Kaehr 2009):

	1	2	3
1	$1.1_{1.3}$	1.2_{1}	1.3_{3}
2	2.1_{1}	$2.2_{1.2}$	2.3_{2}
3	3.1_{3}	3.2_{2}	$3.3_{2.3}$

Allerdings enthält S^{4*} im Gegensatz zu S^{3*} nur Mengen als Teilmengen und keine Elemente, d.h. S^{4*} liefert neben der Schnittmenge mit S^{3*} die weiteren Kontexturenzahlen der S^{3*} einbettenden 4-kontexturalen semiotischen Matrix. Was die den semiotischen Werten zugrunde liegenden qualitativen Zahlen betrifft, bedeutet dies für die 3-kontexturale Semiotik also:

{1.2/2.1, 1.1, 2.2} ∈ (0)

{2.3/3.2, 2.2, 3.3} ∈ (00, 01)

{1.3/3.1, 1.1, 3.3} ∈ (000, 001, 010, 011, 012).

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

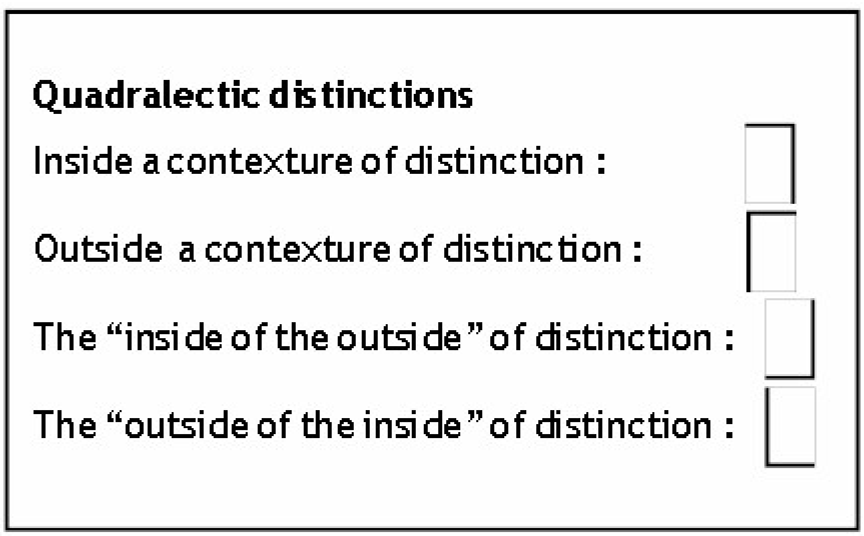
Bivalenz und Tetravalenz

1. Wie zuletzt in Toth (2012a, b) gezeigt, weisen die logischen Semiotiken von Albert Menne (Menne 1992, S. 39 ff.) und von Georg Klaus (1965, 1973) als zentrale Gemeinsamkeit auf, daß sie auf einem Axiom der Isomorphie von Zeichen und Objekt bzw. von Signifikanten- und Signifikatsseite des Zeichens basieren, das eine direkte Konsequenz der zweiwertigen Logik darstellt. In einer solchen Semiotik fallen Abstraktionsklassenbildung und Superisation zusammen (vgl. Toth 2012c), d.h. der Weg vom konkreten zum abstrakten Zeichen und weiter zu einer theoretisch unendlichen Hierarchie von Superzeichen geschieht durch "kulminierte" iterative Mengenbildung. Wegen des Isomorphieaxioms können sowohl die Menne- als auch die Klaus-Semiotik als verdoppeltes von Neumann-Universums darsgestellt werden (vgl. Toth 2012d), deren Strukturschema wie folgt aussieht

$$\begin{array}{lcl} x & \cong & y \\ \{x\} & \cong & \{y\} \\ \{\{x\}\} & \cong & \{\{y\}\} \\ \{\{\{x\}\}\} & \cong & \{\{\{y\}\}\} \\ \{\{\{\{x\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{y\}\}\}\} \\ \{\{\{\{\{x\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{y\}\}\}\}\} \\ \{\{\{\{\{\{x\}\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{\{y\}\}\}\}\}\} \\ \vdots & & \vdots \end{array}$$

Das weder von Menne noch von Klaus je auch nur erwähnte, geschweige denn besprochene Problem besteht jedoch darin, daß in der Semiotik nach Saussure Signifikant und Signifikat bekanntlich so zusammenhängen wie Recto- und Versoseite eines Blattes Papier. Falls dies korrekt, muß wegen des Isomorphieaxioms ein solcher Zusammenhang auch zwischen Zeichen und Objekt in der Logik existieren. Wegen des Tertium non Datur-Axioms definiert eine zweiwertige Kontextur einen ontologischen Ort, der in dieser Zweiwertigkeit absolut und vollständig determiniert ist, d.h. Zeichen und Objekt hängen tatsächlich bis auf Isomorphie so zusammen, wie es Signifikant und Signifikat tun.

2. Die isomorphe "Parallelisierung" von Objekt und Zeichen sowie von Signifikat und Signifikant wird somit durch die Ontologie gestützt, deren zweiwertige Interpretation besagt, daß ein Etwas entweder existiert oder nicht existiert, d.h. daß es nur Sein oder Nichts gibt. Allerdings wird die Parallelisierung nicht durch die Epistemologie gestützt, denn in der zweiwertigen Logik und ihrer korrespondierenden Ontologie gibt es keine Möglichkeit, neben den "reinen" Kategorien von Subjekt und Objekt die "gemischten" oder besser: vermittelnden Kategorien des subjektives Objekts und des objektiven Subjekts zu designieren bzw. zu thematisieren. wie Kaehr (2011)gezeigt hat, somit somit bivalente Semiotiken und Logiken auch systemtheoretisch defizient:



In Toth (2011a) hatte ich deshalb eine tetravalente Semiotik folgendermaßen systemtheoretisch definiert:

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Objektbezug (O): $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$

Interpretantenbezug (J): $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$

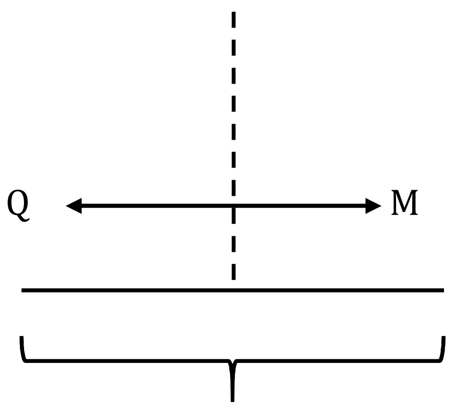
Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Wie man aus der Konversionsbeziehung zwischen der ersten und der letzten Definition erkennt, gilt also

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

d.h. es ist M° = Q und Q° = M. Das bedeutet aber, daß der tetravalenten Semiotik ein Systemmodell zugrunde liegt, das man wie folgt schematisieren könnte:



Rand des Systems (Z, Ω).

Der Rand des Systems partizipiert somit sowohl am "semiotischen Raum" als auch am "ontischen Raum" (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.), d.h. Q und M stehen in einer PARTIZIPATIVEN AUSTAUSCHRELATION, und der Übergang vom semiotischen zum ontischen Raum erfolgt durch einen chiastischen Austausch der Systemkategorien A und I:

3.heit $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$

2.heit $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$

1.heit $[A \rightarrow I]$

0.heit $[I \rightarrow A]$,

d.h. dieser fällt unter die von Günther (1971) entdeckte Proemialrelation und führt somit unter die Ebene der (zweiwertigen) Logik.

3. Wie man leicht einsieht, ergibt sich auf dieser sowohl unter der Logik als auch unterhalb der auf dieser basierenden Semiotik liegenden Ebene nicht nur ein System von zwei, sondern von (16-4 =) 12 erkenntnistheoretischen Vermittlungsrelationen

	└	┘	┌	┐
└	└└	└┘	└┌	└┐
┘	┘└	┘┘	┘┌	┘┐
┌	┌└	┌┘	┌┌	┌┐
┐	┐└	┐┘	┐┌	┐┐.

Definieren wir wie in Toth (2011b)

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$,

so haben wir die ja wegen der der tetravalenten Semiotik zugrunde liegenden Systemdefinition vorhandene Parallelisierung von Zeichen und Objekt insofern "gerettet", als wir nur von einer einzigen Abbildung ω, allerdings in drei verschiedenen Einbettungsstufen, ausgehen, die man genauso gut durch [ω], [[ω]], [[[ω]]], also wie in den kumulativen Mengenhierarchien von Menne und von Klaus, bezeichnen könnte. Versuchen wir nun also, noch abstrakter zu sein und den Systembegriff selbst als Spezialfall einer beliebigen Dichotomie D zu definieren. Sei

$D := [a, b]$

eine beliebige Dichotomie und

$1 := a(b) = b \rightarrow a$

eine beliebige Abbildung der Glieder von D. Ferner bedeute „1“, daß diese Abbildung eine „Oberflächenabbildung“ sei, d.h. daß die Einbettungsstufe 0 vorliege:

$1 = [1_0] := 1_0$.

Damit können wir das obige systemtheoretische semiotische Minimalsystem wie folgt notieren

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie zurückführen, sondern die letztere durch das Paar

$RE = <1, {}_n]>$,

bestehend aus einer Abbildung 1 und einem n-stufigen Einbettungsoperator $_n]$ definieren und nennen dieses Paar RE eine relationale Einbettungszahl. Wir erhalten dann z.B. für die Bensesche Zeichenklasse des vollständigen Mittelbezugs, d.h. für das Klaussche Zeichenexemplar und für das Mennesche Lalem:

Zkl = {3.1, 2.1 1.1} =

S_1 = $((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), \omega) (\omega, \omega))$ =

$*S_1$ = $\{\{\{\{\omega\}\}\}, \{\{\omega\}\}, \{\omega\}\}$

RE $[[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 1]]$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Cognition and Volition (1971). In: 1971 Fall Conference of the American Society for Cybernetics. Washington, D.C. 1972, S. 119-135

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik, I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus, I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Semiotische System- und Superisationshierarchien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Isomorphe logisch-semiotische Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Zum erkenntnistheoretischen Status des Zeichens

1. Bekanntlich besitzen Quanten-Objekte die duale Eigenschaft, sowohl als Teilchen (Objekte) als auch als Wellen (Funktionen) auftreten zu können. In gewisser Weise vergleichbar damit ist Benses Feststellung, daß das Zeichen als Funktion "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" überbrückt (1975, S. 16). Damit haben auch Zeichen die duale Eigenschaft, sowohl als Objekte als auch als Abbildungen aufzutreten.

2. In meiner "Theory of the Night" (Toth 2011) hatte ich die vier aus der Kombination von Subjekt (S) und Objekt (O) möglichen epistemischen Funktionen (sS, oS, oO, sO) zur erkenntnistheoretischen Bestimmung des Zeichens herangezogen. Kaehr (2011), der sich intensiv mit der Theorie der Nacht auseinandergesetzt hatte, gibt folgendes Korrespondenzschema

subjective subject (sS) $\cong$ Thirdness (interpretant relation, I)
objective object (oO) $\cong$ Secondness (Object relation, O)
subjective object (sO) $\cong$ Firstness (medium relation, M)
objective subject (oS) $\cong$ Zeroness (quality, Q)

3. Damit erhebt sich allerdings die Frage, ob es wirklich sinnvoll sei, die Peirce-Benseschen sog. gebrochenen Kategorien, mit denen bekanntlich die Zeichenklassen sowie die Realitätsthematiken modal bestimmt werden, auf die vier epistemischen Funktion abzubilden. Die Kritik an meiner eigenen Konzeption einer epistemischen Semiotik umfaßt folgende Punkte:

3.1. Wenn das Zeichen zwischen Welt und Bewußtsein und damit zwischen Objekt und Subjekt vermittelt, dann kann es sinnvollerweise nur als subjektives Objekt, und das heißt als durch ein Subjekt gesetzte (thetisch eingeführte) Objektskopie bestimmt werden. Die beiden homogenen epistemischen Funktion fallen damit automatisch dem zeichensetzenden und zeichenverwendenden Subjekt sowie dem durch das Zeichen bezeichneten Objekt zu. Damit haben wir

Zeichen = sO

Subjekt = sS

Objekt = oO.

3.2. Somit erhebt sich die Frage nach dem semiotischen Status der verbleibenden Funktion des objektiven Subjekts. Dieses ist definitionsgemäß ein Subjekt, das für ein anderes Subjekt ein Objekt ist, und also keinesfalls die epistemische Funktion der Qualität. Ferner besteht somit auch kein duales Austauschverhältnis der Form (sO × oS) zwischen dem Mittelbezug und der Qualität oder Substanz des Zeichens. Zwar wäre es möglich zu sagen, daß ein Subjekt B, das für ein Subjekt A ein objektives Subjekt ist, von sich selbst aus gesehen in diesem Moment natürlich ein subjektives Objekt ist, aber dieser Dualismus betrifft die Ontik und nicht die Semiotik, d.h. es handelt sich um die Personalunion zweier dualer Funktionen zwischen zwei Subjekten und weder um die Relation eines Zeichens zu seinem bezeichneten Objekt noch um diejenige eines Zeichens zu seinem setzenden Subjekt.

3.3. Wenn das Zeichen zwischen einem bezeichneten Objekt und einem setzenden Subjekt vermittelt, dann benötigen wir zur vollständigen Bestimmung des Zeichens nicht nur eine Theorie des Zeichens (Semiotik), sondern auch eine Theorie des Objektes (Ontik) sowie eine Theorie des Subjektes. Während, von meinen eigenen, bislang noch sehr rudimentären, Arbeiten zu einer Ontik im Sinne einer Theorie bezeichneter Objekte abgesehen, die Heideggersche Fundamentalontologie immer noch die beste Theorie des Objektes darstellt, besitzen wir auch heute noch nicht einmal ansatzweise eine Theorie des Subjektes im Sinne einer Theorie der zeichensetzenden und zeichenverwendenden Subjekte. Im Grunde genommen sind wir nach beinahe einem halben Jahrhundert noch nicht über Benses äußerst lakonische Bestimmung hinausgekommen: "Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur was zum Zeichen erklärt wird. Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt" (1967, S. 9).

3.4. Ein ungleich komplexeres und schwerer wiegendes Problem erhebt sich nun allerdings aus dem Umstand, daß das Zeichen keine dem objektiven Subjekt entsprechende epistemische Funktion zu besitzen scheint. Der Grund hierfür liegt ohne Zweifel darin, daß das Zeichen sowohl von seinem bezeichneten Objekt als auch von seinem setzenden Subjekt durch je eine Kontexturgrenze (im Sinne von Gotthard Günthers polykontexturaler Logik und Ontologie) getrennt ist. Dies bedeutet also, daß ein Zeichen, das ein Objekt bezeichnet, niemals mit seinem bezeichneten Objekt zusammenfallen, d.h. identisch werden kann. Und es darf eine solche Koinzidenz auch nie eintreten, denn träte sie ein, so wären Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar, und damit wäre mindestens das Zeichen überflüssig. Ferner darf das Zeichen aber auch nicht mit seinem Subjekt zusammenfallen, denn es vertritt ja im Sinne eines subjektiven Objektes das setzende Subjekt gerade hinblicklich eines bezeichneten Objektes. Dennoch folgt natürlich bereits aus Benses Bestimmung der Zeichenfunktion als Vermittlung zwischen Welt und Bewußtsein, daß das Zeichen zwischen der Kontextur des Objektes und der Kontextur des Subjektes vermittelt. Die aus dieser Feststellung resultierende Frage, ob denn somit das Zeichen entweder der Objekt-, der Subjekt-, beiden Kontexturen angehöre oder selbst eine eigene Kontextur bestimme, kann man also ebenfalls sogleich dahingehend beantworten, daß das Zeichen, indem es Objekt und Subjekt in Beziehung zueinander setzt, auch zwischen den Kontexturen des Objektes und des Subjektes vermittelt. Obwohl das Zeichen also a priori nicht poly-kontextural ist, ist es dennoch kontexturenvermittelnd. Daraus folgt übrigens auch, daß es prinzipiell unmöglich ist, entweder die Semiotik auf die Logik oder die Logik auf die Semiotik abzubilden, wenigstens solange man darunter die zweiwertige aristotelischen Logik meint, denn diese ist, wie G. Günther gezeigt hatte, strikt monokontextural. Will man also die Semiotik auf eine Logik abbilden, daß muß man ein Verbundsystem mindestens zweier Logiken heranziehen, wobei diese beiden Logiken miteinander vermittelt werden müssen, d.h. man benötigt die in der klassischen Logik völlig unbekannten Güntherschen Transoperatoren, um von einer Kontextur in die andere zu gelangen. Damit ergibt sich für das Zeichen die ganz absonderliche Folgerung, daß es zwar hinsichtlich seines Objektcharakters monokontextural, hinsichtlich seines Funktionscharakters aber polykontextural ist. Während also der von de

Broglie formulierte Welle-Teilchen-Dualismus der Materie hinsichtlich seiner Kontexturalität monovalent ist, ist der von Bense formulierte Objekt-Funktions-Dualismus des Zeichens hinsichtlich seiner Kontexturalität bivalent. Erst in der Domäne des Geistes stellt sich die Frage nach der Kontexturalität, d.h. nach der Verortung der Logik, denn diese stellt sich erst nach dem Erscheinen der Subjekte ein. In der Domäne der Materie spielt die Frage der Verortung scheinbar paradoxerweise keine Rolle.

3.4. Zeichen müssen daher doppelt kontexturiert werden, denn sie vermitteln ja zwischen bezeichneten Objekten und setzenden Subjekten. Wenn ich ein Taschentuch verknote, um mich daran zu erinnern, daß ich morgen meine Tochter vom Kindergarten abholen muß, dann gehören 1. das Taschentuch als Zeichen und das von ihm bezeichnete Ereignis nicht der gleichen Kontextur an, und 2. gehöre ich selbst selbstverständlich weder der Kontextur des Taschentuchs noch derjenigen des Ereignisses an, d.h. Zeichen, Objekt und Subjekt befinden sich in drei verschiedenen Kontexturen. Im Falle der in der semiotischen Literatur mindestens ebenso berühmten Haarlocke meiner Geliebten gehören zwar Zeichen und Objekt der gleichen Kontextur an, aber ich selbst befinde mich immer noch in einer von beiden geschiedenen Kontextur. Doch damit sind wir bereits an der äußerste Grenze angelangt, da sich Objekt und Subjekt nie in der gleichen Kontextur befinden können, denn würden sie es tun, wären sie nicht mehr voneinander unterscheidbar, und es hätte dann überhaupt keinen Sinn mehr, von Subjekt und Objekt zu sprechen. Doch genau diesem Umstande verdankt das Zeichen seine Entstehung und seine Legitimation: als subjektives Objekt umschifft es den prinzipiell unmöglichen Zusammenfall von Subjekt und Objekt im Sinne eines behelfsmäßigen Substitutes, und zwar sowohl für das von ihm bezeichnete Objekt, als dessen Kopie das Zeichen auftritt, als auch für das setzende Subjekt, dem es seine Existenz verdankt.

4.1. Aus den obigen Feststellungen resultiert, daß innerhalb der Peirce-Benseschen Zeichenrelation

$$ZR = R(M, O, I)$$

natürlich nur der Mittelbezug M die epistemische Funktion eines subjektiven Objektes ausübt, denn der Objektbezug O ist per definitionem die Relation des Mittelbezugs als Repräsentamen zum vom Zeichen bezeichneten Objekt (Ω), d.h.

$O = R(M, \Omega)$,

und der Interpretantenbezug I ist die Relation von O zum das Zeichen setzenden und verwendenden Subjekt (Σ), d.h.

$I = R(R(M, \Omega), \Sigma)$.

Doch damit ist M nichts anderes als das Zeichen selbst, das innerhalb von ZR in doppelte Beziehung zu seinem Objekt und Subjekt gesetzt wird:

$ZR = R(Z, R(M, \Omega), R(R(M, \Omega), \Sigma))$,

denn nur M kann ja die definitorische Zeichenfunktion der Vermittlung zwischen Welt und Bewußtsein bzw. Objekt und Subjekt ausüben. Man könnte daher die zehn Benseschen Zeichenklassen hinsichtlich ihres Anteils an Vermittlung, d.h. des Vorkommens der Kategorie M, wie folgt anordnen

(I.M, O.M, M.M)	M = 4/6	(I.M, O.O, M.O)	M = 2/6
		(I.M, O.O, M.I)	M = 2/6
(I.M, O.M, M.O)	M = 3/6	(I.M, O.I, M.I)	M = 2/6
(I.M, O.M, M.I)	M = 3/6		

(I.O, O.O, M.O)	M = 1/6
(I.O, O.O, M.I)	M = 1/6
(I.O, O.I, M.I)	M = 1/6
(I.I, O.I, M.I)	M = 1/6

Zeichenklassen mit dem gleichen M-Wert sind damit vermittlungsmäßig gleich, d.h. bei ihnen unterscheidet sich nur die Repräsentationsstärke des Zeichens relativ zu seinem bezeichneten Objekt und seinem setzenden Subjekt. Ordnet man die Zeichenklassen weiterhin nach der Repräsentationsstärke des Zeichens relativ zu seinem Objekt, ergibt sich folgende Ordnung

(I.M, O.M, M.M)	M = 4/6	O = 1/6	S = 1/6
(I.M, O.M, M.O)	M = 3/6	O = 2/6	S = 1/6
(I.M, O.M, M.I)	M = 3/6	O = 1/6	S = 2/6
(I.M, O.O, M.O)	M = 2/6	O = 3/6	S = 1/6
(I.M, O.O, M.I)	M = 2/6	O = 2/6	S = 2/6
(I.M, O.I, M.I)	M = 2/6	O = 1/6	S = 3/6
(I.O, O.O, M.O)	M = 1/6	O = 4/6	S = 1/6
(I.O, O.O, M.I)	M = 1/6	O = 3/6	S = 2/6
(I.O, O.I, M.I)	M = 1/6	O = 2/6	S = 3/6
(I.I, O.I, M.I)	M = 1/6	O = 1/6	S = 4/6

Es gibt also nur zwei Zeichenklassen (und nicht etwa drei!), bei welchen Objekt und Subjekt gleich stark repräsentiert sind, eine einzige Zeichenklasse, bei denen dies für Zeichen, Objekt und Subjekt gilt, auffälligerweise nur eine einzige Zeichenklasse, bei der die Stärke der Vermittlung derjenigen der Repräsentanz des Subjektes entspricht, und ebenfalls nur eine einzige Zeichenklasse, bei der die Stärke der Vermittlung derjenigen der Repräsentanz des Objektes korrespondiert.

4.2. Diese neuerliche Erkenntnis führt uns zu einer Neudarstellung des Peirce-Benseschen Systems der Zeichenklassen auf der Basis der Repräsentanzstärken von Zeichen, Objekt und Subjekt, und dazu benutzen wir die Zähler der obigen Bruchzahldarstellung der Repräsentanzwerte.

(I.M, O.M, M.M) := (M^4, O^1, S^1)

(I.M, O.M, M.O) := (M^3, O^2, S^1)

(I.M, O.M, M.I) := (M^3, O^1, S^2)

(I.M, O.O, M.O) := (M^2, O^3, S^1)

(I.M, O.O, M.I) := (M^2, O^2, S^2)

(I.M, O.I, M.I) := (M^2, O^1, S^3)

(I.O, O.O, M.O) := (M^1, O^4, S^1)

(I.O, O.O, M.I) := (M^1, O^3, S^2)

(I.O, O.I, M.I) := (M^1, O^2, S^3)

(I.I, O.I, M.I) := (M^1, O^1, S^4).

Wie man leicht erkennt, sind die Repräsentationsmöglichkeiten des Zeichens als eines subjektiven Objektes (M^i, O^j, S^k) mit $\Sigma i,j,k = 6$, d.h. in den drei möglichen Formen (M^1, M^2, M^3, M^4), auch tatsächlich bereits ausgeschöpft, d.h. das Peirce-Bensesche System ist repräsentationstheoretisch betrachtet vollständig und sollte also (im Gegensatz auch zu meinen eigenen früheren Annahmen) weder relational (d.h. durch Erhöhung der n-adischen Haupt- und/oder der n-tomischen Stellenwerte) noch durch Aufhebung der Inklusionsbeschränkung $a \leqq b \leqq c$ für a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} in der Zeichenklassenform (3.a, 2.b, 1.c)) erweitert werden. Konkret gesagt, bedeutet dies also, daß weder Gebilde der Form (3.a, 2.b, 1.c 0.d) noch Zeichenklassen wie z.B. (3.2 2.1 1.3) oder (3.1 2.3 1.1) Repräsentationsschemata sind, d.h. es handelt sich hier nicht nur um irreguläre, sondern um inexistente Pseudo-Zeichenklassen, wie man übrigens leicht selber nachprüft.

4.3. Die Frage der Kontexturierung von Zeichenklassen wurde bereits weiter oben gestreift (vgl. Kap. 3.4). Die bereits von Kaehr (2009) vorgeschlagenen Kontexturierungen sind durchwegs Subjektskontexturierungen, da in der polykontexturalen Logik das Subjekt und nicht das Objekt eine Kontextur bestimmt, denn diese Logik ist eine Logik für mehr als ein Subjekt und nicht für mehr als ein Objekt, d.h. es ändert sich mit dem Wechsel von der aristotelischen zur Günther-Logik für das Objekt überhaupt nichts, und darüber können auch die gebrochenen epistemischen Funktionen des subjektiven Objekts und des objektiven Subjekts, auf die Günther immer wieder hingewiesen hatte, nichts ändern. Wenn man also nicht wieder einer pansemiotischen Zeichentheorie wie derjenigen von Peirce huldigen möchte, die zwar qua Metaobjektivation das Objekt einerseits voraussetzt, es dann aber nach Abschluß des Metaobjektivationsprozesses sogleich wieder vergißt und als angeblichen Realitätsbezug nur mehr die ad hoc erzeugten sog. Realitätsthematiken zuläßt, dann muß man explizite Objektkontexturierungen in Ergänzung zu den Subjektkontexturierungen einführen, da das Zeichen, wie bereits gesagt, ja nicht nicht nur die epistemischen Funktionen von Objekt und Subjekt, sondern natürlich auch deren Kontexturen vermittelt.

4.4. Damit stellt sich abschließend die bereits angeschnittene Problematik der von Bense (1975, S. 100 ff.; 1976, S. 53 ff.) eingeführten Realitätsthematiken. Sie entsprechen formal den Konversionen der Zeichenklassen, d.h. sie haben die allgemeine Form

Rth := Zkl^{-1} = $(3.a, 2.b, 1.c)^{-1}$ = (c.1, b.2, a.3).

Damit kehrt sich das Verhältnis der sog. Subzeichen um, d.h. es wird z.B. ein Legizeichen (1.3) zum Rhema (3.1), d.h. es soll angeblich der Realitätstbezug z.B. eines konventionell vermittelnden Zeichens qua "Dualisation" (×(1.3) = (3.1)) ein offener und logisch nicht beurteilbarer Zeichenzusammenhang im Sinne der Thematik der Realität sein. Dagegen besitzen die beiden anderen möglichen Mittelbezuge, d.h. das Qual- (1.1) und das Sinzeichen (1.2), überhaupt keine Zeichenzusammenhänge als Realitätskorrelat, sondern nur sich selber (×(1.1) = (1.1)) sowie die iconische Relation (2.1) des Zeichens zu seinem bezeichneten Objekten (×(1.2) = (2.1)). Es dürfte klar sein, daß diese beispielhaft erwähnten sowie alle übrigen neun möglichen Fälle jeglicher sinnvollen Interpretation entbehren. Vor allem aber ändert die "Dualisation" einer

Zeichenklasse in ihre Realitätsthematik rein gar nichts an der repräsentationstheoretischen Struktur der Zeichenklassen (vgl. Kap. 4.2). Z.B. haben wir

$\times$(I.M, O.M, M.O) = (O.M, M.O, I.M) = (M^3, O^2, S^1).

Realitätsthematiken sind also vom repräsentationstheoretischen Standpunkt aus, der das Zeichen als subjektives Objekt in Relation zu seinem bezeichneten objektiven Objekt und zu seinem setzenden subjektiven Subjekt betrachtet, vollkommen überflüssig.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow, ThinkartLab, 2009

Kaehr, Rudolf, Quadralectic diamonds: four-foldness of beginnings. Semiotic Studies with Toth's 'Theory of the Night'. Glasgow, ThinkartLab, 2011

Toth, Alfred, Elements of a Theory of the Night. Teile I-VII. Tuscon, AZ 2011

Semiotische Palindrome

1. Bekannt ist die Kritik an der Polykontexturalitätstheorie vom Standpunkt der Ontik aus (vgl. z.B. Toth 2016a): 1. Sie behält die 2-wertige aristotelische Logik, in der die Werte vermöge des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten nicht vermittelbar sind, für jede Einzelkontextur bei. 2. Durch die nicht-aristotelische Operation der Transjunktion kann nur die logische Subjekt-, nicht aber die Objektposition iteriert werden. Dies ist eine Fortsetzung des Vermittlungsverbotes von den intrakontexturellen auf die extrakontexturellen Werte. Die polykontexturale Logik ist also nichts anderes als ein Vermittlungssystem für theoretisch unendlich viele 2-wertige Logiken. Zu diesen zwei Kritikpunkten kommt seit Kaehr (2012a) noch ein weiterer: 3. Wie Kaehr richtig feststellt, widerspricht sich Günther selbst, indem er Kenogramme und Morphogramme als wertfreie Platzhalter einführt, mit den Permutationszyklen seiner Negativsprache aber zu den nicht-wertneutralen logischen Systemen zurückkehrt.

2. Während Kaehr das dritte Problem mit Zöpfen der Knotentheorie und den Reidemeister-Bewegungen zu lösen versucht, d.h. "an interpretation of negations as braids in a dynamic setting" (2012a, S. 18), habe ich selbst versucht, die beiden ersten Probleme zu lösen. Das zuerst in Toth (2016b) veröffentlichte Ergebnis waren die sog. semiotischen Zahlen. Mit Kaehr (2012b) gehe ich jedoch einig, daß asymmetrische Palindrome auf einer tieferen Ebene gelegen sind als die Morphogramme. Kaehr unterscheidet in der Folge zwischen der "morphischen" und der "morphogrammatischen" Ebene. Zur morphischen Ebene dürften auch die semiotischen Zahlen gehören.

2.1. Z^1

Als 1-stellige Zeichenrelation wird die Abwesenheit von Zeichen bestimmt, d.h. es handelt sich bei Ø um einen Platzhalter, der folglich nicht leer sein kann, da in der Semiotik das Axiom "Auch die Abwesenheit eines Zeichens ist ein Zeichen" (E. Walther, 1989, mdl.) gilt

$Z^1 = \emptyset$.

2.2. Z^2

2-stellige Zeichenrelation sind die meisten vor-peirceschen Zeichenmodelle, wie das von de Saussure stammende, in dem lediglich zwischen signifiant und signifié unterschieden wird. Z^2 hat nur zwei Palindrome

$Z^2 = [01, 10]$.

2.3. Z^3

Von der 3-stelligen Zeichenrelation an, v.a. in der Semiotik von Peirce und Bense verbreitet, treten "disremptions" (Kaehr) zwischen tatsächlich semiotisch designierten semiotischen Zahlenfolgen und der Menge aller möglichen semiotischen Zahlenfolgen der Länge K = 3 auf.

$Z^3 = (M, O, I)$

mit

M = S(SO) = 110

O = O(SO) = 010

I = O(OS) = 001

ist jedoch strukturell unvollständig ist, denn es fehlt eine kategoriale Position für

X = S(OS) = 101.

Die zugehörige palindromische Struktur ist

Z = [[110], [010], [001], [101]]

mit den Koinzidenzen

pal[110] = pal[101] = [110, 011, 101]

pal[010] = pal[001] = [010, 100, 001].

Leider ist aber auch die aus der 3-stelligen in eine 4-stellige erweiterte semiotische Zahlenrelation noch strukturell unvollständig, denn wir bekommen sofort

Z^3 = [001, 010, 011, 100, 101, 110].

2.4. Z^4

Ausgehend von Z^3, kann man jeweils auf zwei Möglichkeiten zu Z^n mit $n > 3$ gelangen, nämlich, indem man Z^3 zum Argument von $S = 1$ oder von $O = 0$ macht. (Qualitative Addition geschieht also bei semiotischen Zahlen funktional, nicht konkatenativ oder insertiv, und damit entfällt für sie auch die Unterscheidung zwischen emanativen und evolutiven morphogrammatischen Operationen.)

S(S(SO)) = 1110

O(S(SO)) = 0110

S(O(SO)) = 1010

O(O(SO)) = 0010

S(O(OS)) = 1001

O(O(OS)) = 0001

S(S(OS)) = 1101

O(S(OS)) = 0101.

Der Grad struktureller Unvollständigkeit zwischen designierten und nicht-designierten semiotischen Werten (Zahlen) beginnt zu steigen: Für Z^4 enthält die vollständige Z^4-Relation bereits 14 mögliche semiotische Zahlenfolgen

Z^4 = [0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110], von denen also 8 semiotisch designiert und 6 nicht-designiert sind.

2.5. Z^5

S(S(S(SO))) = 11110

O(S(S(SO))) = 01110

S(O(S(SO))) = 10110

O(O(S(SO))) = 00110

S(S(O(SO))) = 11010

O(S(O(SO))) = 01010

S(O(O(SO))) = 10010

O(O(O(SO))) = 10010

S(S(O(OS))) = 11001

O(S(O(OS))) = 01001

S(O(O(OS))) = 10001

O(O(O(OS))) = 00001

S(S(S(OS))) = 11101

O(S(S(OS))) = 01101

S(O(S(OS))) = 10101

O(O(S(OS))) = 00101

Für Z^5 stehen 16 designierten 14 undesignierte Werte gegenüber. Es besteht also beinahe ein 1: 2-Verhältnis.

Z^5 = [00001], [00010], [00011], [00100], [00101], [00110], [00111], [01000], [01001], [01010], [01011], [01100}, [01101], [01110], [01111], [10000], [10001], [10010], [10011], [10100], [10101], [10110], [10111], [11000], [11001], [11010], [11011], [11100], [11101], [11110].

2.6. Z^6

Mit dem Übergang zwischen der 5- und der 6-stelligen Zeichenrelation wird, wie man aus Toth (2014) weiß, die minimale, deiktisch vollständige Semiotik erreicht.

S(S(S(S(SO))))	=	111110
O(S(S(S(SO))))	=	011110
S(O(S(S(SO))))	=	101110
O(O(S(S(SO))))	=	101110
S(S(O(S(SO))))	=	110110
O(S(O(S(SO))))	=	010110
S(O(O(S(SO))))	=	100110
O(O(O(S(SO))))	=	000110
S(S(S(O(SO))))	=	111010
O(S(S(O(SO))))	=	011010
S(O(S(O(SO))))	=	101010
O(O(S(O(SO))))	=	001010
S(S(O(O(SO))))	=	110010
O(S(O(O(SO))))	=	010010
S(O(O(O(SO))))	=	110010
O(O(O(O(SO))))	=	010010

S(S(S(O(OS)))) = 111001

O(S(S(O(OS)))) = 011001

S(O(S(O(OS)))) = 101001

O(O(S(O(OS)))) = 001001

S(S(O(O(OS)))) = 110001

O(S(O(O(OS)))) = 010001

S(O(O(O(OS)))) = 100001

O(O(O(O(OS)))) = 000001

S(S(S(S(OS)))) = 111101

O(S(S(S(OS)))) = 011101

S(O(S(S(OS)))) = 101101

O(O(S(S(OS)))) = 001101

S(S(O(S(OS)))) = 110101

O(S(O(S(OS)))) = 010101

S(O(O(S(OS)))) = 100101

O(O(O(S(OS)))) = 000101

Hier stehen 32 designierten 30 nicht-designierte Werte gegenüber.

Z^6 = [000001, 000010, 000011, 000100, 000101, 000110, 000111, 001000, 001001, 001010, 001011, 001100, 001101, 001110, 001111, 010000, 010001, 010010, 010011, 010100, 010101, 010110, 010111, 011000, 011001, 011010, 011011, 011100, 011101, 011110, 011111, 100000, 100001, 100010, 100011, 100100, 100101, 100110, 100111, 101000, 101001, 101010, 101011, 101100, 101101, 101110, 101111, 110000, 110001, 110010, 110011, 110100, 110101, 110110, 110111, 111000, 111001, 111010, 111011, 111100, 111101, 111110].

3. Wie man leicht feststellt, enspricht die Kardinalität der Permutogramme pro Länge semiotischer Zahlen der Zahlenfolge

Z^n	Länge der semiotischen Zahlenfolge
Z^1	1
Z^2	2
Z^3	6
Z^4	14
Z^5	30
Z^6	62,

d.h. es handelt sich um die OEIS-Sequenz A095121.

> Expansion of (1-x+2x^2)/((1-x)(1-2x))
>
> Number of n-tuples where each entry is chosen from the subsets of {1,2} such that the intersection of all n entries contains exactly one element.
>
> There is the following general formula: The number T(n,k,r) of n-tuples where each entry is chosen from the subsets of {1,2,..,k} such that the intersection of all n entries contains exactly r elements is: T(n,k,r) = binomial(k,r) * (2^n - 1)^(k-r). This may be shown by exhibiting a bijection to a set whose cardinality is obviously binomial(k,r) * (2^n - 1)^(k-r), namely the set of all k-tuples where each entry is chosen from subsets of {1,..,n} in the following way: Exactly r entries must be {1,..,n} itself (there are binomial(k,r) ways to choose them) and the remaining (k-r) entries must be chosen from the 2^n-1 proper subsets of {1,..,n}, i.e., for each of the (k-r) entries, {1,..,n} is forbidden (there are, independent of the choice of the full entries, (2^n - 1)^(k-r) possibilities to do that, hence the

formula). The bijection into this set is given by (X_1,..,X_n) |-> (Y_1,..,Y_k) where for each j in {1,..,k} and each i in {1,..,n}, i is in Y_j if and only if j is in X_i (Johannes W. Meijer).

Die Zahlenwerte für höherstellige semiotische Zahlenfolgen, d.h. für pal[Z^n] = f(K[Z^n]) können der folgenden Sequenz aus dem OEIS abgelesen werden.

[1, 2, 6, 14, 30, 62, 126, 254, 510, 1022, 2046, 4094, 8190,

16382, 32766, 65534, 131070, 262142, 524286, 1048574,

2097150, 4194302, 8388606, 16777214, 33554430,

67108862, 134217726, 268435454, 536870910, 1073741822,

2147483646, 4294967294, 8589934590].

Literatur

Kaehr, Rudolf, Gunther's Negation Cycles and Morphic Palindromes. In: ThinkArtLab, 2012 (2012a)

Kaehr, Rudolf, Morphosphere(s): Asymmetric Palindromes as Keys. In: ThinkArtLab, 2012 (2012b)

Toth, Alfred, Systemtheorie und semiotische Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016a

Toth, Alfred, Die qualitativ-mathematische Unvollständigkeit der triadischen Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016b

Asymmetrische semiotische Palindrome

1. In einer neueren Publikation hat Rudolf Kaehr asymmetrische Palindrome (von Morphogrammen) als Schlüssel für "Morphosphären" untersucht (Kaehr 2013). Ich möchte deshalb in den kurzen, hier folgenden Ausführungen untersuchen, ob asymmetrische Palindrome auch in semiotischen Relationen aufscheinen. Es geht also, Um Kaehrs Beispiel zu zitieren, um Palindrome der Form ANNA-B-ELLE, in dem die drei Teile je symmetrisch, das Ganze aber asymmetrisch ist. Da wir von 1-atomigen trivialen Palindromen absehen und zwischen den 2-stelligen Subzeichen an sinnvollen semiotischen Relationen nur die 6-stelligen Zeichenklassen und Realitätsthematiken gebräuchlich sind, wollen wir uns auf diese beschränken. Diese Arbeit schließt damit gleichzeitig an Benses letztes semiotisches Buch an, das der Eigenrealität der Zeichen gewidmet ist, d.h. der dualinvarianten semiotischen Repräsentationsrelation

$(\underline{3.1, 2}.\underline{2, 1.3}) \times (\underline{3.1, 2}.\underline{2, 1.3})$,

die selbst ein symmetrisches Palindrom darstellt (Bense 1992).

2. Wenn wir die 10 Zeichenklassen und ihre dual koordinierten Realitätsthematiken betrachten, so scheint es nur ein einziges asymmetrisches Palindrom zu geben

Zkl: $(\underline{3.3}, \underline{\underline{2}}.\underline{3, 1.3})$.

Rth: $(\underline{3.1, 3}.\underline{\underline{2}}, \underline{3.3})$.

An diesen zwei Beispielen kann man bereits zwei Eigenschaften semiotischer Relationen erkennen, die sowohl für symmetrische als auch für asymmetrische Palindromie gültig sind:

1. Palindromie ist eine bzgl. der Dualisation invariante Eigenschaft.

2. Palindromische semiotische Relationen weisen genau 1 "genuines" Subzeichen, d.h. einen identitiven Morphismus auf.

3. Da die 10 semiotischen Dualsysteme nur eine Teilmenge aus der Menge der über der abstrakten semiotischen Relation

$(3.a, 2.b, 1.c) \times (c.1, b.2, a.3)$

mit a, b, c ∈ {1, 2, 3}, konstruierbaren Repräsentationsrelationen darstellen, nämlich diejenige, die durch das Limitationsgesetz

$a \leqq b \leqq c$

aus der Gesamtmenge von 27 Dualsystemen herausgefiltert wird, liegt die Annahme nahe, daß weitere asymmetrische semiotische Palindrome in der Differenzmenge der 17 weiteren triadisch-trichotomischen Relationen vorkommen. Da wir uns deren Konstruktion an dieser Stelle sparen können, seien die zwei weiteren hier gleich hingeschrieben:

$(\underline{3.3}, \underline{\underline{2}}.\underline{1, 1.1}) \times (\underline{1.1, 1}.\underline{\underline{2}}, \underline{3.3})$

$(\underline{3.3}, \underline{\underline{2}}.\underline{2, 1.2}) \times (\underline{2.1, 2}.\underline{\underline{2}}, \underline{3.3})$.

Somit können wir noch eine dritte Eigenschaft semiotischer Palindrome notieren:

3. Asymmetrische semiotische Palindrome haben die abstrakte relationale Struktur

$(3.3, 2.x, y.x) \times (x.y, x.2, 3.3)$ mit x, y, z ∈ {1, 2, 3}.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Morphosphere(s): Asymmetric Palindromes as Keys. In: Think-artLab, 2013

Ein Gesetz für semiotische Designation

1. In Toth (2016a) hatten wir semiotische Palindrome für die in Toth (2016b) eingeführten semiotischen Zahlen eingeführt. Die Idee dazu stammt von Kaehr (2012a, b), statt Morphogramme "Morphe", d.h. durch Reidemeister-Bewegungen formal faßbare dynamische Bewegungen in Zöpfen (breads) als tiefste Ebene der Polykontexturalitätstheorie zu setzen. Kaehrs Kritik beruht auf der korrekten Einsicht, Günther widerspreche sich selbst, wenn er erst Folgen von Leerstellen als Abstraktionen von logischen Wertfolgen einführe, später aber in seinen Negationszyklen wieder mit Werten operiere. Auf der anderen Seite unterscheiden sich die von uns entdeckten semiotischen Zahlen in zweifacher Hinsicht von den polykontexturalen Gestaltzahlen, insofern in ihrer logischen Basis nicht nur die Subjekt-, sondern auch die Objektposition iterierbar ist und insofern die Werte der 2-wertigen Basis durch einen Einbettungsoperator, d.h. funktional und nicht substantiell (durch einen dritten Wert) vermittelbar sind.

2. Für jede n-stelle Zeichenrelation Z^n hängt die Anzahl der Palindrome natürlich von der Kardinalität $K[Z^n]$, d.h. von ihrer "Kontexturen"-Länge, ab, d.h. es besteht die Beziehung

$pal[Z^n] = f(K[Z^n])$.

Wegen der Möglichkeit, die Abwesenheit von Zeichen als 1-stellige Zeichen zu definieren, verschiebt sich damit das Verhältnis von Z^n zu $K[Z^n]$ um 1 Stufe. $K[Z^n]$ selbst ist die OEIS-Folge A095121 (Expansion von (1-x+2x^2)/((1-x)(1-2x))). Wie bereits in Toth (2016a) festgestellt wurde, kommt es jedoch bemerkenswerterweise mit steigendem n in Z^n nicht zu einem Wechsel von Unter- und Überbalanciertheit zwischen designierten und nicht-designierten semiotischen Palindromen. Im folgenden wird gezeigt, daß die Differenz zwischen den beiden sogar konstant ist.

Man vgl. die folgende Tabelle für n = 1 bis n = 10.

Z^n	$K[Z^n]$	$pal[Z^n]$	
		designiert	nicht-designiert
1	Ø	—	—
2	1	2	0
3	6	4	2
4	14	8	6
5	30	16	14
6	62	32	30
7	126	64	62
8	254	128	126
9	510	256	254
10	1022	512	510,

d.h., wie man durch einfaches Ablesen "beweisen" kann, ist

$pal[Z^n] = (K[Z^n] - 2)$.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Gunther's Negation Cycles and Morphic Palindromes. In: ThinkArtLab, 2012 (2012a)

Kaehr, Rudolf, Morphosphere(s): Asymmetric Palindromes as Keys. In: ThinkArtLab, 2012 (2012b)

Toth, Alfred, Semiotische Palindrome. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016a

Toth, Alfred, Die qualitativ-mathematische Unvollständigkeit der triadischen Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016b

Palindromische semiotische Wertfolgen

1. Bekanntlich nehmen palindromische Wertfolgen im späteren Werk Rudolf Kaehrs (1942-2016) eine besondere Stellung ein (vgl. Kaehr 2012/13). Sie wurden eingeführt, um das fundamentale Paradox zu eliminieren, das entstand, als Gotthard Günther Hamiltonzyklen aus Folgen positiver logischer Werte zur Darstellung der von ihm konzipierten "Negativsprache" konstruiert hatte. Die von Kaehr seit 2012 benutzte Idee besteht darin, insofern die qualitative Zahlentheorie zu topologisieren, als Negationen durch Garben definierbar sind und Differenzen zwischen Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen entsprechend den Reidemeister-Bewegungen der Knotentheorie durch die Differenzen zwischen den Permutationen von Palindromen von Wertfolgen n-wertiger Logiken ausdrückbar sind.

2. In der Semiotik ist es natürlich ebenfalls möglich, eine Negativsprache zu konstruieren, allerdings ist die Semiotik gegenüber der qualitativen Mathematik in zweierlei Hinsicht beschränkt: 1. durch den Satz von Peirce, wonach sich alle n-ären Graphen auf ternäre Graphen reduzieren lassen. 2. durch die geforderte Notwendigkeit vollständiger semiotischer Relationen. Die erste Restriktion schließt also alle n-adischen Relationen mit $n > 3$, aber auch mit $n < 3$ aus. Die zweite Restriktion verbietet 3-adische Relationen der Form (1, 1, 1), (1, 2, 2) oder (3, 2, 3). In anderen Worten, in der Semiotik sind wir gezwungen, von der sog. Primzeichen-Relation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$Z = (1, 2, 3)$,

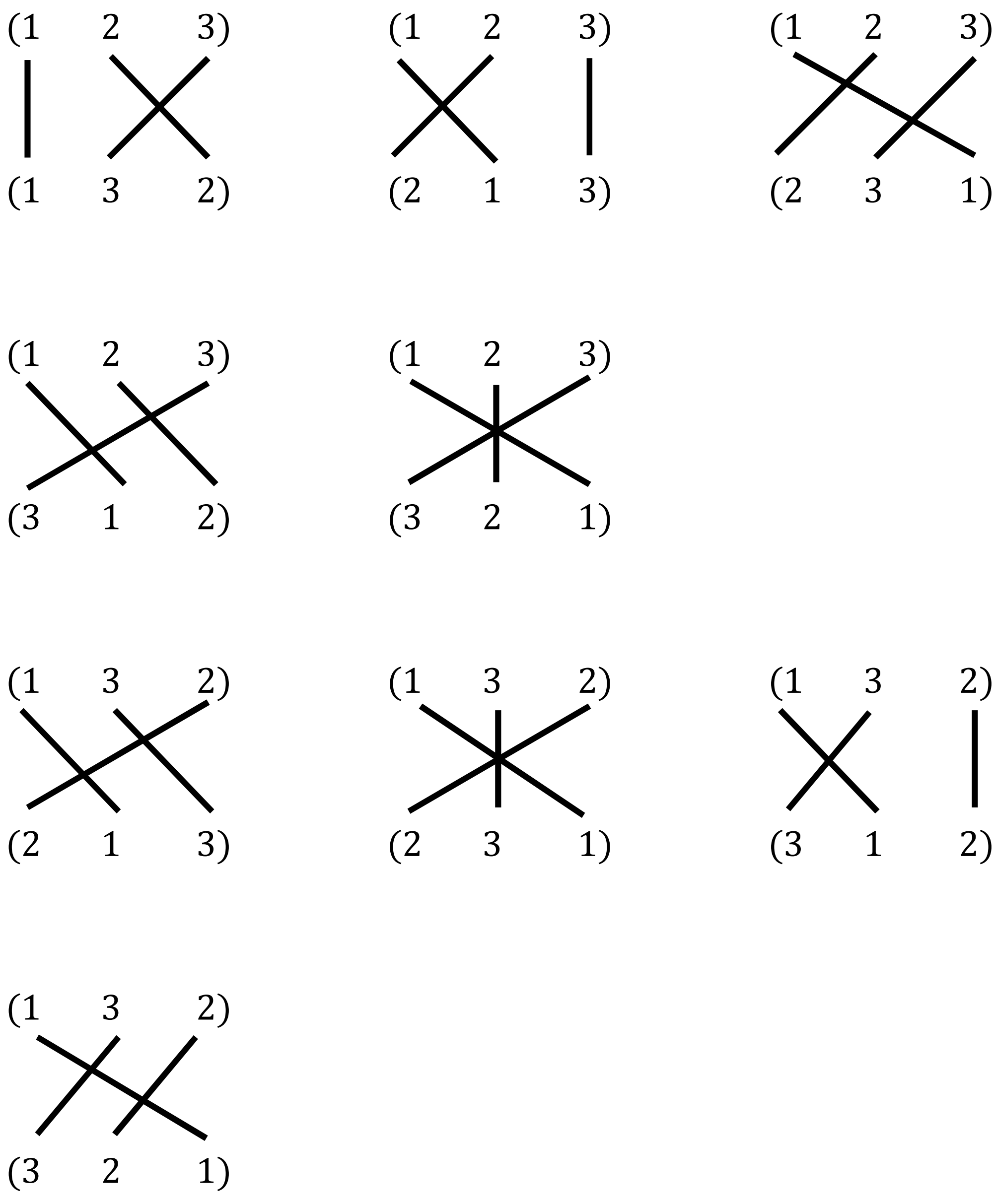
darin 1 für den Mittelbezug, 2 für den Objektbezug, und 3 für den Interpretantenbezug der Zeichenrelation Z steht, auszugehen. Im übrigen lasse man sich durch die von Bense eingeführte numerische Notation der Modalkategorien nicht täuschen, denn 1 ist eine Kardinalzahl, 2 ist eine Ordinalzahl, und 3 ist eine außerhalb der Semiotik unbekannte Zahl, eine sog. Relationszahl. Die erste dieser drei semiotischen Zahlen betrifft also die Mächtigkeit, die zweite die Nachfolgerelation, und die dritte die Konnexialität von Zahlen (vgl. Bense 1981, S. 26).

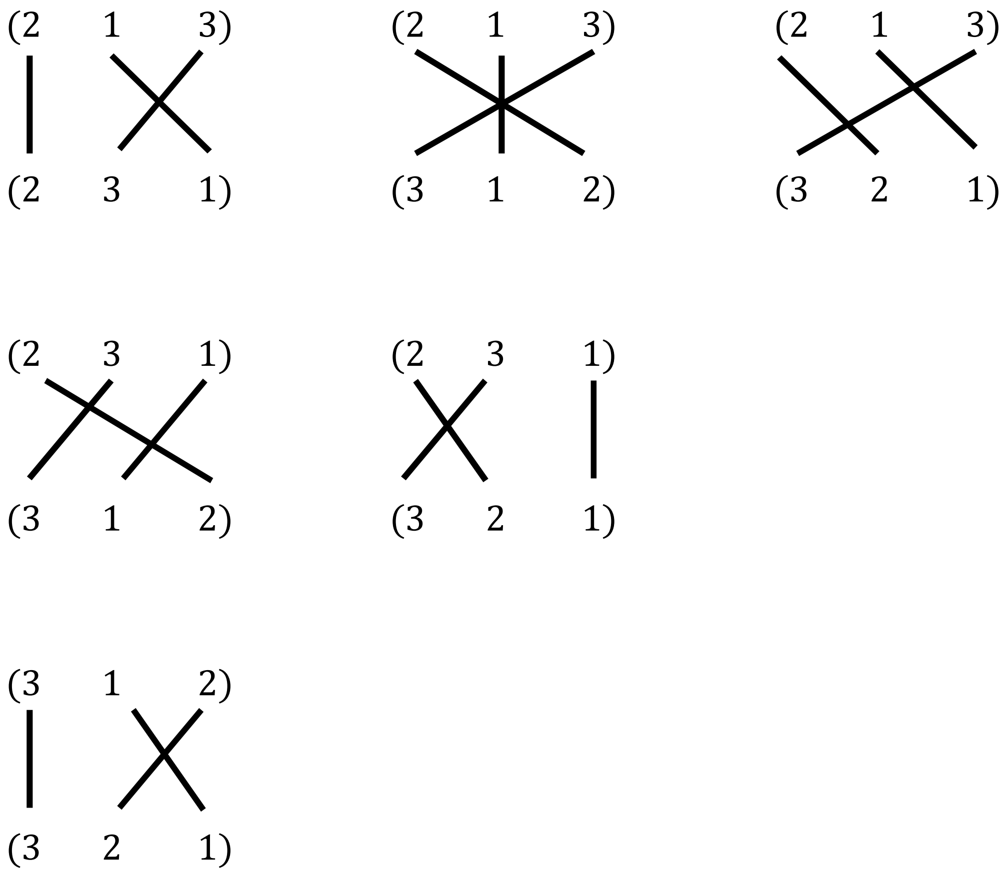
Da in Toth (2008) gezeigt wurde, daß alle 3! = 6 Permutationen von Z = (1, 2, 3) formal und semiotisch sinnvoll sind, gehen wir von dieser Menge von Permutationen aus

Z_1= (1, 2, 3) Z_3= (2, 1, 3) Z_5= (3, 1, 2)

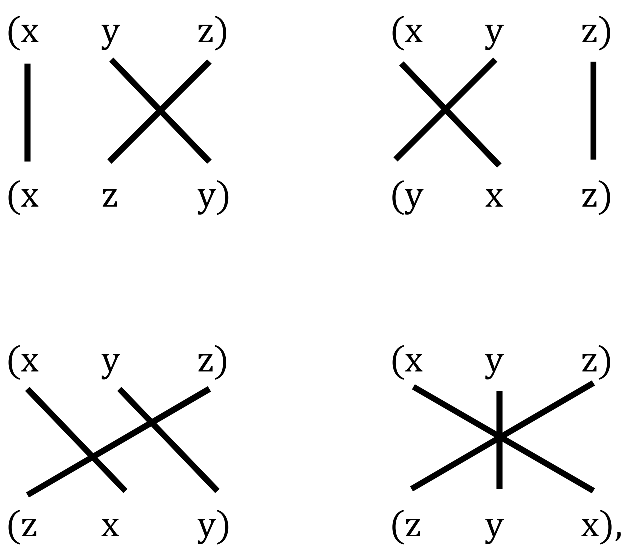
Z_2= (1, 3, 2) Z_4= (2, 3, 1) Z_6= (3, 2, 1).

Setzt man nur ungleiche Permutationen zu Paaren der Form (Z_i, Z_j) zusammen, bekommt man natürlich genau die folgenden 15 Paare von semiotischen Wertfolgen.





3. Damit bekommen wir die folgenden 5 INVARIANTEN SEMIOTISCHEN KNOTEN



deren zugehörige VERMITTLUNGSTYPEN sind

(y = z) (x = y) (x = (y = z))

((x = y) = z) (x = y = z),

die eine ganz andere Form der semiotischen Vermittlung darstellen, als sie in der bisherigen Semiotik bekannt war, wo als Vermittlung nur die Kategorie M (die ja dafür eingeführt wurde) fungieren kann, in Superisationsschemata in der kategorialen Identifikation (I ≡ M') (vgl. Walther 1979, S. 76). Der neue Begriff der Vermittlung, wie er in Paaren von Permutationen semiotischer Wertfolgen, also in semiotischen Palindromen der Form

$$\begin{pmatrix} x & y & z \\ x & z & y \end{pmatrix} \rightarrow (x, y, z, x, z, y), \text{ usw.}$$

auftritt, ist hingegen derjenige, den Günther für die polykontexturale Logik festgestellt hatte: "Nun ist in der Tat in dem Übergang von der Triadik zur Vierwertigkeit die Kreiskonstruktion schon vielfältig involviert, in unserer bisherigen Darstellung aber nicht in dem Sinn sich überschneidender Kreise. Tatsächlich jedoch sind solche Überschneidungen im Spiel, wenn man den Übergang vom drei- zum vierwertigen Kreis nicht als Sprung, sondern mit dem Element der Vermittlung charakterisieren will" (Günther, cit. ap. Kaehr 2013, S. 39 f.).

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Some Formal Aspects of Morphic Palindromes. In: ThinkArtLab (Glasgow) 2012a

Kaehr, Rudolf, Morphosphere(s): Asymmetric Palindromes as Keys. In: ThinkArtLab (Glasgow) 2012b

Kaehr, Rudolf, Gunther's Negation Cycles and Morphic Palindromes. In: ThinkArtLab (Glasgow) 2013

Toth, Alfred, A polycontextural-semiotic model of the emergence of consciousness. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Reflexionen semiotischer Knoten

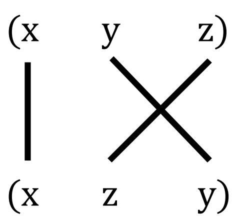
1. Bereits in Toth (2008) war gezeigt worden, daß alle 3! = 6 Permutationen der Menge der Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) Z = (1, 2, 3) formal und semiotisch sinnvoll sind. In Toth (2016) wurde nun gezeigt, daß man Paare aus der Menge der Z-Permutationen

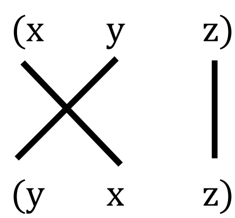
Z_1= (1, 2, 3) Z_3= (2, 1, 3) Z_5= (3, 1, 2)

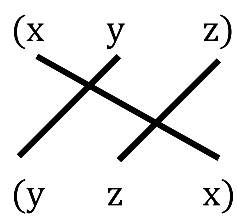
Z_2= (1, 3, 2) Z_4= (2, 3, 1) Z_6= (3, 2, 1)

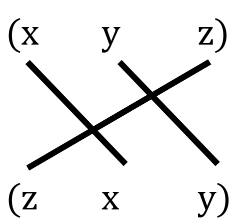
als semiotische "Knoten" definieren kann, so wie man logische Negationen als Garben einführen und Permutationen logischer Wertfolgen als "morphische" Knoten definieren kann (vgl. Kaehr 2013).

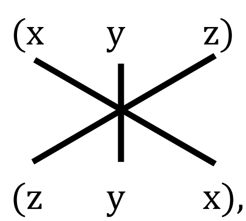
2. In Toth (2016) war ferner gezeigt worden, daß es in der triadisch-trichotomischen Semiotik genau die folgenden 5 invarianten semiotischen Knoten











mit den zugehörigen Vermittlungstypen

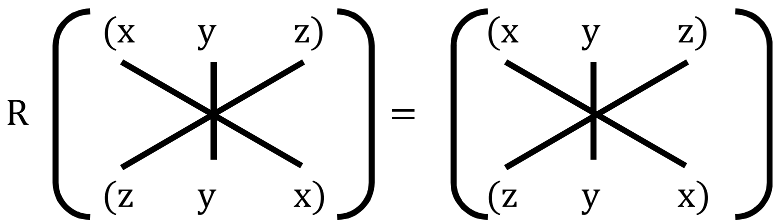
(y = z) (x = y) (x = (y = z))

((x = y) = z) (x = y = z)

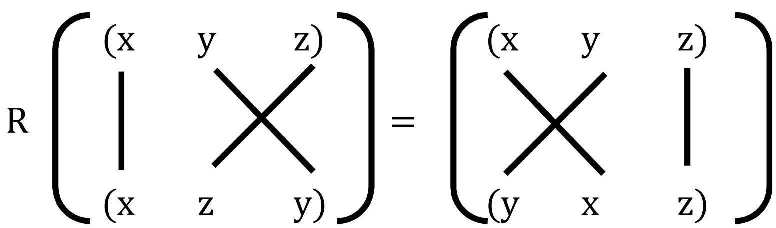
gibt.

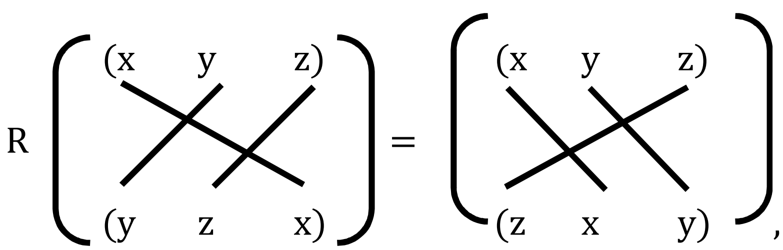
3. Im Gegensatz zu Reflexionen von Permutationen logischer Wertfolgen (und natürlich auch zu den alphabetisch geordneten bekannten sprachlichen Permutationen) zeigen nun die semiotischen Permutationen bzw. ihre knotentheoretischen Darstellungen eine eigentümliche Asymmetrie der Paare reflektierter semiotischer Knoten. Wie man leicht zeigt, lassen sich die 5 invarianten semiotischen Knoten in zwei nicht-selbduale und in einen selbstdualen Knoten teilen.

3.1. Selbstdualer semiotischer Konten



3.2. Nicht-selbstduale semiotische Knoten





d.h.

R(x, y, z, z, y, x) = (x, y, z, z, y, x),

R(x, y, z, x, z, y) = (x, y, z, y, x, z),

R((x, y, z, y, z, x) = (x, y, z, z, x, y).

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Gunther's Negation Cycles and Morphic Palindromes. In: ThinkArtLab (Glasgow) 2013

Toth, Alfred, A polycontextural-semiotic model of the emergence of consciousness. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Palindromische semiotische Wertfolgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Morphogrammatik als Subjekttheorie?

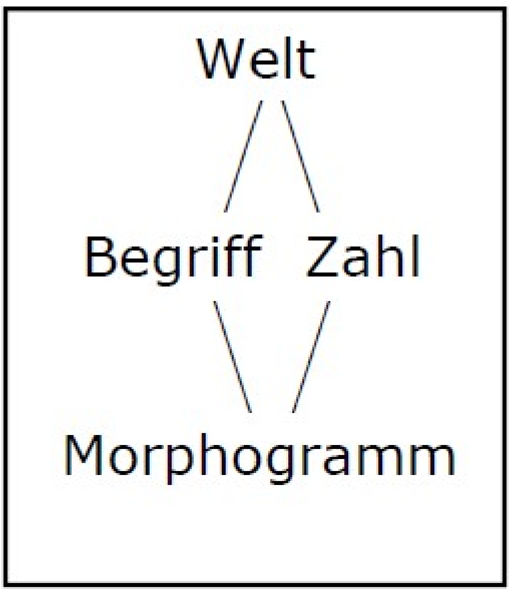
1. Die Morphogrammatik (vgl. Günther 1976-80, Mahler 1993, zuletzt Kaehr 2013), wenn ich einmal gänzlich informell sein darf, verdankt ihre Einführung der Annahme, daß jedes Subjekt seine eigene 2-wertige Logik besitzt und daß diese polykontexturale Logik ein Verbundsystem unendlich vieler klassischer aristotelischer (monokontexturaler) Logiken ist. Was also im logischen Schema $L = [p, \neg p]$ iteriert wird, ist die durch die Negation designierte Subjektposition. Die Objektposition bleibt unverändert, in der von Günther geäußerten Überzeugung, daß das Objekt als factum brutum per se keinen Subjektanteil besitze.

2. Nach einem Axiom von Bense (vgl. Bense 1975, S. 16) vermittelt das Zeichen zwischen Welt und Bewußtsein. Nach einem bereits auf Peirce zurückgehenden Satz bedarf ferner jedes Zeichen eines Zeichenträgers (vgl. Bense/ Walther 1973, S. 137), so daß das Zeichen in der Objekt-Welt verankert ist. Da natürlich jedes Zeichen willentlich eingeführt, d.h. thetisch gesetzt werden muß (vgl. Bense 1967, S. 9), ist es selbstverständlich, daß das Zeichen auch in der Subjekt-Welt verankert ist. Daraus ergibt sich aber die im Grunde schwer nachvollziehbare Vorstellung des Zeichens als einer Entität, die zwar sowohl in der Welt als auch im Bewußtsein verankert, dabei aber weder das Eine noch das Andere ist.

3. Ein Problem, auf das hier nicht eingegangen werden kann, besteht in der Annahme unveränderlicher Objekte als Designationen der logischen Position. Die in zuerst in Toth (2012) formal festgehaltene Objekttheorie geht keineswegs von absoluten, d.h. objektiven, sondern von wahrgenommenen, d.h. subjektiven Objekten als ihrem Gegenstandsbereich aus. Entsprechend müßte eine zur Objekttheorie passende Subjekttheorie ebenfalls nicht von absoluten, d.h. subjektiven, sondern von wahrnehmenden, d.h. objektiven Subjekten ausgehen. Gerade hier stellt sich jedoch die Frage, ob die Morphogrammatik als Modell einer solchen Subjekttheorie in Frage kommt. Was auf eine Bejahung dieser Frage hinzudeuten scheint, ist die Tatsache, daß die Verfielfachung der Subjektposition im logischen Schema natürlich auch die Relationen zwischen den Subjekten und dem Objekt vervielfacht. Z.B. orientiert natürlich jedes

"Wort" einer Negativsprache über die Abbildungsbeziehungen zwischen dem einen Objekt und der Vielzahl der Subjekte, so daß wir es hier tatsächlich mit objektiven Subjekten zu tun haben.

4. Ein Schema, das im Sinne des hier angedeuteten Verhältnisses der Semiotik zur Objekttheorie einerseits und zu einer Subjekttheorie andererseits ausgelegt werden könnte, hat dieser Tage Rudolf Kaehr veröffentlicht (vgl. Kaehr 2013).



In diesem Schema steht das Morphogramm an der korrespondenten Stelle, an der nach Benses Axiom (Bense 1975, S. 16) das Bewußtsein steht. Allerdings findet sich am Platz des Zeichens im Benseschen Axiom sowohl der Begriff als auch die Zahl. Nach Vorschlag Kronthalers, der das folgende Schema gegeben hatte (Kronthaler 1992, S. 205)

Zahl — Zeichen — Begriff,

haben wir sogar eine Dreiheit statt einer Zweiheit, allerdings so, daß nun das Zeichen zwischen Zahl und Begriff vermittelt. Daraus ergeben sich allerdings zwei verschiedene Vermittlungen, die das Zeichen leistet

1. die horizontale Vermittlung

Zeichen = f(Zahl, Begriff)

2. die vertikale Vermittlung

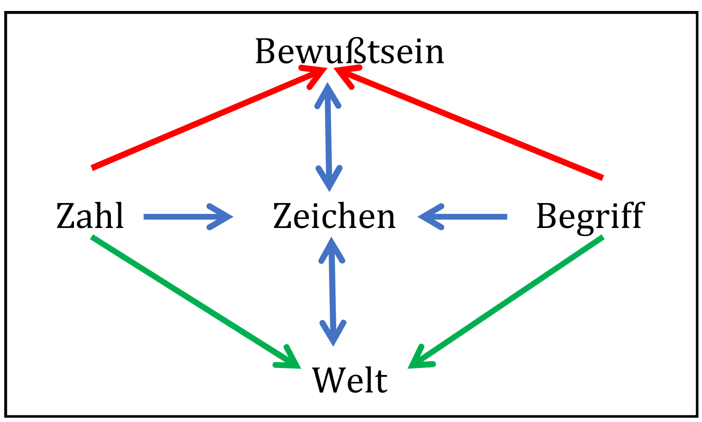
Zeichen = f(Welt, Bewußtsein)

bzw.

Zeichen = f(Welt, Morphogramm).

Man sollte noch darauf hinweisen, daß nach den logischen Ergebnissen Günthers die Vermittlung zwischen Zahl und Begriff durch orthogonale Abbildungen erfolgt, da "orthogonale Systeme, soweit sie von differenten Wertigkeiten abhängen, immer Grenzen besitzen, die von den Gesetzen der Orthogonalität diktiert sind" (1991, S. 423).

Wenn wir alle beigebrachten Ergebnisse zusammentragen, bekommen wir ein Schema folgender Gestalt



Von besonderem Interesse sind diejenigen Pfeile, welche auf direktem Wege von der Zahl und dem Begriff zur Welt und zum Bewußtsein führen, d.h. wo keine semiotische Vermittlung vorliegt. Falls man die Domäne des Bewußtseins mit derjenigen der Morphogrammatik identifizieren darf, wäre die Kenose durch zwei ontologisch und logisch geschiedene Wege, von der Zahl und vom

Begriff her, erreichbar. Dasselbe gälte für die beiden Wege, welche von der Zahl und vom Begriff her zur Welt und damit zur Objekttheorie führen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Kaehr, Rudolf, Gunther's Negation Cycles, and Morphic Palindromes. In: Thinkartlab, Dez. 2013

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Kontexturierte semiotische Morphismen

1. Wie in Toth (2014a-c) dargelegt, ist die peircesche Zeichenrelation

$Z = R(M, O, I)$

trotz ihrer zehnfach ausdifferenzierbaren Realitätsthematiken und den von ihnen präsentierten strukturellen Realitäten logisch 2-wertig, denn der die Subjektposition in Z repräsentierende Interpretantenbezug kann nur das Ich-Subjekt der aristotelischen Logik abbilden. Am deutlichsten wird dies bei Benses Definition des semiotischen Kommunikationsschemas (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.)

$K = (O \rightarrow M \rightarrow I)$,

in dem als Sender der Objektbezug auftritt, der, genau wie in der 2-wertigen Logik (vgl. Günther 1991, S. 176), mit dem Es-Objekt gleichzeitig das Du-Subjekt repräsentiert.

2. Statt die peircesche Zeichenrelation zu erweitern, d.h. logische Mehrwertigkeit mit höherer relationaler n-adizität zu koppeln, wurde daher vorgeschlagen, die von Bense (1975, S. 101) eingeführte semiotische Matrix für jede der $3 \times 3 = 9$ als Einträge fungierenden Subrelationen zu kontexturieren

$(1.1)_i \quad (1.2)_i \quad (1.3)_i$

$(2.1)_i \quad (2.2)_i \quad (2.3)_i$

$(3.1)_i \quad (3.2)_i \quad (3.3)_i$

mit $i \in \{ich, du, er\}$. Dadurch wird also die Subjektdeixis vom Interpretantenbezug auf die von ihm qua

$ZR = (M \subset ((M \subset O) \subset (M \subset O \subset I)))$

(vgl. Bense 1979, S. 53) semiotisch inkludierten Mittel- und Objektbezüge ausgedehnt, d.h. das gesamte triadisch-trichotomische System, welches die

Matrix repräsentiert, ist nun ich-, du- oder er-deiktisch oder durch Kombinationen dieser Deixen darstellbar.

3. Treten kombinierte Deixen auf, z.B. im folgenden Fall

$DS = [(3.1)_{ich.du}, (2.2)_{ich,du}, (1.3)_{ich,du}] \times [(3.1)_{du,ich}, (2.2)_{du,ich}, (1.3)_{du,ich}]$,

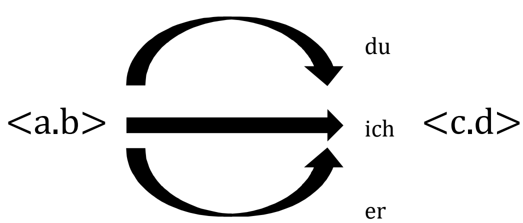
so hat dies, wie man anhand dieses Beispiels sieht, empfindliche Konsequenzen für die bisherige, auf der Universalität der Eigenrealität (vgl. Bense 1992) gegründete Semiotik, denn hier gilt

$\times[(3.1)_{ich.du}, (2.2)_{ich,du}, (1.3)_{ich,du}] \neq [(3.1)_{du,ich}, (2.2)_{du,ich}, (1.3)_{du,ich}]$.

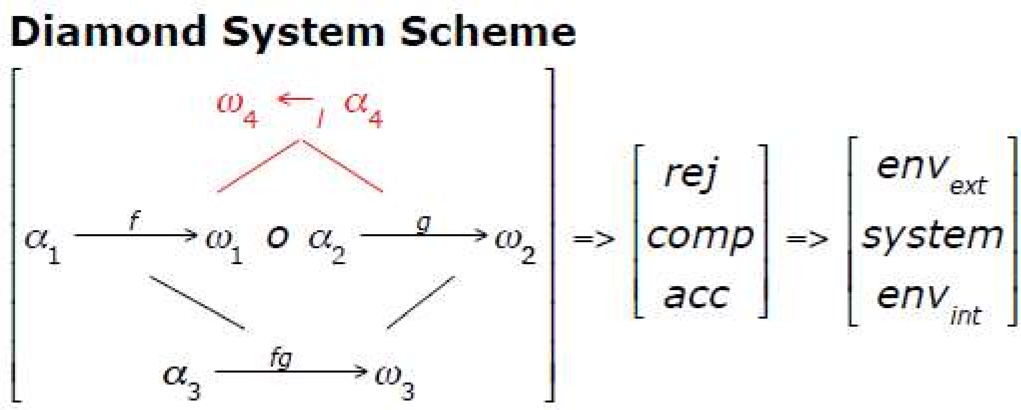
Das bedeutet also, daß nicht nur die bisher Domänen bzw. Codomänen semiosischer Abbildungen repräsentierenden Subrelationen, sondern auch die Abbildungen selbst, die semiosischen Morphismen, deiktisch kontexturiert sind, d.h. wir bekommen

$(id_1)_i$	$(\alpha)_i$	$(\beta\alpha)_i$
$(\alpha°)_i$	$(id_2)_i$	$(\beta)_i$
$(\alpha°\beta°)_i$	$(\beta°)_i$	$(id_3)_i$

Das bedeutet also, daß für jedes Paar von Subrelationen der Form S_1 = <a.b> und S_2 = <c.d> jeweils drei mögliche kontexturierte Morphismen



existieren, die natürlich aus dem Rahmen der ebenfalls logisch 2-wertigen Kategorietheorie fallen (vgl. dazu Toth 1997, S. 21 ff.). Sie fallen allerdings ebenfalls aus dem Rahmen der von Kaehr (2007, S. 2 ff.) eingeführten Differenzierung zwischen Morphismen und Heteromorphismen, vgl. das folgende Schema aus Kaehr (2007, S. 2)



darin die schwarz markierten Pfeile die Morphismen und der recht markierte Pfeil den zugehörigen Heteromorphismus bedeuten. Rein theoretisch kann man zwar Entsprechendes auch für die kontexturierte Semiotik konstruieren, denn z.B. gibt es nicht nur die Konversionen

$<a.b>_{ich,du} \rightarrow <c.d>_{du,er}$

$<a.b>_{ich,du} \leftarrow <c.d>_{du,er}$,

sondern auch die weiteren Konversionen

$<b.a>_{du,ich} \rightarrow <d.c>_{er,du}$

$<b.a>_{ich,du} \leftarrow <d.c>_{du,er}$,

aber da Semiosen im Gegensatz zu kategorie- und diamantentheoretischen Abbildungen aus prinzipiellen Gründen keine umkehrbaren Abbildungen darstellen (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.), verbietet sich eine Interpretation der Abbildung

$<b.a>_{ich,du} \leftarrow <d.c>_{du,er}$

im Sinne eines "semiotischen Heteromorphismus" von selbst. Kontexturierte semiotische Morphismen stellen somit neben den 2-wertigen kategorialen und den mehr-wertigen diamantentheoretischen Morphismen eine dritte, sich weder mit den einen noch mit den anderen deckende Klasse qualitativer Abbildungen dar.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Nicht-minimale Semiotiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Semiotische Deixis und Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Ontische Objekt- und Subjektkonjunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Ein 5-kontexturales Stellenwertsystem für die triadisch-trichotomische Semiotik

1. Nachdem Rudolf Kaehr seine Diamantentheorie – eine qualitativ-mathematische Kategorientheorie – entwickelt hatte (vgl. Kaehr 2007), fragte ich ihn, ob denn die Vorstellung von "polykontexturalen Zeichen" nicht ein fundamentaler Widerspruch sei. Kaehr antwortete mir nicht nur persönlich, sondern mit einer eigenen profunden Studie unter dem Titel "Polycontexturality of Signs" (Kaehr 2009a). Nach Bense bildet ja die repräsentationale Ebene der Zeichen die tiefste erreichbare erkenntnistheoretische Schicht. Nun geht aber die Polykontexturalitätstheorie noch weiter unter diese semiotische "Tieferlegung" (Bense 1986, S. 79) hinunter, nämlich zu den Kenogrammen und ihren Folgen, den Morphogrammen. Bereits die von Günther entdeckte Proömialrelation löscht den Unterschied zwischen logischem Objekt und Subjekt aus. Wie also sollte es möglich sein, auf kenogrammatischer Ebene zwischen Objekten und Zeichen zu unterscheiden?

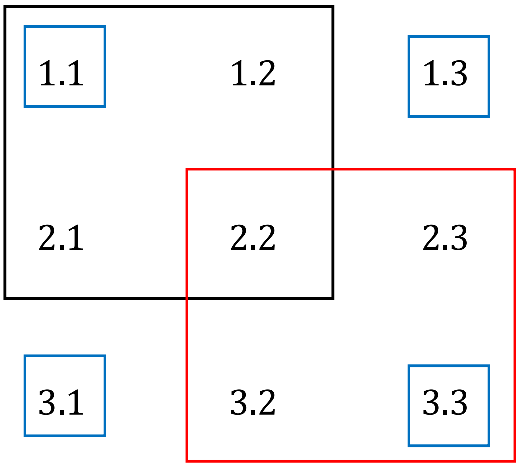
2. Kaehr bediente sich zur "Lösung" dieses fundamentalen Problems im Grunde eines Tricks: Er kontexturierte die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix (vgl. Kaehr 2009b, S. 6).

polycontextural semiotic 3 – matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \mathrm{MM} & 1_{1.3} & 2_{1.2} & 3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{\mathbf{1.3}} & \mathbf{1.2}_{\mathbf{1}} & \mathbf{1.3}_{\mathbf{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{\mathbf{1}} & \mathbf{2.2}_{\mathbf{1.2}} & \mathbf{2.3}_{\mathbf{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{\mathbf{3}} & \mathbf{3.2}_{\mathbf{2}} & \mathbf{3.3}_{\mathbf{2.3}} \end{pmatrix}$$

Er gibt ferner kontexturierte Matrizen für 4- und 5- wertige Semiotiken, welche allerdings dem sog. peirceschen Axiom widersprechen, wonach alle n-adischen Relationen auf solche für n = 3 zurückgeführt werden können (vgl. Marty 1980). Die Kontexturierungen der semiotischen Subrelationen, d.h. der Einträge der semiotischen Matrizen, ergeben sich aus einem Verfahren, das

Kaehr "decomposition of systems" nennt und das auf Günther zurückgeht (vgl. Günther 1979, S. 231 ff.). Im Falle einer 3×3-Matrix wie derjenigen, die für die triadisch-trichotomische Semiotik verwendet wird, ist diese "decomposition" klarerweise bijektiv



Die Subrelationen, welche sich innerhalb des schwarzen Hausdorff-Raumes befinden, bekommen z.B. die Kontextur K = 1, diejenigen, die sich innerhalb des roten befinden, die Kontextur K = 2, und diejenigen, welche sich in den nicht-konnexen blauen Räumen befinden, erhalten die Kontextur K = 3. Man kann selbst leicht nachprüfen, daß man durch diese Zuordnung genau die oben widergegebene kontexturierte semiotische Matrix von Kaehr bekommt.

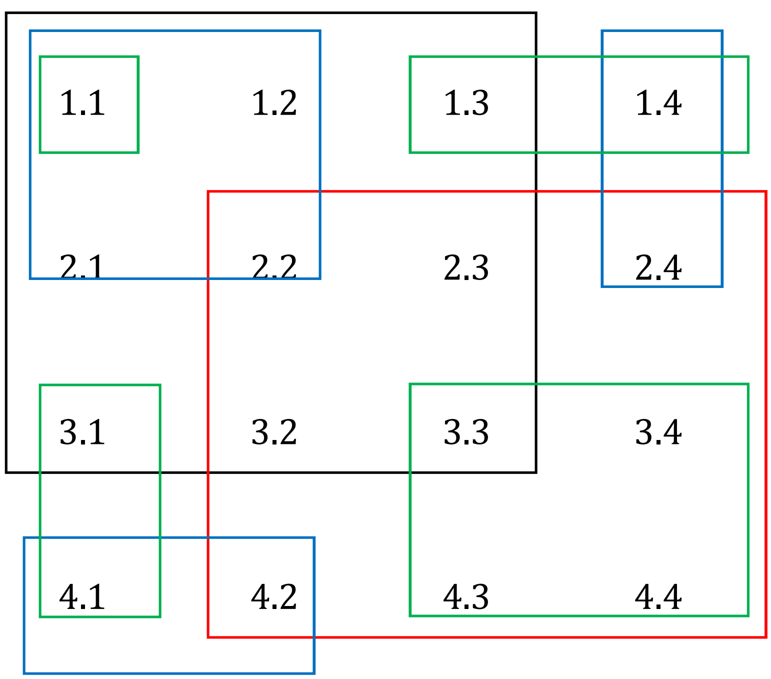
Allerdings scheint es bereits für 4 × 4-Matrizen keine Bijektionen mehr zu geben, auch wenn Kaehr dieses Problem mit keinem Wort erwähnt. Die "decomposition", die seiner kontexturierten 4-wertigen semiotischen Matrix

4 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(4,2)} = \begin{pmatrix} \mathrm{MM} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{\mathbf{1.3.4}} & 1.2_{1.3} & 1.3_{1.4} & 1.4_{3.4} \\ 2 & 2.1_{1.3} & \mathbf{2.2}_{\mathbf{1.2.3}} & 2.3_{1.2} & 2.4_{2.3} \\ 3 & 3.1_{1.4} & 3.2_{1.2} & \mathbf{3.3}_{\mathbf{1.2.4}} & 3.4_{2.4} \\ 4 & 4.1_{3.4} & 4.2_{3.2} & 4.3_{2.4} & \mathbf{4.4}_{\mathbf{2.3.4}} \end{pmatrix}$$

(Kaehr 2009b, S. 5) zugrunde liegt, sieht jedenfalls abenteuerlich aus – ich rekonstruiere sie hier wieder mit Hilfe von Hausdorff-Räumen, es sei

K = 1 schwarz, K = 2 rot, K = 3 blau, K = 4 grün.



Im Falle der 5×5-Matrizen hat Kaehr keinen Versuch einer Kontexturierung gemacht. Die "decomposition" ist in diesem Falle außerordentlich schwierig. Eine der Möglichkeiten stelle ich im folgenden zur Diskussion. Verwendet werden die gleichen Farbzuordnungen, zusätzlich sei K = 5 violett.

$\mathrm{Sem}^{(5,\,2)} =$

$$\begin{array}{ccccc}
1.1_{1.3.4.5} & 1.2_{1.3.4} & 1.3_{1.3.5} & 1.4_{1.4.5} & 1.5_{3.4.5} \\
2.1_{1.3.4} & 2.2_{1.2.3.4} & 2.3_{1.2.3} & 2.4_{1.2.4} & 2.5_{2.3.4} \\
3.1_{1.3.5} & 3.2_{1.2.3} & 3.3_{1.2.3.5} & 3.4_{1.2.5} & 3.5_{2.4.5} \\
4.1_{1.4.5} & 4.2_{1.2.4} & 4.3_{1.2.5} & 4.4_{1.2.4.5} & 4.5_{2.3.5} \\
5.1_{3.4.5} & 5.2_{2.3.4} & 5.3_{2.4.5} & 5.4_{2.3.5} & 5.5_{2.3.4.5}
\end{array}$$

3. Wie gesagt, widersprechen n×n-Matrizen für n > 3 dem semiotischen Reduzibilitätsaxiom. Auf der anderen Seite ist, worauf ich bereits in Toth (2014) hingewiesen hatte, die Peirce-Bense-Semiotik beweisbar unzureichend, da sie wegen ihrer Monokontexturalität unfähig ist, zwischen Subjekten verschiedener Deixis zu differenzieren. Das hätte im Grunde bereits Bense merken müssen, als er sein semiotisches Kommunikationsschema definierte (vgl. Bense 1971, S. 40)

$K = (O \rightarrow M \rightarrow I).$

Als Sender fungiert hier der Objektbezug, d.h. dieser repräsentiert nicht nur das logische Objekt, sondern auch das logische Subjekt. Andererseits repräsentiert aber der als Empfänger fungierende Interpretant ebenfalls das logische

Subjekt, allerdings nicht das gleiche wie der Objektbezug, so daß eine Ich-Du-Deixis vorausgesetzt wird, die auf der Basis der aristotelischen Logik ausgeschlossen ist. Dieser Unsinn geht übrigens bereits auf Meyer-Eppler (1969, S. 1) zurück, wo als Ausrede emittierende (z.B. radioaktive) Objekte als Quasi-Subjekt-Sender eingeführt werden. Das kann aber natürlich nicht darüber hinwegtäuschen, daß die gesamte Informationstheorie von Shannon und Weaver in Widerspruch zu ihrer aristotelischen Basis steht.

Andererseits ist, wie man aus der metasemiotisch fungierenden Linguistik weiß, ein Ich-Du-deiktisches System ebenfalls unzureichend, denn für eine minimale Subjektdeixis bedarf es noch der Er-Deixis, so daß wir für eine minimale Semiotik die Kategorien M, O und drei deiktisch geschiedene Interpetantenbezüge brauchen. Das bedeutet allerdings nicht, daß man auf eine 5-wertige Semiotik ausweichen muß, aber es bedeutet, daß zur Kontexturierung der triadisch-trichotomischen Struktur der Semiotik weder 3 noch 4 Kontexturen, wie sie Kaehr vorgeschlagen hatte, ausreichen, sondern daß wir 5 Kontexturen benötigen. Diese 5 Kontexturen müssen nun aber auf eine 3-stellige Relation abgebildet werden, d.h. die Kardinalität der Relation und die Kardinalität der Kontexturen sind, anders als in den von Kaehr gegebenen Fällen, nicht mehr gleich. Ich denke, dieses Problem läßt sich nur dadurch lösen, daß man von einem 5-stelligen Relationsschema mit 2 Leerstellen ausgeht. Dabei sind 3 Typen zu unterscheiden.

Adjazenz beider Leerstellen konstant

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, Ø, Ø, 1.z]

ZR = [3x, Ø, Ø, 2.y, 1.z]

ZR = [Ø, Ø, 3x, 2.y, 1.z]

Adjazenz einer Leerstelle konstant

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, Ø, 1.z, Ø]

ZR = [3x, Ø, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [Ø, 3x, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

Adjazenz keiner Leerstelle konstant

ZR = [Ø, 3x, Ø, 2.y, 1.z]

ZR = [Ø, 3.x, 2.y, Ø, 1.z]

ZR = [Ø, 3x, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [3x, Ø, 2.y, Ø, 1.z]

ZR = [3x, Ø, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [3x, 2.y, Ø, 1.z, Ø].

Je nach den Werten von x, y, z ∈ {1, 2, 3}, d.h. den numerischen Werten der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen (Zeichenzahlen) einerseits und von den Orten der Subrelationen innerhalb der relationalen Schemata andererseits werden die Subrelationen dann kontexturiert. Da die Abbildung von Kontexturen auf Matrix-Positionen nach dem Verfahren von Kaehr bijektiv ist, kann man direkt eine Kontexturalmatrix der folgenden Form konstruieren. Nachstehend werden drei der fünf Kontexturalmatrizen angegeben, für die semiotische Matrizen konnex sind, es handelt sich natürlich um genau diejenigen, für welche die entsprechende Zeichenrelation ZR keine durch Nullstellen unterbrochene Subrelationen enthält.

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø] → Kontexturalmatrix =

1.3.4.5.	1.3.4	1.3.5	1.4.5	3.4.5
1.3.4	1.2.3.4	1.2.3	1.2.4	2.3.4
1.3.5	1.2.3	1.2.3.5	1.2.5	2.4.5
1.4.5	1.2.4	1.2.5	1.2.4.5	2.3.5
3.4.5	2.3.4	2.4.5	2.3.5	2.3.4.5

ZR = [Ø, 3x, 2.y, 1.z, Ø]→ Kontexturalmatrix =

1.3.4.5.	1.3.4	1.3.5	1.4.5	3.4.5
1.3.4	1.2.3.4	1.2.3	1.2.4	2.3.4
1.3.5	1.2.3	1.2.3.5	1.2.5	2.4.5
1.4.5	1.2.4	1.2.5	1.2.4.5	2.3.5
3.4.5	2.3.4	2.4.5	2.3.5	2.3.4.5

ZR = [Ø, Ø, 3x, 2.y, 1.z] → Kontexturalmatrix =

1.3.4.5.	1.3.4	1.3.5	1.4.5	3.4.5
1.3.4	1.2.3.4	1.2.3	1.2.4	2.3.4
1.3.5	1.2.3	1.2.3.5	1.2.5	2.4.5
1.4.5	1.2.4	1.2.5	1.2.4.5	2.3.5
3.4.5	2.3.4	2.4.5	2.3.5	2.3.4.5

In sämtlichen anderen Fällen ist eine Matrizendarstellung der semiotischen Subrelationen innerhalb der Kontexturalmatrizen, wenigstens nach klassisch-mathematischer Vorstellung, gar nicht möglich. Wir haben es in diesen Fällen nämlich nicht mit Matrizen mit Leerstellen, sondern mit "diskonnexen Matrizen" zu tun – eine weitere Neuigkeit für die Mathematik der Qualitäten.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. II. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. (Darin: "Polycontexturality of Signs" = 2009a, "Sketch on Semotics in Diamonds" = 2009b [jeweils separat paginiert])

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Meyer-Eppler, W[olfgang], Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Toth, Alfred, Systemtheorie und semiotische Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Semiotische Core- und Frame-Klassen. Teil I: Die M-Klassen

1. Nach Kaehr (1978) ist die Morphogrammatik eine "Grammatik" der Morphogramme, d.h. von Kenogrammsequenzen, wie sie von Gotthard Günther im Rahmen der polykontexturalen Logik entdeckt wurden (vgl. Günther 1976-80). Diese Grammatik ist in Wahrheit eine qualitative Graphentheorie und setzt die Klassfikation von Morphogrammen in von Form 2 × 2-Matrizen unter Berücksichtigung der Gleichheit und Ungleichheit ihrer Hauptdiagonalelemente (f-c-Klassen) sowie ihrer Nebendiagonalelemente (k-l-o-r-Klassen) voraus.

2. Die semiotischen Zeichenrelationen und ihre dualen Realitätsthematiken werden von Walther (1979, S. 79) explizit als Konkatenationen ihrer dyadischen Teilrelationen eingeführt, d.h. für jede ZKl und RTh der Formen

ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)

RTh = ×(3.x, 2.y, 1.z) = (z.1, y.2, x.3)

gilt

$(3.x, 2.y, 1.z) = (1.z \rightarrow 2.y) \circ (2.y \rightarrow 3.x)$

$(z.1, y.2, x.3) = (z.1 \rightarrow y.2) \circ (y.2 \rightarrow x.3)$.

Obwohl Bense (1975, S. 112) in Rahmen seines "Zeichenkreises" mit Paaren von Dyaden gerarbeitet hatte, ist es bisher sämtlichen Semiotikern entgangen, daß man die qualitativen graphentheoretischen Klassfikationen Kaehrs auch in der Semiotik benutzen kann, wo sie völlig unerwartete neue Formalisierungen ermöglichen werden, die den theoretischen Rahmen der bisherigen Semiotik bei weitem sprengen werden. Die im folgenden benutzen Definitionen der f-c- und der k-l-o-r-Klassifikationen werden aus Mahler (1993, S. 114 ff.) wiedergegeben.

Definition 6.1 (Core-Klasse Q_c) *In der Klasse $Q_c \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_c = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} = w_{22}\}.$$

$$Q_c = \{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\}.$$

Definition 6.2 (Frame-Klasse Q_f) *In der Klasse $Q_f \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_f = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} \neq w_{22}\}.$$

Definition 6.3 (Klasse Q_k) *In der Klasse $Q_k \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_k = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

Definition 6.4 (Klasse Q_l) *In der Klasse $Q_l \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_l = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.5 (Klasse Q_o) *In der Klasse $Q_o \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_o = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.6 (Klasse Q_r) *In der Klasse $Q_r \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_r = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

2.1. Qua-Subklassen

$(1.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(1.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(1.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

2.2. Sin-Subklassen

$(1.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

2.3. Leg-Subklassen

$(1.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$(1.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

3.2. f-Klasse

$(1.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.2, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(1.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(1.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(1.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

$(1.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(1.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(1.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

4.2. l-Klasse

$(1.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

4.3. o-Klasse

$(1.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ C

4.4. r-Klasse

$(1.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ C

$(1.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ C

Teil II: Die O-Klassen

1. Zu den M-Klassen vgl. Teil I.

2.1. Ico-Subklassen

$(2.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$$(2.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(2.1, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(2.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(2.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(2.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(2.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(2.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(2.1, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad F$$

2.2. Ind-Subklassen

$$(2.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(2.2, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C$$

$(2.2, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.2, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.2, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

2.3. Sym-Subklassen

$(2.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad$ F

$(2.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad$ C

$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad$ F

$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad$ F

$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad$ C

$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad$ F

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad$ C

$(2.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad$ C

$(2.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad$ C

$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

3.2. f-Klasse

$(2.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$$(2.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$(2.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

$(2.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.1, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

4.2. l-Klasse

$(2.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.3. o-Klasse

$$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

4.4. r-Klasse

$$(2.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$(2.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ C

Teil III: Die I-Klassen

1. Zu den M- und O-Klassen vgl. Teile I u. II.

2.1. Rhe-Subklassen

$(3.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ C

$(3.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ C

$$(3.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(3.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(3.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{C}$$

2.2. Dic-Subklassen

$$(3.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(3.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(3.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{C}$$

$$(3.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(3.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$$(3.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{C}$$

$$(3.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{F}$$

$(3.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ C

2.3. Arg-Subklassen

$(3.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ C

$(3.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ C

$(3.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$(3.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ C

3.2. f-Klasse

$(3.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$$(3.2, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

(3.1, 2.1) → $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

(3.1, 2.2) → $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

(3.1, 3.1) → $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

(3.1, 3.2) → $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

(3.2, 1.1) → $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

(3.2, 1.2) → $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

(3.2, 3.1) → $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

(3.2, 3.2) → $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

(3.3, 1.1) → $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

4.2. l-Klasse

$(3.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

4.3. o-Klasse

$$(3.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

4.4. r-Klasse

$$(3.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bde. Hamburg 1976-1980

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und Morphogrammatik 1973-1975. In: Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Dortmund 1993

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Core- und Frame-Klassen. Teil II: Die O-Klassen

1. Nach Kaehr (1978) ist die Morphogrammatik eine "Grammatik" der Morphogramme, d.h. von Kenogrammsequenzen, wie sie von Gotthard Günther im Rahmen der polykontexturalen Logik entdeckt wurden (vgl. Günther 1976-80). Diese Grammatik ist in Wahrheit eine qualitative Graphentheorie und setzt die Klassfikation von Morphogrammen in von Form 2×2-Matrizen unter Berücksichtigung der Gleichheit und Ungleichheit ihrer Hauptdiagonalelemente (f-c-Klassen) sowie ihrer Nebendiagonalelemente (k-l-o-r-Klassen) voraus.

2. Die semiotischen Zeichenrelationen und ihre dualen Realitätsthematiken werden von Walther (1979, S. 79) explizit als Konkatenationen ihrer dyadischen Teilrelationen eingeführt, d.h. für jede ZKl und RTh der Formen

$$ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)$$

$$RTh = \times(3.x, 2.y, 1.z) = (z.1, y.2, x.3)$$

gilt

$$(3.x, 2.y, 1.z) = (1.z \rightarrow 2.y) \circ (2.y \rightarrow 3.x)$$

$$(z.1, y.2, x.3) = (z.1 \rightarrow y.2) \circ (y.2 \rightarrow x.3).$$

Obwohl Bense (1975, S. 112) in Rahmen seines "Zeichenkreises" mit Paaren von Dyaden gerarbeitet hatte, ist es bisher sämtlichen Semiotikern entgangen, daß man die qualitativen graphentheoretischen Klassfikationen Kaehrs auch in der Semiotik benutzen kann, wo sie völlig unerwartete neue Formalisierungen ermöglichen werden, die den theoretischen Rahmen der bisherigen Semiotik bei weitem sprengen werden. Die im folgenden benutzen Definitionen der f-c- und der k-l-o-r-Klassifikationen werden aus Mahler (1993, S. 114 ff.) wiedergegeben.

Definition 6.1 (Core-Klasse Q_c) *In der Klasse $Q_c \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_c = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} = w_{22}\}.$$

$$Q_c = \{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\}.$$

Definition 6.2 (Frame-Klasse Q_f) *In der Klasse $Q_f \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_f = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} \neq w_{22}\}.$$

Definition 6.3 (Klasse Q_k) *In der Klasse $Q_k \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_k = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

Definition 6.4 (Klasse Q_l) *In der Klasse $Q_l \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_l = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.5 (Klasse Q_o) *In der Klasse $Q_o \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_o = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.6 (Klasse Q_r) *In der Klasse $Q_r \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_r = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

2.1. Ico-Subklassen

$(2.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

2.2. Ind-Subklassen

$$(2.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{C}$$

$$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{C}$$

$$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(2.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{C}$$

$$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

2.3. Sym-Subklassen

$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$

3.2. f-Klasse

$(2.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

$(2.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.2. l-Klasse

$$(2.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.3. o-Klasse

$$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$(2.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C

4.4. r-Klasse

$(2.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.2, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ C

$(2.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ C

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bde. Hamburg 1976-1980

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und Morphogrammatik 1973-1975. In: Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Dortmund 1993

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Core- und Frame-Klassen. Teil III: Die I-Klassen

1. Nach Kaehr (1978) ist die Morphogrammatik eine "Grammatik" der Morphogramme, d.h. von Kenogrammsequenzen, wie sie von Gotthard Günther im Rahmen der polykontexturalen Logik entdeckt wurden (vgl. Günther 1976-80). Diese Grammatik ist in Wahrheit eine qualitative Graphentheorie und setzt die Klassfikation von Morphogrammen in von Form 2×2-Matrizen unter Berücksichtigung der Gleichheit und Ungleichheit ihrer Hauptdiagonalelemente (f-c-Klassen) sowie ihrer Nebendiagonalelemente (k-l-o-r-Klassen) voraus.

2. Die semiotischen Zeichenrelationen und ihre dualen Realitätsthematiken werden von Walther (1979, S. 79) explizit als Konkatenationen ihrer dyadischen Teilrelationen eingeführt, d.h. für jede ZKl und RTh der Formen

ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)

RTh = $\times$(3.x, 2.y, 1.z) = (z.1, y.2, x.3)

gilt

$(3.x, 2.y, 1.z) = (1.z \rightarrow 2.y) \circ (2.y \rightarrow 3.x)$

$(z.1, y.2, x.3) = (z.1 \rightarrow y.2) \circ (y.2 \rightarrow x.3)$.

Obwohl Bense (1975, S. 112) in Rahmen seines "Zeichenkreises" mit Paaren von Dyaden gerarbeitet hatte, ist es bisher sämtlichen Semiotikern entgangen, daß man die qualitativen graphentheoretischen Klassfikationen Kaehrs auch in der Semiotik benutzen kann, wo sie völlig unerwartete neue Formalisierungen ermöglichen werden, die den theoretischen Rahmen der bisherigen Semiotik bei weitem sprengen werden. Die im folgenden benutzen Definitionen der f-c- und der k-l-o-r-Klassifikationen werden aus Mahler (1993, S. 114 ff.) wiedergegeben.

Definition 6.1 (Core-Klasse Q_c) *In der Klasse $Q_c \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_c = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} = w_{22}\}.$$

$$Q_c = \{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\}.$$

Definition 6.2 (Frame-Klasse Q_f) *In der Klasse $Q_f \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_f = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} \neq w_{22}\}.$$

Definition 6.3 (Klasse Q_k) *In der Klasse $Q_k \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_k = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

Definition 6.4 (Klasse Q_l) *In der Klasse $Q_l \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_l = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.5 (Klasse Q_o) *In der Klasse $Q_o \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_o = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.6 (Klasse Q_r) *In der Klasse $Q_r \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_r = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

2.1. Rhe-Subklassen

$$(3.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(3.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(3.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{C}$$

$$(3.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(3.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(3.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{C}$$

$$(3.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(3.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{F}$$

$$(3.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{C}$$

2.2. Dic-Subklassen

$(3.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$(3.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

2.3. Arg-Subklassen

$(3.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad F$

$(3.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(3.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad F$

$(3.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(3.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad F$

$(3.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$

$(3.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$(3.1, 1.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.1, 2.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.1, 3.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.2, 1.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.2, 2.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.2, 3.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.3, 1.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.3, 2.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

$(3.3, 3.3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$

3.2. f-Klasse

$(3.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

$(3.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(3.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

4.2. l-Klasse

$(3.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$

$(3.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

4.3. o-Klasse

$(3.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$

$$(3.2, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

4.4. r-Klasse

$$(3.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.1, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.2, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.2, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bde. Hamburg 1976-1980

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und Morphogrammatik 1973-1975. In: Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Dortmund 1993

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Reguläre dyadische Teilrelationen aus der semiotischen k-l-o-r-Klassifikation

1. In Toth (2016a-c) wurde das bereits von Kaehr in seiner Dissertation eingeführte Verfahren, Morphogramme nach gleichen bzw. verschiedenen Werte in den Haupt- und Nebendiagonalen zu klassifizieren (vgl. Kaehr 1978) für die Semiotik übernommen. Man geht dabei aus von Zeichenklassen (ZKl) und Realitätsthematiken (RTh) der Form

$$\text{ZKl} = (3.x, 2.y, 1.z) = (1.z \rightarrow 2.y) \circ (2.y \rightarrow 3.x)$$

$$\text{RTh} = (z.1, y.2, x.3) = (z.1 \rightarrow y.2) \circ (y.2 \rightarrow x.3).$$

und weist die dyadischen Teilrelationen zunächst Core- oder Frameklassen (f-c-Analyse) und anschließend den k- und und l-Klassen (die eine vollständige Partitionierung der f-Klassen induzieren) bzw. den o- und r-Klassen (die eine vollständige Partitionierung der c-Klassen induzieren) zu. Mit anderen Worten: Zur Differenzierung zwischen "regulären" und "irregulären" dyadischen Teilrelationen triadischer semiotischer Relationen kann man direkt bei der k-l-o-r-Analyse ansetzen. Dabei gilt: Ein Paar von dyadischen Teilrelationen der allgemeinen Form

$$D = ((a.b), (c.d))$$

ist regulär gdw. $a > c$ und $b \leqq d$ oder $a < c$ und $b \geqq d$ ist, sonst irregulär.

2. Im folgenden werden die regulären dyadischen Teilrelationen getrent nach den M-, O- und I-Klassen aufgelistet.

2.1. Reguläre Teilrelationen der M-Klassen

2.1.1. k-Klasse

$$(1.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$(1.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

2.1.2. l-Klasse

$(1.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$

$(1.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$

2.1.3. o-Klasse

$(1.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

2.1.4. r-Klasse

$(1.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$

$(1.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ C

2.2. Reguläre Teilrelationen der O-Klassen

2.2.1. k-Klasse

$(2.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

2.2.2. l-Klasse

$(2.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.1, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

$(2.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

2.2.3. o-Klasse

$$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

2.2.4. r-Klasse

$$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

2.3. Reguläre Teilrelationen der I-Klassen

2.3.1. k-Klasse

$$(3.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

2.3.2. l-Klasse

$$(3.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

2.3.3. o-Klasse

$$(3.1, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

2.3.4. r-Klasse

$$(3.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und Morphogrammatik 1973-1975. In: Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

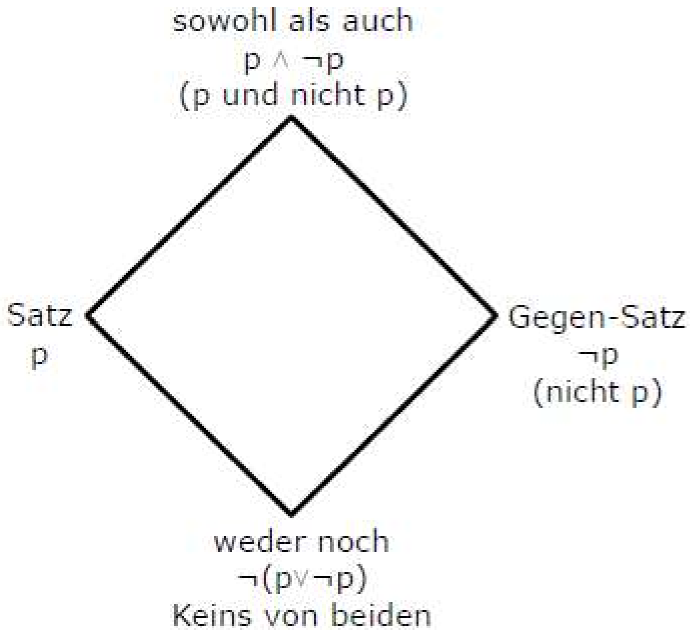
Toth, Alfred, Semiotische Core- und Frame-Klassen. Teil I: Die M-Klassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Semiotische Core- und Frame-Klassen. Teil II: Die O-Klassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Toth, Alfred, Semiotische Core- und Frame-Klassen. Teil III: Die I-Klassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016c

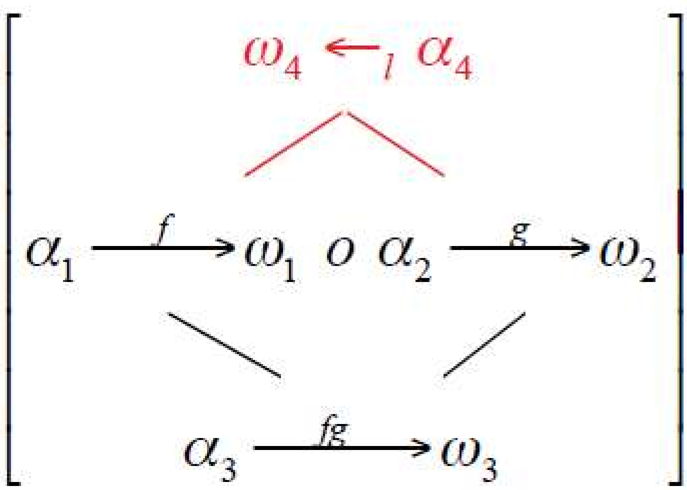
Die Semiotik und das Tetralemma

1. Eine Darstellung des Tetralemmas findet sich in Paul (2013, S. 361)



.

Es bildet, wie Paul richtig ausführt, die Grundlage für Kaehrs Diamond, dem Modell für eine polykontexturale Kategorie, vgl. die folgende Darstellung aus Kaehr (2007, S. 11)



2. Das Problem, das sich aus semiotischer Sicht stellt, betrifft jedoch die Abbildung subjektdeiktischer Kategorien auf die Domänen und Codomänen der Abbildungen. Im Anschluß an Kaehr findet sich in Paul (2013, S. 364) das folgende Modell

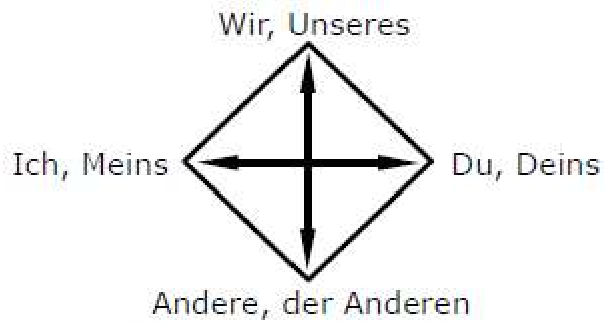


Abb. D21: Pronomina im Diamond

2.1. In der metasemiotischen Disziplin der Linguistik wird zwischen Ich-, Du- und Er-Deixis unterschieden. Die pluralische Deixis ist auf die singularische Deixis reduzierbar.

2.1.1. Die Wir-Deixis kann entweder im Sinne der Addition von Ich-Deixen oder im Sinne der Addition von Ich- und Du-Deixis verstanden werden. Sprachen wie das Japanische und polynesische Sprachen weisen deshalb zwei verschiedene Pluralformen auf, vgl. hawaiianisch mākou für exklusives Wir und kākou für inklusives Wir. Im Sinne des Tetralemmas ist also die Wir-Deixis entweder überflüssig (sofern nicht zwischen Wir = Ich + Ich und Wir = Ich + Du unterschieden wird) oder unterdifferenziert (sofern diese Differenzierung gemacht und zwischen exklusiver und inklusiver Wir-Deixis unterschieden wird).

2.1.2. Das Fehlen einer Ihr-Deixis ergibt sich daraus, daß auch hier zwei Möglichkeiten erscheinen: Ihr = Du + Du oder Ihr = Du + Er.

2.1.3. Damit wird klar, daß das Fehlen der Er-Deixis das eine der beiden Hauptprobleme des Tetralemmas und daher auch der Diamondkategorie ist. Die Pluralität ist einzig bei der Sie-Deixis eindeutig: Sie = Er + Er.

2.2. Aus semiotischer Sicht ist unverständlich, weshalb in der konkatenierten Form einer Zeichenklasse der allgemeinen Form

$(3.x \rightarrow 2.y) \diamond (2.y \rightarrow 1.z)$

die retrosemiosiche Bedeutungsfunktion $(3.x \rightarrow 2.y)$ ich-deiktisch und die retrosemiosische Bezeichnungsfunktion $(2.y \rightarrow 1.z)$ du-deiktisch sein soll. Ebenfalls ist im Zusammenhang mit dem in 2.1. Gesagten nicht zu rechtfertigen, daß die Gebrauchsfunktion $(3.x \rightarrow 1.z)$ wir-deiktisch sein soll. Als zusätzliche Schwierigkeit kommt hinzu, daß die zur Gebrauchsfunktion konverse Funktion $(1.z \rightarrow 3.x)$, die in der Semiotik übrigens keinen Namen trägt, als Repräsentant der Ihr- und der Sie-Deixis stehen soll, für die im obigen Modell stellvertretend eine Andere-Deixis angesetzt wurde, da mit dem Fehlen einer Er-Deixis natürlich auch keine Sie-Deixis vorhanden ist. Damit kann aber die Andere-Deixis im obigen Modell nur im Sinne einer Ihr-Deixis (je nachdem mit den zwei möglichen Interpretationen, vgl. 2.1) interpretiert werden.

Das zweite, und viel gravierendere, Hauptproblem besteht aber darin, daß in

$(3.x \rightarrow 2.y) \diamond (2.y \rightarrow 1.z)$

der Interpretantenbezug 3.x das logische Subjekt, der Objektbezug 2.y das logische Objekt und der Mittelbezug 1.z ein Etwas, das logisch ebenfalls als Objekt fungieren muß, nämlich den Zeichenträger, repräsentiert. Nun fehlen aber im Kaehrschen Diamond nicht nur das Zeichenträger-Objekt, sondern vor allem auch das Referenzobjekt des Zeichens, d.h. das Objekt, welches das Zeichen ja bezeichnet und dem allein es seine Funktion verdankt. (In Bense 1967, S. 9 wird das Zeichen daher als "Meta-Objekt" eingeführt.) Während die polykontexturale Logik eine solche ist, in der das Objekt konstant und nur das Subjekt iterierbar ist (vgl. Negationszyklen), ist die Semiotik auf einer bisher nicht existierenden Logik basiert, in der nicht nur das Subjekt (in der kommunikativen Form der Ich-, Du-, Er-Deixis), sondern auch das Objekt iterierbar sein muß, da es weder Zeichen ohne Referenzobjekte noch Zeichen ohne Zeichenträger (zum letzteren Satz vgl. Bense/Walther 1973, S. 137) geben kann.

Was schließlich die aus der Abbildung deiktischer Funktionen auf semiotische Kategorien resultierenden semiotischen Funktionen (also die erwähnte Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion) betrifft, so fällt im Falle des peirceschen Zeichenmodells, das ja nur über einen einzigen Interpretantenbezug verfügt, die Gebrauchsfunktion (1.z → 3.x) mit dem Kaehrschen "Heteromorphismus" zusammen, mit dem die tetralemmatische logische Funktion des Weder-Noch-etabliert werden soll. Spätestens hier sollte klar sein, daß die Verwendung von Diamonds für die Semiotik barer Unsinn ist. Die Bezeichnungsfunktion ist weder ich-deiktisch (das kann sie ohne Interpretantenbezug auch gar nicht sein), noch ist die Bedeutungsfunktion du-deiktisch (da der einzige Interpretant natürlich, genau wie in der aristotelischen Logik, das Ich-Subjekt vertreten muß), und die transitive Abbildung (3.x → 1.z), d.h. die Umkehrung der Gebrauchsfunktion, ist folglich auch nicht als Wir-deiktisch im Sinne des tetralemmatischen Sowohl-als-Auch interpretierbar. Das Fehlen von Es-Objekten setzt der Verwendung des Diamond-Modells für die Semiotik dann die Krone des Nonsens auf.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Paul, Joachim, TRANS-. Reflexionen über Menschen, Medien, Netze und Maschinen. Berlin 2013

Redundanzfreie Systeme der qualitativen semiotischen Zahlen

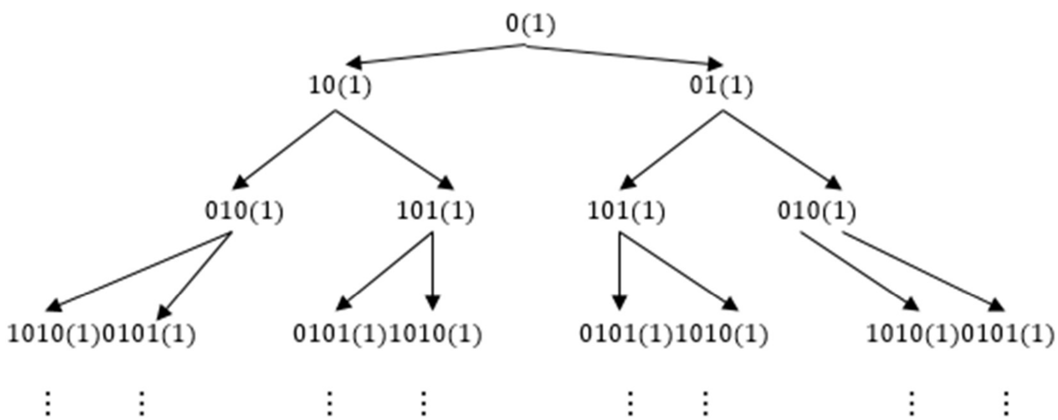
1. Wie aus Toth (2015, 2016a-e) hervorgeht, gibt es zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik

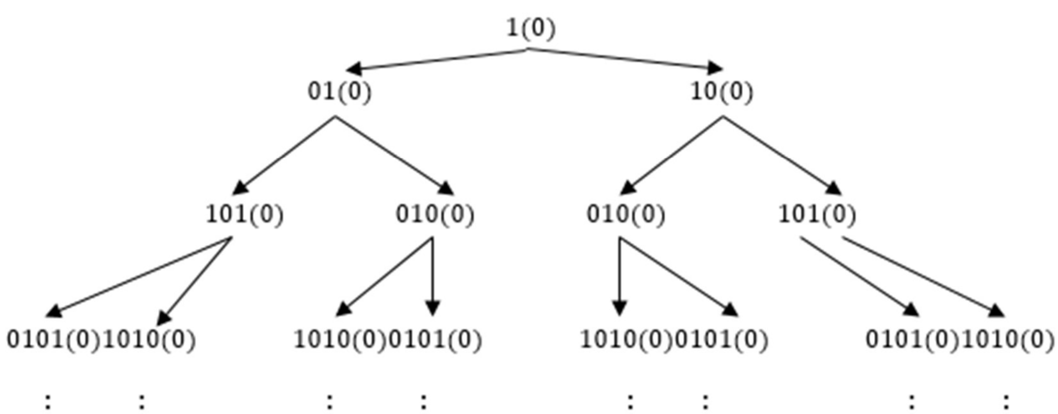
$S^1 = (0(1), (0)1, 1(0), (1)0)$,

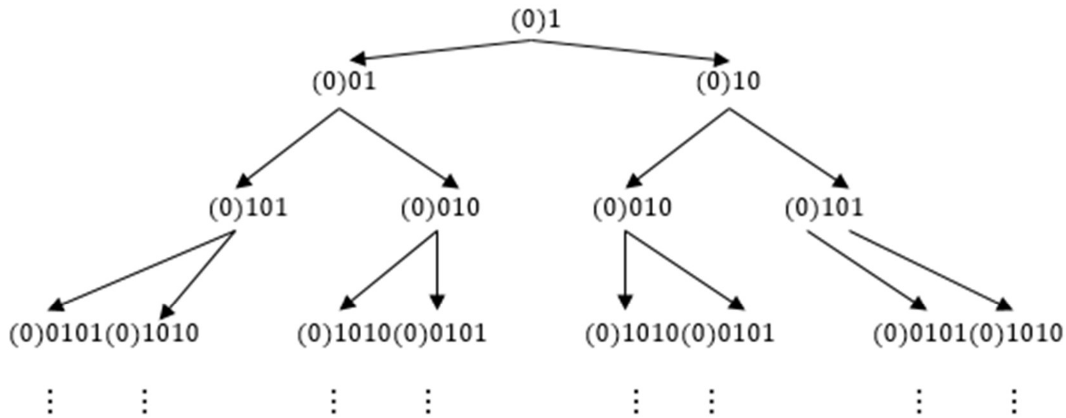
$S^2 = (01, 10)$.

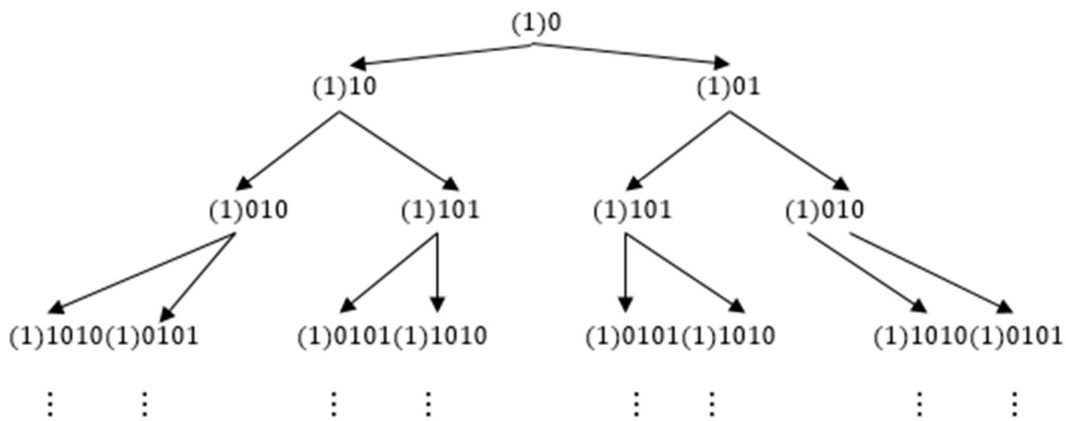
Diese semiotischen Zahlen, oder kurz: S-Zahlen, lassen sich, wie in Toth (2016e) gezeigt, in dyadischen Hierarchien darstellen.

1.1. Hierarchien von S^1

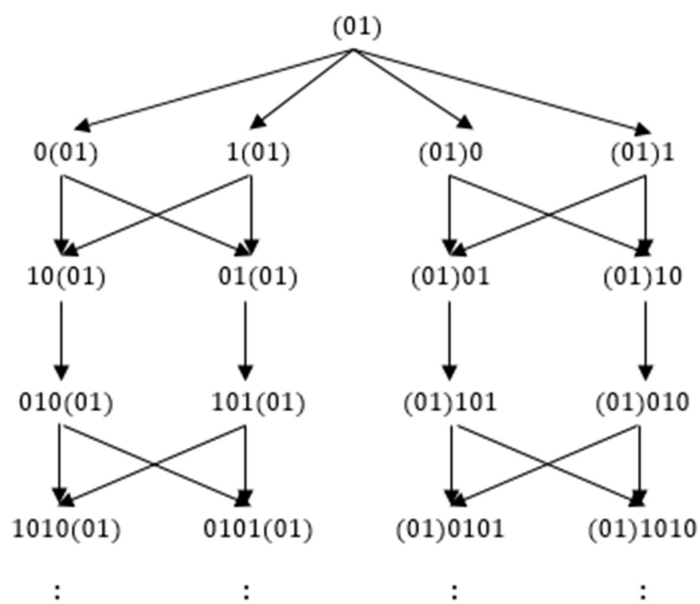


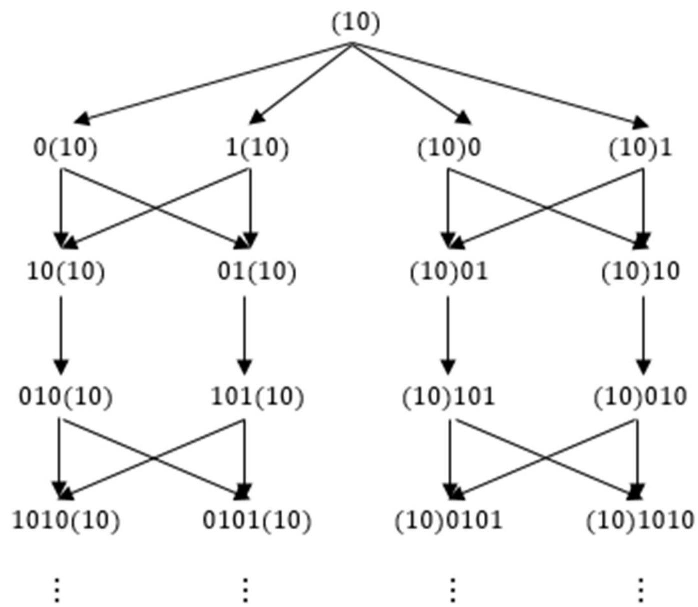






1.2. Hierarchien von S^2





2. Wie man allerdings erkennt, gibt es zahlreiche redundante S-Zahlen, ohne daß diese Redundanz allerdings durch einen systemrelevanten "ontologischen Ort" wie in der polykontexturalen Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986) desambiguiert würde. Was wir daher benötigen, sind redundanzfreie Systeme der S-Zahlen.

2.1. 1-stellige semiotische Zahlen

n = 1 0(1), 1(0), (0)1, (1)0

n = 2 01(0), 10(0), 01(1), 10(1)

n = 3 010(0), 101(0), 010(1), 101(1)

n = 4 0101(0), 1010(0), 0101(1), 1010(1)

n = 5 01010(0), 10101(0), 01010(1), 10101(1)

... ...

----

n = 1 (0)1, 0(1), (1)0, 1(0)

n = 2 (0)01, (0)10, (1)01, (1)10

n = 3 (0)010, (0)101, (1)010, (1)101

n = 4 (0)0101, (0)1010, (1)0101, (1)1010

n = 5 (0)01010, (0)10101, (1)01010, (1)10101

... ...

2.2. 2-stellige semiotische Zahlen

n = 1 0(01), 1(01), 0(10), 1(10)

n = 2 01(01), 10(01), 01(10), 10(10)

n = 3 010(01), 101(01), 010(10), 101(10)

n = 4 0101(01), 1010(01), 0101(10), 1010(10)

n = 5 01010(01), 10101(01), 01010(10), 10101(10)

... ...

----

n = 1 (01), 0, (01), 1, (10)0, (10)1

n = 2 (01)01, (01)10), (10)01, 10(10)

n = 3 (01)010, (01)101, (10)010), (10101)

n = 4 (01)0101, (01)1010, (10)0101, (10)1010

n = 5 (01)01010, (01)10101, (10)01010, (10)10101

... ...

3. Daß diese Zahlen eine völlig neue Art von qualitativen Zahlen darstellen, über denen man eine ebenfalls völlig neue Art von qualitativer Mathematik errichten kann, wurde ebenfalls bereits in Toth (2016e) erwähnt. Bemerenswerterweise gilt für sie das von mir und Rudolf Kaehr (mdl., ca. 2012) angezweifelte sog. Reduzibilitätstheorem von Peirce (vgl. Marty 1980) nicht, wonach sich n-adische Relationen auf n = 3-stellige Relationen reduzieren lassen, sondern sie folgen dem Schröder-Theorem, wonach sie auf n = 2-stellige Relationen reduzierbar sind.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense.-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Toth, Alfred, Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016c

Toth, Alfred, Grundlagen der qualitativen semiotischen Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016d

Toth, Alfred, Die zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016e

Nicht-Peanoaxiome für semiotische Zahlen

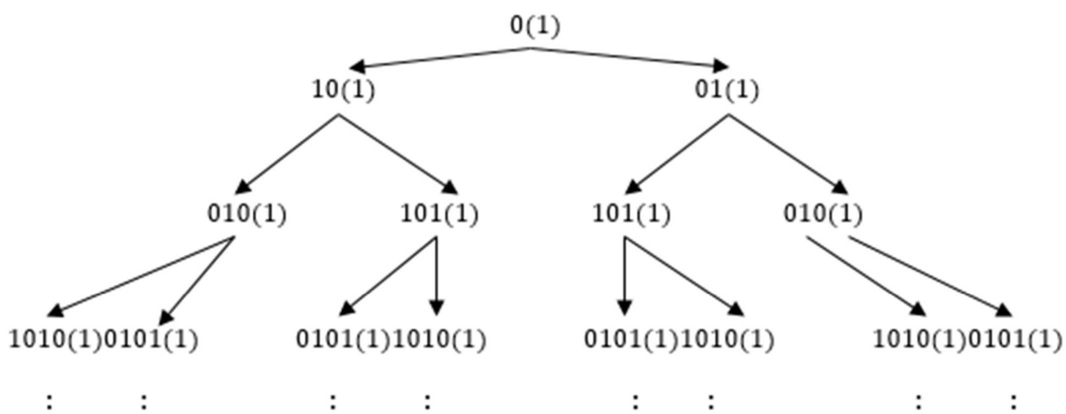
1. Wie aus Toth (2015, 2016a-f) hervorgeht, gibt es zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik

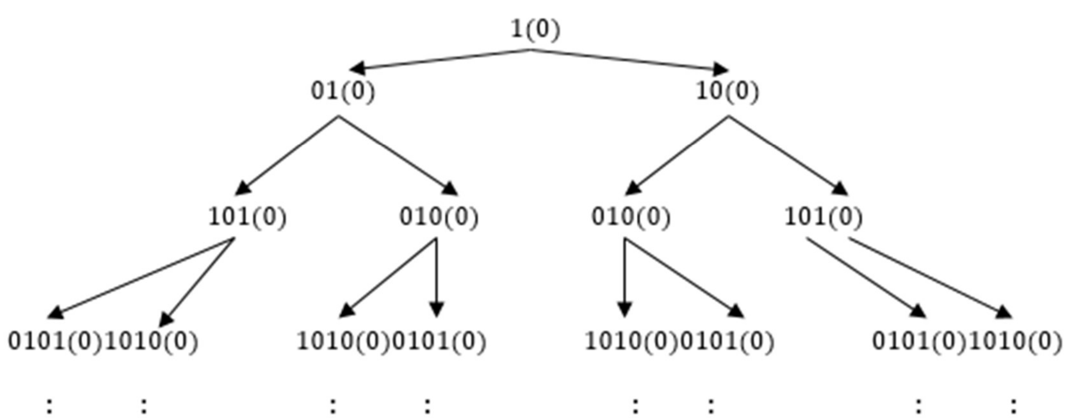
$S^1 = (0(1), (0)1, 1(0), (1)0)$,

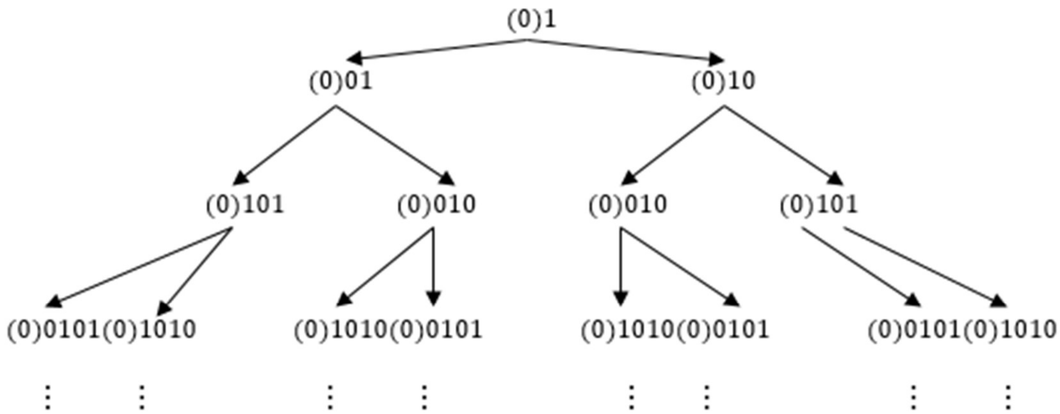
$S^2 = (01, 10)$.

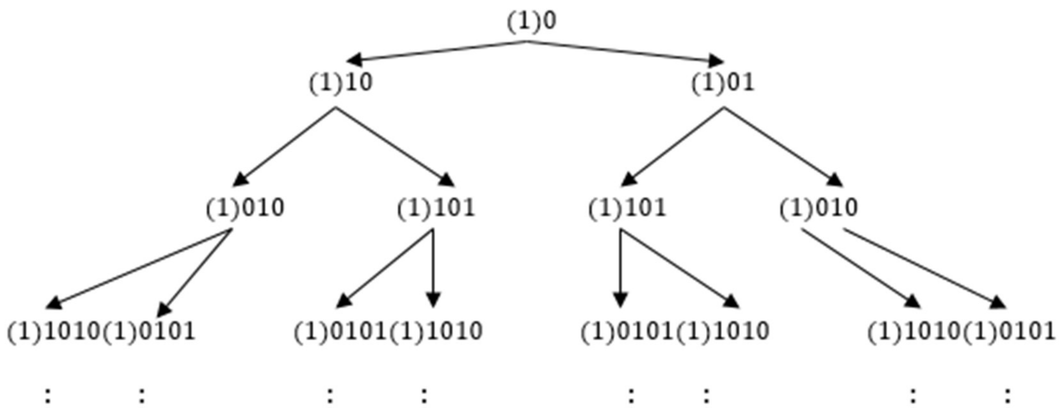
In Sonderheit folgt hieraus, daß es zwei absolute – und dadurch natürlich wiederum relative – Anfänge semiotischer Zahlen gibt, im Unterschied zu den Peano-Axiomen (vgl. dazu, im Zusammenhang mit der Semiotik, Bense 1975, S. 168 ff.). Die semiotischen Zahlen lassen sich dann in dyadischen heterarchischen Hierarchien darstellen.

1.1. Hierarchien von S^1

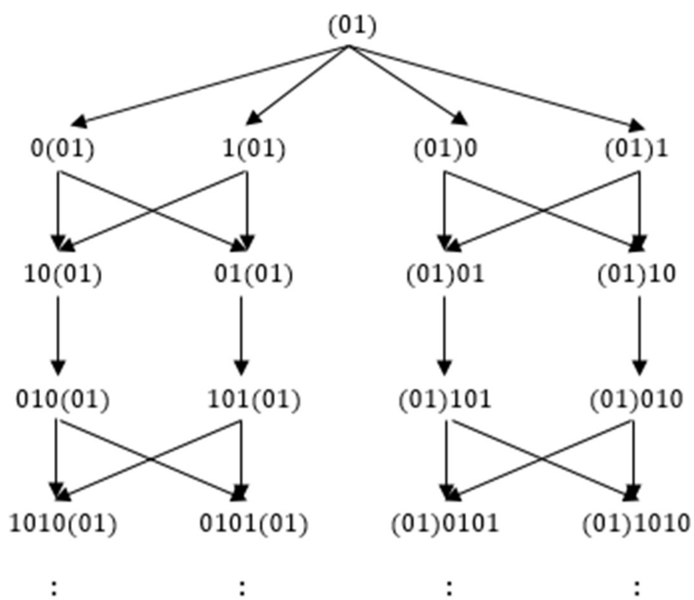


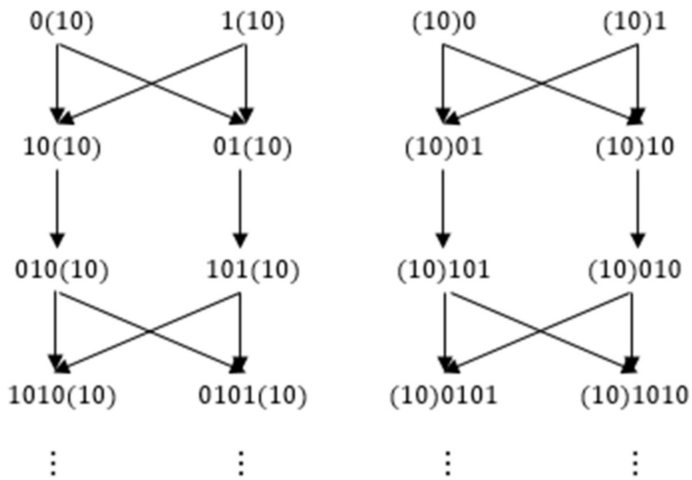






1.2. Hierarchien von S^2





2. Wie man leicht erkennt, besitzen semiotische Zahlen außerdem verdoppelte Nachfolger und Vorgänger, und zwar Links- und Rechtsnachfolger und –vorgänger. Ferner gibt es n-stellige semiotische Zahlen mit n ≧ 1, aber keine 0-stelligen.

2.1. 1-stellige semiotische Zahlen

2.1.1. Linksnachfolger

n = 1 0(1), 1(0), (0)1, (1)0

n = 2 01(0), 10(0), 01(1), 10(1)

n = 3 010(0), 101(0), 010(1), 101(1)

n = 4 0101(0), 1010(0), 0101(1), 1010(1)

n = 5 01010(0), 10101(0), 01010(1), 10101(1) ...

2.1.2. Rechtsnachfolger

n = 1 (0)1, 0(1), (1)0, 1(0)

n = 2 (0)01, (0)10, (1)01, (1)10

n = 3 (0)010, (0)101, (1)010, (1)101

n = 4 (0)0101, (0)1010, (1)0101, (1)1010

n = 5 (0)01010, (0)10101, (1)01010, (1)10101 ...

2.2. 2-stellige semiotische Zahlen

2.2.1. Linksnachfolger

n = 1 0(01), 1(01), 0(10), 1(10)

n = 2 01(01), 10(01), 01(10), 10(10)

n = 3 010(01), 101(01), 010(10), 101(10)

n = 4 0101(01), 1010(01), 0101(10), 1010(10)

n = 5 01010(01), 10101(01), 01010(10), 10101(10) ...

2.2.2. Rechtsnachfolger

n = 1 (01), 0, (01), 1, (10)0, (10)1

n = 2 (01)01, (01)10), (10)01, 10(10)

n = 3 (01)010, (01)101, (10)010), (10101)

n = 4 (01)0101, (01)1010, (10)0101, (10)1010

n = 5 (01)01010, (01)10101, (10)01010, (10)10101 ...

3. Daß diese Zahlen eine völlig neue Art von qualitativen Zahlen darstellen, über denen man eine neue Art von qualitativer Mathematik errichten kann, wurde bereits in Toth (2016f) erwähnt. Bemerkenswerterweise gilt für sie das von mir (Toth 2007, S. 173 ff.) und Rudolf Kaehr (mdl., ca. 2012) angezweifelte sog. Reduzibilitätstheorem von Peirce (vgl. Marty 1980) nicht, wonach sich n-adische Relationen auf n = 3-stellige Relationen reduzieren lassen, sondern sie folgen dem Schröder-Theorem, wonach sie auf n = 2-stellige Relationen reduzierbar sind, nämlich die vier Basis-Zahlenfolgen der allgemeinen Form

$Z_1 = x(y), Z_2 = (x)y, Z_3 = y(x), Z_4 = (y)x.$

Wie die von Gotthard Günther (vgl. Günther 1979, S. 252 ff.) gefundenen polykontexturalen Zahlen, d.h. die Protero-, Deutero- und Trito-Zahlen, sind also vermöge der adjunktiven Nachfolgeroperationen auch die semiotischen Zahlen Gestaltzahlen. Genauso wie jene, besitzen ferner auch diese die Eigenschaft der "eindeutigen Mehrmöglichkeit", allerdings ist sie bei den semiotischen Zahlen nicht durch Mengenabbildungen, sondern streng in in binärer Weise realisiert. Man könnte daher sagen, daß die semiotischen Zahlen eine Vermittlungsposition zwischen mono- und polykontexturalen Zahlen einnehmen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense.-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Toth, Alfred, Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016c

Toth, Alfred, Grundlagen der qualitativen semiotischen Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016d

Toth, Alfred, Die zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016e

Toth, Alfred, Redundanzfreie Systeme der qualitativen semiotischen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016f

Die qualitativ-mathematische Unvollständigkeit der triadischen Zeichenrelation

1. Wie bereits in Toth (2016a, b) gezeigt wurde, kann man das Zeichen, das erkenntnistheoretisch ein objektives Subjekt ist und dem wahrgenommenen Objekt als subjektivem Objekt im Dualverhältnis

$SO \times OS \equiv \Omega \rightarrow Z$

gegenübersteht auch hinblicklich seiner Teilrelationen in der peirceschen Zeichenrelation

$Z = (M, O, I)$

durch vermittelte logischen Funktionen definieren

$M \quad = (SO = f(S)) \quad = S(SO)$

$O \quad = (SO = f(O)) \quad = O(SO)$

$I \quad = (OS = f(O)) \quad = O(OS)$

und erhält damit folgende zu der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix isomorphe Matrix logischer Funktionen

	S(SO)	O(SO)	O(OS)
S(SO)	S(SO) → S(SO)	S(SO) → O(SO)	S(SO) → O(OS)
O(SO)	O(SO) → S(SO)	O(SO) → O(SO)	O(SO) → O(OS)
O(OS)	O(OS) → S(SO)	O(OS) → O(SO)	O(OS) → O(OS) .

Wie man ferner sogleich sieht, gilt hier

1. O und S sind vermittelt.

2. O ist iterierbar.

3. S ist iterierbar,

d.h. die obige qualitative semiotische Matrix erfüllt die Anforderungen an eine neue Logik, bei der nicht nur die Subjektposition iterierbar ist.

Logik	Vermittlung der Basiswerte	Iterierbarkeit von O	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein	nein
günthersch	nein	nein	ja
semiotisch	ja	ja	ja

2. Allerdings erkennt man an den neuen Definitionen von M, O und I auch, daß diese triadisch-trichotomische Basis vor dem Hintergrund der neuen, qualitativen semiotischen Zahlen

M = S(SO) = 110

O = O(SO) = 010

I = O(OS) = 001

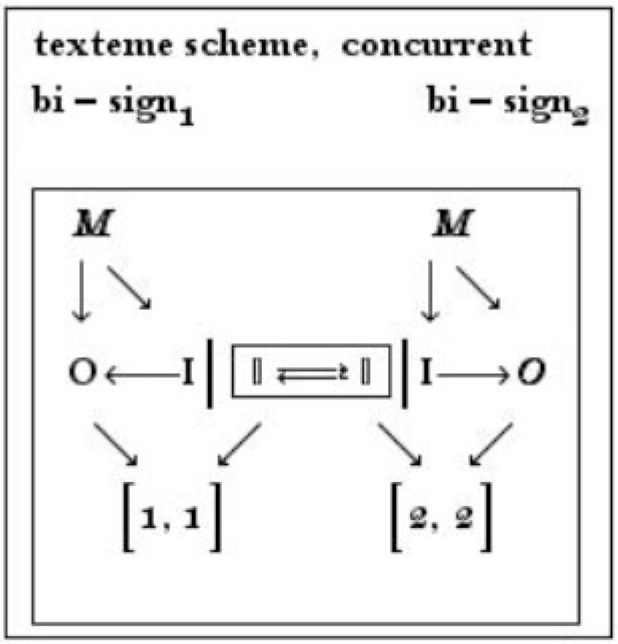
strukturell unvollständig ist, denn es fehlt eine kategoriale Position für

X = S(OS) = 101.

S(OS) ist ein objektives Subjekt, d.h. ein Zeichen, das als Operand eines Subjekt-Operators steht.

$$\begin{tikzcd}
S(OS) \arrow[d, dashed] & O(OS) \arrow[l, dashed] \\
S(SO) \arrow[r] \arrow[ur] & O(SO) \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

Wie man sieht, haben wir in diesem kategorialen Viereck das Dreieck der peirceschen Zeichenrelation (ausgezogen), und diesem steht ein komplementäres Dreieck gegenüber (gestrichelt), das mit dem ersteren die Kategorien M und I teilt. Daraus kanan man schließen, daß es sich bei S(OS) um eine reflektierte Objekt-Position O' handeln muß. Das Viereck definiert somit eine Zeichenrelation Z = (M, O, I) und ihre komplementäre Zeichenrelation Z' = (M', O', I'). Diese Komplementarität kann vor dem Hintergrund der von Rudolf Kaehr geschaffenen Diamantentheorie als die interne Umgebung des Zeichens bestimmt werden, vgl. die folgende Darstellung aus Kaehr (2009, S. 193)



texteme :
diamond = (sign + environment)
bi – sign = (diamond + 2 – anchor)
texteme = (composed bi – signs + chiasm)

Was unser semiotisches Viereck von einem Diamond unterscheidet, ist also lediglich das Fehlen der Verankerung (im Sinne der polykontexturalen Relativierung des Satzes vom Grunde).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense-Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Semiotische Subrelationen als "Nimbers"

1. "Nimbers" sind eine neue Art von (rein quantitativen) Zahlen, die John H. Conway aus Hackenbush-Spielen abstrahierte (vgl. Conway/Guy 1996, S. 291 ff.). Die Eigenart von Nimbers besteht, so würde ich es ausdrücken, darin, daß sie in kartesischen Produkten von Matrizen nicht nur die Identitäten von quadratischen Matrizen, sondern immer auch ein duales, nicht-identisches Produkt ersetzen.

2. Wir machen die Probe aufs Exempel. Eine multiplikative Matrix für die 4×4-Matrix für die Menge von Nimbers N = (0, 1, 2, 3) sieht wie folgt aus (Conway/Guy 1996, S. 294)

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	3	1
3	0	3	1	2.

Bilden wir nun die semiotischen Subrelationen auf Nimbers ab (das kann man direkt aus der obigen Matrix ablesen)

(1.1) → 1 (2.1) → 2 (3.1) → 3

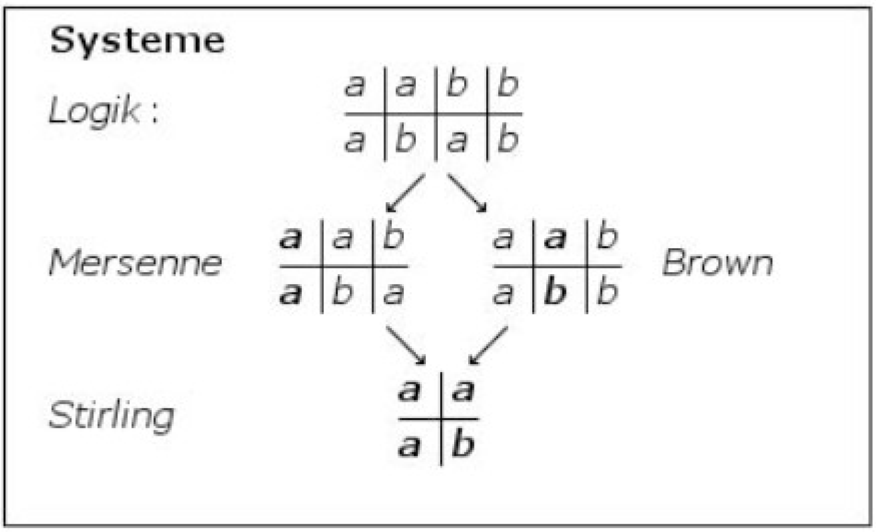
(1.2) → 2 (2.2) → 3 (3.2) → 1

(1.3) → 3 (2.3) → 1 (3.3) → 2,

dann bekommen wir

Nimbers	Semiotische Subrelationen
1	(1.1), (2.3), (3.2)
2	(2.2), (1.2), (2.1)
3	(3.3), (1.3), (3.1).

3. Eine besondere Bedeutung bekommen Nimbers dadurch, daß sie im folgenden System verschiedener Zahlentypen aus Kaehr (2012, S. 4)



mit keinem der vier Systeme zusammenfallen, wie man leicht selbst nachprüft (vgl. auch Toth 2016).

Literatur

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In: ThinkartLab, 12.4.2012, http://www.thinkartlab.com/Memristics/Komplementaritaet/Komplementarit%C3%A4t%20in%20der%20Graphematik.pdf

Toth, Alfred, Transrelationale Systeme als Basen für semiotische Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Erzeugung semiotischer Identitäten durch Matrix-Dekompositionen

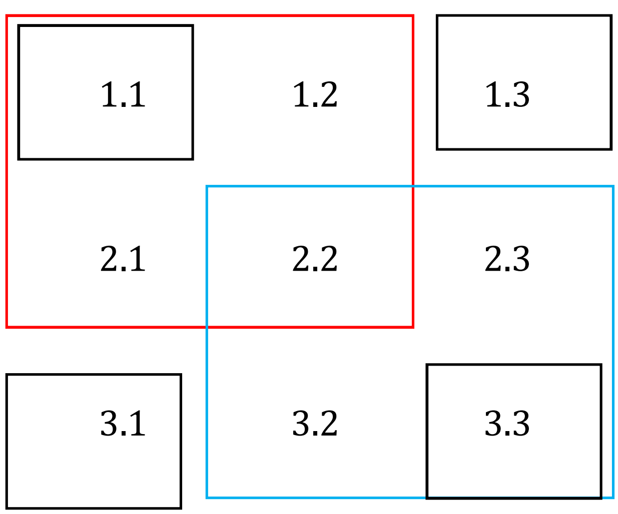
1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische 3×3-Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

kann man wie folgt in 3 Teil-Matrizen dekomponieren (vgl. Kaehr 2009, S. 49)

$$Sem^{(3,1)} = \left(Sem^1, Sem^2, Sem^3\right) = \left(1_{1.3}, 2_{2.1}, 3_{2.3}\right).$$

Das bedeutet, daß wir die Matrix, statt sie wie in der quantitativen linearen Algebra in Blockmatrizen zu zerlegen, auf die folgende Weise "partitionieren".



Nennen wir den roten Bereich M_i, den blauen Bereich M_j und die diskonnexen schwarzen Bereiche M_k, dann bekommen wir folgende neue Mengen von Subzeichen als Teilmengen der Matrix M

$M_i = (1.1, 1.2, 2.1, 2.2)$

$M_j = (2.2, 2.3, 3.2, 3.3)$

$M_k = (1.1, 1.3, 3.1, 3.3)$

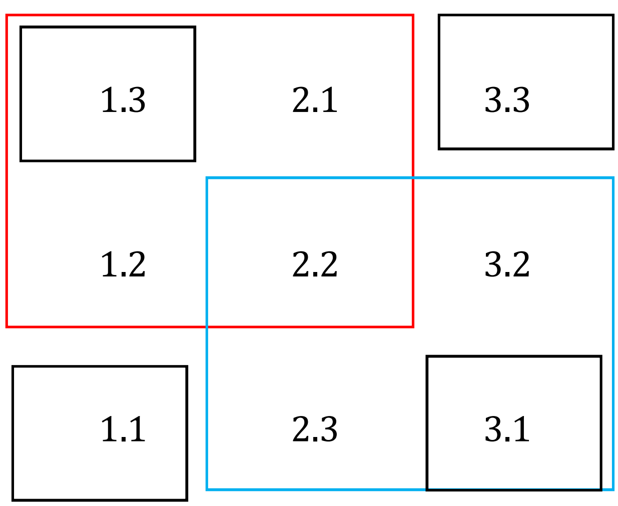
Wir können somit die drei Identitäten von M durch die Schnittmengen der dekomponierten Teilmatrixen erzeugen

$M_i \cap M_j = (2.2)$

$M_j \cap M_k = (3.3)$

$M_i \cap M_j = (1.1)$.

2. Man kann leicht zeigen, daß bei allen Transpositionen von M, oder allgemeiner gesprochen, solange die lineare Ordung der semiotischen Subrelationen nicht zerstört wird, lediglich Permutationen der Abbildungen von Schnittmengen auf semiotische Identitäten auftreten, aber keine Verletzungen des triadischen Identätssystems der Semiotik. Das ändert sich jedoch sogar dann, wenn Semiosen und Retrosemiosen vertauscht werden, d.h. die Vorwärts- und Rückwärtsanordnung. Als Beispiel gehen wir von der folgenden Toeplitz-Matrix aus



Wir haben dann

$M_i = (1.3, 2.1, 1.2, 2.2)$

$M_j = (2.2, 3.2, 2.3, 3.1)$

$M_k = (1.3, 3.3, 1.1, 3.1)$

und bekommen sogleich

$M_i \cap M_j = (2.2)$

$M_j \cap M_k = (3.1)$

$M_i \cap M_j = (1.3)$,

d.h. es wird nur eine einzige Identität erzeugt, und statt der beiden anderen Identitäten werden duale Paare von nicht-identitiven Subrelationen erzeugt.

3. Geht man noch weiter und zerstört nicht nur die Anordnung der Semiosen und Retrosemiosen, sondern auch die Nachfolgerelation der Subrelationen, in anderen Worten: Wählt man die Einträge der semiotischen 3 × 3-Matrix arbiträr, so wird überhaupt keine Identät erzeugt, und ferner müssen die erzeugten nicht-identitiven Subrelationen nicht in Dualrelation stehen.

1.1	2.3	3.2
3.3	1.2	2.1
2.2	3.1	1.3

In diesem Falle haben wir

$M_i = (1.1, 2.3, 3.3, 1.2)$

$M_j = (1.2, 2.1, 3.1, 1.3)$

$M_k = (1.1, 3.2, 2.2, 1.3)$

und bekommen

$M_i \cap M_j = (1.2)$

$M_j \cap M_k = (1.3)$

$M_i \cap M_j = (1.1)$.

Literatur

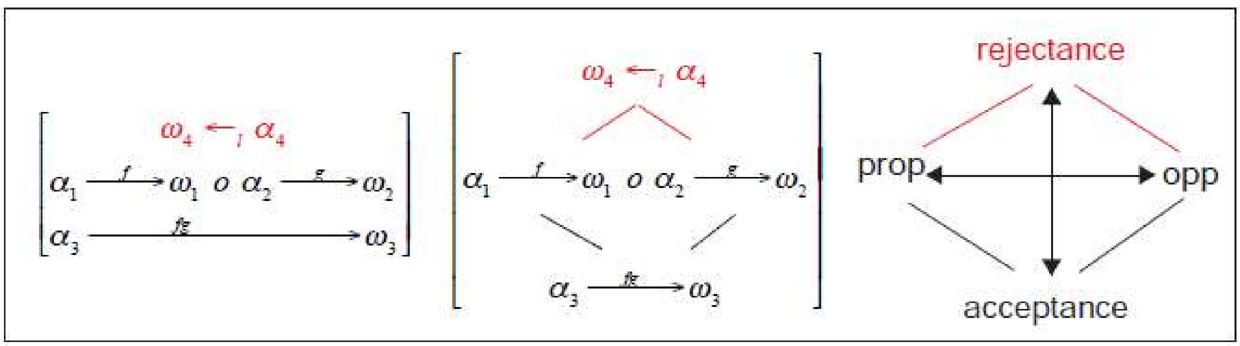
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

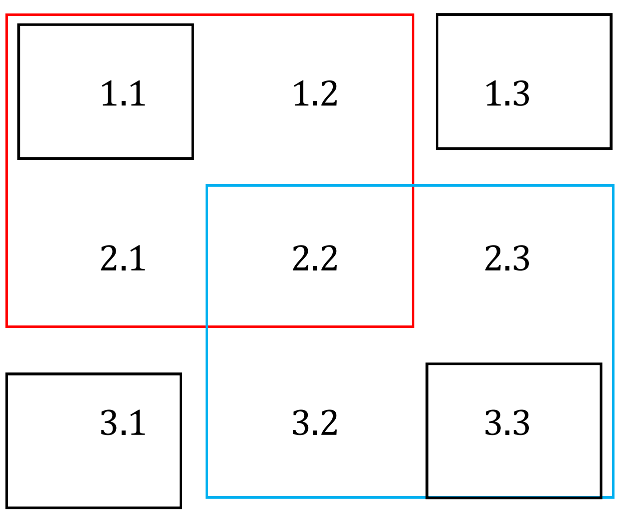
Innere und äußere Zeichenumgebungen im polykontexturalen Zeichenmodell

1. Wie gelangt man vom monokontexturalen Zeichenmodell von Peirce und Bense zu einem polykontexturalen Zeichenmodell?

1.1. Man benötigt dazu das von Kaehr (2007, S. 11) eingeführte kategorie-theoretische diamond-Modell, dessen Vorbild das logische Tetralemma ist, indem 1. logische Position, 2. logische Negation, 3. die Sowohl-auch-Relation und 4. die Weder-Noch-Relation vorhanden sind.



1.2. Man muß die Subzeichen jeder Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik kon-texturieren. Dazu geht man aus von der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen 3×3-Matrix und "dekomponiert" sie (vgl. Toth 2016).



Dadurch erhält man folgende kontexturierte semiotische Matrix (Kaehr 2009, S. 257).

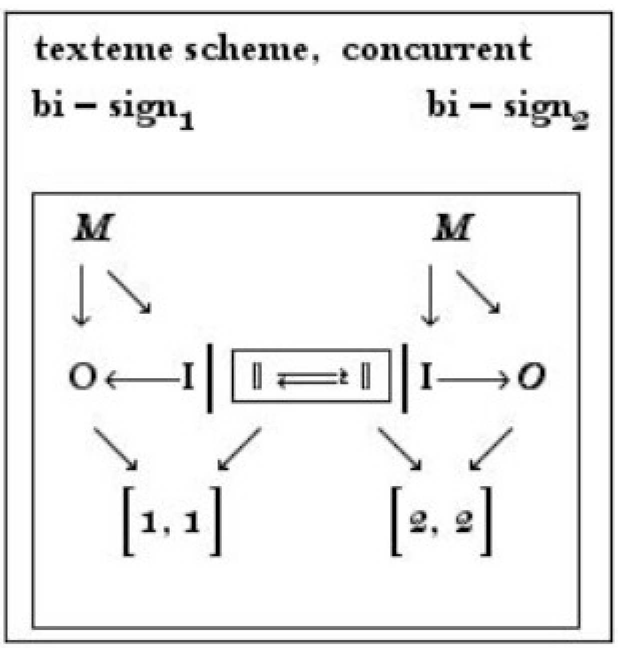
3 – contextual semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{\mathbf{1.3}} & \mathbf{1.2}_{1} & \mathbf{1.3}_{\mathbf{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{\mathbf{1}} & \mathbf{2.2}_{\mathbf{1.2}} & \mathbf{2.3}_{\mathbf{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{\mathbf{3}} & \mathbf{3.2}_{\mathbf{2}} & \mathbf{3.3}_{\mathbf{2.3}} \end{pmatrix}$$

1.3. Da der diamond nicht das Zeichen, sondern auch eine der beiden Umgebungen von ihm im Rahmen der polykontexturalen Kategorietheorie enthält, gehe man nicht vom Zeichen als Basiselement aus, sondern mit Kaehr von einem "Textem", das wie folgt definiert ist (Kaehr 2009, S. 193)

texteme :

$$\mathit{diamond} = (\text{sign} + \text{environment})$$
$$\mathit{bi-sign} = (\text{diamond} + 2 - \text{anchor})$$
$$\mathit{texteme} = (\text{composed bi} - \text{signs} + \text{chiasm}).$$



Dann erhält man für jede kontexturierte Zeichenrelation der Form

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma)$

die äußere Umgebung durch saltisition/jump operation (||)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \,||\, (2.y_{\beta j} \leftarrow 2.y_{\beta i})$

und die innere Umgebung durch kategorisch-saltatorische Komplementarität (|)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \,|\, (3.x_\alpha \leftarrow 1.z_\gamma)$.

2. Nun ist es aber so, daß die aus Peirce "pragmatischer Maxime" resultierende sog. retrosemiosische Ordnung

$Z = (3.x \rightarrow 2.y \rightarrow 1.z)$

nicht die einzige ist, die innerhalb der Bense-Semiotik definiert ist. Die Realitätsthematik $R = \times Z$ ist konvers, d.h. semiosisch definiert

$R = (1.x \rightarrow 2.y \rightarrow 3.z)$.

Die von Bense definierte semiotische Kommunikationsrelation (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.) hat die Ordnung

$K = (2.x \rightarrow 1.y \rightarrow 3.z)$

und ihre Konverse hat somit die Ordnung

$K^{-1} = (3.x \rightarrow 1.y \rightarrow 2.z)$.

Weitere Untersuchungen zeigen, daß alle 6 möglichen Permutationen von Z semiotisch definierbar sind (vgl. Toth 2007, S. 177 ff.)

$Z^1 = \quad (3.x \rightarrow 2.y \rightarrow 1.z)$

$Z^2 = \quad (3.x \rightarrow 1.y \rightarrow 2.z)$

$Z^3 = \quad (2.x \rightarrow 3.y \rightarrow 1.z)$

$Z^4 = \quad (2.x \rightarrow 1.y \rightarrow 3.z)$

$Z^5 = \quad (1.x \rightarrow 3.y \rightarrow 2.z)$

$Z^6 = \quad (1.x \rightarrow 2.y \rightarrow 3.z)$.

Nun sind natürlich auch Z^1 bis Z^6 kontexturierbar. Da wir die Stellenwerte der Subrelationen jeweils in alphabetische Ordnung gebracht haben, bedeutet das, daß Z^1 bis Z^6 auch verschiedene semiotische Matrizen zugrunde liegen, und verschiedene semiotische Matrizen führen zu verschiedenen Dekompositionen, d.h. Z^1 bis Z^6 unterscheiden sich nicht nur durch die kategoriale Ordnung der Subrelationen, sondern auch durch die auf sie abgebildeten Kontexturenzahlen. Jede der 6 permutierten Zeichenklassen induziert somit eine neues kontexturales semiotisches System und nicht bloß eine Variante in ihren monokontexturalen Ordnungsrelationen.

Beispielsweise erhält man für $Z^3 = \quad (2.x \rightarrow 3.y \rightarrow 1.z)$

$$\begin{array}{ccc} \boxed{2.1} & 2.2 & \boxed{2.3} \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ \boxed{1.1} & 1.2 & \boxed{1.3} \end{array}$$

die zugehörige kontexturierte Matrix

$$\begin{pmatrix} 2.1_{1.3} & 2.2_{1} & 2.3_{3} \\ 3.1_{1} & 3.2_{1.2} & 3.3_{2} \\ 1.1_{3} & 1.2_{2} & 1.3_{2.3} \end{pmatrix},$$

für die nun sogar

$\times(2.1_{1.3}) \neq (1.2_2)$

$\times(2.3_3) \neq (3.2_{1.2})$

$\times(3.1_1) \neq (1.3_{2.3})$

gilt, während die Identitäten einfach kontexturiert sind

$Id(Z^3) = (1.1_3, 2.2_1, 3.3_2)$.

Das bedeutet also, daß die Menge der Permutationen jeder Zeichenklasse zugleich verschiedene innere und äußere Umgebungen bekommt.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Erzeugung semiotischer Identitäten durch Matrix-Dekompositionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Kaehrs Paradies

1. „Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können" (Hilbert 1926, S. 70). Diesen Satz lernt jeder Mathematikstudent, wenn er die Voraussetzungen der Mengentheorie kennenlernt.

2. Bekanntlich beruhen die von Günther (1976-1990) geschaffene polykontexturale Logik und die auf ihr basierende qualitative Mathematik (Kronthaler 1986) auf logischen Rejektionswerten. Diese sind Werte, die eine logische Alternative, also z.B. die Werte-Menge W = (0, 1) der 2-wertigen aristotelischen Logik, verwerfen und auf diese Weise weitere, zunächst nicht in W befindliche, Werte einführen und dadurch n-wertige, nicht-aristotelisch Logiken begründen, in den die drei Grundgesetze des Denkens, die Sätze der Identität, des ausgeschlossenen Dritten und des verbotenen Widerspruchs, nicht mehr gelten.

3. Während in der klassischen 2-wertigen Logik nur zwei Ordnungen von Werten aus W möglich sind

$W_1 = (0, 1)$

$W_2 = (1, 0)$,

wachsen die möglichen Ordnungen entsprechend den durch Transjunktionswerten angereicherten Wertemengen von W bekanntlich in der Fakultät der Anzahl von Werten an. So hat bereits die 3-wertige nicht-klassische Logik W = (0, 1, 2) die 3! = 6 möglichen Ordnungen

$W_1 = (0, 1, 2)$ $W_3 = (1, 0, 2)$ $W_5 = (2, 0, 1)$

$W_2 = (0, 2, 1)$ $W_4 = (1, 2, 0)$ $W_6 = (2, 1, 0)$.

Diese n! Permutationen von n Elementen von W kann man nun als Permutationszyklen, in der Form von so genannten Hamilton-Kreisen (und ihnen korrespondierenden "Permutographen", wie sie Gerhard G. Thomas nannte), darstellen. Jede der n! Permutationen eines solchen n-Zyklus stellt nun nach Günther (1980, S. 260 ff.) ein "Wort" einer "Negativsprache" dar. Diese enthält somit alle Zyklen mit (n+m)! Permutationen einer (n+m)-wertigen Logik für n = 2, worin also m die Anzahl der Transjunktionswerte angibt. Da jedes Wort der Negativsprache "einen in sich zurücklaufenden Kreis darstellt, verliert die ursprüngliche Außenintention der Sprache fortschreitend ihr seinsthematisches Gewicht. Die 'wirkliche Welt', die ja positives Sein ist, wird aus der Ideenwelt, die eine Negativsprache entwickeln kann, durch ihre eigene Negativität hinausverwiesen (Günther 1980, S. 292).

4. Während jedoch die Kenogramme und ihre Folgen, die Morphogramme, Platzhalter für Zahlen, Werte und Zeichen sind, sind die von Günther zur Darstellung der Negativsprache verwandten Hamiltonkreise bereits durch Werte besetzt, nämlich denjenigen der n-wertigen Logiken, aus denen die Negativsprache konstruiert werden soll. Diese bedient sind somit positiver logischer Werte zu ihrer Darstellung. Um diesen fundamentalen Widerspruch zu eliminieren, hatte Kaehr (2013) vorgeschlagen, die Knotentheorie in die polykontexturale Zahlentheorie einzuführen und Negationen als (dynamische) Garben zu definieren. Die Abweichungen zwischen Knoten, die durch die Reidemeister-Bewegungen formal darstellbar sind, werden in der Arithmetik der Proto-, Deutero und Tritozahlen durch Palindrome von Wertfolgen n-wertiger Logiken ausgedrückt. Die vormaligen, von Günther logisch-positiv dargestellten Wörter der Negativsprache werden nun durch "Garben-Wörter" (braid words) dargestellt, vgl. die folgende Tabelle aus Kaehr (2013, S. 61)

Corresponce table for *B*4

Negation system properties	**Braid words**	**Gunther**
$N_i(N_i(X)) = X$, i=1,2,3 identity)	: $\sigma_1 \sigma_1^{-1} = 1$	: Is (mirror
$N_1(N_3) = N_3(N_1)$ L, R	: $\sigma_1 \sigma_3 = \sigma_3 \sigma_1$	: K (circle),
$N_1(N_2(N_1)) = N_2(N_1(N_2))$ relation)	: $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_1 = \sigma_2 \sigma_1 \sigma_2$	: O (order
$N_2(N_3(N_2)) = N_3(N_2(N_3))$	: $\sigma_2 \sigma_3 \sigma_2 = \sigma_3 \sigma_2 \sigma_3$	: O
And: $N_i(X)$ (exchange relation).	: σ_i	: U, L, R

Die Folge ist natürlich eine Topologisierung der Zahlentheorie in einem bisher ungeahnten Ausmaße. Zahlen werden nun durch Knoten-Überschneidungen vermittelt, überhaupt bekommt der bisher nur in der Semiotik kategorische Begriff der Vermittlung erstmals eine Bedeutung für die Mathematik. War bereits die "Faserung" der quantitativen Peanozahlen in die sowohl quantitativen als auch qualitativen Proto-, Deutero- und Tritozahlen durch Günther (vgl. Günther 1979, S. 241 ff.) eine mathematische Neuerung erster Güte, so stellt der Verzicht auf die immer noch "entitätische" Natur der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen und ihre Ersetzung durch die den Knoten-Differenzen korrespondierenden Differenzen vor allem der asymmetrischen Palindrome aus Wertfolgen n-wertiger Logiken die Erschließung eines mathematischen "Paradieses" dar, das den Vergleich mit dem bekannten Paradies von Cantor nicht zu scheuen braucht. Die negativen Wörter der Negativsprache sind erst durch Kaehr negative, d.h. differentielle Wörter geworden, die also rein relationalen Charakter besitzen, dem keine Entität mehr anhaftet, vergleichbar natürlich den in der Mathematik längst eingeführten, sowohl die klassischen Zahlen als auch die Mengen ablösenden relationalen Kategorien, vergleichbar aber auch der relationalen Peirce-Bense-Semiotik und der ebenfalls relationalen "Stratificational Grammar".

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Hilbert, David, Über das Unendliche. In: Mathematische Annalen 95, 1926, S. 161-190

Kaehr, Rudolf, Gunther's Negation Cycles and Morphic Palindromes. In: ThinkArtLab (Glasgow) 2013

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Anhang: Zum Tode von Prof. Dr. Rudolf Kaehr

Unter Schock und in unbeschreiblicher Trauer mußten wir davon Kenntnis nehmen, daß

Prof. Dr. Rudolf Kaehr

(1942-2016),

der bedeutendste lebende Kybernetiker und Systemtheoretiker, bereits am 4.7.2016 an seinem Wohnort Glasgow (UK) während der Programmierung seiner memristischen Klaviaturen durch eine Lungenembolie brutal aus seiner wissenschaftlichen Arbeit gerissen wurde.

(V.l.n.r.) Dr. Joachim Paul, Prof. Dr. Eberhard von Goldammer, Prof. Dr. Rudolf Kaehr.

Prof. Dr. Rudolf Kaehr war der bedeutendste Schüler des Logikers und Begründers der polykontexturalen Logik und Ontologie, Prof. Dr. Gotthard Günther (1900-1984). Bereits als Student an der Freien Universität Berlin ermöglichte er seinem verehrten Lehrer, nach Jahrzehnten der Abwesenheit in den USA, in Europa in seinen letzten Lebensjahren erneut seine Vorlesungstätigkeit aufzunehmen und dabei sogar mehrere Doktoranden, darunter Rudolf Kaehr selbst, zu betreuen. Schon in seiner Dissertation gelang es Kaehr, das von Günther nicht erkannte gewaltige Potential der Formalisierung polykontexturaler Systeme in Logik und qualitativer Mathematik aufzuzeigen. Von seiner Assistentenzeit 1971/72 an über seine spätere Berufung zum Professor und Direktor des Institutes für Theoretische Biowissenschaften an der Universität Witten-Herdecke (1986-1990) bis zu seiner letzten Gastprofessur an der Universität London (2010) hat Kaehr fast im Alleingang die Polykontexturalitätstheorie als formale Wissenschaft geschaffen und in Hunderten von Aufsätzen und Dutzenden von Büchern der Wissenschaft zur Verfügung gestellt. Für unser Institut von besonderer Bedeutung war die sehr enge Zusammenarbeit in den Jahren 2008-2012, in denen Kaehr, basierend auf der polykontexturalen Diamantentheorie, die Grundlagen für eine völlig neue Semiotik geschaffen hatte. Kaehrs diesbezügliche Einzelarbeiten sind in einem Buch von nahezu 300 Seiten zusammengefaßt.

Wir bitten Sie, dem lieben Verstorbenen, den man ohne Übertreibung als ein Jahrhundert-Genie bezeichnen darf, ein ehrendes Andenken zu bewahren.

Tucson, AZ (USA), 22.7.2016 *Prof. Dr. Alfred Toth, Direktor des Semiotical Technical Laboratory (STL)*

*